THE UNIVERSITY
OF ILLINOIS
LIBRARY
508.05
ZE
v.47

Digitized by the Internet Archive
in 2026 with funding from
University of Illinois Urbana-Champaign

https://archive.org/details/messtechnik4719unse

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **K. Haußmann** in Schwäb.-Gmünd, **C. Hensoldt** in Wetzlar, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Potsdam, **A. Köhler** in Jena, **F. Löwe** in Jena, **H. Ludendorff** in Potsdam, **H. Maurer** in Berlin, **W. Nernst** in Berlin, **M. v. Rohr** in Jena, **W. Sartorius** in Göttingen, **A. Schmidt** in Cöln a. Rh., **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **P. Werkmeister** in Dresden, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg

Siebenundvierzigster Jahrgang 1927.

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1927.

508.05
ZE
v. 47

LIBRARY
UNIVERSITY OF ILLINOIS
URBANA

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Eine neue Planimetertheorie. Von Jan Groeneveld 1
Ein neues erdmagnetisches Universalvariometer. Von H. Haalck 16
Über die Genauigkeit der Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei einem mittleren Theodolit. Von Karl Lüdemann 33
Eichung des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messung von Schwärzungen. Von H. Beutler 61
Verwendung der lichtelektrischen Alkalizelle im Registrierphotometer nach P. P. Koch. Von G. Hansen 71
Die visuelle Leistung von Fernrohren. Von A. Kühl 75
Eine genaue graphische Bestimmung des Minimums der prismatischen Dispersion. Von A. Seiffert 86
Über ein neues Mikromanometer (Wassersäulen-Minimeter). Von W. Ewald 97
Die Planimeter als Integrationsinstrumente. Von Jan Groeneveld 113
Beitrag zur Hauptpunkt- und Bildweitenbestimmung aus Photogrammen. Von V. Theimer . 134
Reisetachymeter von 9 cm Kreisdurchmesser von F. W. Breithaupt & Sohn. Von W. Uhink 146
Über den Gebrauch des Braceschen Halbschattenkompensators bei der gleichzeitigen Messung von Azimut und Elliptizität der Schwingungsellipse. Von G. Szivessy 148
Mehrgliedrige Aberrationen. Von Strehl 154
Beiträge zur Sextanten-Theorie. Von V. Theimer 165
Planimetrische Integration mit Nullkurven. Von J. Groeneveld 185
Die Verzerrungsfehler eines nicht senkrecht aufgenommenen Luftbildes bei ebenem Gelände. Von K. Hoecken 189
Eine auf Interferenzen sich gründende Abänderung der Hartmannschen Extrafokal-Prüfmethode für Objektive. Von J. C. Gardner und A. H. Bennet 197
Der Aerokartograph von Hugershoff-Heyde. Von P. Werkmeister 205
Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1926 . . . . . 217, 269, 321
Ein Beitrag zur Theorie des isochronischen Pendels. Von H. Bock 241
Selbstinduktions-Meßbrücke mit Vergleichs-Drehkondensator und Zusatzwiderständen zur Prüfspule. Von Carl Günther 249
Über neue Spektrographen. Von W. Ewald 257
Sphärische Aberrationen. Von Strehl 297
Einige bemerkenswerte Neuerungen an Mikrotomen. Von Josef Hisser 301
Über die Aufstellung des Differentialgalvanometers. Von G. Hauffe 307
Das Rechnen mit und ohne Maschine. Von L. W. Pollak 340
Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion. Von Rob. Richter 357
Über neue Kolorimeter. Von W. Ewald 360
Ein Preisverzeichnis geodätischer Vermessungsinstrumente aus dem Jahre 1801. Beiträge zur Geschichte des geodätischen und markscheiderischen Messungswesens und der vermessungstechnischen Instrumentenkunde Nr. 5. Von Karl Lüdemann 365
Eine Neuausführung des registrierenden Mikrophotometers von Siegbahn. Von Erik Bäcklin 373
Kardiographie. Von H. Lullies 380
Über die Längenmessung mit Hilfe der Lichtinterferenz. Von Y. Väisälä 398
Ein weiterer Beitrag zur älteren Geschichte der Rathenower Optischen Industrie-Anstalt. Von Karl Albrecht 403
Beiträge zur Theorie des dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas. Von Fr. Schulze . 417
Die Genauigkeit der Kreisteilung bei kleinen Hochleistungstheodoliten. Von Karl Lüdemann 435

674064

Seite

Fettfreies Regulierventil für das Hochvakuum. Von Bernhard Josephy 436
Über die Empfindlichkeit einer Methode zur Messung der Gegeninduktivität. Von Morton Masius 439
Die Entwicklung der Firma J. & A. Bosch-Straßburg, ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Präzisionsmechanik. Von W. Keil 440
Bemerkungen zu der Abhandlung von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graphische Bestimmung des Minimums der prismatischen Dispersion. Von H. Opitz 447
Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion. Von C. Pulfrich 450
Carl Pulfrich † 451
Mittlere Exzentrizität einiger Zwangszentrierungen. Von Th. Eversmann 465
Eine neue Tachymeter-Kippregel. Von Karl Lüdemann 489
Einrichtung zur automatischen Aufnahme von Schwärzungskurven. Von E. Spiller 493
Ein Reflexograph. Von Wolfgang Kaempfert 496
Die Erprobung des Barometers. Von Claude du Bois-Reymond † 498
Versuch zur Berechnung eines dreilinsigen Systems mit gehobenen fünf Seidelschen Bildfehlern. Von F. Biske 514
Das Ringphotometer, seine verschiedenen Formen und Anwendungsmöglichkeiten. Von G. J. Pokrowsky 520
Ein neues Elektrometer. Von E. Perucca 524
Über die Verwendung des Lochkartenverfahrens in der Klimatologie. Von Leo Wenzel Pollak 528
Briefe von C. H. Schumacher und W. Struve an Fr. R. Haßler in Amerika. Von Florian Cajori 532
Über Methoden und Anwendungen der Kinematographie in der Technik und Wissenschaft. Von H. Frieß und W. Ewald 536
Integration vermittels des Kurvimeters. Von Hans Schwertfeger 544
Carl Pulfrich. Von F. Löwe 561
Über die Verwendung von Entzerrungsgeräten zur kartographischen Darstellung von geneigtem Gelände aus Flugzeugaufnahmen. Von C. Aschenbrenner 568
Über Hauptpunkt- und Bildweitenbestimmung aus Photogrammen. Von A. Hornoch 579
Über Fehler in den Angaben von Stoppuhren. Von B. Walter 583
Die erste Veröffentlichung der Grundlage des Wheatstoneschen Stereoskops. Von M. v. Rohr 600

Referate.

Untersuchungen über die Genauigkeit von geschabten und geschliffenen Flächen 44
Der Grenzwinkel der regulären Reflexion 45
Beschreibung eines Apparats zur Bestimmung der Auslöschungskoeffizienten optischer Gläser im Licht des sichtbaren Spektrums 46
Messungen des Brechungsverhältnisses von Glas bei hohen Temperaturen 46
Beugungserscheinungen an einem Gitter mit abwechselnd durchsichtigen und undurchsichtigen Sektoren 47
Das Okularinterferometer und das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne . 48
Die Scheitelbrechkraft und ihre Messung 48
Ein neuer Intensitätsmeßapparat für Ultraviolett 50
Über einen neuen mikrostereophotographischen Okularaufsatz des Leitz-Werkes für Beleuchtung in auffallendem und durchfallendem Licht 51
Eine Spezialkamera zum Photographieren zylindrischer Flächen 51
Neues Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mikro-Kinematographie und der Mikro-Momentphotographie 51
Leistung und Leistungseindruck bei Feldstechern 99
Die zweckmäßigste Wahl der Wellenlängen und Lichtquellen für die Messung von Brechungsverhältnissen 100
Über einige neuzeitliche Absorptionsgläser 101
Die physikalischen Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzung . . . 101
Einfluß der Wärmevergangenheit auf die optischen Konstanten von Gläsern 103
Neue Formen von Luftfahrt-Instrumenten 103

Seite
Verbesserter Theodolit für die Verfolgung von Pilotballonen . . . 107
Wassermessungen bei Wasserkraftanlagen . . . 107
Pendelapparat für Schweremessungen . . . 156
Schallwellen-Photographie zur Untersuchung der Raum-Akustik . . . 157
Vereinfachte Kurzzeitforschung . . . 158
Ein einfaches Rotoskop . . . 158
Bemerkungen zum Kosinussatz . . . 158
Bemerkungen zur Staeble-Lihotzkyschen Bedingung . . . 158
Die optischen Eigenschaften von Amethyst-Quarz . . . 159
Die Änderungen in der Gestalt der Kristallinse bei der Akkomodation . . . 159
Das Grundgesetz der Glas-Kühlung . . . 160
Die dimensionale Berichtigung der Hamptonschen Arbeit über die Glas-Kühlung . . . 160
Eine Kombination des Kreuztisches und des Pendeltisches, nebst einigen Bemerkungen über die Kreuztische der Mikroskope überhaupt . . . 160
Drei praktische Mikroskopierlampen . . . 161
Das Kreisschnittmikrotom und die Mikrotomie gewölbter, zylindrischer, kegelmantel- und kugelschalenförmiger Körper . . . 161
Ein neues registrierendes Psychrometer . . . 162
Bemerkungen zu Chalmers Anwendungen der Hartmannschen Methode . . . 207
Anwendung der Hartmannschen Prüfmethode auf die Bestimmung der außeraxialen Abweichungen 207
Die Lichtverteilung in den optischen Bildelementen . . . 208
Die Zuverlässigkeit von Messungen mit dem Flimmerphotometer in der heterochromatischen Photometrie . . . 209
Ein Apparat zur Bestimmung der Ökonomie elektrischer Glühlampen . . . 209
Apparat zum Ausmessen von Kurven . . . 261
Ein selbstregistrierender Spektrothermograph . . . 262
Die Beziehung zwischen Streu- und Sichtdichte . . . 263
Über den Babinetschen Kompensator . . . 264
Über die Anwendung der Kathodenzerstäubung zur Herstellung von Photometerkeilen aus Platin 264
Flugzeugbordgeräte . . . 309
Zur Wirkungsweise des Giebeschen Zentrifugalregulators . . . 311
Schweremessungen . . . 311
Bemerkung zum Kriterium der besten Fokussierung . . . 311
Ein verbesserter Thornerscher Apparat zur Messung des Tageslichtquotienten . . . 311
Untersuchung von Rechenschiebern auf Teilungsfehler . . . 312
Der Einfluß der Strahlenbrechung auf die Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei lotrechter Latte . . . 312
Das Koppesche Bildmeßverfahren und sein Einfluß auf die Entwicklung der photogrammetrischen Auswertegeräte . . . 312
Der „kleine Hildebrand“ . . . 313
Der Doppelbild-Tachymeter Kern . . . 313
A direct reading tachometer . . . 314
Kleinste Theodolite mit Schraubenmikroskopablesung . . . 314
Eine nomographische Tachymetertafel . . . 314
Neues aus der Instrumentenkunde . . . 315
Eine Zeitschrift für Photogrammetrie . . . 315
Das Kriechgalvanometer . . . 315
Ein einfaches Drehmagnet-Galvanometer mit hoher Normalempfindlichkeit . . . 316
Über die Empfindlichkeit des Paschen-Galvanometers . . . 316
Weitere Bemerkungen zum Paschen-Galvanometer . . . 317
Ein Panzer aus „Mumetal“ für hochempfindliche Galvanometer . . . 317
Ein selbstanlaufendes phonisches Rad . . . 317
Die Messung dünner Drähte . . . 368
Die Triumphator-Rechenmaschine „Duplex“ . . . 369
Kritische Betrachtungen der gebräuchlichen Winkelprismen . . . 370
Die Reflexion und Brechung des Lichts als Problem der Elektronentheorie . . . 370

Seite
Physikalische Optik 371
Über einige Kriterien zur Bestimmung der Güte eines Objektives 371
Über Feuchtigkeitsmessungen 372
Ein neues astatisches Magnetometer (Nullinstrument) 372
Rasches Prüfverfahren für Laboratorium-Gewichtssätze 451
Über die Frage der Neigungsmessung im Flugbetrieb 451
Apparat zur Bestimmung der Böigkeit des Windes 453
Methode zur Erregung und Eichung von Stimmgabeln 454
Zum Problem der Sensitometrie 458
Spektrale Empfindlichkeit der photographischen Platten bei konstanter Energie 460
Ein neuer Reflexions-Schwärzungsmesser 461
Die zweckmäßige Einteilung der Einstellung von Handkameras 462
Messung des Reflexionsvermögens metallischer Belegungen 502
Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett 504
Registrierendes Mikrophotometer mit lichtelektrischer Zelle 506
Ingenieure für die optische Industrie. Ihre Ausbildung im Ausland 506
Zwei selbstschreibende Meeresströmungsmesser 508
Apparat zum Zusammensetzen periodischer Bewegungen 546
Das freie Pendel. — Die neue Uhr in Greenwich 547
Statische Druckmessung 548
Ein neues Hygrometer 551
Zur Herschelschen Forderung 552
Beugungsgitterbilder und Interferenzfigurenbilder durch ein Mikroskopobjektiv 552
Spektralfilter 553
Geometrische und interferentielle Methoden zur Messung des Winkels eines totalreflektierenden Prismas; Untersuchung der Planparallelität eines Plättchens 555
Messung der Verzeichnung photographischer Objektive 557

Bücherbesprechungen.

A. Seitz, Joseph Fraunhofer und sein optisches Institut 56
A. F. C. Pollard, *The Decimal Bibliographical Classification of the Institut International de Bibliographie* 58
H. Barkhausen, Elektronen-Röhren 60
Arthur Haas, Mechanik der Massenpunkte und der starren Körper 108
G. Sachs und G. Fiek, Der Zugversuch 109
Hugo Seemann, Das kugelförmige Astrolab 109
A. J. Fresnel, Abhandlungen über die Beugung des Lichts 112
G. M. B. Dobson, J. O. Griffith, D. N. Harrison, *Photographic Photometry* 112
B. Gutenberg, Lehrbuch der Geophysik 162
A. Sonnefeld, Die Hohlspiegel 163
Geodesist (Der Geodät), Russische geodätische Zeitschrift 164
R. Lang, Experimentalphysik IV, Lehre vom Licht 164
Franz Maria Feldhaus, Tage der Technik 164
Technische Mechanik 211
Katalog (Liste D 7) der Optischen Werke C. Reichert in Wien 215
P. Luckey, Einführung in die Nomographie 216
Die Photogrammetrie und ihre Anwendung bei der schweizerischen Grundbuchvermessung und bei der allgemeinen Ländervermessung 266
Otto Kehrmann, Das Rechnen mit dem Rechenschieber 268
Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften 317
F. Paul Liesegang, Zahlen und Quellen zur Geschichte der Projektionskunst und Kinematographie 318
F. Löwe, Optische Messungen des Chemikers und des Mediziners 319
Koordinaten und Höhen 320
Dr. P. Knoche, Die Röntgenphotographie 320

Seite
M. Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg i. Sa., neue Preisliste 320
Otto Fennel Söhne in Cassel, neue Preisliste 320
E. Gehrcke, Handbuch der physikalischen Optik. Band I, erste Hälfte 408
E. Gehrcke, Handbuch der physikalischen Optik. Band II, erste Hälfte 410
E. T. Whittaker, Einführung in die Theorie der optischen Instrumente 411
H. Kayser, Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente nach Wellenlänge geordnet 411
H. N. Eaton . . . *Aircraft instruments* 412
C. A. Crommelin, Beschrijvende catalogus der Historische Verzameling van Natuurkundige Instrumenten in het Natuurkundig Laboratorium der Rijks-Universiteit te Leiden . . . 414
Jahresbericht IV der Chemisch-Technischen Reichsanstalt 1924/25 414
H. Ebert, Anleitung zum Glasblasen 416
F. Wenner, Praktische Rechenbildkunde 416
J. Wilip, *On new precision-seismographs* 416
Waagen, Ausführungsbestimmungen zu den §§ 87 bis 111 der Eichordnung 463
E. Weinschenk, Das Polarisationsmikroskop 464
G. Sachs, Grundbegriffe der mechanischen Technologie der Metalle 510
F. Shillington Scales, *Practical Microscopy* 510
Henri Silbermann, Hilfsapparate für den Färber und Koloristen 511
A. Kistner, Die historische Uhrensammlung Furtwangen 512
E. v. Bassermann-Jordan, Alte Uhren und ihre Meister 512
R. S. Clay, *A brief account of some of the historical instruments at the Optical Convention* . . 558
D. Baxandall und Th. Court, *Early optical and other scientific instruments* 558
W. R. Gregg, *Aeronautical Metereology* 559
Edm. Hoppe, Geschichte der Optik 560
P. Seliger, Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie 560
A. L. Higgins, *Phototopography* 560
F. Auerbach u. W. Hort, Handbuch der technischen und physikalischen Mechanik 602
H. Löschner, Instrumente der Praktischen Geometrie 602
Robert S. Whipple, *An old catalogue* 603
Proceedings of the Optical Convention 1926 604
Vorträge, gehalten bei der 2. Hauptversammlung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie 604

Zuschriften 372
Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie 512
Zu Hugo Schröders Gedächtnis 602
Namen- und Sachregister 605
Fehlerberichtigungen 112, 611
Verzeichnis der Referenten des Jahrgangs 1927 612

LIBRARY
UNIVERSITY OF ILLINOIS
URBANA

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Januar 1927.** Erstes Heft.

Eine neue Planimetertheorie.

Von
Dr. Jan Groeneveld in Clausthal.

I. Gewöhnliche Planimeter.

Wir betrachten ein Instrument, das einen Fahrstift und eine Ablesevorrichtung besitzt. Führen wir den Fahrstift längs einer Kurve von A nach B, so wollen wir die Differenz der Angaben der Ablesevorrichtung am Ende und zu Beginn des Führungsweges mit Abwickelung bezeichnen. Die Abwickelung hat also ein Vorzeichen. Eine Kurve, die so beschaffen ist, daß die Ablesevorrichtung ihre Angaben nicht ändert, wenn der Fahrstift längs dieser Kurve geführt wird, wollen wir mit Nullkurve bezeichnen und speziell von Nullgeraden und Nullkreisen sprechen.

Nun können wir folgenden Satz beweisen:

Ein Instrument mit Fahrstift und Ablesevorrichtung ist ein Planimeter (d. h. Flächenmesser), wenn es folgende Eigenschaften hat:

1. Das Instrument läßt sich so aufstellen, daß die Abwickelung

$$A = \frac{k}{2} \cdot \left[(R+y) \cdot x - \frac{R^2 \cdot x}{R+y} \right]$$

wird, wenn der Fahrstift S längs eines Kreises vom Radius $R+y$ um ein Bogenstück x verschoben wird (x und y mit Vorzeichen). R und k sind Apparatkonstanten ($[k] = \mathrm{cm}^{-2}$). Für $y = 0$ wird $A = 0$. Bei jeder Aufstellung des Instrumentes gibt es also einen Nullkreis mit dem Radius R.

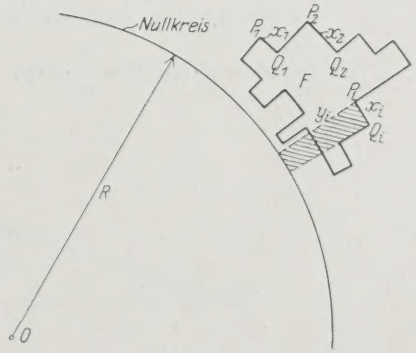


Abb. 1.

2. Führt man den Fahrstift S längs einer Geraden durch den Mittelpunkt 0 des Nullkreises von P_1 nach P_2, so ist die Abwickelung entgegengesetzt gleich der Abwickelung von P_2 nach P_1, aber gleich der Abwickelung von P_1' nach P_2', wenn $OP_1' = OP_1$; $OP_2' = OP_2$ und P_1' und P_2' auf einer anderen Geraden durch 0 liegen.

Beweis: Gegeben sei eine Fläche F mit der in Abb. 1 angegebenen Randlinie. Die Randlinie besteht aus Geradenstücken, die alle durch einen Punkt 0 gehen, und Kreisstücken, die alle 0 als Mittelpunkt haben. Wir stellen unser Instrument nun so auf, daß 0 Mittelpunkt des Nullkreises wird. Nun beginnen wir die Umfahrung, im Punkte P_1 anfangend im Uhrzeigersinn. Längs der Kreisstücke x_i beträgt gemäß 1

die Abwickelung: $\frac{k}{2}\cdot\left[(R+y_i)\cdot x_i - \frac{R^2\cdot x_i}{R+y_i}\right]$. Der Klammerausdruck bedeutet die doppelte schraffierte Fläche, wie eine leichte Rechnung lehrt. Setzen wir für x_i das positive Vorzeichen, wenn P_iQ_i in bezug auf 0 den Uhrzeigersinn hat, und für y_i das positive Zeichen, wenn P_i außerhalb des Nullkreises liegt, dann folgt leicht, daß die Summe aller Abwickelungen längs der Kreisstücke x_i multipliziert mit $\frac{1}{k}=f$ den Flächeninhalt F ergibt. Die Summe der Abwickelungen längs der Radialstücke Q_iP_{i+1} ist gemäß 2 gleich Null. Eine Umfahrung der Randlinie mit dem Fahrstift S unseres Instrumentes liefert also in diesem Falle wirklich den Flächeninhalt der umfahrenen Fläche. Es ist leicht einzusehen, daß die Betrachtung richtig bleibt, wenn der Nullkreis die Fläche F schneidet, oder diese ganz innerhalb des Nullkreises liegt. Liegt aber 0 innerhalb F, so mißt man eine Fläche F', und es ist die gesuchte Fläche $F=N\pm F'$, wo N die Nullkreisfläche bedeutet. Das Vorzeichen hängt von dem Umfahrungssinn ab. Ist nun eine Fläche mit beliebiger Randlinie gegeben, dann denken wir uns diese durch eine Randlinie von obiger Form ersetzt, wo aber die x_i und die Radialstücke Q_iP_{i+1} unendlich klein sind. Man erkennt, daß unser Instrument auch hier die richtige Fläche angibt. Unser Instrument ist also wirklich ein Planimeter.

Es ist noch besonders hervorzuheben, daß alle Betrachtungen richtig bleiben, wenn R unendlich groß wird. Die Abwickelung $\frac{k}{2}\cdot\left[(R+y_i)\cdot x_i - \frac{R^2\cdot x_i}{R+y_i}\right]$ konvergiert dann gegen $k\cdot x_i\cdot y_i$. Der Nullkreis wird eine Nullgerade. Planimeter mit endlichem R wollen wir Polarplanimeter und Planimeter mit unendlichem R Linearplanimeter nennen.

Beispiele für gewöhnliche Planimeter[1]).

Die Eigenschaft 2 ist bei den folgenden Planimetern als vorhanden leicht zu erkennen, es folgt dies aus dem stabilen Bau der Instrumente. Jedes Teilchen führt eine eindeutig bestimmte Zwangsbewegung aus, sobald der Fahrstift eine vorgegebene Bahn beschreibt. Es handelt sich nur darum, bei den nachfolgenden Instrumenten das Abwickelungsgesetz zu prüfen. Betrachten wir zunächst einige Linearplanimeter.

Die Planimeter 1 bis 3 haben einen Fahrarm $AS=a$ und es wird der Anfangspunkt A des Fahrarms längs der x-Achse geführt.

1. Das gewöhnliche Linearplanimeter (Abb. 2).

Es ist $A=x\cdot\sin\alpha=\frac{1}{a}\cdot x\cdot y$, womit das Abwickelungsgesetz bewiesen ist. Wo

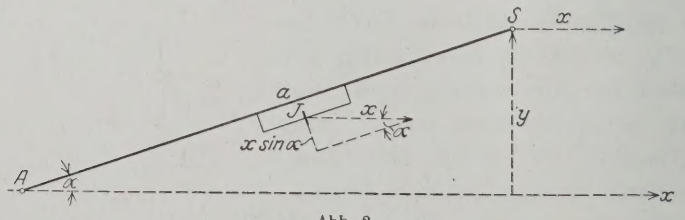


Abb. 2.

sich die Integrierrolle befindet, ist ganz gleichgültig, nur muß ihre Achse dem Fahrarm a parallel sein.

[1]) Über die genauere Beschreibung der einzelnen Planimeter lese man nach in Galle, Mathematische Instrumente. B. G. Teubner, Leipzig 1912.

2. Das Kugelrollplanimeter (Abb. 3).

Der Berührungspunkt des Zylinders J mit der Kalotte K beschreibt auf K einen Kreis mit dem Radius $r \sin \alpha$, wenn r den Radius der Kugel bedeutet. Die Drehung von K ist proportional x, somit folgt $A = k' x \sin \alpha = k \cdot x \cdot y$.

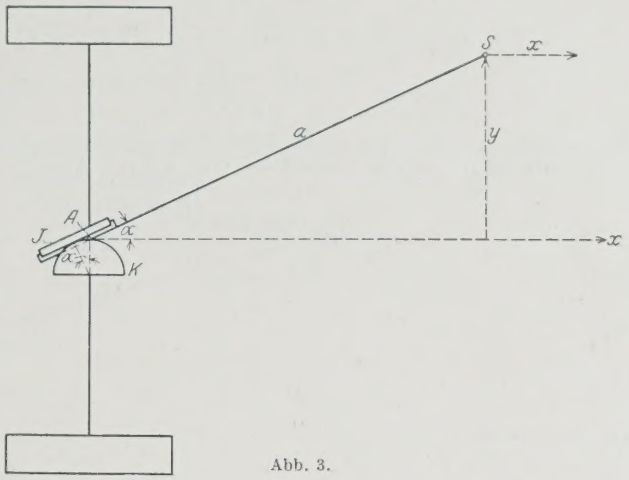


Abb. 3.

3. Das Scheibenrollplanimeter (Abb. 4).

Die Drehung der Scheibe *Sch* ist proportional x. Bei konstantem y ist ϱ konstant. Es folgt $A = k' \cdot \varrho \cdot x \cos \gamma$. Nun ist $\gamma + 90^0 = \delta$ und $\varrho \cos \gamma = MA \cdot \sin \alpha$; $A = k \cdot xy$, wo $k = \frac{k' \cdot MA}{a}$.

4. Das Planimeter von Sang (Abb. 5).

Die Drehung der Kegel ist proportional der Verschiebung x, der Radius des Berührungskreises proportional y. Ergebnis $A = k \cdot xy$. Die Eigenschaft 2 ist deswegen erfüllt, weil bei einer Verschiebung des Fahrstiftes senkrecht zur x-Achse überhaupt keine Abwickelung eintritt.

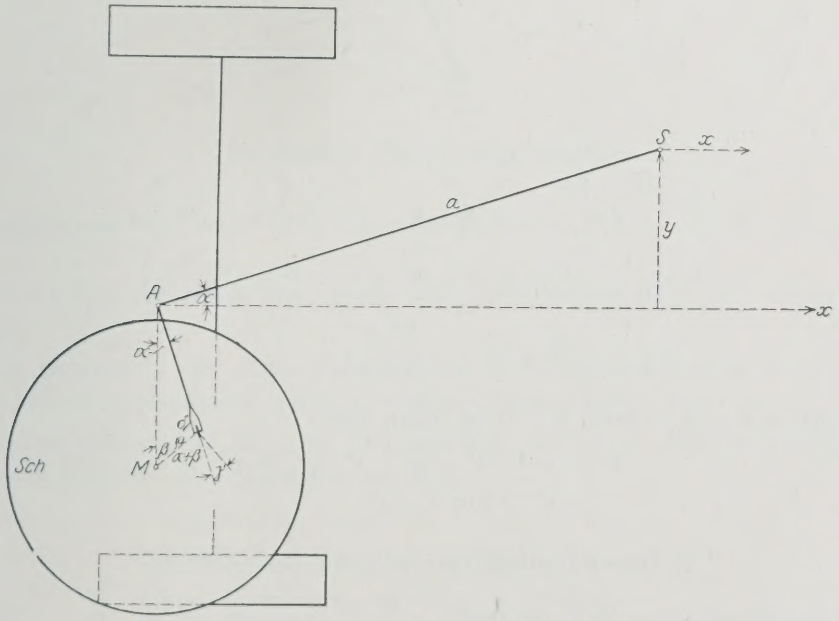


Abb. 4.

Unsere Theorie umfaßt auch die Koordinatenplanimeter, doch wollen wir darauf nicht näher eingehen.

Betrachten wir nun einige **Polarplanimeter.**

1. Das gewöhnliche Polarplanimeter (Abb. 6).

Bei einer Verschiebung x ist der Drehwinkel $\frac{x}{R+y}$ und $A = \varrho \frac{x}{R+y} \cos\beta$

$$(R+y)^2 = a^2 + r^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos\gamma = a^2 + r^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos\delta$$

$$\cos\delta = \frac{(R+y)^2 - a^2 - r^2}{2\,a\,r} \qquad (\delta = \text{Nebenwinkel } \gamma).$$

Nun ist $\varrho \cdot \cos\beta = r \cdot \cos\delta - e$; $e = \overrightarrow{JA}$. Also

$$\varrho \cdot \cos\beta = \frac{(R+y)^2 - a^2 - r^2}{2 \cdot a} - e$$

und

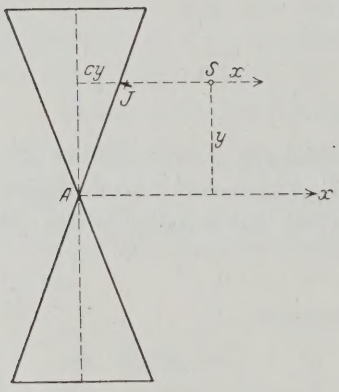


Abb. 5.

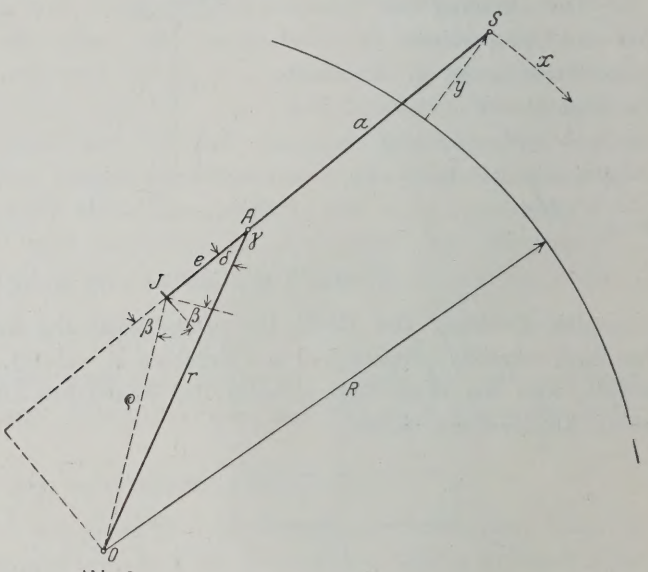


Abb. 6.

$$A = \frac{(R+y)\,x}{2 \cdot a} - \frac{a}{2}\,\frac{x}{R+y} - \frac{r^2}{2 \cdot a}\,\frac{x}{R+y} - e\,\frac{x}{R+y}$$

$$A = \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[(R+y) \cdot x - (a^2 + r^2 + 2 \cdot a \cdot e)\,\frac{x}{R+y} \right]$$

$$= \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[(R+y) \cdot x - \frac{R^2 \cdot x}{R+y} \right].$$

Setzen wir $\varrho = p$, wenn $y = 0$ ist, dann folgt

$$R^2 = (a+e)^2 + p^2; \quad r^2 = e^2 + p^2$$
$$= a^2 + 2 \cdot a \cdot e + r^2.$$

2. Das Scheibenpolarplanimeter (Abb. 7).

Die Scheibendrehung ist proportional $\frac{x}{R+y}$. Demnach ist $A = k' \cdot \varrho \cdot \frac{x}{R+y} \cos\gamma$.

Nun ist, wie beim Scheibenrollplanimeter $\varrho \cdot \cos\gamma = (AM) \sin\alpha$ und weiter

$$(R+y)^2 = a^2 + r^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(90^0 + \alpha) = a^2 + r^2 + 2 \cdot a \cdot r \cdot \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{(R+y)^2 - a^2 - r^2}{2 \cdot a \cdot r}$$

$$A = k' \frac{x}{R+y}(AM)\frac{(R+y)^2 - a^2 - r^2}{2 \cdot a \cdot r}$$
$$= \frac{k'(AM)}{2 \cdot a \cdot r}\left[(R+y)x - \frac{(a^2+r^2)x}{R+y}\right]$$
$$= k \cdot \left[(R+y) \cdot x - \frac{R^2 \cdot x}{R+y}\right].$$

Alle Beweise sind ohne Differentialbetrachtung durchführbar, nur der Beweis des Hauptsatzes erfordert eine Differentialbetrachtung.

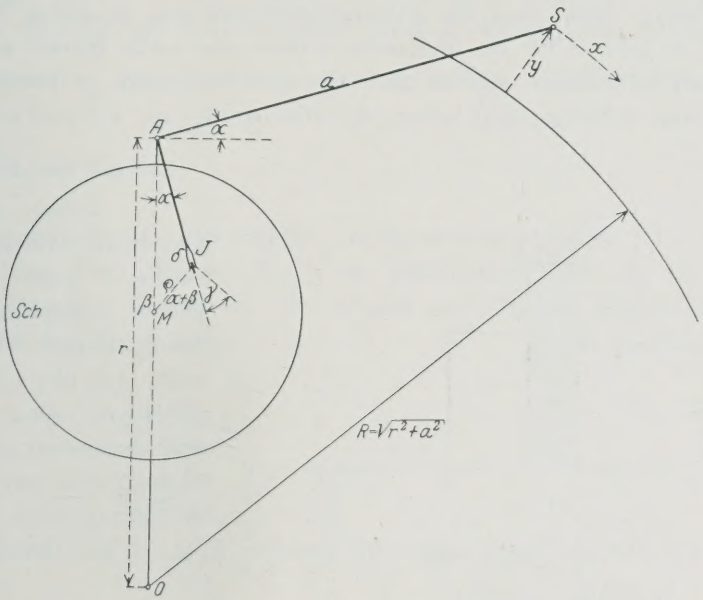


Abb. 7.

II. Lineare Momentenplanimeter.

Instrumente, mit denen man Integrale der Form $M_\nu = \frac{1}{\nu}\int_a^b [f(x)]^\nu \, dx$ bestimmen kann ($\nu = 1, 2, \ldots, n$) nennt man lineare Momentenplanimeter ($n \geqq 2$). Es gilt folgender Satz:

Ein Instrument mit einem Fahrstift und n Ablesevorrichtungen ($n \geqq 2$) ist ein lineares Momentenplanimeter, wenn es folgende Eigenschaften hat:

1. Das Instrument läßt sich so aufstellen, daß die n Ablesevorrichtungen der Reihe nach folgende Abwickelungen angeben:

$$A_1 = k_1(xy + c_{11}x)$$
$$A_2 = k_2(xy^2 + c_{21}xy + c_{22}x)$$
$$A_3 = k_3(xy^3 + c_{31}xy^2 + c_{32}xy + c_{33}x)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A_n = k_n(xy^n + \cdots\cdots\cdots\cdots + c_{nn}x)$$
$$(k \neq 0),$$

wenn der Fahrstift S längs einer Parallelstrecke zur x-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems geführt wird und die Parallelstrecke die Länge x und von der

x-Achse den Abstand y hat (x und y mit Vorzeichen). Die k_ν und $c_{\nu\lambda}$ sind Apparatkonstanten mit den Dimensionen

$$[k_\nu] = l^{-(\nu+1)}; \quad [c_{\nu 1}] = l; \quad [c_{\nu 2}] = l^2; \quad [c_{\nu 3}] = l^3 \ldots [c_{\nu n}] = l^n.$$

2. Führt man den Fahrstift S längs einer Senkrechten zur x-Achse, von P_1 nach P_2, so ist die Abwickelung in allen n Fällen entgegengesetzt gleich der Abwickelung von P_2 nach P_1, aber gleich der Abwickelung von P_1' nach P_2', wenn P_1' und P_2' dieselben Ordinaten haben wie P_1 und P_2, aber auf einer anderen Senkrechten zur x-Achse liegen.

Bemerkung: Setzt man die Klammerausdrücke von A_ν gleich Null bei einem festen $x \neq 0$, so gibt es für ein ungerades ν stets eine reelle Wurzel y. Für die ungeraden Ablesevorrichtungen gibt es also stets eine Nullgerade, es kann aber die ν-te Ablesevorrichtung ν Nullgeraden haben, die alle parallel zur x-Achse sind.

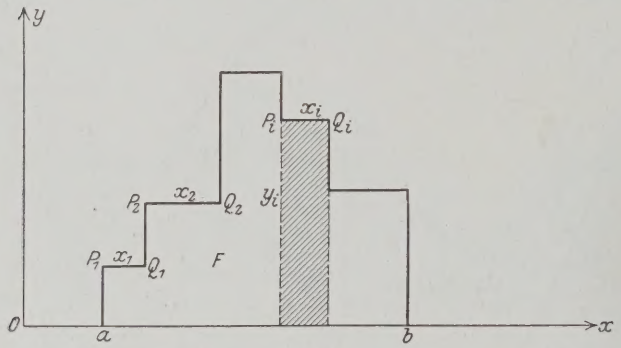


Abb. 8.

Beweis des Hauptsatzes.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sei eine Fläche F gegeben mit der in Abb. 8 angegebenen Randlinie. Das Instrument werde so aufgestellt, daß die n Abwickelungsgesetze in bezug auf dies Koordinatensystem gelten. Die Umfahrung wird von P_1 ausgehend im Uhrzeigersinn vorgenommen. Die Summe der Abwickelungen längs der Strecken $P_i Q_i$ ist der Reihe nach gleich:

$$\begin{aligned}
&k_1 \sum x_i y_i + k_1 c_{11}(b-a)\\
&k_2 \sum x_i y_i^2 + k_2 c_{21} \sum x_i y_i + k_2 c_{22}(b-a)\\
&k_3 \sum x_i y_i^3 + k_3 c_{31} \sum x_i y_i^2 + k_3 c_{32} \sum x_i y_i + k_3 c_{33}(b-a)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&k_n \sum x_i y_i^n + k_n c_{n1} \sum x_i y_i^{n-1} + \ldots + k_n c_{nn}(b-a).
\end{aligned}$$

Auf dem Wege von b nach a längs der x-Achse beträgt die Abwickelung der Reihe nach:

$$\begin{aligned}
&-k_1 c_{11}(b-a)\\
&-k_2 c_{22}(b-a)\\
&-k_3 c_{33}(b-a)\\
&\ldots\ldots\ldots\\
&-k_n c_{nn}(b-a).
\end{aligned}$$

Die Summe der Abwickelungen längs der Ordinatenstücke y_i ist in allen n Fällen gleich Null. Als Gesamtabwickelungen ergeben sich:

$$\begin{aligned}
A_1 &= k_1 \sum x_i y_i\\
A_2 &= k_2 \sum x_i y_i^2 + k_2 c_{21} \sum x_i y_i\\
A_3 &= k_3 \sum x_i y_i^3 + k_3 c_{31} \sum x_i y_i^2 + k_3 c_{32} \sum x_i y_i\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
A_n &= k_n \sum x_i y_i^n + k_n c_{n1} \sum x_i y_i^{n-1} + \ldots + k_n c_{n,n-2} \sum x_i y_i^2 + k_n c_{n,n-1} \sum x_i y_i.
\end{aligned}$$

Wir multiplizieren die ν-te Gleichung mit $\frac{1}{\nu k_\nu}$ ($\nu = 1$ bis n) und setzen $\frac{1}{\nu} \sum x_i y_i^\nu = M_\nu$. Die ν-te Gleichung läßt sich dann schreiben:

$$M_\nu = \frac{A_\nu}{\nu k_\nu} - \frac{c_{\nu 1} \cdot (\nu - 1)}{\nu} M_{\nu-1} - \frac{c_{\nu 2} \cdot (\nu - 2)}{\nu} M_{\nu-2} \ldots - \frac{c_{\nu,\nu-1}}{\nu} M_1 .$$

Beachten wir, daß $M_1 = \frac{1}{k_1} A_1$ ist, dann haben wir eine Rekursionsformel für M_ν ($\nu = 2$ bis n)[1]). Für den Fall einer beliebigen Randlinie können wir uns die Randlinie ähnlich wie auf Seite 2 zerlegt denken in unendlich kleine Parallelstücke zu den Achsen. Man erkennt, daß das Instrument auch in diesem Falle richtig ist.

Die Summen $\frac{1}{\nu} \sum x_i y_i^\nu$ gehen bei einer stetigen Randlinie in die Integrale

$$M_\nu = \frac{1}{\nu} \int_a^b y^\nu \, dx \text{ über}$$[2]).

Unser Instrument ist also wirklich ein Momentenplanimeter. Die ersten drei M_ν haben einen besonderen Namen: M_1 ist die umfahrene Fläche, M_2 das statische Moment dieser Fläche in bezug auf die x-Achse und M_3 das Trägheitsmoment dieser Fläche in bezug auf die x-Achse.

Es folgt

$$M_1 = \frac{1}{k_1} A_1$$

$$M_2 = \frac{1}{2 k_2} A_2 - \frac{c_{21}}{2 k_1} A_1$$

$$M_3 = \frac{1}{3 k_3} A_3 - \frac{c_{31}}{3 k_2} A_2 - \frac{c_{32} - c_{21} c_{31}}{3 k_1} A_1 .$$

Setzen wir

$$m_{11} = \frac{1}{k_1}; \quad m_{22} = \frac{1}{2 k_2}; \quad m_{21} = \frac{c_{21}}{2 k_1}; \quad m_{33} = \frac{1}{3 k_3}; \quad m_{32} = \frac{c_{31}}{3 k_2}; \quad m_{31} = \frac{c_{32} - c_{21} c_{31}}{3 k_1};$$

dann folgt:

$$M_1 = m_{11} A_1$$
$$M_2 = m_{22} A_2 - m_{21} A_1$$
$$M_3 = m_{33} A_3 - m_{32} A_2 - m_{31} A_1 .$$

Beispiele für Momentenplanimeter.

1. Das Momentenplanimeter von Hele-Shaw.

Ein Rahmen R bildet mit den Laufrollen LL, die durch eine Achse fest miteinander verbunden sind, einen Wagen, der nur eine Bewegungsfreiheit hat, der Rahmen bleibt sich selbst parallel. In dem Rahmen sind 3 Gestelle $G_1 G_2 G_3$ (bestehend aus Grund- und Deckplatte und drei Säulen) um vertikale Achsen drehbar gelagert. Jedes Gestell ist ein kleiner sechseckiger Rahmen (im Grundriß der Abb. 9 zu sehen), der durch 3 Säulen von einer Deckplatte D_{1-3} (im Aufriß zu sehen) gehalten und drehbar

[1]) Man erkennt, daß alle $c_{\nu\lambda}$ gleich Null sein dürfen und daß dies besonders günstig ist.

[2]) Stellt man das Instrument auf die y-Achse ein, dann ist $M_\nu = \int_\alpha^\beta x^{\nu-1} \cdot f(x) \, dx$.

gelagert wird. Diese drei Gestelle sind untereinander gekuppelt durch 3 Zahnräder $Z_1 Z_2 Z_3$, deren Radien sich wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ verhalten (ebenso die Zahl der Zähne). Dreht man das mittlere Gestell um den Winkel α um seine vertikale Achse, so drehen sich die Gestelle G_2 und G_3 um den Winkel 2α bzw. 3α. Das mittlere Gestell ist fest mit dem Fahrarm a, der den Fahrstift S trägt, verbunden. In den drei Gestellen befinden sich drei mattgeschliffene, gleichgroße Glaskugeln, die auf drei auf der Achse der Laufrollen befestigten Scheiben $S_1 S_2 S_3$ ruhen und an den Seiten durch kleine Rollen (im Grundriß der Abb. 9 zu sehen) gehalten werden. Von diesen Rollen, deren Ebenen alle durch die Mittelpunkte der Kugeln gehen und deren Achsen in der Horizontalebene durch die Kugelmittelpunkte liegen,

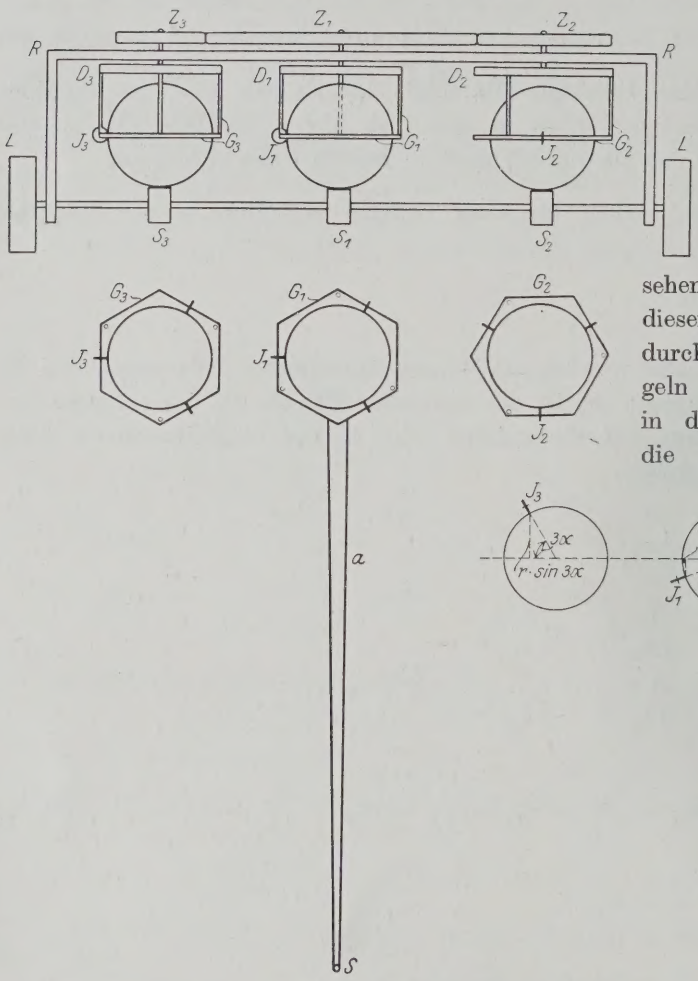


Abb. 9.

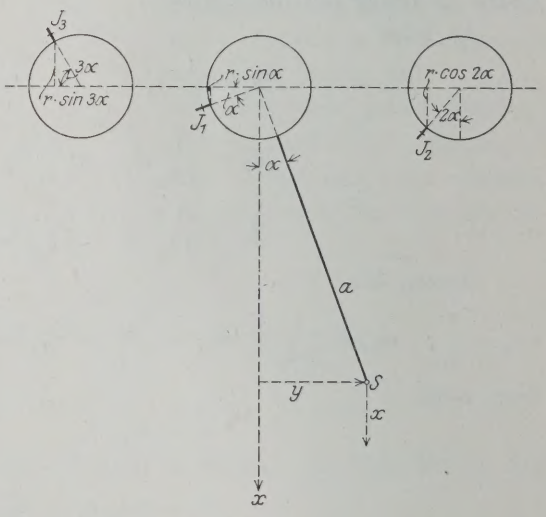


Abb. 10.

sind J_1, J_2 und J_3 Integrierrollen, die je mit einer Ablesevorrichtung verbunden sind.

Steht der Fahrarm a senkrecht zur Achse der Laufrollen, der Hauptachse [1]), dann sind auch die Achsen der Rollen J_1 und J_3 senkrecht zu ihr, während die Achse von J_2 ihr parallel ist. Bei einer Fortbewegung des Instrumentes drehen sich alle drei Kugeln proportional der Verschiebung x um eine Achse, die der Hauptachse parallel ist. Ist dabei a senkrecht zur Hauptachse, dann drehen J_1 und J_3 sich nicht, während die Drehung von J_2 proportional dem zurückgelegten Wege ist. Hat a den Ausschlag α und haben die Kugeln den Radius r, dann beschreiben die Rollen J_1 und J_3 auf den Kugeln je einen Kreis mit dem Radius $r_1 = r \cdot \sin \alpha$; $r_3 = r \cdot \sin 3\,a$, während J_2 einen Kreis mit dem Radius $r_2 = r \cdot \cos 2\,a$ beschreibt (s. Abb. 10).

[1]) In dieser Stellung kann der Fahrarm festgestellt werden.

Der Beweis ist nun einfach. Zunächst ist klar, daß die Eigenschaft 2 erfüllt ist. Um die Abwickelungsgesetze zu beweisen, verfahren wir so: Verschieben wir den Fahrstift um eine Strecke x, bei konstantem y (der Mittelpunkt der mittleren Kugel beschreibt die x-Achse), so ist $y = a \sin\alpha$ und:

$$A_1 = \text{const} \cdot x \cdot \sin\alpha \quad = k_1 \cdot xy$$
$$A_2 = \text{const} \cdot x \cdot \cos 2\alpha = \text{const} \cdot x \cdot (1 - 2 \cdot \sin^2\alpha) = k_2 (xy^2 + c_{22} x)$$
$$A_3 = \text{const} \cdot x \cdot \sin 3\alpha = \text{const} \cdot x \cdot (3 \cdot \sin\alpha - 4 \sin^3\alpha) = k_3 (xy^3 + c_{32} xy).$$

Unser Instrument ist also ein Momentenplanimeter mit

$$c_{11} = c_{21} = c_{31} = c_{33} = 0 \quad \text{und} \quad c_{22} \neq 0; \quad c_{32} \neq 0.$$

Wir wollen die Werte der Konstanten näher bestimmen. Die Radien der Laufrollen, der Scheiben S der Kugeln und der Integrierrollen J_1, J_2 und J_3 sind der Reihe nach R_0, R_1, r, $\varrho_1 = \varrho$, $\varrho_2 = \varrho$; $\varrho_3 = \frac{3}{5}\varrho$. Die Radien der senkrechten Berührungskreise der Rollen J_1, J_2 und J_3 seien r_1, r_2 und r_3. Bei einer Verschiebung des Instrumentes um x seien die Drehwinkel der Laufrollen, der Kugeln und der Integrierrollen bzw. φ, ψ, τ_1, τ_2, τ_3. Dann ist

$$x = R_0 \cdot \varphi, \quad \varphi = \frac{1}{R_0}, \quad R_1 \cdot \varphi = r \cdot \psi, \quad \psi = \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0}, \quad r_i \cdot \psi = \varrho_i \cdot \tau_i,$$

$$\tau_1 = \frac{r_1}{\varrho_1} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0}$$

$$\tau_2 = \frac{r_2}{\varrho_2} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0}$$

$$\tau_3 = \frac{r_3}{\varrho_3} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0}.$$

Für $\tau = 2\pi$ beträgt die Abwickelung 1000 Noniuseinheiten. Für $\tau = \tau_1$ beträgt die Abwickelung

$$A_1 = \frac{r_1}{\varrho_1} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0} \frac{1000}{2\pi},$$

analog für τ_2 und τ_3:

$$A_2 = \frac{r_2}{\varrho_2} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0} \frac{1000}{2\pi}$$

$$A_3 = \frac{r_3}{\varrho_3} \frac{R_1}{r} \frac{x}{R_0} \frac{1000}{2\pi}.$$

Setzen wir $r_1 = r \cdot \sin\alpha$; $r_2 = r \cdot \cos 2\alpha$; $r_3 = r \cdot \sin 3\alpha$ (s. Abb. 10) und $\frac{1}{\varrho} \frac{R_1}{R_0} \frac{1000}{2\pi} = p$ so folgt:

$$A_1 = p \sin\alpha \cdot x = \frac{p}{a} y \cdot x$$

$$A_2 = -p \cos 2\alpha \cdot x = \frac{2p}{a^2} y^2 x - p \cdot x$$

$$A_3 = \tfrac{5}{3} p \sin 3\alpha \cdot x = \frac{5p}{a} y \cdot x - \frac{20 \cdot p}{3 \cdot a^3} y^3 \cdot x.$$

Aus der zweiten Gleichung folgt für $y = 0$, daß $-p$ die Abwickelung der Rolle J_2 pro Einheit der x-Achse bedeutet bei einer Verschiebung in pos. x-Richtung, die Vor-

zeichen der Abwickelungen gelten bei einer Apparatstellung, in der die Richtung AS des Fahrarmes in die pos. x-Achse gebracht werden kann. Es folgt also:

$$k_1 = \frac{p}{a}; \quad k_2 = \frac{2p}{a^2}; \quad k_3 = -\frac{20p}{3a^3}; \quad c_{22} = -\frac{a^2}{2}; \quad c_{32} = -\frac{3}{4}a^2.$$

Unter Anwendung der Substitutionen auf Seite 7 folgt dann:

$$m_{11} = \frac{1}{k_1} = \frac{a}{p}; \quad m_{22} = \frac{1}{2k_2} = \frac{a^2}{4p}; \quad m_{21} = \frac{c_{21}}{2k_1} = 0; \quad m_{33} = \frac{1}{3k_3} = -\frac{a^3}{20p};$$

$$m_{32} = 0; \quad m_{31} = -\frac{a^3}{4p}.$$

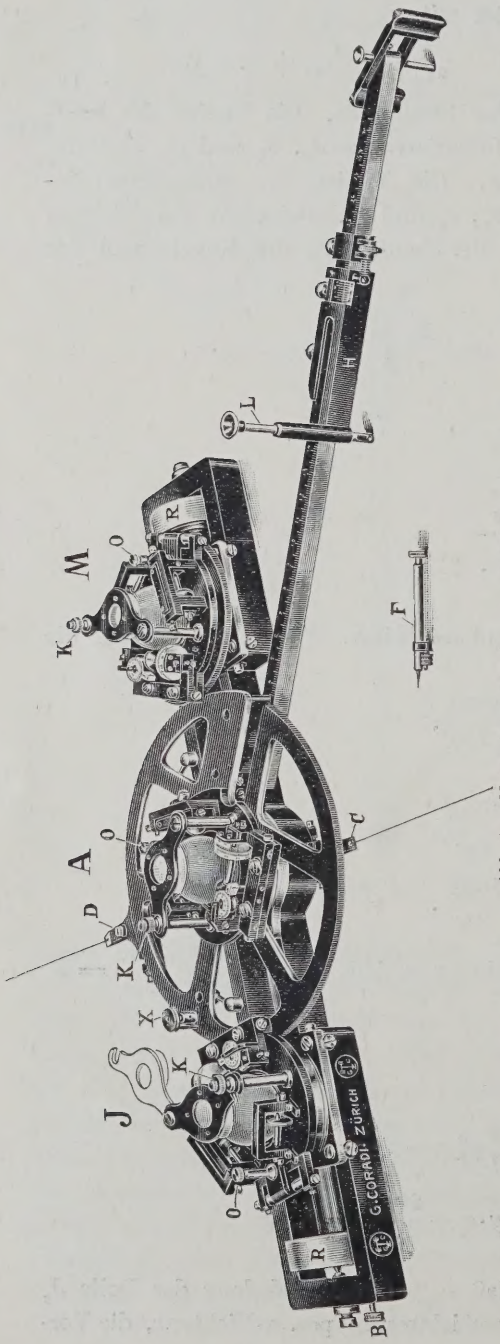


Abb. 11. Momentenplanimeter von Hele-Shaw.

Die Berechnung von M_1, M_2 und M_3 geschieht hier also nach den Gleichungen

$$M_1 = m_{11} A_1$$
$$M_2 = m_{22} A_2$$
$$M_3 = m_{33} A_3 - m_{31} A_1,$$

wo unter A_1, A_2 und A_3 Abwickelungen zu verstehen sind, die sich ergeben, wenn die Randlinie der gegebenen Figur umfahren wird. Die Firma Coradi in Zürich liefert das Momentenplanimeter von Hele Shaw mit 3 Fahrstiften I, II, III mit bzw. $a = 40$ cm, 20 cm und 10 cm und $p = 200$ cm^{-1}. Die neueste Konstruktion [1]) (Abb. 11) hat beweglichen Fahrstift. Das ganze Instrument ist so umkonstruiert, daß die Integrierkugeln jetzt größtenteils über den 3 Zahnrädern liegen. Die 3 Zahnräder laufen je in einer Kreisbahn, die fest mit dem Wagen verbunden ist. Auf diese Weise können die Kugeln durch die Mitten der Zahnräder hindurchgreifen zu den Treibscheiben $S_1 S_2 S_3$ der Abb. 9.

In Abb. 11 bedeuten A, M und J die drei Integriervorrichtungen und RR die Laufrollen, die durch eine Achse fest miteinander verbunden sind. Durch die Schraube B können die Laufrollen festgeklemmt werden, so daß ein unbeabsichtigtes Weiterfahren ausgeschlossen ist. Mit Hilfe von zwei an dem Wagen befestigten Markenstrichen D und C kann das Instrument auf eine vorgegebene Achse eingestellt werden. Der Stift X dient zum Feststellen des Fahrarms senkrecht zur Achse der Laufrollen. Die

[1]) Dieses Instrument ist Besitz des Instituts für Mathematik und Mechanik an der Bergakademie in Clausthal.

Hülse H kann mit Hilfe von einem Nonius und einer Mikrometerschraube auf bestimmte Fahrarmlängen ($a = 10,\ 20,\ 40$ cm) eingestellt werden. Die Umfahrung einer Figur geschieht mit einer Lupe L und einem in Glas eingeritzten Kreuz, das unmittelbar auf der Zeichenebene liegt oder mit einem Fahrstift F, der an Stelle der Lupe eingesetzt werden kann. Die drei Schrauben O dienen zum Hochheben der Integrierkugeln und zum Festklemmen gegen eine über den Kugeln befindliche Kappe. Dadurch werden die Achsen der Integrierrollen entlastet. Sollen die Kugeln herausgenommen werden, dann werden die drei Schrauben K gelöst und die Kappen seitwärts gedreht, wie bei J angedeutet ist.

Für die Konstanten folgt

Fahrstift	a	m_{11}	m_{22}	m_{33}	m_{31}
I	40 cm	0,2 cm^2	2 cm^3	— 16 cm^4	— 80 cm^4
II	20 cm	0,1	0,5	— 2	— 10
III	10 cm	0,05	0,125	— 0,25	— 1,25

Bemerkung über Nullgeraden.

Setzen wir A_1, A_2 und $A_3 = 0$, so folgen für die Bestimmung der Nullgeraden die Gleichungen:

$$\frac{p}{a} y = 0 \qquad y = 0$$

$$\frac{2p}{a^2} y^2 - p = 0 \qquad y = \pm \frac{a}{2} \sqrt{2}$$

$$\frac{5p}{a} y - \frac{20p}{3a^3} y^3 = 0 \qquad y = 0;\quad y = \pm \frac{a}{2} \sqrt{3}\,.$$

Die x-Achse ist Nullgerade für J_1 und J_3. Für J_2 gibt es zwei Nullgeraden, nämlich

$$y_1 = + a \sin 45^0 \quad \text{und} \quad y_2 = - a \sin 45^0.$$

J_3 hat außer der x-Achse noch die Nullgeraden

$$y_1 = a \sin 60^0 \quad \text{und} \quad y_2 = - a \sin 60^0.$$

Diese Geraden können allerdings nicht von dem Fahrstift erreicht werden, da keine Ausschläge von 60^0 möglich sind.

2. Das Momentenplanimeter von Amsler-Laffon (Abb. 12).

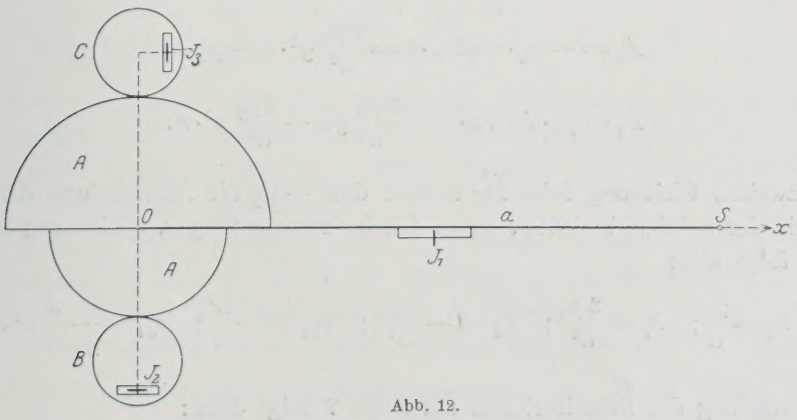


Abb. 12.

Das Instrument besteht hauptsächlich aus einer horizontal gelagerten Scheibe A (Abb. 12), die aus zwei verschieden großen Halbrädern besteht, deren Radien im Ver-

hältnis 2:3 stehen. Jedes dieser Halbräder greift je in ein kleineres Rad B und C ein, deren Radien gleich sind. Die drei verschiedenen Radien der Räder stehen im Verhältnis 1:2:3. Mit der Scheibe A ist ein Fahrarm OS fest verbunden. Der Fahrarm OS und die Scheibchen B und C tragen je eine um eine horizontale Achse drehbare Rolle J_1, J_2 und J_3, auf denen der Apparat ruht. Steht der Fahrarm senkrecht zu der Verbindungslinie der Scheibenmittelpunkte, wie in der Abb. 12, dann sind die Achsen von J_1 und J_3 dem Fahrarm parallel, während die Achse von J_2 zum Fahrarm senkrecht steht. Die Achsen der Rollen J_2 und J_3 sind an den Rädern B und C befestigt und drehen sich mit diesen. Eine geeignete Geradführung sorgt dafür, daß der Punkt 0 sich über einer Geraden, der x-Achse, bewegt. Bildet der Fahrarm a mit der x-Achse den Winkel α, so bilden die Achsen von J_2 und J_3 mit der x-Achse die Winkel $90^0 - 2\alpha$ und 3α. Der Beweis ist Wort für Wort so, wie bei dem Momentenplanimeter von Hele-Shaw. Wir wollen auch hier die Werte der Konstanten näher bestimmen. Seien $\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3$ die Radien der Integrierrollen. Bei einer Verschiebung x des Instrumentes mit konstantem α drehen sich die Integrierrollen um

$$\tau_1 = \frac{x \sin \alpha}{\varrho_1}; \quad \tau_2 = \frac{x \cos 2\alpha}{\varrho_2}; \quad \tau_3 = \frac{x \sin 3\alpha}{\varrho_3}.$$

Für $\tau_1 = 2\pi$ beträgt die Abwickelung 1000 Noniuseinheiten. Für $\tau = \tau_1$ beträgt die Abwickelung

$$\frac{x \sin \alpha}{\varrho_1} \cdot \frac{1000}{2\pi}$$

Noniuseinheiten und entsprechend für τ_2 und τ_3:

$$\frac{x \cos 2\alpha}{\varrho_2} \cdot \frac{1000}{2\pi}$$

$$\frac{x \sin 3\alpha}{\varrho_3} \cdot \frac{1000}{2\pi}.$$

Setzen wir $\frac{1000}{\varrho_i \cdot 2\pi} = p_i$ $(i = 1$ bis $3)$, so folgt:

$$A_1 = p_1 \cdot \sin \alpha \cdot x = \frac{p_1}{a} yx$$

$$A_2 = -p_2 \cdot \cos 2\alpha \cdot x = \frac{2p_2}{a^2} y^2 \cdot x - p_2 \cdot x$$

$$A_3 = p_3 \cdot \sin 3\alpha \cdot x = \frac{3p_3}{a} yx - \frac{4p_3}{a^3} y^3 \cdot x.$$

Aus der zweiten Gleichung folgt für $\alpha = 0$, daß $-p_2$ die Abwickelung der Rolle J_2 pro Einheit der x-Achse bedeutet, wenn das Instrument in pos. x-Richtung verschoben wird. Es folgt also:

$$k_1 = \frac{p_1}{a}; \quad k_2 = \frac{2p_2}{a^2}; \quad k_3 = -\frac{4p_3}{a^3}; \quad c_{22} = -\frac{a^2}{2}; \quad c_{32} = -\frac{3}{4}a^2.$$

Unter Anwendung der Substitutionen auf Seite 7 folgt dann:

$$m_{11} = \frac{a}{p_1}; \quad m_{22} = \frac{a^2}{4p_2}; \quad m_{21} = 0; \quad m_{33} = -\frac{a^3}{12p_3}; \quad m_{32} = 0; \quad m_{31} = -\frac{a^3}{4p_1}.$$

Für die Bestimmung von M_1, M_2 und M_3 gelten die Gleichungen

$$M_1 = m_{11} A_1$$
$$M_2 = m_{22} A_2$$
$$M_3 = m_{33} A_3 - m_{31} A_1 .$$

Der Konstrukteur stellt das Instrument her mit $a = 20$ und 10 cm; $p_1 = 200^{-1}$ cm; $p_2 = 166{,}667$ cm^{-1}; $p_3 = 166{,}667$ cm^{-1} (also $\varrho_2 = \frac{6}{5}\varrho_1$; $\varrho_3 = \frac{6}{5}\varrho_1$). Es folgt dann

$m_{11} = 0{,}1$ cm^2;	$m_{22} = 0{,}6$ cm^3;	$m_{33} = -4$ cm^4;	$m_{31} = -10$ cm^4;	$a = 20$ cm
0,05	0,15	$-0{,}5$	$-1{,}25$	$a = 10$ cm

Es ist ein Nachteil des Instrumentes von Amsler-Laffon, daß die Integrierrollen bei einer Fortbewegung des Instrumentes ihre Bahn nicht tangieren, wodurch Ungenauigkeiten entstehen. Bei dem Instrument von Hele-Shaw wird dieser Nachteil vermieden. Auch gewähren hier die Glaskugeln eine zuverlässigere Unterlage für die Integrierrollen, als die rauhe Papierunterlage bei dem Amslerschen Instrument.

Bemerkung über Nullgeraden.

Aus $A_1 = A_2 = A_3 = 0$ folgen dieselben Nullgeraden wie bei dem Instrument von Hele-Shaw.

III. Polare Momentenplanimeter.

Instrumente, mit denen man Integrale der Form $M_\nu = \frac{1}{2\nu}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [\varrho(\varphi)]^{2\nu} d\varphi$ bestimmen kann, wollen wir polare Momentenplanimeter nennen. Es gilt folgender Satz:

Ein Instrument mit Fahrstift und n Ablesevorrichtungen ist ein polares Momentenplanimeter, wenn es folgende Eigenschaften hat:

1. Das Instrument läßt sich in einem Polarsystem ϱ, φ so aufstellen, daß die n Ablesevorrichtungen der Reihe nach folgende Abwickelungen angeben:

$$A_1 = k_1 (\varrho^2 + c_{11})\varphi$$
$$A_2 = k_2 (\varrho^4 + c_{21}\varrho^2 + c_{22})\varphi$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A_n = k_n (\varrho^{2n} + c_{n,1}\varrho^{2n-2} + c_{n,2}\varrho^{2n-4} + \cdots + c_{n,n-1}\varrho^2 + c_{n,n})\varphi .$$

($k_\nu \neq 0$), wenn der Fahrstift S längs eines Kreisbogenstückes $\varrho \cdot \varphi$ eines Polarsystemes geführt wird, wo ϱ den Radius des Kreisbogenstückes bedeutet und φ den Drehwinkel. Die k_ν und $c_{\nu\lambda}$ sind Apparatkonstanten mit den Dimensionen $[k_\nu] = l^{-2\nu}$; $[c_{\nu\lambda}] = l^{2\lambda}$ ($\varrho > 0$; φ mit Vorzeichen).

2. Führt man den Fahrstift S längs einer Geraden durch den Mittelpunkt 0 des Polarsystems von P_1 nach P_2, so ist die Abwickelung entgegengesetzt gleich der Abwickelung von P_2 nach P_1, aber gleich der Abwickelung von P_1' nach P_2', wo P_1' und P_2' auf einer anderen Geraden durch O liegen und $OP_1 = OP_1'$; $OP_2 = OP_2'$ ist.

Bemerkung. Setzt man den Klammerausdruck von A_ν gleich Null, so erkennt man, daß die ν-te Ablesevorrichtung 2ν Nullkreise haben kann, von denen aber je zwei zusammenfallen, so daß nur ν voneinander verschiedene Nullkreise vorkommen können.

Beweis des Hauptsatzes.

In einem Polarsystem sei eine Fläche von der in Abb. 13 angegebenen Randlinie gegeben, die begrenzt ist von Kreisstücken $\varrho_i \varphi_i$, die alle 0 als Mittelpunkt haben, und Geradenstücken, die alle durch 0 gehen. Das Instrument werde nun so aufgestellt, daß die n Abwickelungsgesetze in bezug auf dieses Polarsystem gelten. Die Umfahrung wird von P_1 ausgehend im Uhrzeigersinn vorgenommen. Die Summe der Abwickelungen längs der Kreisstücke $P_i Q_i$ ist der Reihe der Ablesevorrichtung nach

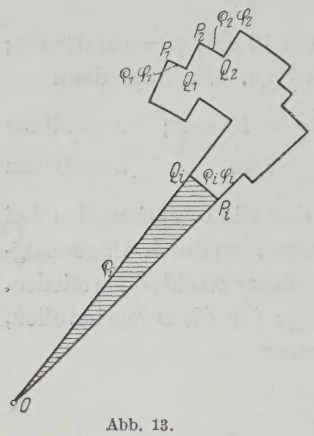


Abb. 13.

$$A_1 = k_1 \cdot \Sigma \varrho_i^2 \varphi_i + k_1 c_{11} \cdot \Sigma \varphi_i$$
$$A_2 = k_2 \cdot \Sigma \varrho_i^4 \varphi_i + k_2 c_{21} \cdot \Sigma \varrho_i^2 \varphi_i + k_2 c_{22} \cdot \Sigma \varphi_i$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$A_n = k_n \cdot \Sigma \varrho_i^{2n} \varphi_i + k_n c_{n,1} \cdot \Sigma \varrho_i^{2n-2} \varphi_i + \cdots + k_n c_{n,n} \cdot \Sigma \varphi_i .$$

Nun ist $\Sigma \varphi_i = 0$, wenn O nicht innerhalb der umfahrenen Fläche liegt. Die Summe der Abwickelungen längs der Radialstücke ist gleich Null. Wir multiplizieren die ν-te Gleichung mit $\frac{1}{2 \cdot \nu \cdot k_\nu}$ ($\nu = 1$ bis n) und setzen $M_\nu = \frac{1}{2\nu} \cdot \Sigma \varrho_i^{2\nu} \cdot \varphi_i$. Die ν-te Gleichung läßt sich dann schreiben:

$$M_\nu = \frac{A_\nu}{2 \cdot \nu \cdot k_\nu} - \frac{c_{\nu,1} \cdot (\nu - 1)}{\nu} M_{\nu-1} - \frac{c_{\nu,2} \cdot (\nu - 2)}{\nu} M_{\nu-2} - \cdots - \frac{c_{\nu,\nu-1}}{\nu} M_1 .$$

Es ist $M_1 = \frac{A_1}{2 k_1}$. Wir haben eine Rekursionsformel für M_ν ($\nu = 2$ bis n)[1]. Ist eine Fläche F mit stetig gekrümmter Randlinie gegeben, dann denken wir uns diese durch eine Randlinie der Form der Abb. 13 ersetzt, wo jetzt die Kreisstücke $P_i Q_i$ und die Radialstücke $Q_i P_{i+1}$ unendlich klein sind. Man erkennt, daß die Summen $\frac{1}{2\nu} \cdot \Sigma \varrho_i^{2\nu} \cdot \varphi_i$ übergehen in die Integrale $M_\nu = \frac{1}{2\nu} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [\varrho(\varphi)]^{2\nu} d\varphi$. Unser Instrument ist also ein polares Momentenplanimeter.

Die ersten beiden M_ν haben einen besonderen Namen. M_1 ist die umfahrene Fläche, M_2 das polare Trägheitsmoment dieser Fläche in bezug auf O. Beschränken wir uns im folgenden auf $n = 3$, dann ist:

$$M_1 = \frac{1}{2 k_1} \cdot A_1$$
$$M_2 = \frac{1}{4 k_2} \cdot A_2 - \frac{c_{21}}{4 k_1} \cdot A_1$$
$$M_3 = \frac{1}{6 k_3} \cdot A_3 - \frac{c_{31}}{6 k_2} \cdot A_2 - \frac{c_{32} - c_{21} \cdot c_{31}}{6 k_1} \cdot A_1$$
$$M_1 = m_{11} \cdot A_1$$
$$M_2 = m_{22} \cdot A_2 - m_{21} \cdot A_1$$
$$M_3 = m_{33} \cdot A_3 - m_{32} \cdot A_2 - m_{31} \cdot A_1 .$$

[1]) Man erkennt, daß alle $c_{\nu\lambda} = 0$ sein dürfen und daß dies besonders günstig ist.

Beispiel für ein polares Momentenplanimeter.

Von den beiden Laufrollen L des Momentenplanimeters von Hele-Shaw nehmen wir eine fort, verlängern die Hauptachse und befestigen diese drehbar an einem Punkte O (Abb. 14). Es ist $r = OA$ der Polarm, a der Fahrarm, der um A drehbar ist, $R_L = OL$, $R^2 = r^2 + a^2$.

Wenn wir den Polarm r um den Winkel φ drehen, bei konstantem Fahrarmausschlag α, dann ergeben sich die Abwickelungen auf Seite 9, wo für x jetzt $R_L \cdot \varphi$ zu setzen ist, also:

$$A_1 = p \cdot R_L \cdot \sin\alpha \cdot \varphi$$
$$A_2 = -p \cdot R_L \cdot \cos 2\alpha \cdot \varphi = p \cdot R_L \cdot [2\sin^2\alpha - 1] \cdot \varphi$$
$$A_3 = \tfrac{5}{3}\, p \cdot R_L \cdot \sin 3\alpha \cdot \varphi = p \cdot R_L \cdot [5\sin\alpha - \tfrac{20}{3}\sin^3\alpha] \cdot \varphi .$$

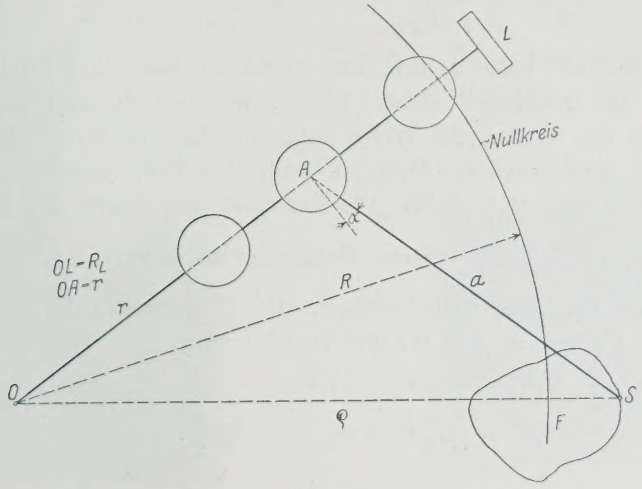


Abb. 14.

Nun ist

$$\varrho^2 = r^2 + a^2 + 2\,ar \cdot \sin\alpha = R^2 + 2\,ar \cdot \sin\alpha ,$$

$$\sin\alpha = \frac{\varrho^2 - R^2}{2\,ar}; \quad \sin^2\alpha = \frac{\varrho^4 - 2R^2\varrho^2 + R^4}{4\,a^2r^2}; \quad \sin^3\alpha = \frac{\varrho^6 - 3R^2\varrho^4 + 3R^4\varrho^2 - R^6}{8\,a^3r^3}$$

Somit wird

$$A_1 = \frac{p \cdot R_L}{2\,ar}[\varrho^2 - R^2] \cdot \varphi$$

$$A_2 = \frac{p \cdot R_L}{2\,a^2r^2}[\varrho^4 - 2R^2\varrho^2 + R^4 - 2a^2r^2] \cdot \varphi$$

$$A_3 = -\frac{5}{6}\frac{p \cdot R_L}{a^3r^3}[\varrho^6 - 3R^2\varrho^4 + (3R^4 - 3a^2r^2)\varrho^2 - R^6 + 3a^2r^2R^2] \cdot \varphi .$$

Identifizieren wir diese Abwickelungen mit denen auf Seite 13, dann folgt:

$$k_1 = \frac{p \cdot R_L}{2\,ar}; \qquad k_2 = \frac{p \cdot R_L}{2\,a^2r^2}; \qquad k_3 = -\frac{5}{6}\frac{p \cdot R_L}{a^3r^3};$$

$$c_{11} = -R^2; \qquad c_{21} = -2R^2; \qquad c_{22} = R^4 - 2a^2r^2;$$

$$c_{31} = -3R^2; \qquad c_{32} = 3R^4 - 3a^2r^2; \qquad c_{33} = -R^6 + 3a^2r^2R^2.$$

Nun ist nach Seite 14

$$M_1 = m_{11}A_1$$
$$M_2 = m_{22}A_2 - m_{21}A_1$$
$$M_3 = m_{33}A_3 - m_{32}A_2 - m_{31}A_1 ,$$

wo

$$m_{11} = \frac{1}{2\,k_1}$$

$$m_{22} = \frac{1}{4\,k_2}; \qquad m_{21} = \frac{c_{21}}{4\,k_1}$$

$$m_{33} = \frac{1}{6\,k_3}; \qquad m_{32} = \frac{c_{31}}{6\,k_2}; \qquad m_{31} = \frac{c_{32} - c_{21}\,c_{31}}{6\,k_1}.$$

Die Koeffizienten haben die Werte:

$$m_{11} = \frac{a\,r}{p \cdot R_L}; \qquad m_{22} = \frac{a^2\,r^2}{2\,p \cdot R_L}; \qquad m_{33} = -\frac{a^3\,r^3}{5\,p \cdot R_L}; \qquad m_{21} = -\frac{R^2\,a\,r}{p \cdot R_L}$$

$$m_{32} = -\frac{R^2\,a^2\,r^2}{p \cdot R_L}; \qquad m_{31} = -\frac{a^3\,r^3 + R^4\,a\,r}{p \cdot R_L}.$$

Lassen wir r unendlich groß werden, und umfahren dann eine Fläche F, dann muß M_1 wie bisher die umfahrene Fläche liefern, während M_2 und M_3 unendlich groß werden. Da nun die A_ν endliche Werte haben, dürfen alle Koeffizienten bis auf m_{11} mit r unendlich groß werden. Dies ist auch der Fall, wenn man beachtet, daß $R_L = r + AL$ und $R^2 = r^2 + a^2$ ist. Die Konstante m_{11} strebt dagegen einem Grenzwert zu. $m_{11} = \frac{a}{p}$, wie beim linearen Momentenplanimeter.

Es ist noch der Fall zu betrachten, daß O innerhalb der umfahrenen Fläche liegt. Dann ist $\sum \varphi_i = 2\,\pi$ (s. S. 14) und es wird jetzt

$$M_1 = m_{11}\,A_1 - c_{11}\,\pi,$$

$$M_2 = m_{22}\,A_2 - m_{21}\,A_1 - c_{22}\,\frac{\pi}{2},$$

$$M_3 = m_{33}\,A_3 - m_{32}\,A_2 - m_{31}\,A_1 - c_{33}\,\frac{\pi}{3}.$$

Nun ist (vgl. S. 15):

$$c_{11}\,\pi = -R^2\,\pi \qquad (R^2\,\pi = \text{Nullkreisfläche})$$

$$c_{22}\,\frac{\pi}{2} = \frac{R^4\,\pi}{2} - a^2\,r^2\,\pi$$

$$c_{33}\,\frac{\pi}{3} = -\frac{R^6\,\pi}{3} + a^2\,r^2\,R^2\,\pi.$$

Bemerkung: Für $\varrho = R$ wird $A_1 = 0$ und $A_3 = 0$.

Ein neues erdmagnetisches Universalvariometer.

Von

H. Haalck[1]) in Berlin-Steglitz.

Die Verfeinerung der erdmagnetischen Meßinstrumente brachte es mit sich, daß die Ausführung erdmagnetischer Messungen, welche als ein Hilfsmittel der praktischen Geologie früher nur zur Aufsuchung und Ausmessung magnetischer Eisenerzlager angewandt wurden, erheblich an Bedeutung gewann, indem sich ihr Aufgabenkreis auf viele Fragen der geologischen Forschung erweiterte. Im allgemeinen beschränkt man

[1]) Wissenschaftlicher Mitarbeiter d. *Exploration G. m. b. H.*

sich dabei auf relative Messungen der Vertikalintensität, da von den Komponenten der lokalen erdmagnetischen Störungen, welche durch die eine verschieden große magnetische Permeabilität besitzenden Massen des Untergrundes verursacht werden, diese für unsere Breiten in einfachster Beziehung zu den Ursachen steht. Am schnellsten und sichersten lassen sich solche Messungen mittels der Schmidtschen Feldwage[1]) ausführen. In sehr vielen Fällen ist es aber von großer Wichtigkeit, die lokalen Störungen des normalen Erdfeldes vollständig an Größe und Richtung festzustellen, statt sich auf die Messung einer einzelnen Kraftkomponente zu beschränken. Kennt man die Verteilung der störenden Kräfte an der Erdoberfläche vollständig, so besitzen die Schlüsse auf die geologischen Ursachen eine wesentlich größere Sicherheit, besonders in bezug auf Tiefe, Begrenzung und Lagerung der magnetisch störenden Massen. Es liegt infolgedessen nahe, universale Lokalvariometer für

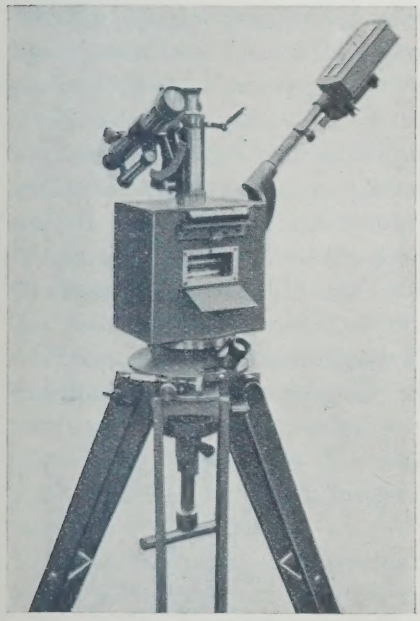


Abb. 1.

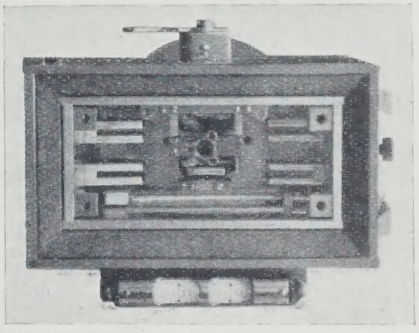


Abb. 2.

die Messung der 3 erdmagnetischen Kraftkomponenten zu konstruieren. Die älteren derartigen Universalinstrumente werden hinsichtlich der Empfindlichkeit nicht den Erfordernissen gerecht, die man heute an sie stellt, so daß es im allgemeinen bisher zweckmäßiger gewesen ist, für solche Messungen drei verschiedene Instrumente zu verwenden. Hinzu kommt, daß in den Gebieten, in welchen das kartographische Festlegen der Meßpunkte noch besondere geodätische Messungen erfordert (wie es in der Praxis meistens der Fall ist), diese noch besonders ausgeführt werden müssen. Universale Lokalvariometer, welche Schnelligkeit und Sicherheit der Messungen mit hoher Empfindlichkeit verbinden, sind daher in solchen Fällen von der größten Bedeutung, damit in kurzer Zeit ein Untersuchungsgebiet mit Meßpunkten überdeckt werden kann. Das im folgenden beschriebene Instrument, eine Modifikation der Schmidtschen Feldwage, dessen Prinzip im wesentlichen bereits kurz mitgeteilt wurde[2]), stellt einen

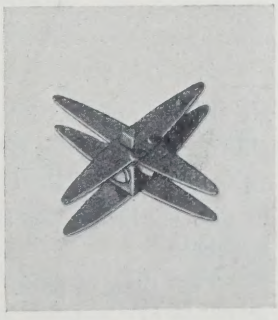


Abb. 3.

[1]) Ad. Schmidt, Ein Lokalvariometer für die Vertikalintensität; 1. u. 2. Mitteilung. *Tät.-Ber. d. Preuß. Meteorol. Inst. 1914 u. 1915.* C. Heiland und P. Duckert, *Zeitschr. f. angew. Geophysik. I. S. 289 ff. 1925.*

[2]) *Zeitschr. f. Techn. Physik, 3. S. 262 ff. 1925.*

solchen Universalapparat dar. Die ersten Modelle wurden von Herrn Zöpke nach meinen Angaben konstruiert und in der Werkstatt der Exploration G. m. b. H., Berlin, gebaut. Abb. 1 gibt eine Gesamtansicht, Abb. 2 eine Innenansicht, Abb. 3 zeigt das Wagesystem, während in Abb. 4 (Längsschnitt) und Abb. 5 (Querschnitt) eine schematische Darstellung des Instrumentes gegeben wird.

1. Beschreibung des Apparats.

Ein mit Feineinstellung (2) versehener Horizontalkreis (1), welcher mit Hilfe zweier um 180° gegeneinander gestellter Ableselupen (3) eine Ablesungsgenauigkeit von 30″ besitzt, ist mit dem Stativ verbunden. Die Drehung ist nach Lösen der Klemmschraube (4) ermöglicht, und zwar werden die Nonien und Lupen gedreht, die Kreisteilung bleibt fest; doch kann man analog wie bei einem Theodoliten mit Repetition die Kreisteilung auf dem Stativ verstellen nach Lösen der Schraube L_3. Die Nivellierung nach Aufstellung des Stativs geschieht mit Hilfe einer Dosenlibelle durch die an den unteren Schenkeln des Stativs, welche zum Einschieben und Festklemmen eingerichtet sind, befindlichen

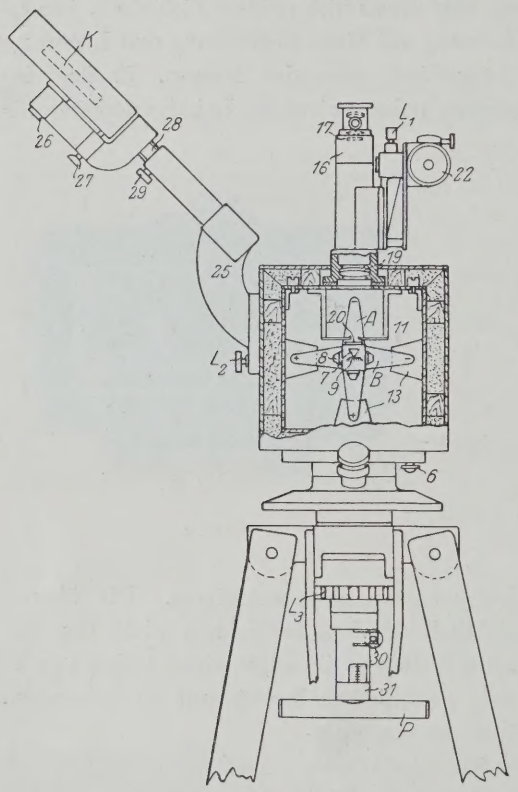


Abb. 4.

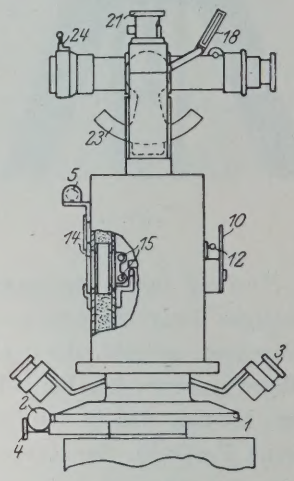


Abb. 5.

Nivellierschrauben. Zur genauen Horizontierung dient dann nach Aufsetzung des Apparats eine an der Seite des Kastens befindliche Röhrenlibelle (5), welche eine Empfindlichkeit von 30″ pro Skalenteil (2 mm) besitzt. Das Instrument wird mittels dreier Zapfen in die Bohrlöcher des Stativkopfes eingesetzt und durch die Riegel (6) festgezogen und gesichert.

In dem Gehäuse befindet sich ein Wagesystem, balancierend auf einer Quarzschneide (7), welches aus je 2 gekreuzten, vertikal (A) bzw. horizontal (B) gerichteten Magnetlamellen[1]) besteht; und zwar befindet sich der negative Pol des vertikal stehenden

[1]) Ein diagonal gestelltes Magnetsystem würde an Stelle des gekreuzten Magnetsystems dieselben Dienste leisten, ist aber nicht so vorteilhaft wie das letztere (ungünstigeres Verhältnis von Trägheitsmoment zum magnetischen Moment, außerdem erheblich geringere Dämpfungs-Möglichkeit).

Systems *A* oben, und die Massenanordnung des gesamten Wagebalkens ist derart, daß sein Schwerpunkt ein wenig seitlich unter oder über dem Unterstützungspunkt liegt, und zwar etwas nach dem negativen Pol des horizontalen Magnetsystems hin verschoben. Die Gleichgewichtslage des Wagebalkens wird dann bestimmt durch die Schwerkraft und die auf die Magnetsysteme wirkende erdmagnetische Kraft bzw. die magnetischen Zusatzkräfte.

Die Magnete bestehen aus Kobaltmagnetstahl; der würfelförmige Wagekörper, an welchem die Magnetlamellen zum Zwecke der Temperaturkompensation (vgl. S. 18) einseitig befestigt sind, und welcher die Quarzschneide trägt, besteht aus Duraluminium. Zur Abstimmung des Systems sind seitlich an dem Wagebalkenklotz Aluminiumkegel (8) angebracht, in welche kleine Schrauben aus Neusilber eingeschraubt werden können, deren Gewicht entsprechend der Abstimmung bemessen ist; an dem unter dem Wagekörper senkrecht unter der Schneide angebrachten Aluminiumkegel kann durch Einschrauben kleiner Schrauben aus Neusilber, deren Gewicht entsprechend verschieden gewählt wird, die Empfindlichkeit des Wagebalkens verändert werden. Als Lager für den Wagebalken dient ein Lagerbock mit 2 als Halbzylinder geschliffenen Quarzlagern (9), deren Längsachse senkrecht zur Schneide liegt, so daß diese punktförmig aufliegt. Zur Arretierung des Systems dient ein gebogener Arm, welcher mit 3 Spitzen in 3 Kerbschrauben auf der Unterseite des Wagekörpers eingreift und dadurch das System zwangsläufig immer auf dieselbe Stelle des Lagers aufsetzt. Die vertikale Auf- bzw. Abwärtsbewegung des Armes geschieht mit Hilfe eines Hebels (10), welcher bei arretierter Lage („fest") des Wagebalkens, in welcher der Wagebalken von den beiden Federn (11) mit leichtem Druck im Lager festgehalten wird, durch einen Klemmsicherungsknopf (12) gesichert werden kann.

Zur Dämpfung der Schwingungen des Wagebalkens dienen Kupferdämpfer (13), welche zu beiden Seiten an den Polen der Magnetlamellen in 1 mm Abstand angebracht sind. Auf der Rückseite des Gehäuses ist ein durch einen Deckel verschließbares viereckiges Fenster (14) angebracht, um den Innenraum beobachten und an den ganz im Innern unter doppeltem Glasfenster befindlichen Thermometern (15), von denen das eine von -5 bis $+50$, das andere von -15 bis $+30^0$ Celsius geteilt ist, die Temperatur des Innenraums ablesen zu können. Um das schwingende Magnetsystem gegen schnelle Temperaturänderungen zu schützen, ist das Gehäuse doppelwandig. Der Zwischenraum ist durch eine 1 cm dicke Korkschicht ausgefüllt, und es ist keine wärmeleitende Verbindung zwischen Innen- und Außenwand vorhanden. An den Punkten, die eine starre Verbindung erfordern, sind Amarantholz, bzw. Marmorstücke (beim Fernrohr) eingesetzt.

Die Kippung des Wagebalkens wird gemessen mit Hilfe eines Autokollimations-Fernrohrs (16): Im Brennpunkt des Fernrohrs ist eine kleine Strichplatte (17) angebracht, welche mittels einer über derselben um 45^0 geneigt angebrachten planparallelen Glasplatte von einem beliebig verstellbaren Beleuchtungsspiegel (18) erhellt wird. Die Skala wird mittels der Objektiv-Linse (19) durch den fest mit dem Wagebalken verbundenen, parallel zur magnetischen Achse des horizontal gerichteten Magnetsystems *B* gerichteten Spiegel (20) auf sich selbst abgebildet. Bei der Betrachtung der Skala durch das als Lupe wirkende Okular (21) erscheinen also 2 unbezifferte Skalen, eine direkt gesehene (feste) und eine reflektierte (bewegliche). Okular und Objektiv können in bekannter Weise auf die so entstehenden Bilder scharf eingestellt werden. Die Skala weist 40 Skalenteile auf und ist unbeziffert, da eine solche wegen der durch die Reflexion erfolgenden Umkehrung höchstens verwirrend wirken würde; statt dessen ist ein besonderer Strich durch einen schwarzen Punkt gekennzeichnet und bedeutet: Skalenteil 10; ein

zweiter Strich ist durch 2 schwarze Punkte gekennzeichnet und bedeutet: Skalenteil 30. Die Zählung hat man sich dann so zu denken, wie in der Abb. 6 angedeutet ist:

Man liest ab die Stellung des Mittelstrichs 20 der schwächeren (reflektierten) Skala auf der festen Skala, wobei man die Zehntel schätzt; in der Abbildung also: 20,4. Ist der Ausschlag so groß, daß der Mittelstrich der reflektierten Skala nicht mehr oder nur am Rande des Gesichtsfeldes zu sehen ist, so kann man auch den 0-, 10-, 30- oder 40-Strich als Zeiger wählen, muß dann aber entsprechend umrechnen. Der gesamte Meßbereich beläuft sich also auf 120 Skalenteile. Die Zählung ist so eingerichtet, daß eine Zunahme in der Ablesung auf der Skala auch eine Zunahme der Vertikalintensität bedeutet, wie sich mittels eines einfachen Versuches kontrollieren läßt: Man beobachtet die Änderung der Ablesung, während man dem Wagebalken senkrecht von unten her (unter dem Stativ) eine Kompaßnadel mit dem negativen Pol nach oben nähert, welches eine Verstärkung der Vertikalintensität bedeutet.

Abb. 6.

Das mit dem Autokollimations-Fernrohr abnehmbar verbundene Fernrohr (22) dient zum Anvisieren von Geländepunkten bzw. eines zweiten im Gelände messenden Apparats. Es ist mit Libelle, Fadenkreuz und einem Viertel Höhenkreis (23) versehen, um gegebenenfalls auch bei einem Nivellement oder Höhenmessung oder zum Tachymetrieren Anwendung finden zu können. Soll das Instrument nur zur Vertikal- oder Horizontalintensitäts-Messung verwendet werden, so ist das Fernrohr überflüssig und kann abgenommen werden.

An einem seitlich unter 45^0 nach oben gerichteten Träger (25) befindet sich ein Gehäuse, welches 2 Röhrenmagnete K und ein Thermometer enthält. Die Magnete sind gut (durch eine 5 mm dicke Korkschicht, ohne metallische Verbindung mit der Außenwand) gegen die Außentemperatur geschützt. Nach Zurückziehen eines Schiebers kann auf dem unter dem Glasfenster befindlichen Thermometer (Bereich von -10 bis $+45^0$ C) die Temperatur gemessen werden. Das Gehäuse ist um eine Achse (26), welche ziemlich genau durch die Mitte des Magnetsystems K geht, drehbar; durch eine Einschnappvorrichtung (27) kann es in der auf den Unterstützungspunkt des Wagebalkens gerichteten Lage festgehalten werden. Der Abstand des Magnetsystems vom Unterstützungspunkt ist mit Hilfe einer festen Skala (28), welche mittels eines Nonius abgelesen werden kann, und einer Klemmvorrichtung (29) regulierbar zu verändern. Das System K dient nur zur Horizontalintensitäts-Messung und wird während der Vertikalintensitäts-Messung abgenommen; sollen keine Horizontalintensitäts-Messungen ausgeführt werden, so läßt sich der ganze Träger (bei L_2) abnehmen.

Senkrecht unter dem Stativ befindet sich eine horizontale Hülse P, welche vertikal verschiebbar und mittels einer Schraube (30) festklemmbar ist; an einer Skala (31) kann mit Hilfe eines Nonius die Entfernung von der Mitte der Hülse, welche einen Hilfsmagneten enthält, bis zur Schneide abgelesen werden. Dieser Kompensations-Magnet P dient nur zur Änderung der Einstellung des Wagebalkens.

2. Theorie des Instruments.

Bezeichnungen:

Q = Gewicht des gesamten Wagekörpers.

G = Schwerpunkt des „

O = Unterstützungspunkt.
M_1 = Moment des vertikalen Magnetsystems $A\,A$.
M_2 = „ „ horizontalen „ $B\,B$.
M_3 = „ „ „ K.
M_4 = „ „ „ P.
γ = Winkel zwischen $G\,O = c$ und der magnetischen Achse $B\,B$ (positiv von der Achse $B\,B$ nach unten gerechnet).
α = Winkel zwischen der Horizontalen und der magnetischen Achse $B\,B$ (positiv, wenn der positive Pol des Systems $B\,B$ unter der Horizontalebene liegt).
ε = azimutaler Winkel zwischen der magnetischen Westrichtung und der Schwingungsebene (Richtung des positiven Pols von $B\,B$) (positiv im Sinne WNO).
a = Abstand der Strichplatte vom Wagebalkenspiegel.
d = lineare Breite eines Skalenteils.
n = Ablesung.
H = Horizontalintensität.
Z = Vertikalintensität.

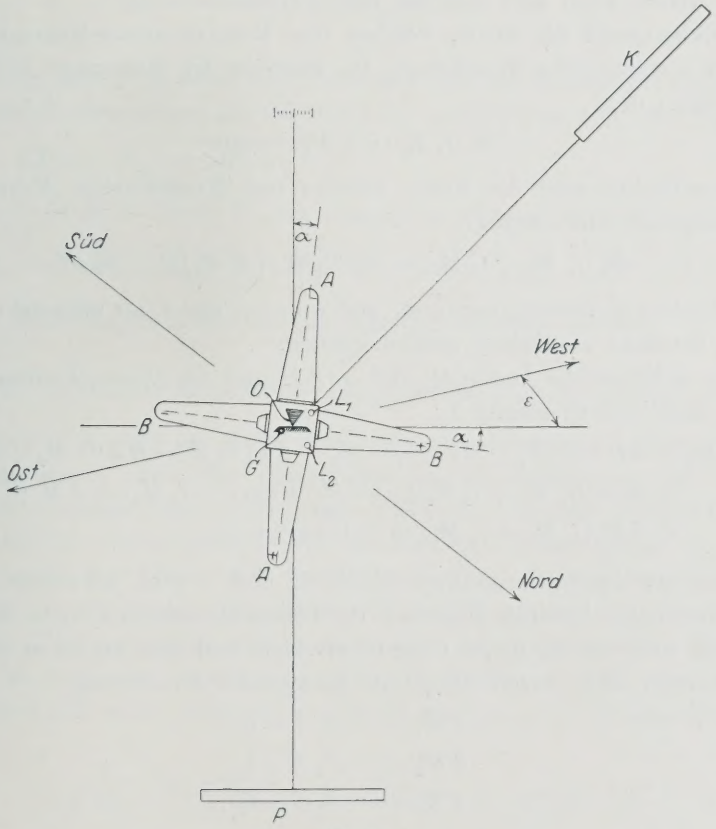


Abb. 7.

Die Richtung des positiven Pols des horizontalen Magnetsystems $B\,B$ werde als die positive Richtung der Schwingungsebene, die Visierrichtung des Fernrohrs als positive Richtung des Fernrohrs bezeichnet.

Die Drehmomente der auf den Wagebalken wirkenden Kräfte sind:

Kraft:	Drehmoment:
1. Vertikalintensität:	$+ Z (M_2 \cos\alpha - M_1 \sin\alpha)$,
2. Horizontalintensität:	$- H \sin\varepsilon (M_1 \cos\alpha + M_2 \sin\alpha)$,
3. Schwerkraft:	$- Q\, c \cos(\gamma - \alpha)$,
4. vom Magnetsystem K herrührende Kraft:	$+ M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2)$,
5. vom Kompensations-Magnet herrührende Kraft:	$+ M_4 (f_3 M_1 + f_4 M_2)$,

wo $f_1 \ldots f_4$ Konstante bedeuten, die von Entfernung und relativer Lage der betr. Magnetsysteme abhängen.

Die Gleichgewichtsbedingung für den Wagebalken ist dann:

$$\left.\begin{aligned} Z (M_2 \cos\alpha - M_1 \sin\alpha) - H \sin\varepsilon (M_1 \cos\alpha + M_2 \sin\alpha) - Q\, c \cos(\gamma - \alpha) \\ + M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) + M_4 (f_3 M_1 + f_4 M_2) = 0. \end{aligned}\right\} \quad 1)$$

Befindet sich der Wagebalken im Gleichgewicht, wenn das horizontale Magnetsystem $B\,B$ genau horizontal gerichtet ist, so sei die Ablesung $n = n_0$ (wobei n_0, vgl. S. 21, experimentell ermittelt wird). Diese Lage werde als die Nullage bezeichnet.

Für die weiteren Ableitungen können folgende Vereinfachungen vorgenommen werden: Wir beschränken uns in den theoretischen Ableitungen auf die Berücksichtigung der Größen, welche klein sind von der ersten Größenordnung[1]).

Das Drehmoment der Kraft, welches vom Kompensations-Magneten P herrührt, läßt sich mit hinreichender Annäherung als während der Messungen vollkommen konstant betrachten; d. h.

$$M_4 (f_3 M_1 + f_4 M_2) = \text{const.}$$

Für das Drehmoment der Kraft, welches vom Magnetsystem K herrührt, setzen wir mit genügender Annäherung:

$$M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) = M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2)(1 - m \cdot \alpha),$$

wo m eine absolute Konstante bedeutet, und wobei f_1 und f_2 als während der Messungen vollkommen konstant angesehen werden können.

Für die differentielle Änderung von $\alpha\, \varepsilon\, Z\, H$ und der Apparatkonstanten $M_1\, M_2\, M_3$ und c folgt dann aus Gleichung 1):

$$\begin{aligned} &d Z\, M_2 - d H \sin\varepsilon\, M_1 - d\varepsilon\, H \cos\varepsilon\, M_1 - d\alpha \{M_1 Z + H \sin\varepsilon\, M_2 + Q\, c \sin\gamma \\ &+ m M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2)\} - d M_1 (H \sin\varepsilon - f_1 M_3) + d M_2 (Z + f_2 M_3) \\ &+ d M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) - d c\, Q \cos\gamma = 0. \end{aligned}$$

Die Änderung der Apparatkonstanten $M_1\, M_2\, M_3$ und c wird normalerweise durch die Temperaturänderungen bewirkt. Innerhalb der Temperaturschwankungen, welche während der Messungen vorkommen, bleibt diese relativ klein und kann als linear vor sich gehend betrachtet werden. Wir setzen daher mit genügender Annäherung:

$$\begin{aligned} d M_1 &= - \beta_1 (t - t_0), \\ d M_2 &= - \beta_2 (t - t_0), \\ d M_3 &= - \beta_3 (t - t_0), \end{aligned}$$

[1]) Das ist allgemein eine genügende Annäherung; da aber bei sehr großen Ausschlägen der Einfluß der zweiten Potenz von α noch merkbar werden kann, so müssen diese vermieden werden was ohne weiteres dadurch möglich ist, daß man für die Vertikalintensität den Kompensationsmagneten P verstellt und den Einfluß dieser Verstellung experimentell ermittelt und für die Horizontalintensität entsprechend das Magnetsystem K verstellt. Aus diesem Grunde ist das Instrument auch bei ganz starken erdmagnetischen Störungen (wie z. B. bei Magnetitlagern) zu verwenden, ohne daß die Empfindlichkeit herabgesetzt zu werden braucht.

Die Befestigungsart der Magnetlamellen ist so gewählt, daß der Temperatureinfluß auf das Drehmoment der Schwerkraft ein möglichst großer wird im Sinne einer Verkleinerung: Die Lamellen, deren Gesamtgewicht mit Q' bezeichnet werde, sind einseitig auf der dem Schwerpunkt G entgegengesetzt befindlichen Seite vom Unterstützungspunkt O befestigt, und zwar so, daß die eine Befestigungsschraube L_1 oberhalb, die zweite Befestigungsschraube L_2 um dasselbe Stück unterhalb des Unterstützungspunktes liegt; der Abstand der Linie $L_1 L_2$ von O sei l, σ der Ausdehnungskoeffizient des Materials des Wagekörpers. Infolge der Erwärmung wird der Arm, an dem das Gewicht Q' angreift, größer um das Stück $\sigma l (t - t_0)$; das gesamte Drehmoment der Schwerkraft wird also kleiner. Da wegen der Art der Befestigung sich der Winkel γ nur unwesentlich ändert, so kann man angenähert setzen:

$$d c Q \cos\gamma = - Q' \sigma l (t - t_0) = - \beta_4 (t - t_0).$$

Damit sind nur die wesentlichen Faktoren des Temperatureinflusses berücksichtigt; streng genommen erstreckt sich der Temperatureinfluß noch auf weitere Glieder.

Setzen wir ferner

$$d\alpha = \frac{(n - n_0) d}{2 a}$$

ein (wo a streng genommen nicht die Entfernung zwischen Strichplatte und Wagebalkenspiegel, sondern die Brennweite der Objektivlinse bedeutet), so wird die obige Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} & d Z M_2 - d H \sin\varepsilon M_1 - d\varepsilon H \cos\varepsilon M_1 \\ & - (n - n_0) \frac{d}{2 a} \{ Z M_1 + H \sin\varepsilon M_2 + Q c \sin\gamma + m M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) \} \\ & - \{ \beta_1 (f_1 M_3 - H \sin\varepsilon) + \beta_2 (Z + f_2 M_3) + \beta_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) - \beta_4 \} (t - t_0) = 0. \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Alle weiteren Beziehungen lassen sich aus dieser Gleichung ableiten.

a) Vertikalintensitäts- und Deklinationsmessungen.

Das Magnetsystem K wird bei diesen Messungen abgenommen, so daß also M_3 und β_3 gleich Null zu setzen sind. Der Wagebalken sei so abgestimmt, daß im Falle der Nullage des Wagebalkens ε gleich oder nahezu Null wird. Um dieses für ein Untersuchungsgebiet mit erheblich abweichendem Wert der absoluten Vertikalintensität zu erreichen, ist senkrecht unter dem Stativ der vertikal verstellbare Kompensationsmagnet P angebracht, wodurch ein kleines magnetisches Zusatzfeld erzeugt wird, mit Hilfe dessen die gewünschte Wirkung erzielt wird, und welches dann während der Dauer der Messungen (mit hinreichender Annäherung) konstant bleibt, so daß die zeitlichen oder örtlichen Variationen nicht dadurch beeinflußt werden. Die Gleichgewichtsbedingung wird dann:

$$d Z M_2 - d\varepsilon H M_1 - \frac{(n - n_0) d}{2 a} \{ Z M_1 + Q c \sin\gamma \} - \{ \beta_2 Z - \beta_4 \} (t - t_0) = 0;$$

auf andere Form gebracht:

$$\left.\begin{aligned} & \text{a) } d\varepsilon = 0, \text{ d. h. } \varepsilon = \text{const. Ablesung } n: \\ & \qquad d Z = (n - n_0) \varkappa_1 + \mu_1 (t - t_0), \\ & \text{b) Ablesung: } n = n_0 \\ & \qquad d Z = k \cdot d\varepsilon + \mu_1 (t - t_0), \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

wobei gesetzt ist:

$$\varkappa_1 = \frac{d}{2a}\frac{Z M_1 + Q c \sin\gamma}{M_2},$$

$$k = 0{,}000291\,\frac{M_1}{M_2} H,$$

$$\mu_1 = \frac{\beta_2 Z - \beta_4}{M_2}$$

und $d\varepsilon$ in Bogenminuten ausgedrückt ist.

Man kann also die Änderung der Vertikalintensität auf zweierlei Weise messen: Einmal durch Messung der Neigung des Wagebalkens, wenn die Schwingungsebene des Wagebalkens stets den gleichen Winkel mit dem magnetischen Meridian bildet (d. h. $\varepsilon = \text{const.}$), zweitens durch die Messung des Winkels zwischen Richtung des magnetischen Meridians und des Wagebalkens im Falle der Nullage (d. h. $n = n_0$). Die Kenntnis des Winkels ε, d. h. die Richtung des magnetischen Meridians, ist also in jedem Falle erforderlich. Das wird dadurch sehr einfach, daß nach Gleichung 1) in 2 symmetrisch zum Meridian liegenden Stellungen der Schwingungsebene die auf den Wagebalken wirkenden Kraftmomente genau die gleichen sind (für ε und $180 - \varepsilon$), also dieselbe Ablesung im Ablesefernrohr verursachen. Beobachtet man also die Nullage des Wagebalkens und dreht das Instrument um 180^0 und nach Entarretierung des Wagebalkens mit Hilfe der Feineinstellung noch so weit, bis die beiden Skalen wieder die Nullage einnehmen, was natürlich mit großer Schärfe bestimmt werden kann, so hat man damit die symmetrisch zum Meridian liegende Stellung der Schwingungsebene. Bedeutet A_1 die Ablesung mit Lupe 1 auf dem Horizontalkreis bei der ersten Lage (positiver Pol des horizontalen Magnetsystems $B\,B$, d. i. Schraube L_2, nach Westen), A_2 diejenige mit Lupe 2 bei der zweiten Lage (d. i. positiver Pol des horizontalen Magnetsystems $B\,B$ nach Osten), so fällt bei der Ablesung $90 + \frac{A_1 + A_2}{2}$ die Schwingungsebene mit der Richtung des Meridians zusammen (der positive Pol des horizontalen Magnetsystems, d. i. Schraube L_2, zeigt in diesem Falle nach Norden), und es ist:

$$\varepsilon = \frac{A_1 - A_2}{2}.$$

Dabei bedeutet Lupe 1 die Ableselupe, welche sich im Süden befindet, wenn die Schraube L_2 nach Westen zeigt, und wobei die Ableselupe 2 sich genau diametral gegenüber befindet. Liegt der Nullpunkt des Horizontalkreises zwischen den Ablesungen A_1 und A_2, so ist der Betrag 180^0 zu $\frac{A_1 - A_2}{2}$ hinzuzufügen. (Für sehr genaue Ablesungen kann man natürlich jedesmal auf beiden Lupen ablesen.) ε ist also positiv, wenn der Winkel zwischen den beiden Richtungen der Schraube L_2 sich nach Norden öffnet, im anderen Falle negativ. Auf diese Weise ist außer der Änderung der Vertikalintensität auch die Richtung des magnetischen Meridians jedesmal mitbestimmt.

Praktisch geht man bei den Messungen am zweckmäßigsten so vor, daß man zunächst ungefähr auf die Nullage einstellt und A_1 bzw. A_2 abliest (unverbesserter Wert), dann etwa bei gleicher Stellung der Schwingungsebene 4—8 Ablesungen im Autokollimationsfernrohr macht, indem man nach jeder Ablesung wieder arretiert und entarretiert. Das Mittel aus den Ablesungen sei n. Um nun den verbesserten Wert von A_1 bzw. A_2 zu erhalten, muß man den Betrag $\frac{(n - n_0)\varkappa_1}{k}$ (in Minuten gerechnet)

zu A_1 zufügen, bzw. von A_2 abziehen. Wählt man, was bei sehr kleinen Ausschlägen in erster Linie zu empfehlen ist, $A_2 = A_1 = A$, d. h., dreht man die Schwingungsebene um genau 180^0, so folgt daraus:

verbesserte 1. Ablesung:

$$A_1 = A + (n_W - n_0)\frac{\varkappa_1}{k},$$

verbesserte 2. Ablesung:

$$A_2 = A - (n_E - n_0)\frac{\varkappa_1}{k},$$

$$\varepsilon = (n_W + n_E - 2\,n_0)\frac{\varkappa_1}{2\,k},$$

$$d\,Z = (n_W + n_E - 2\,n_0)\frac{\varkappa_1}{2} + \mu_1\,(t - t_0). \qquad 3\,a)$$

Die Schwingungsebene, d. h. also der positive Pol des horizontalen Magnetsystems (oder die Schraube L_2), ist dann nach Norden gerichtet, wenn die Ablesung auf Lupe 1 gleich $A + 90 + (n_W - n_0)\frac{\varkappa_1}{2\,k}$ ist.

Das Fernrohr, welches um eine horizontale, etwa senkrecht zur Wagebalkenachse stehende Achse drehbar ist, dient jetzt dazu, durch Anvisieren des zweiten im Gelände messenden Apparats, den Deklinationsunterschied zwischen diesen beiden Apparaten festzustellen. Beide Punkte visieren sich gleichzeitig an, und zwar den Punkt (24); in diesem Fall fallen die optischen Achsen der beiden Fernrohre in dieselbe Ebene. Es bedeuten bei Apparat I:

A_1 = Ablesung bei Nonius 1, wenn die positive Richtung der Schwingungsebene nach magnetisch Nord gerichtet ist,

$A_1 + \nu$ = „ „ „ 1, wenn die positive Richtung des Fernrohrs nach magnetisch Nord gerichtet ist,

A_2 = „ „ „ 1, wenn die positive Richtung des Fernrohrs nach Apparat II gerichtet ist.

Die entsprechenden Größen bei Apparat II seien bezeichnet mit A_1' bzw. $A_1' + \nu'$ bzw. A_2'. ν und ν' sollen bei exaktem Bau des Instruments 90^0 betragen, was in Wirklichkeit natürlich nicht genau erreicht werden kann. Der Abb. 8 nach ist, wenn Punkt II im Osten von Punkt I liegt:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= A_2 - (A_1 + \nu),\\ \alpha_2 &= A_1' + \nu' - A_2',\\ \delta &= \alpha_1 + \alpha_2 - 180, \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Liegt Punkt II im Westen von Punkt I, so ist:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 &= A_1 + \nu - A_2,\\ \alpha_2 &= A_2' - (A_1' + \nu'),\\ \delta &= 180 - (\alpha_1 + \alpha_2). \end{aligned}\right\}$$

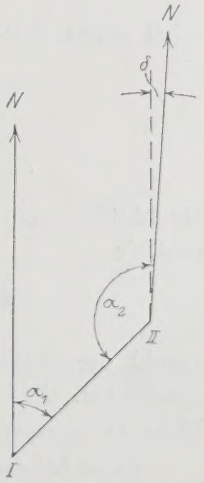


Abb. 8.

Dabei sind α_1 und α_2 stets positiv. δ stellt also die Abweichung des magnetischen Meridians in Punkt II gegen denjenigen in Punkt I dar, und ist negativ nach Westen, positiv nach Osten gerechnet. Die Apparatkonstanten ν und ν' sind einfach durch Vergleich mit einem Magnettheodoliten zu ermitteln. Die Temperatureinflüsse fallen bei den Deklinationsmessungen vollkommen heraus.

b) Horizontalintensitätsmessungen.

Um anschließend das Instrument als Variometer für die Horizontalintensität anzuwenden, ist es nötig, daß bei den Messungen die Horizontalintensität möglichst vollständig auf den Wagebalken zur Wirksamkeit gelangt. Das wird dadurch erreicht, daß mittels des aufsetzbaren Magnetsystems K ein konstantes magnetisches Zusatzfeld erzeugt wird, von einer solchen Größe, daß der Wagebalken sich ungefähr in der Nullage befindet, wenn Schwingungsebene und magnetische Meridianebene zusammenfallen, also bei der Ablesung $\frac{A_1 + A_2}{2}$. Gleichung 2) wird in diesem Falle unter Benutzung von 3):

1. für $\varepsilon = 90^0$, d. h., wenn der positive Pol des horizontalen Magnetsystems $B\,B$ nach Norden zeigt:

$$\left.\begin{aligned} dH &= \frac{M_2}{M_1} k\, d\varepsilon - (n - n_0)\varkappa_2 + \left(\mu_1 \frac{M_2}{M_1} - \mu_2\right)(t - t_0) \\ \text{oder} \\ dH &= \frac{M_2}{M_1} dZ - (n - n_0)\varkappa_2 - \mu_2 (t - t_0), \\ \text{wobei gesetzt ist:} \\ \varkappa_2 &= \frac{d}{2a} \cdot \frac{Z M_1 + H M_2 + Q c \sin\gamma + m M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2)}{M_1}, \\ \mu_2 &= \frac{\beta_1 (f_1 M_3 - H) + \beta_2 (Z + f_2 M_3) + \beta_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) - \beta_4}{M_1}. \end{aligned}\right\} \quad 5\,a)$$

2. für $\varepsilon = -90^0$, d. h., wenn der positive Pol des horizontalen Magnetsystems $B\,B$ nach Süden zeigt, nach Umkehrung des Zusatzfeldes K (durch Drehung des Magnetsystems um die Achse (26) um 180^0):

$$\left.\begin{aligned} dH &= -\frac{M_2}{M_1} k\, d\varepsilon + (n - n_0)\varkappa_3 + \left(\mu_3 - \frac{M_2}{M_1}\mu_1\right)(t - t_0) \\ \text{oder} \\ dH &= -\frac{M_2}{M_1} dZ + (n - n_0)\varkappa_3 + \mu_3 (t - t_0), \\ \text{wobei gesetzt ist:} \\ \varkappa_3 &= \frac{d}{2a} \frac{Z M_1 - H M_2 + Q c \sin\gamma - m M_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2)}{M_1}, \\ \mu_3 &= \frac{\beta_1 (H - f_1 M_3) + \beta_2 (Z - f_2 M_3) - \beta_3 (f_1 M_1 + f_2 M_2) - \beta_4}{M_1}. \end{aligned}\right\} \quad 5\,b)$$

Die Addition von 5a) und 5b) ergibt (wobei die Ablesungen mit n_N bzw. n_S bezeichnet werden):

$$dH = \frac{\varkappa_3}{2}\left\{n_S - n_0 - (n_N - n_0)\frac{\varkappa_2}{\varkappa_3}\right\} + \frac{\mu_3 - \mu_2}{2}(t - t_0). \qquad 5\,c)$$

Sowohl der Skalenwert als auch der Temperaturkoeffizient ist für die beiden Lagen verschieden. Für die Temperatur t genügt es im allgemeinen, den Mittelwert aus sämtlichen Temperaturablesungen zu nehmen.

Es ist bei der Horizontalintensitätsmessung möglich, die Messungen so auszuführen, daß stets die Nullage beobachtet wird, dadurch, daß man die Entfernung des Kompensationsmagneten P oder des Magnetsystems K variiert, wobei zweckmäßigerweise eine Feineinstellung angebracht wird. Dieses Verfahren hätte den Vorzug, daß das Meß-

verfahren einer Nullmethode entspricht, bei welcher alle Teile des Instruments relativ zueinander dieselbe Lage besitzen. Eine andere mögliche Nullmethode, die Änderung der Horizontalintensität durch Drehung der Schwingungsebene zu messen, erscheint nicht als zweckmäßig.

3. Die Bestimmung der Apparatkonstanten.

a) Kontrollgleichungen und Schwingungsdauer des Wagebalkens.

Praktisch ermittelt man die Skalenwerte $k\,\varkappa_1\,\varkappa_2\,\varkappa_3$ naturgemäß auf experimentellem Wege und die Temperaturkoeffizienten $\mu_1\,\mu_2\,\mu_3$ empirisch aus längeren Beobachtungsreihen mit langsam sich ändernder Temperatur.

Zunächst ergeben sich aus den Gleichungen 3) und 5) sehr wichtige Beziehungen, die sich als Kontrolle verwenden lassen:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_3 + \varkappa_2 &= 2\,\frac{M_2}{M_1}\,\varkappa_1, \\ \mu_3 + \mu_2 &= 2\,\frac{M_2}{M_1}\,\mu_1. \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

Die Periode T der ungedämpften Schwingung des Wagebalkens ergibt sich aus der Formel:

$$T = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{\vartheta}},$$

wo $\mathfrak{M}$ das Trägheitsmoment, ϑ die Direktionskraft bedeuten. Die Direktionskraft ϑ ergibt sich nach Gleichung 1) ff. für kleines α:

$$\vartheta = Z\,M_1 + H \sin\varepsilon\,M_2 + Q\,c \sin\gamma + m\,M_3\,(f_1\,M_1 + f_2\,M_2).$$

Dauraus folgt, daß die Periode T in den 3 Lagen der Schwingungsebene: $\varepsilon = 0$ bzw. $\varepsilon = 90^0$ und $\varepsilon = -90^0$ eine verschiedene ist, und zwar ist:

a) positiver Pol des horizontalen Magnetsystems nach Osten oder Westen:

$$T_1 = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{d}{2\,a}\cdot\frac{\mathfrak{M}}{\varkappa_1\,M_2}},$$

b) nach Norden:

$$T_2 = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{d}{2\,a}\cdot\frac{\mathfrak{M}}{\varkappa_2\,M_1}},$$

c) nach Süden:

$$T_3 = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{d}{2\,a}\cdot\frac{\mathfrak{M}}{\varkappa_3\,M_1}}.$$

Die Schwingungsperiode verhält sich also in den 3 Lagen:

$$\left.\begin{aligned} T_2 &= T_1\,\sqrt{\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}\,\frac{M_2}{M_1}}, \\ T_3 &= T_1\,\sqrt{\frac{\varkappa_1\,M_2}{\varkappa_3\,M_1}} = T_2\,\sqrt{\frac{\varkappa_2}{\varkappa_3}}. \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

Damit haben wir aus der Messung der Schwingungsdauer eine weitere Möglichkeit, die Skalenwerte in den 3 Lagen relativ zueinander zu kontrollieren.

b) Bestimmung der Skalenwerte.

Der Skalenwert k ist für jedes Untersuchungsgebiet gegeben, wenn das Verhältnis der Momente $\frac{M_1}{M_2}$ bekannt ist, und für H der absolute Wert (abgerundet) der Horizontal-

intensität in dem betr. Untersuchungsgebiet eingesetzt wird. Dann ergibt sich $\varkappa_1$ aus der Beobachtung des Ausschlages, wenn man die Schwingungsebene um den kleinen Winkel ν aus der Lage, in welcher das Wagesystem sich in der Nullage befindet, herausdreht. Nach Gleichung 3) folgt:

$$\varkappa_1 = \frac{k\,\nu}{n - n_0}. \qquad 8)$$

Die experimentelle Bestimmung der Skalenwerte kann dadurch erfolgen, daß man die Ablenkung beobachtet, welche ein Magnetstab von bekanntem Moment in gegebener Entfernung und Lage verursacht. Um aber ein absolutes Maß zu haben, welches frei von der Kenntnis des Moments des Ablenkungsmagneten ist, ist es zweckmäßiger, die durch einen Stromkreis von bekannten Dimensionen verursachte Ablenkung zu beobachten.

Die Eichvorrichtung (Abb. 8) besteht aus einem Eichkasten, mit Amperemeter (0—120 Milliampere), Trockenbatterie (etwa 3 Volt) und Regulierwiderstand, und einem Eichrahmen, das ist ein leichter, kreisrunder Holzrahmen von $2r = 40$ cm Durchmesser und 20 cm Breite, an dessen beiden Enden je 2 Windungen Leitungsdraht herumführen. Ein durch diese $n = 4$ Windungen fließender Strom ruft in der Mitte des Rahmens ein annähernd homogenes magnetisches Feld hervor. Ist die Stromstärke i, so ist die im Mittelpunkt des Eichrahmens erregte Feldstärke $n \frac{16\,\pi\,i}{5\,r\,\sqrt{5}}$ in c. g. s. Nehmen wir i in Milliampere, so ist die Feldstärke in γ-Einheiten $= 9\,i$.

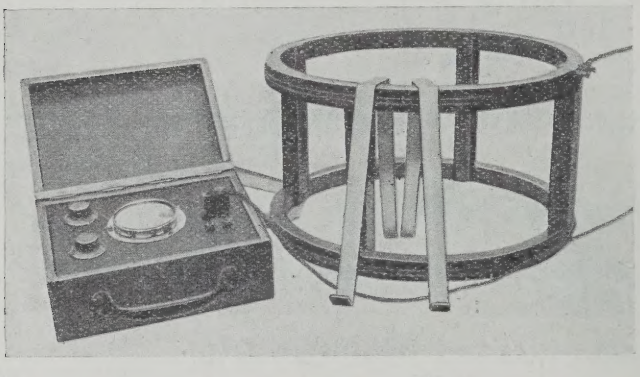


Abb. 9.

Wird der Eichrahmen auf die Feldwage so horizontal aufgesetzt daß der Wagebalken sich in seiner Mitte befindet, so beträgt der Skalenwert $\varkappa_1$ (bzw. k), wenn ohne Strom sich der Wagebalken in der Nullage befindet und n die Ablesung mit Strom bzw. die Verdrehung der Schwingungsebene bedeuten:

$$\varkappa_1 = \frac{9_i}{n - n_0}, \qquad k = \frac{9_i}{\nu}. \qquad 9)$$

Ganz entsprechend wie für $\varkappa_1$ ist die Eichungsformel zur Bestimmung von $\varkappa_2$ und $\varkappa_3$; nur ist in diesem Falle der Eichrahmen so auf den in der entsprechenden Stellung befindlichen Apparat aufzusetzen, daß die Richtung des erzeugten elektromagnetischen Feldes mit der Richtung der horizontalen Komponente des Erdfeldes zusammenfällt, welches mit Hilfe entsprechend geformter Aluminiumbügel geschieht.

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_2 &= \frac{9_i}{n_0 - n}, \\ \varkappa_3 &= \frac{9_i}{n - n_0}. \end{aligned}\right\} \qquad 10)$$

Ein anderer Weg, um die Skalenwerte $\varkappa_2$ und $\varkappa_3$ zu ermitteln, ist der, daß man in den beiden betreffenden Lagen die Schwingungsebene aus der Ebene des magnetischen

Meridians herausdreht, und den Winkel ν und die Größe des Ausschlages beobachtet. Dann ist $dH = H - H\cos\nu$, und nach Gleichung (5) folgt für $t = t_0$:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa_2 &= \frac{H(1-\cos\nu)}{n_0 - n}, \\ \varkappa_3 &= \frac{H(1-\cos\nu)}{n - n_0}. \end{aligned}\right\} \qquad 11)$$

Zunächst ist noch die Ablesung in der Nullage des Wagebalkens, d. h. n_0, festzustellen. In diesem Falle soll das horizontale Magnetsystem BB genau horizontal gerichtet sein; bei absolut genauem Bau des Instruments müßte dann die reflektierte mit der festem Skala koinzidieren, die Ablesung also 20 sein. Das ist natürlich nicht vollständig zu erreichen. Die wirkliche Nullstellung n_0 ergibt sich ganz einfach auf folgende Weise (ein genauer Wert ist nicht erforderlich): Man ändert in der beschriebenen Weise die Entfernung des Magnetsystems K so lange, bis die Ablesung im Autokollimationsfernrohr in der Nordlage dieselbe ist wie diejenige in der Südlage. Da n_0 von der Temperatur abhängt, so bestimmt man n_0 am besten für eine mittlere Temperatur.

Es ergibt sich für Apparat I: $n_0 = 20$.
Es ergibt sich für Apparat II: $n_0 = 15$.

Das Ergebnis der Eichungen war folgendes:

a) mittels des Eichapparats nach Gleichung 9) und 10):

Apparat I:	Apparat II:
$\varkappa_1 = 31{,}0 \pm 0{,}06$	$\varkappa_1 = 32{,}1 \pm 1{,}1$
$\varkappa_2 = 45{,}0 \pm 1{,}8$	$\varkappa_2 = 46{,}2 \pm 2{,}0$
$\varkappa_3 = 18{,}3 \pm 1{,}5$	$\varkappa_3 = 24{,}0 \pm 1{,}0$

Gemessen wurden die Ausschläge nach beiden Seiten mittels der Stromstärken $i = 10{,}20 \ldots$ 80 Milliampere und nach Umkehrung der Stromrichtung. Damit ergab sich nach Gleichung 8):

$$k = 5{,}1 \pm 0{,}2, \qquad k = 4{,}95 \pm 0{,}18$$

und nach dem Ausdruck für k (S. 24):

$$\frac{M_1}{M_2} = 0{,}93 \pm 0{,}04, \qquad \frac{M_1}{M_2} = 0{,}92 \pm 0{,}03.$$

b) mittels Verdrehung der Schwingungsebene nach Gleichung 11):

$$\varkappa_2 = 44{,}0 \pm 0{,}8, \qquad \varkappa_2 = 46{,}6 \pm 0{,}6,$$
$$\varkappa_3 = 19{,}0 \pm 0{,}6, \qquad \varkappa_3 = 23{,}3 \pm 0{,}3.$$

Kontrolle nach Gleichung 6):

$$\varkappa_3 + \varkappa_2 = 63{,}0 = 2\frac{M_2}{M_1}\varkappa_1 = 66{,}6, \qquad \varkappa_2 + \varkappa_3 = 70 = 2\frac{M_2}{M_1}\varkappa_1 = 70.$$

Die Eichungen ergaben, daß die Skalenwerte sich im ganzen Bereich der Skala als sehr nahe konstant erwiesen.

Für die Schwingungsdauer in den 3 Lagen ergibt sich:

Apparat I:	Apparat II:
$T_1 = 5{,}16^s$	$4{,}9^s$
$T_2 = 4{,}5^s$	$4{,}2^s$
$T_3 = 6{,}8^s$	$6{,}2^s$

Kontrolle nach Gleichung 7):

$$T_2 = 4{,}5 = T_1 \sqrt{\frac{\varkappa_1 M_2}{\varkappa_2 M_1}} = 4{,}5, \qquad T_2 = 4{,}2 = T_1 \sqrt{\frac{\varkappa_1 M_2}{\varkappa_2 M_1}} = 4{,}25,$$

$$T_3 = 6{,}8 = T_1 \sqrt{\frac{\varkappa_1 M_2}{\varkappa_3 M_1}} = 6{,}7, \qquad T_3 = 6{,}2 = T_1 \sqrt{\frac{\varkappa_1 M_2}{\varkappa_3 M_1}} = 5{,}9,$$

$$= T_2 \sqrt{\frac{\varkappa_2}{\varkappa_3}} = 7{,}1, \qquad = T_2 \sqrt{\frac{\varkappa_2}{\varkappa_3}} = 5{,}8.$$

Die Kontrolle der Skalenwerte aus der Beobachtung der Schwingungsdauer ist natürlich nur sehr roh, zumal es sich in Wirklichkeit um stark gedämpfte Schwingungen handelt.

Die Stärke der Dämpfung ist derart, daß vom Moment des Aufsetzens der Schneide bei der Entarretierung bis zur vollständigen Beruhigung etwa 8—14 Sekunden verstreichen.

c) Bestimmung der Temperaturkoeffizienten.

Am zweckmäßigsten geschieht die Bestimmung in der Weise, daß die Apparate in einem eisenfreien heizbaren Raum aufgestellt werden, in welchem die Temperatur während einer Beobachtungsreihe allmählich ansteigt und wieder sinkt. Nach Gleichung 3a) und 5) ist dann ($dZ = 0$, $dH = 0$):

$$\mu_1 = \frac{a}{t_0 - t}, \quad \text{wo} \quad a = (n_W + n_E - 2\,n_0)\frac{\varkappa_1}{2},$$

$$\frac{\mu_3 - \mu_2}{2} = \frac{a}{t_0 - t}, \quad \text{wo} \quad a = \frac{\varkappa_3}{2}\left\{ n_S - n_0 - \frac{\varkappa_2}{\varkappa_3}(n_N - n_0)\right\}.$$

Trägt man die Temperatur t als Abzisse, die Ausdrücke a als Ordinate graphisch auf, so erhält man aus den Kurven, die man auf diese Weise erhält, die Temperaturkoeffizienten. Als Mittel aus mehreren solcher Aufnahmen ergibt sich:

Apparat I:	Apparat II:
$\mu_1 = 17{,}0$	$\mu_1 = 21{,}0$
$\frac{\mu_3 - \mu_2}{2} = 4{,}0$	$\frac{\mu_3 - \mu_2}{2} = 0$

Man erkennt den auffallend geringen Einfluß der Temperatur auf die Horizontalintensitätsmessungen; bei den Deklinationsmessungen fällt der Temperatureinfluß sowieso heraus. Der Temperaturkoeffizient für die Vertikalintensitätsmessungen ist, besonders bei Apparat II, noch ziemlich groß; doch erscheint es mir bei der weiteren Vervollkommnung des Apparats als aussichtsreich, den Temperaturkoeffizienten auch für die Vertikalintensitätsmessungen noch erheblich kleiner zu machen.

4. Die Ausführung praktischer Messungen im Gelände.

a) Zusammenstellung der notwendigen Formeln:

$$dZ = \lambda_1 (n_W + n_E - 2\,n_0) + \mu_1 (t - t_0),$$
$$dH = \lambda_2 \{ n_S - n_0 - \lambda_3 (n_N - n_0)\} + \delta (t - t_0),$$
$$A_1 = A + 90 + (n_W - n_E)\,\lambda_4$$
$$\alpha_1 = A_2 - (A_1 + \nu),$$
$$\alpha_2 = A_1' + \nu' - A_2',$$
$$\delta = a_1 + \alpha_2 - 180.$$

(Liegt Apparat II im Westen von Apparat I, so ist das Vorzeichen in den letzten 3 Ausdrücken umgekehrt.)

Apparatkonstante:

	Apparat I:	Apparat II:
$\lambda_1 = \frac{\varkappa_1}{2} =$	15,5 γ	16,0 γ
$\lambda_2 = \frac{\varkappa_3}{2} =$	9,5 γ	11,7 γ
$\lambda_3 = \frac{\varkappa_2}{\varkappa_3} =$	2,34	2
$\lambda_4 = \frac{\varkappa_1}{2\,k} =$	3',04	3',23
$\mu_1 =$	17,0 γ	21,0 γ
$\delta = \frac{\mu_3 - \mu_2}{2} =$	4,0 γ	0

Gemessen wurde in einem Gelände südlich von Potsdam an 2 etwa 100 m voneinander entfernt liegenden Meßpunkten, und zwar abwechselnd mit Apparat I und Apparat II, um gleichzeitig die Apparatkonstante $\nu - \nu'$ zu bestimmen, da ein Magnettheodolit, mit dessen Hilfe eine Bestimmung von ν und ν' möglich ist, nicht zur Verfügung stand. Beobachtung und Berechnung geschehen am besten nach folgendem Schema:

Beobachtungsschema:

Datum: Apparat: Beobachter: $n_0 =$

Punkt	Zeit	A Nonius 1	n_W	n_E	Temperatur t	Temperatur t'	n_N	n_S	A_2 Nonius 1	Bem.

Berechnungsschema.

Zeit	$n_E + n_W - 2\,n_0$	Unverb. $d\,Z$	$\mu_1\,(t - t_0)$	Verb. $d\,Z$	$n_S - n_0$	$\lambda_3\,(n_N - n_0)$	Unverb. $d\,H$	$\delta\,(t - t_0)$	Verb. $d\,H$	$(n_W - n_E)\,\lambda_4$	A_1	A_2	α

Libellenkorrektionen, die an sich sehr klein sind, wurden nicht angebracht, da stets auf ein gutes Einspielen der Libellen geachtet wurde.

Als Resultat der Messungen ergab sich:

App.	Zeit	Punkt 1			Punkt 2		
		dZ	dH	α_1	dZ	dH	α_2
1	$12^h\,50^m$				$+21$	-18	$59^0\,35',5+\nu$
2		-17	$+19$	$121^0\,11',5-\nu'$			
1	$13^h\,10^m$	$+62$	-87	$121^0\,12',5-\nu$			
2					-64	$+75$	$59^0\,24',5+\nu'$
1	$13^h\,30^m$				$+22$	-13	$59^0\,33',0+\nu$
2		-21	$+22$	$121^0\,12',5-\nu'$			
1	$13^h\,55^m$	$+61$	-91	$121^0\,10',5-\nu$			
2					-69	$+85$	$59^0\,24',5+\nu'$
1	$14^h\,20^m$				$+16$	-12	$59^0\,36',0+\nu$
2		-26	$+14$	$121^0\,12',0-\nu'$			

Da Punkt II im Osten von Punkt I liegt, folgt aus den obigen Beziehungen:

$$\begin{aligned}\delta &= 47' + \nu - \nu',\\ &= 37' + \nu' - \nu,\\ &= 45',5 + \nu - \nu',\\ &= 35' + \nu' - \nu,\\ &= 48' + \nu - \nu',\end{aligned}$$

woraus sich ergibt:

$$\begin{aligned}\nu - \nu' &= -5',5 \pm 1',1,\\ \delta &= +41',5 \pm 1',8.\end{aligned}$$

Ebenso ist als Abweichung des Punktes II gegen Punkt I:

$$\begin{aligned}dH &= +73\,\gamma \pm 3{,}5,\\ dZ &= -42\,\gamma \pm 3{,}0.\end{aligned}$$

Die Ursache der Abweichung der erdmagnetischen Elemente in Punkt II gegen diejenigen in Punkt I läßt sich sehr gut auf die Nähe eines höher liegenden Bahndammes zurückführen. Die Durchführung einer vollständigen Messung an einem Beobachtungspunkte einschließlich Aufstellung des Instruments dauert für einen einigermaßen geübten Beobachter etwa 20—25 Minuten. Sowohl die Handhabung des Instruments als auch die Berechnung der Beobachtungswerte ist verhältnismäßig einfach, so daß auch für den Nichtfachmann der Gebrauch des Instruments ohne weiteres möglich ist[1]).

[1]) Eine Serie von Apparaten wird in der Werkstatt der *Exploration G. m. b. H.* mit erheblicher technischer Vervollkommnung (z. B. feste Verbindung des Horizontalkreises mit der Fußplatte des Wagekastens, Nivellierschrauben direkt unter dem Horizontalkreis, seitliche Anordnung des Autokollimationsfernrohrs, zentrische Anordnung des Fernrohrs und Ausbildung des Höhenkreises, stärkere Temperaturkompensation und stärkere Dämpfung usw.) hergestellt.

Über die Genauigkeit der Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei einem mittleren Theodolit.

Von
Karl Lüdemann in Freiberg i. Sachsen.

1. Bei der schweizerischen Grundbuchvermessung ist die mittelbare Bestimmung von Entfernungen mit optischen Hilfsmitteln sowohl für Zugseiten wie für die Festlegung von Einzelpunkten durch Polarkoordinaten für gewisse Aufnahmegebiete amtlich zugelassen [1, 2 s. Anh.]. Die große Beachtung, die diese Tatsache auch im deutschen Vermessungswesen gefunden hat, veranlaßt mich, die Ergebnisse von Untersuchungen bekanntzugeben, die ich mit der am weitesten verbreiteten Theodolitform, dem 12 cm-Nonientheodolit, in den letzten 5 Jahren angestellt habe. An ihnen wird auch der Markscheider Interesse haben.

2. Der benutzte Theodolit, ein sog. Hildebrand-Einheitstheodolit, hatte einen Grundkreis von 120 mm Teilungsdurchmesser (Teilungseinheit $^1/_3{}^0$, Nonienangabe 30″) und einen Höhenkreis von 90 mm Teilungsdurchmesser (Teilungseinheit $^1/_3{}^0$, Nonienangabe 60″). Das Fernrohr, dessen optische Abmessungen aus der Tafel 1 hervorgehen, war mit 2 orthoskopischen, leicht gegeneinander auswechselbaren Okularen versehen. Es handelt sich also um ein Instrument, wie es für die allgemeinen Messungen über und unter Tage in der Regel benutzt wird.

Tafel 1.

		Okular 1	Okular 2
Des Objektivs	Öffnung mm	25	
	Brennweite mm	210	
Des Okulars	Brennweite mm	11,3	8,4
	Vergrößerung	22,1	29,8
Fernrohrvergrößerung		18,6	25
Austrittspupille mm		1,34	1,0
Relative Helligkeit		1,80	1,0
Wahres Gesichtsfeld		2°,3	1°,7

3. Für Entfernungen von 10 bis 100 m wurde der bei der Abschätzung der Lage eines Entfernungsmeßfadens im Bild einer senkrecht fest aufgestellten Holzlatte mit Zentimeterfeldteilung in schachbrettförmiger Anordnung (Abb. 1) zu erwartende mittlere Schätzungsfehler m_a von zwei Beobachtern aus je 75 Schätzungen ermittelt. Jeder Mittelwert beruht also auf 150 Abschätzungen. Die Ergebnisse gibt die Tafel 2 wieder, in der auch die scheinbaren Intervallgrößen J hingeschrieben sind. Geschätzt wurde auf $^1/_{10}$ und, soweit möglich, auf $^1/_{20}$.

Abb. 1.

Die Entfernungen bis 50 m sind über Tage unwesentlich, für untertägige Nachtragungsmessungen aber wichtig. Die Beobachtungen hierfür sind bei der Fernrohrvergrößerung $v = 19$ daher im Dunkeln mit elektrischem Geleucht ausgeführt. Bei den übertägigen Messungen dieser Gruppe wurde bei mittleren äußeren Verhältnissen, z. T. auch bei weniger günstigen, z. B. bei flimmernder Luft, beobachtet.

Die schädlichen Folgen der Differentialrefraktion [3, 4] wurden nach Möglichkeit vermieden.

Die gesamten Beobachtungen für $v = 25$ geschahen bei Tageslicht und mittleren bis günstigen äußeren Verhältnissen.

Tafel 2. Wahre Intervallgröße $t = 10$ mm.

Lfd. Nr.	Entfernung	Fernrohrvergrößerung 19				Fernrohrvergrößerung 25			
		J	m_a Beob. Lü	m_a Beob. Ka	m_a Mittel	J	m_a Beob. Lü	m_a Beob. Ka	m_a Mittel
	m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1	10,8	4,40	± 0,191	± 0,267	± 0,229	5,79	± 0,198	± 0,174	± 0,186
2	20,7	2,29	0,274	0,295	0,284	3,02	0,213	0,289	0,251
3	30.1	1,58	0,439	0,352	0,396	2,08	0,306	0,324	0,315
4	39,2	1,21	0,509	0,373	0,441	1,59	0,341	0,359	0,350
5	49,7	0,96	0,563	0,502	0,532	1,26	0,362	0,526	0,444
6	62,5	0,76	0,595	0,753	0,674	1,00	0,490	0,378	0,434
7	75,0	0,63	0,642	0,841	0,742	0,83	0,569	0,396	0,482
8	87,5	0,54	0,737	0,727	0,732	0,71	0,504	0,572	0,538
9	100,0	0,48	0,770	0,706	0,738	0,62	0,597	0,503	0,550

Für die Auswertung der Beobachtungen wurde die Beziehung

$$m_a = \frac{c}{\sqrt{J}},$$

worin m_a den relativen Schätzungsfehler, c eine Konstante bedeutet, benutzt. Es ergab sich:

A. Fernrohrvergrößerung 19.

a) Entfernung 10 bis 50 m. Grubengeleucht.

$$c = 0{,}048 \pm 0{,}001,$$

b) Entfernung 50 bis 100 m. Tageslicht.

$$c = 0{,}055 \pm 0{,}002,$$

c) Entfernung 10 bis 100 m.

$$c = 0{,}052 \pm 0{,}002.$$

B. Fernrohrvergrößerung 25.

Entfernung 10 bis 100 m. Tageslicht.

$$c = 0{,}045 \pm 0{,}001.$$

Bei Beobachtungen mit dem kleineren Fernrohr ($v = 11\times$, $15\times$, $18\times$) eines 8 cm-Theodolits fand ich [5, S. 14] bei Benutzung einer gleichen Latte für Zielweiten von 15 bis 51 m in guter Übereinstimmung mit A_a

$$c = 0{,}049 \pm 0{,}003.$$

4. Bei den untertägigen markscheiderischen Zugmessungen wird eine Seitenlänge von 50 m selten überschritten. Es wurde daher m_a auch für Strichteilungen (schwarze Striche auf weißem Grund) mit der Teilungseinheit 1 mm, 2 mm und 5 mm ermittelt. Die gefundenen, in der Tafel 3 in Teilen der Teilungseinheit und in mm nachgewiesenen m_a sind Mittel aus je 150 Schätzungen.

Tafel 3. Fernrohrvergrößerung 19.

Lfd. Nr.	Entfernung	Teilungseinheit	J	m_a	
	m	mm	mm	p	mm
1	10,8	1	0,44	± 0,064	± 0,064
2	10,8	2	0,88	0,048	0,096
3	10,8	5	2,20	0,034	0,172
4	20,7	2	0,46	0,056	0,112
5	20,7	5	1,15	0,039	0,193
6	30,1	5	0,79	0,059	0,297

Es errechnet sich

$$c = 0{,}045 \pm 0{,}002 .$$

5. Bei der Messung mit Entfernungsmeßfäden wird der eine Faden vielfach auf eine Feldgrenze, einen Teilstrich oder auf die Mitte einer Teilungseinheit eingestellt. Ich habe daher den m. F. m_g der Einstellung auf die Grenze eines Intervalls unter Benutzung der am Höhenkreis des Theodolits befindlichen Tangentenschraube (Trommeleinheit 10″,3) ermittelt. Die Ergebnisse zeigt die Tafel 4.

Tafel 4. Fernrohrvergrößerung 19.

Lfd. Nr.	Entfernung	Art der Teilung	Teilungseinheit	m_g			
				Beob. Lü	Beob. Ka	Mittel	
	m		mm	″	″	″	mm
1	10,8	Strich	1	± 0,99	± 1,53	± 1,26	± 0,07
2	10,8	Strich	2	1,32	0,80	1,06	0,06
3	10,8	Strich	5	1,23	1,08	1,16	0,06
4	20,7	Strich	2	1,26	1,45	1,36	0,14
5	20,7	Strich	5	1,48	0,93	1,20	0,12
6	30,1	Strich	5	1,00	2,10	1,55	0,23
7	10,8	Feld	10	1,27	0,61	0,94	0,05
8	20,7	Feld	10	1,86	0,75	1,30	0,13
9	30,1	Feld	10	1,49	1,32	1,40	0,20
10	39,2	Feld	10	1,58	1,35	1,46	0,28
11	49,7	Feld	10	1,07	1,31	1,19	0,29
12	62,5	Feld	10	1,42	1,27	1,34	0,41
13	75,0	Feld	10	1,27	1,61	1,44	0,52
14	87,5	Feld	10	1,36	1,35	1,36	0,58
15	100,0	Feld	10	1,45	1,29	1,37	0,66
			Mittel:	1,34	1,25	1,29	

In den m_g, die übrigens auch den m·Zielfehler bei der Messung der Höhenwinkel darstellen, ist noch ein aus der eigentlichen Schraubenmessung fließender Fehleranteil enthalten, der jedoch vernachlässigt werden kann.

m_g ist natürlich außer von der Fernrohrvergrößerung in erheblichem Maße von der Deutlichkeit und Schärfe (Lesbarkeit) der Lattenteilung abhängig.

Bei meinen früheren Arbeiten mit einem 8 cm-Theodolit fand ich [5, S. 16—17] größere Werte; sie sind in der Tafel 5 nachgewiesen.

Tafel 5.

Entfernung	Fernrohrvergrößerung 11	15	18
	m_g	m_g	m_g
m	mm	mm	mm
14,9	±0,32	±0,21	±0,19
29,8	0,61	0,46	0,40
51,0	0,69	0,59	0,71

6. Die wiederum mit der Tangentenschraube gewonnenen, bei der Einstellung auf die Mitte eines Lattenintervalles zu erwartenden m. F. m_m sind in der Tafel 6 zusammengestellt.

Tafel 6. Fernrohrvergrößerung 19.

Lfd. Nr.	Entfernung m	Art der Teilung	Teilungseinheit	m_m Beob. Lü		Beob. Ka	
				"	mm	"	mm
1	10,8	Strich	1	±1,00	±0,05	±1,36	±0,07
2	10,8	Strich	2	1,29	0,07	1,25	0,07
3	10,8	Strich	5	1,38	0,07	1,08	0,06
4	20,7	Strich	2	0,99	0,10	1,11	0,11
5	20,7	Strich	5	1,03	0,10	0,90	0,09
6	30,1	Strich	5	1,13	0,16	1,35	0,20
7	10,8	Feld	10	1,17	0,06	0,99	0,05
8	20,7	Feld	10	1,02	0,10	1,05	0,10
9	30,1	Feld	10	1,26	0,18	1,38	0,20
10	39,2	Feld	10	1,19	0,23	1,42	0,27
11	49,7	Feld	10	1,41	0,34	1,50	0,36
12	62,5	Feld	10	1,18	0,36	1,50	0,48
13	75,0	Feld	10	1,24	0,45	1,61	0,59
14	87,5	Feld	10	0,91	0,39	1,69	0,72
15	100,0	Feld	10	1,36	0,66	1,60	0,78
			Mittel:	1,17		1,33	

Für die Auswertung der Beobachtungen setzte ich den relativen Fehler m_m wieder in Beziehung zur scheinbaren Intervallgröße J nach der Gleichung

$$m_m = \frac{c}{\sqrt{J}}.$$

Da der Beobachter Ka Mitteneinstellungen noch nicht ausgeführt hatte, wurden die Ergebnisse beider Beobachter getrennt behandelt.

Es fand sich

Beobachter	Lü	Ka
c	$0{,}028 \pm 0{,}002$	$0{,}034 \pm 0{,}004$.

In beiden Fällen ist die Darstellung der Beobachtungen nicht sonderlich gut; sie reicht aber für die hier allein verfolgten praktischen Zwecke aus.

Bei meinen früheren Arbeiten mit einem 8 cm-Theodolit fand ich [5, S. 16—18]

$$c = 0{,}035 \pm 0{,}002.$$

7. Es liegen nunmehr folgende Ergebnisse vor:

A. Rel. Schätzungsfehler m_a

$c = 0{,}048 \quad 0{,}055 \quad 0{,}052 \quad 0{,}045 \quad 0{,}045$.

Für mittlere äußere Verhältnisse wird man in guter Übereinstimmung mit meinen früheren Untersuchungen [5] setzen können

$$c = 0{,}05 .$$

C. Reinhertz [6, S. 623] fand

$$c = 0{,}075 .$$

B. M.-Fehler m_g der Einstellung auf die Feldgrenze

$$m_g = \pm 1'',3 .$$

C. Mitteneinstellfehler m_m

in Bogenmaß $\pm 1'',17$ und $\pm 1'',33$, im Mittel $1'',25$,
relativ $c = 0{,}028$ und $0{,}034$.

Im Mittel wird man setzen dürfen

$$c = 0{,}03 .$$

C. Reinhertz [6, S. 623] fand in völliger Übereinstimmung

$$c = 0{,}028 .$$

8. Es ist jetzt möglich, für die einzelnen Entfernungen von 10 bis 100 m die m_a, m_g und m_m zu errechnen. Hierbei soll die Fernrohrvergrößerung 25 zugrunde gelegt werden. Die Ergebnisse geben die Tafeln 7 und 8.

Tafel 7. Teilungseinheit 10 mm.

E m	J mm	m_a mm	m_g mm	m_m mm	m_{ag} mm	m_{am} mm
10	6,25	± 0,20	± 0,06	± 0,12	± 0,21	± 0,23
20	3,12	0,28	0,13	0,17	0,31	0,33
30	2,08	0,35	0,19	0,21	0,40	0,40
40	1,56	0,40	0,25	0,24	0,47	0,47
50	1,25	0,45	0,32	0,27	0,55	0,52
62,5	1,00	0,50	0,39	0,30	0,64	0,58
75,0	0,83	0,55	0,47	0,33	0,72	0,64
87,5	0,71	0,59	0,55	0,36	0,81	0,69
100,0	0,62	0,64	0,63	0,38	0,90	0,74

Die Tafeln 7 und 8 zeigen, daß die Einstellung auf die Feldmitte der auf die Feldgrenze bei der Zentimeterfeldteilung von 40 m Zielweite ab, bei der Strichteilung nahezu für alle Zielweiten überlegen ist.

Tafel 8.

E m	Teilungseinheit mm	J mm	m_a mm	m_g mm	m_m mm	m_{ag} mm	m_{am} mm
10	1	0,62	± 0,06	± 0,06	± 0,04	± 0,09	± 0,07
10	2	1,25	0,09	0,06	0,05	0,11	0,10
10	5	3,12	0,14	0,06	0,08	0,15	0,16
20	2	0,62	0,13	0,13	0,08	0,18	0,15
20	5	1,56	0,20	0,13	0,12	0,24	0,23
30	5	1,04	0,24	0,19	0,14	0,31	0,28

9. Erfahrungsgemäß gibt man den mittelbar zu messenden Zugseiten eine Länge zwischen 50 und 200 m. Auch für die Aufnahme der deutschen Wirtschaftskarte 1:5000 sind diese Grenzen vorgesehen [7, S. 30—32]. Ist die Seite 100 m oder

weniger lang, so wird sie in ihrer ganzen Länge gemessen; ist sie über 100 m lang, so werden ein oder besser zwei Zwischenpunkte, wie es Ch. A. Vogler [8, S. 299—307] gelehrt hat, eingeschaltet[1]). Jede ganze oder Teilstrecke wird hin und her je doppelt gemessen. Hierbei werden in der Regel die Entfernungsmeßfäden nacheinander auf eine Feldgrenze, meistens auf eine Dezimetergrenze, seltener auf eine Feldmitte eingestellt. Die hierfür geltenden m. Fehler eines Lattenabschnittes

m_{ag} (ein Faden auf Feldgrenze, am zweiten Faden geschätzt),
m_{am} (ein Faden auf Feldmitte, am zweiten Faden geschätzt)

sind in den Tafeln 7 und 8 nachgewiesen.

10. Es können nunmehr auch die m. F. m_e einer Entfernungsmessung als Mittel aus vier Einzelmessungen (zwei hin, zwei her) angegeben werden, wobei bei Zugseiten über 100 m Länge der Einfachheit wegen ein in der Mitte liegender Zwischenpunkt angenommen werden soll. Bei den in der Tafel 9 nachgewiesenen Werten hierfür bezeichnen die g und m wieder die Einstellung eines Fadens auf Grenze bzw. Mitte der Teilungseinheit.

Tafel 9.

E m	m_{eg} mm	m_{em} mm	Höchstfehler m_{em} mm	d_{em} mm
50	± 27,4	± 26,1	78,3	109,6
75	36,2	32,0	96,0	134,4
100	44,8	37,0	111,0	155,4
125	45,0	41,2	123,6	173,0
150	51,2	45,2	135,6	189,8
175	57,2	48,9	146,7	205,4
200	63,3	52,4	157,2	220,1

In den m_e sind die Fehlereinflüsse, die aus einer ungenauen Bestimmung der Additions- und Multiplikationskonstante, aus Parallaxe des Fadenkreuzes, aus Schrägstellung der Latte, aus einem falschen Lattenmeter, aus der Differentialrefraktion bei lotrechter Latte und aus ähnlichen Fehlerquellen fließen, nicht enthalten; sie lassen sich zum Teil ganz oder doch praktisch ausreichend beseitigen oder rechnerisch berücksichtigen.

In der Tafel 9 sind noch die Höchstfehler

$$m_{e\,\max} = 3\, m_e$$

und die höchstzulässigen Abweichungen zwischen zwei Messungen

$$d_e = 4{,}2\, m_e,$$

jedoch nur für die genaueren m_{em} angegeben.

11. Für die untertägigen „Präzisionszüge" kommt die mittelbare Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden in der Regel nicht in Frage. Bei den Nachtragungsmessungen kann sie dagegen die Arbeit sehr erleichtern und damit wirtschaftlicher gestalten. Die in der Tafel 10 für Latteneinheiten t von 1 bis 10 mm zusammengestellten m_{eg} und m_{em} beziehen sich auf eine je zweimalige Hin- und Hermessung.

---

[1]) Über eine andere Art der Seitenzerlegung berichtet J. Baltensperger [1, S. 10].

Tafel 10.

	$t = 1$ mm		$t = 2$ mm		$t = 5$ mm		$t = 10$ mm			
E	m_{eg}	m_{em}	m_{eg}	m_{em}	m_{eg}	m_{em}	m_{eg}	m_{em}	Höchstwert m_{em}	d_{em}
m	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
10	± 4,5	± 3,7	± 5,5	± 5,2	± 7,7	± 8,2	± 10,5	± 11,6	34,8	48,7
20			9,0	7,4	11,8	11,6	15,5	16,5	49,5	69,3
30					15,4	14,2	19,8	20,2	60,6	84,8
40							23,6	23,3	69,9	97,9
50							27,4	26,1	78,3	109,6

Die Tafel 10 zeigt, daß es am besten wäre, vier verschiedene Lattenteilungen zu benutzen. Die Herstellung einer solchen Latte ist an sich möglich, ihr praktischer Gebrauch jedoch unzweckmäßig. Aber die Tafel 10 weist auch nach, daß die mit dem geschilderten Meßverfahren unter Benutzung einer Latte mit Zentimeterfeldteilung leicht und sicher zu erzielende Genauigkeit für wohl alle untertägigen Zugmessungen für die Kleinaufnahme und die Nachtragung ausreicht, sofern nicht besondere Verhältnisse vorliegen.

12. Die im Vorstehenden gemachten Genauigkeitsangaben beziehen sich stets auf die im Gelände horizontale Strecke E. Es ist daher notwendig, auf den Fall stärkerer Neigung einzugehen. Bezeichnet

D die schräg gemessene Strecke,
α deren Neigungswinkel,
m_α den m. F. des Neigungswinkels,
m_E den m. F. der horizontalen Seite E,
m_e den m. F. des Lattenabschnittes,

so ist in bekannter Näherung

$$E = D \cos^2 \alpha$$

$$m_E^2 = k^2 \cos^4 \alpha \, m_e^2 + 4 E^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \, m_\alpha^2 .$$

Dabei sind die Additionskonstante und die Multiplikationskonstante k als fehlerfrei vorausgesetzt. Für m_e setze ich m_{em}. Der Neigungswinkel α wird 30^0 selten überschreiten; seinen m. F. m_α ermittelte ich aus insgesamt 180 Messungen auf 25 und 50 und 100 m Zielweite bei Einstellung auf die Feldgrenze und Ablesung an beiden Nonien des Höhenkreises im Mittel zu $\pm 7''{,}5$, bei Messung vorwärts und rückwärts also zu $\pm 5''$. Mit diesen Zahlen läßt sich leicht ein Überblick gewinnen.

13. Für einen flotten Arbeitsfortschritt ist es in sehr vielen Fällen wünschenswert, für die Einstellung des unteren Fadens eine seit mindestens schon einem $^3/_4$ Jahrhundert bekannte Einstellmarke zu haben. Ich benutzte die von E. Hammer [9, S. 729] verwendete Form. Den aus je 25 Einstellungen ermittelten m. F. einer Einstellung m_b weise ich in Tafel 11 nach.

Tafel 11. Fernrohrvergrößerung 25.

E	m_b
m	"
100	± 1,07
200	1,89
300	1,46
Mittel:	~ 1",5

14. „In der topographischen Tachymetrie, dem einen und im allgemeinen wichtigeren Zweig der Schnellmeßkunst, ist ein Fehler von 0,2 m und selbst 0,5 m auf 100 m in der Entfernung gleichgültig, während ein Fehler von gleichem Betrag, 0,2 m, im Höhenunterschied zwischen Instrument und Lattenstandpunkt nicht sehr viel überschritten werden sollte“ [10, S. 241]. Bei dieser T II liest man den Lattenabschnitt nur auf cm, den Neigungswinkel auf 1′ ab.

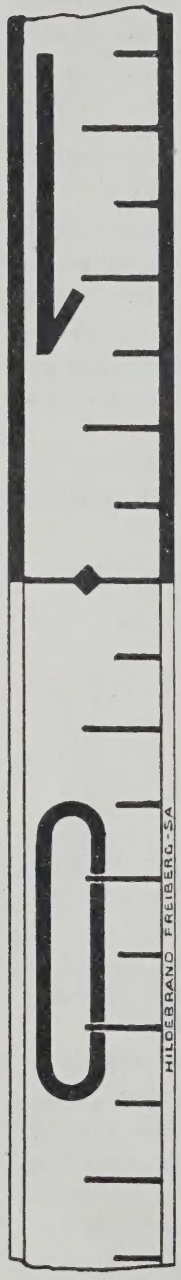


Abb. 2.

Es gibt aber tachymetrische Aufnahmen, deren Genauigkeitsgrad ein höherer sein muß, ohne daß sie unmittelbar zur Feintachymetrie, der T I, zu rechnen wären. Man bezeichnet sie wohl als „landmesserische“ Tachymetrie, ohne daß eine Notwendigkeit hierzu vorliegt. Zu ihrer Ausführung liest man bis zu etwa 100 m an der Zentimeterlatte auf 1 mm, darüber hinaus an der Dezimeterlatte auf 1 cm oder bei Schätzung von Zwanzigsteln auf 5 mm ab.

Bei meinen Untersuchungen benutzte ich nach dem Vorgang von E. Hammer die in Abb. 2 dargestellte kräftige Strichteilung. Die dafür ermittelten m_a und m_g sind in Tafel 12 nachgewiesen.

Tafel 12. Fernrohrvergrößerung 19.

Lfd. Nr.	Entfernung m	J mm	m_a Beob. Lü mm	m_a Beob. Ka mm	m_g Beob. Lü ″	m_g Beob. Ka ″	m_g Mittel ″	mr
1	100	4,75	± 1,99	± 2,25	± 0,51	± 0,76	± 0,64	± 0,
2	150	3,17	2,48	2,01	0,99	0,94	0,96	0,
3	200	2,38	2,38	2,46	1,62	1,36	1,49	1,
4	250	1,90	2,76	3,05	1,78	1,60	1,69	2,
5	300	1,58	3,19	2,84	2,00	2,05	2,02	2,
6	350	1,36	3,67	4,20	2,13	2,95	2,54	4,

Die Auswertung der m_a ergibt

Beobachter	Lü	Ka
c =	0,041 ± 0,001	0,042 ± 0,003.

m_g (in Bogenmaß) wächst mit der Entfernung, was sich aus der wachsenden Schwierigkeit, auf den Strich einzustellen, erklären läßt. Bei größeren Entfernungen bietet die Einstellung des einen Fadens auf die dm-Grenze keinen Gewinn für die Genauigkeit mehr, sondern nur noch für die Bequemlichkeit und Sicherheit der Messung.

Tafel 13.

Lfd. Nr.	Entfernung m	J mm	m_{ag} mm	m_{eg} mm	Höchstfehler m_{eg} mm	d_{eg} mm
1	100	6,25	± 1,72	± 122	366	512
2	150	,17	2,07	146	438	613
3	200	3,12	2,42	171	513	718
4	250	2,50	2,94	208	624	874
5	300	2,08	3,48	246	738	1033
6	350	1,79	4,08	288	864	1210

In der Tafel 13 habe ich für Entfernungen von 100 bis 350 m die für die Fernrohrvergrößerung 25 errechneten m. F. des Lattenabschnittes einer Doppelmessung

— selbstverständlich in nur einer Richtung — die der gemessenen Entfernung, die Höchstfehler und die daraus abgeleiteten Höchstunterschiede zwischen zwei Messungen zusammengestellt.

15. Über die Genauigkeit der mittelbaren Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden findet sich im Schrifttum eine sehr große Zahl von Mitteilungen, von denen ich hier nur diejenigen von F. R. Helmert [11], W. Jordan [12, S. 595—599] und R. Wagner [13] nennen will. Um einen wenigstens oberflächlichen Vergleich zu ermöglichen, habe ich den m. F. m_e einer einmal bei nur einer Ablesung der beliebigen Stellung der beiden Meßfäden gemessenen Entfernung für die Latteneinheit 10 und 100 mm in der Tafel 14 wiedergegeben.

Tafel 14. Fernrohrvergrößerung 25.

Lfd. Nr.	Entfernung	t = 10 mm		t = 100 mm	
		m_e		m_e	
	m	m	%	m	%
1	50	± 0,064	± 0,13		
2	75	0,078	0,10		
3	100	0,090	0,09	± 0,232	± 0,23
4	150	0,110	0,07	0,284	0,19
5	200	0,128	0,06	0,328	0,16
6	250			0,366	0,15
7	300			0,403	0,13
8	350			0,433	0,12

Die von R. Wagner [13] erzielte Genauigkeit ist nicht erreicht worden, da meine sämtlichen Messungen nicht bei besonders günstigen, sondern bei solchen äußeren Verhältnissen gemacht worden sind, wie sie in der Praxis tatsächlich vorkommen.

16. Weitere, in gleicher Weise durchgeführte Messungen stellte ich mit der in Abb. 3 wiedergegebenen „Felder-Millimeter-Teilung“ von J. W. Dieperink[1]) an[2]), mit der weder ich noch der Beobachter Ka vorher gearbeitet hatte. Es sei aber bereits hier ausgesprochen, daß man sich an die sichere Lesung des klaren Lattenbildes unerwartet schnell gewöhnt.

Die Beobachtungen mit 19facher Fernrohrvergrößerung umfassen Entfernungen von 10 bis 100 m (Tafel 15), diejenigen mit 25facher Vergrößerung solche von 50 bis 100 m (Tafel 16).

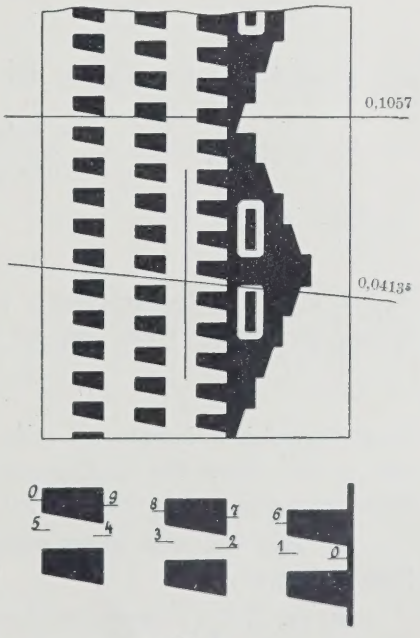


Abb. 3.

[1]) Professor der Geodäsie an der Landwirtsch. Hochschule in Wageningen (Holland).

[2]) Die Dieperink-Latten werden von der Firma P. J. Kipp & Zonen in Delft (Holland) hergestellt. Ihren Vertrieb für Deutschland hat die Firma Max Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg-Sa.

Tafel 15. Fernrohrvergrößerung 19.

Lfd. Nr.	Entfernung m	J mm	m_a Beob. Lü mm	m_a Beob. Ka mm	m_a Mittel mm
1	10,8	2,20	± 0,151	± 0,189	± 0,170
2	20,7	1,15	0,174	0,156	0,165
3	30,0	0,79	0,263	0,376	0,320
4	39,1	0,61	0,309	0,216	0,262
5	49,6	0,48	0,386	0,263	0,324
6	62,5	0,38	0,339	0,425	0,382
7	75,0	0,32	0,428	0,512	0,470
8	87,5	0,27	0,517	0,600	0,558
9	100,0	0,24	0,564	0,566	0,565

Tafel 16. Fernrohrvergrößerung 25.

Lfd. Nr.	Entfernung m	J mm	m_a Beob. Lü mm	m_a Beob. Ka mm	m_a Mittel mm
1	50,0	0,62	± 0,287	± 0,328	± 0,308
2	62,5	0,50	0,364	0,302	0,333
3	75,0	0,42	0,382	0,439	0,410
4	87,5	0,36	0,400	0,612	0,506
5	100,0	0,31	0,423	0,451	0,437

Um die Reihen der m_a in einer für praktische Zwecke ausreichenden Weise darzustellen, benutzte ich auch hier die Beziehung

$$m_a = \frac{c}{\sqrt{J}}.$$

Die tatsächliche Intervallgröße der Latte nahm ich zu $\frac{4+6}{2} = 5$ mm an. Ich erhielt

aus Tafel 15	aus Tafel 16
$c = 0{,}049 \pm 0{,}003$	$0{,}052 \pm 0{,}002$,

im Mittel also

$$c = 0{,}05\,.$$

Wertet man die Beobachtungen von J. W. Dieperink [**14**, S. 395, 397] mit dieser Teilung in gleicher Weise aus, so erhält man

$$c = 0{,}020 \pm 0{,}002\,.$$

Diese Genauigkeit konnte ich nicht erreichen; bei größerer und dauernder Übung läßt sich c aber zweifellos verkleinern. J. W. Dieperink führte seine Messungen mit 36facher Fernrohrvergrößerung aus.

m_a läßt sich wohl etwas verringern, wenn man einen Faden auf die Mitte eines Feldes einstellt.

In der Tafel 17 habe ich für 25fache Fernrohrvergrößerung und das Mittel aus vier Messungen den m. F. m_e, den daraus fließenden Höchstfehler und den höchstzulässigen Unterschied d_e zwischen zwei Bestimmungen der Entfernung unter der Voraussetzung angegeben, daß die Lage beider Fäden an beliebiger Stelle geschätzt wird. m_e stellt also keinesfalls einen Höchstwert dar.

Tafel 17.

Entfernung m	m_e mm	$m_{e\,max}$ mm	d_e mm
10	± 10,0	30,0	42,0
20	14,2	42,6	59,6
30	17,4	52,2	73,0
40	20,0	60,0	84,0
50	22,4	67,2	94,1
75	27,4	82,2	115,0
100	31,6	94,8	132,8
150	38,8	116,4	162,9
200	44,8	134,4	188,0

17. Ich halte es für empfehlenswert, bei Dieperink-Latten, die für untertägige Messungen bestimmt sind, die Größe der Teilungseinheit auf die Hälfte zu verkleinern. Da ich eine solche Latte von der Firma P. J. Kipp & Zonen nicht erhalten konnte, habe ich mir ein Stück von 30 cm Länge selbst hergestellt und m_a mit der Fernrohrvergrößerung 25 für Entfernungen von 10 bis 50 m ermittelt. Die Ergebnisse zeigt Tafel 18.

Tafel 18.

Lfd. Nr.	Entfernung m	J mm	m_a mm
1	10,8	1,47	± 0,076
2	20,7	0,75	0,115
3	30,0	0,52	0,120
4	39,1	0,40	0,169
5	49,6	0,32	0,178

Die Reihe der relativen Schätzungsfehler läßt sich gut darstellen durch die Beziehung

$$\frac{0{,}039 \pm 0{,}001}{\sqrt{J}}.$$

18. In der Tafel 19 ist m_e für das Mittel aus vier Messungen, je zwei vorwärts und rückwärts, hingeschrieben, und zwar für die gewöhnliche Zentimeterfeldteilung und die Dieperink-Teilung in großer und kleiner Ausführung, um einen Vergleich zu ermöglichen.

Tafel 19.

Entfernung m	m_e		
	cm-Feldteilung mm	Dieperink-Teilung groß mm	Dieperink-Teilung klein mm
10	± 10,5	± 10,0	± 5,6
20	15,5	14,2	8,0
30	19,8	17,4	9,8
40	23,6	20,0	11,3
50	27,4	22,4	12,6

19. Die mitgeteilten rd. 12000 Beobachtungen geben an, welcher Genauigkeit die einfache, mittelbare Entfernungsmessung mit Entfernungsmeßfäden bei Benutzung der beschriebenen Latten und eines mittleren Theodolits fähig ist, soweit der m. F. der Ablesung bzw. Abschätzung in Frage kommt. Die Ergebnisse werden es in manchen Fällen erlauben, von vornherein und grundsätzlich zu entscheiden, ob die genannte Meßweise für eine bestimmte Arbeit angewendet werden darf oder nicht.

Abgeschlossen 1926 August 9.

Angezogene Schriften.

1. Bertschmann, S.: Die optische Distanzmessung und ihre Anwendung bei der schweiz. Grundbuchvermessung. Winterthur 1925.
2. Baltensperger, J.: Die Grundbuchvermessung der Schweiz. *Bayer. Zeitschr. f. Vermw.* **24.** *S. 176—185. 1925;* **25.** *S. 39—51. 1926.*
3. Eggert, O.: Einfluß der Refraktion auf die Fadendistanzmessung. *Zeitschr. f. Vermw.* **40.** S. *493—498. 1911.*
4. Lüdemann, K.: Der Einfluß der Strahlenbrechung auf die Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei lotrechter Latte. *Schweiz. Zeitschr. f. Vermw.* **24.** *S. 26—32, 49—55. 1926.*
5. Lüdemann, K.: Die mittelbare Messung von Entfernungen bei Nachtragungsarbeiten. *Mitt. a. d. Markscheidew. S. 1—37, Heft 2. 1922.*
6. Reinhertz, C.: Mitteilung einiger Beobachtungen über die Schätzungsgenauigkeit an Maßstäben, insbesondere an Nivellierskalen. *Zeitschr. f. Vermw.* **23.** *S. 593—624, 641—647. 1894.*
7. Vorschrift für die Topographische Abteilung des Reichsamtes für Landesaufnahme. Heft III. Berlin 1925.
8. Vogler, Ch. A.: Geodätische Übungen für Landmesser und Ingenieure. I. Teil. 3. Aufl. Berlin 1910.
9. Hammer, E.: Über die Näherungen bei Anwendung des Fadendistanzmessers in der Tachymetrie. *Zeitschr. f. Vermw.* **34.** *S. 721—735. 1905.*
10. Hammer, E.: Entwurf eines Tachymetertheodolits zur unmittelbaren Lattenablesung von Horizontaldistanz und Höhenunterschied. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 241—252. 1898.*
11. Helmert, F. R.: Ein Beitrag zur Erkenntnis der Genauigkeit der Distanzmessung mittels des Tachymeters von G. Starke in Wien. *Zeitschr. f. Vermw.* **3.** *S. 325—334. 1874.*
12. Jordan, W.: Handbuch der Vermessungskunde. Bd. I. 2. Aufl. Stuttgart 1877.
13. Wagner, R.: Über die mit dem Reichenbachschen Distanzmesser erreichbare Genauigkeit und einige Erörterungen über die Fehlerursachen desselben. *Zeitschr. f. Vermw.* **15.** *S. 49—60, 81—90, 97—104. 1886.*
14. Dieperink, J. W.: Eine neue Skalateilung. *Diese Zeitschr.* **44.** *S. 381—409. 1924.*
15. Lüdemann, K.: Die Dieperink-Teilung für Nivellier- und Distanzlatten. *Allg. Verm. Nachr.* **37.** *S. 281—286. 1925.*

Referate.

Untersuchungen über die Genauigkeit von geschabten und geschliffenen Flächen.

Von O. Mackensen. *Werkstattstechnik* **20.** *S. 526—528. 1926.*

Bei der Prüfung geschliffener und geschabter Flächen, die auf Anregung der Schmirgelwerke Dr. Schönherr in Chemnitz erfolgte, wurde ein neuartiges Fadenlineal von Carl Zeiss benutzt, dessen Grundanordnung (D. R. P. a.) an Hand der Abb. 1 und 2 nachfolgend beschrieben ist.

Der rechteckige Rahmen $a^1\,a^2\,b^1\,b^2$ — Maße fehlen leider — ruht auf drei Füßen $a^3\,a^4\,a^7$, von denen $a^3\,a^4$ mit den Schrauben a^5 bzw. a^6 in der Höhe verstellbar sind, während a^7 fest ist. Die Oberkanten von $b^1\,b^2$ bilden die Geradführung für den Schlitten c^1 und das von ihm getragene Mikroskop c^7, dessen Objektivtubus mit dem Hebel c^{10} gehoben und gesenkt werden kann. Dingseitig vom Objektiv sitzen an einem Rohrfortsatz c^4 ein Taststift c^9 und in dem Rohr zwei gleichschenklige rechtwinklige Prismen c^5 und c^6. Zwei zwischen a^1 und a^2 ausgespannte Quarzfäden

von etwa 16 μ Dicke, die durch kleine Glühlampen $c^2\,c^3$ beleuchtet sind, werden durch Vermittlung der Objektivprismen auf der Okularskala c^8 abgebildet, wie Fig. 2 zeigt. Kleine Verschiebungen des Taststiftes samt Tubus in der Vertikalen infolge von Unebenheiten der berührten Fläche kommen in Abstandsänderungen der beiden Fadenbilder zum Ausdruck. Durch Unterlegen von

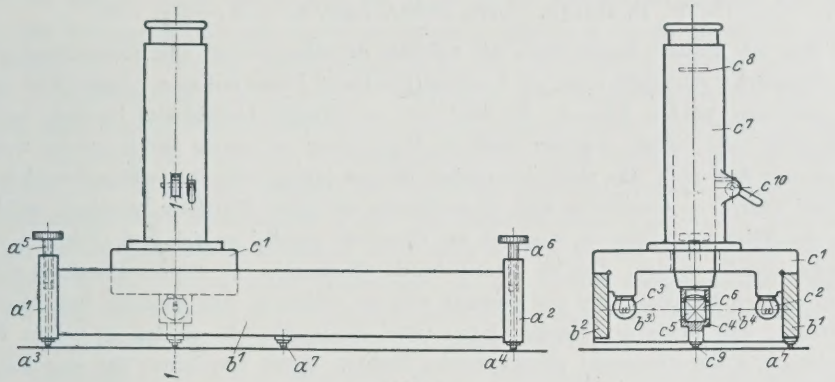


Abb. 1.

Platinfolien bekannter Dicke unter den Taststift kann der Parswert der Teilung bestimmt werden. Am vorliegenden Instrument war 1 Teilungsintervall $= 0{,}5\ \mu$.

Bevor die zu prüfende Fläche untersucht wird, stellt man das Tastmikroskop in die beiden äußersten Rahmenlagen bei a^1 und a^2 und bringt die Fadenbilder durch Betätigung der Schrauben a^5 bzw. a^6 in geringen Abstand (Abb. 2a) zueinander. Abb. 2b stellt dann eine beliebige Meßstellung des Mikroskopes dar. Die Größe $u^1 - u$ ist das Maß für den Flächenfehler an der gemessenen Stelle. Das Vorzeichen des Flächenfehlers, d. h. die Feststellung, ob es sich dabei um eine Erhöhung oder Vertiefung handelt, sowie seine absolute Größe wird durch graphische Ermittlung der Nullinie für sämtliche Punktbeobachtungen erhalten.

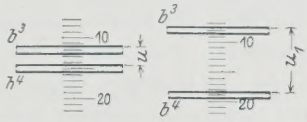


Abb. 2.

Von allgemeiner Wichtigkeit ist noch das Endresultat der Messungen an einer geschabten und einer geschliffenen Fläche: Die geschliffene Fläche war bei Messung von 10 zu 10 mm etwa 5 mal genauer als die geschabte, bei Messung von 2,5 zu 2,5 mm etwa 3,6 mal. *G.*

Der Grenzwinkel der regulären Reflexion.

(Ein Maß für den optischen Zustand einer Oberfläche.)

Von F. Jentzsch. *Zeitschr. f. techn. Physik* **7**. *S. 310—312. 1926.*

Unter dem Grenzwinkel der regulären Reflexion versteht Verf. denjenigen Winkel i, bei dem statt diffuser Reflexion regelmäßige Reflexion an einer rauhen Oberfläche eintritt. Bedingung ist, daß der Gangunterschied zweier an einer Erhöhung und einer Vertiefung der rauhen Oberfläche reflektierten Strahlen vom Betrage $\Delta = 2h \cdot \cos i$, wo h der in Richtung der allgemeinen Flächennormale gemessene Abstand zwischen der Erhöhung und Vertiefung ist, hinreichend klein wird, und zwar nach Rayleigh $\Delta = \frac{1}{4}\lambda$. Dieser Winkel i kann als Maß der Rauhigkeit einer Fläche gewählt werden; besser noch ist hierfür die Größe $\frac{\cos i}{\lambda} = \frac{\varkappa}{2h}$, wo $\varkappa = \frac{1}{4}$ zu setzen ist; dieses Maß ist unabhängig von der Wellenlänge des Lichts. Für die experimentelle Bestimmung des Winkels i bedient Verf. sich eines Mikroskops mit zwischen Objektiv und Okular eingebautem Drehtisch. Die Verfolgung der Rauhigkeit optischer Gläser während des Schleifprozesses nach dieser Methode ergibt zuerst eine schnelle, dann eine langsamere Abnahme der Unebenheiten bis zu einem Grenzwert, welcher von der Beschaffenheit des Schleifmittels abhängt. *Flügge.*

Beschreibung eines Apparats zur Bestimmung der Auslöschungskoeffizienten optischer Gläser im Licht des sichtbaren Spektrums.

(*Description of an apparatus for the determination of the extinction coefficients of optical glasses for light in the visible spectrum.*)

Von W. D. Haigh. *Journ. Scient. Instr.* **3.** *S. 211—214. 1926.*

Es wird ein Apparat beschrieben, mit welchem die Absorptions- und Extinktionskoeffizienten optischer Glasstücke von nicht mehr als 6 inches (152,4 mm) Dicke mit einer Genauigkeit von 0,05% per inch gemessen werden können. Es wird nur ein einziges Lichtbündel benutzt, welches eine photoelektrische Zelle erregt. Letztere steht in Verbindung mit einem Elektrometer, welches jede noch so geringe Änderung des photoelektrischen Stroms infolge von Intensitätsschwankungen registriert. Zwei Paare von Graukeilen sind übereinander auf einer Plattform befestigt, welch letztere schnell in der Höhe verstellbar ist, wodurch die Graukeile parallel zu sich und senkrecht zur Lichtfortpflanzung gestellt werden. Der zu untersuchende Glasblock liegt auf der Plattform unmittelbar hinter dem unteren Keilpaar. Bei der Messung wird so verfahren, daß zunächst beide Keilpaare so justiert werden, daß beide die gleichen Intensitäten hindurchlassen, so daß in beiden Fällen der Elektronenstrom in der Photozelle gleiche Stärke besitzt. Wenn nun hinter das eine Keilpaar das Glasstück zu liegen kommt, so bildet sich am Elektrometer vermöge der Extinktion im Glasweg eine Ausschlagsdifferenz aus, welche durch passende Betätigung des oberen Keilpaares behoben werden kann. Über die Apparatur selbst ist noch folgendes zu bemerken. Die photoelektrische Zelle muß auf der ganzen Wandung verspiegelt werden mit Ausnahme einer Eintrittsöffnung für das Lichtbündel. Diese Öffnung darf nicht zu klein sein, um bei Schwankungen der Richtung des Lichtbündels eine Abblendung von Strahlen zu verhüten. Verf. schlägt ferner vor, dem Fenster der Zelle statt der kugelförmigen eine ebene Wandung zu geben, um die Veränderlichkeit des an der Wandung reflektierten Bestandteiles und damit der auf die aktive Schicht fallenden Intensität zu vermeiden. Verf. scheint hier falsche Ursachen von Empfindlichkeitsänderungen anzunehmen; denn es ist eine bekannte Tatsache, daß die Empfindlichkeit einer Photozelle sich ändert, wenn das Licht auf verschieden gelegene Stellen der aktiven Schicht auftritt, was bei unscharfer Abbildung sicherlich behoben werden könnte. *Flügge.*

Messungen des Brechungsverhältnisses von Glas bei hohen Temperaturen.

(*Measurements of the index of refraction of glass at high temperatures.*)

Von C. G. Peters. *Scient. Pap. Bur. Stand.* **20.** *Nr. 521. S. 635—659. 1926.*

Nachdem von früheren Untersuchungen her bekannt war, daß die thermische Ausdehnung und Wärmeabsorption aller untersuchten Gläser bei Erwärmung zunahm, und zwar ganz besonders stark bei Temperaturen, die wenig unterhalb des Erweichungspunktes liegen, also je nach Zusammensetzung der Gläser zwischen 400 und 600° C, lag die Vermutung nahe, daß auch andere physikalische Eigenschaften, speziell der Brechungsindex, bei diesen Temperaturen ein abnormes Verhalten zeigen müssen. Aus den bekannten Näherungsbeziehungen von Gladstone-Dale, Newton, Lorenz, welche den Brechungsindex mit der Dichte in Verbindung bringen, geht dergleichen nicht hervor. Deshalb unternahm es Verf., das Experiment zu Rate zu ziehen. Es wurden Messungen des Brechungsindex über den kritischen Temperaturbereich hinaus bis zum Erweichungspunkt vorgenommen. Es wurde eine Interferometermethode ausgearbeitet, mittels welcher der Brechungsindex mit einer Genauigkeit von 1 Einheit der 6. Dezimale bei jeder beliebigen Temperatur gemessen werden konnte. Die beiden nahezu parallelen ebenen Endflächen eines Glasblocks von 6 mm Dicke und 14 mm im Quadrat waren mit zwei Interferometerspiegeln derart zur Berührung gebracht, daß zwei Interferenzstreifensysteme sichtbar waren, deren eines durch Licht, welches durch das Glas gegangen war, deren anderes durch Licht, welches einen gleich langen Weg im Vakuum zurückgelegt hatte, erzeugt wurde. Diese ganze interferometrische Vorrichtung befand sich in einem Ofen folgender Konstruktion: in der Mitte eines senkrecht stehenden Porzellanrohrs war ein Hafen aufgestellt, in dem das Interferometer Platz fand. Durch eine Heizspirale wurde das Porzellanrohr elektrisch geheizt. Die Temperatur des untersuchten Glasblocks wurde mittels eines PT, PT-Rh-

Thermoelements, dessen eine Lötstelle das Glas berührte, exakt bestimmt. Selbstverständlich war durch genügende Wärme-Isolation Temperaturkonstanz während beliebiger Zeiträume verbürgt. Der Einblick geschah von oben durch mehrere Quarzfenster. Im Gesichtsfeld waren gleichzeitig 7 Interferenzstreifen sichtbar. Beobachtet wurde mit den Heliumlinien 6680, 5877 und 4473 Å-E. Bei einigen Gläsern wurde auch die Änderung des Brechungsexponenten bei Abkühlung gemessen. Die thermische Änderung des Brechungsindex ergab sich aus der Anzahl der Interferenzstreifen, welche bei Erwärmung bzw. Abkühlung an einer Bezugsmarke auf der oberen Interferometerplatte vorbeiwanderten. Die Messungen erstreckten sich auf Brechungsindex und thermische Ausdehnung neun verschiedener Glassorten, einschließlich Flinte, Krone und Pyrexglas, zwischen 20 und 700° C. Zahlreiche Kurvenbilder lassen die quantitative Seite der Untersuchung erkennen. In pem kritischen Bereich, je nach Glassorte in der Nähe von 500° C liegend, ergab sich die thermische Ausdehnung zwei- bis siebenmal größer als unterhalb dieser Temperatur. Der Brechungsindex steigt bis zu dem kritischen Bereich mehr oder weniger an und fällt in dem Bereich selbst sehr plötzlich ab, um sodann wieder anzusteigen bis zur Erweichungstemperatur. Es wäre zu erwarten gewesen, daß zwischen Brechungsindex und Dichte ein ziemlich einfacher Zusammenhang bestünde. Jedoch zeigte sich, daß der gemessene Index größer ausfiel, als aus der Gladstone-Daleschen Beziehung $n - 1 = C \cdot d$ hervorgehen würde. Wahrscheinlich hängt dies damit zusammen, daß die Absorptionsbande gegen das langwelligere Ende des Spektrums rückt. Diese Erklärung findet eine Stütze in der Tatsache, daß zunehmende Blauabsorption farbloser Gläser, insbesondere der Flinte, durch eine ausgesprochene Gelbfärbung in Erscheinung tritt, sobald auf 400° C erhitzt wird. Demnach scheint die Überhöhung des gemessenen Brechungsindex gegen die Gladstone-Dalesche Formel aus zwei entgegengesetzten Wirkungen zu resultieren: einer Abnahme infolge der Dichtigkeitsminderung und einer Zunahme durch verstärkte Absorption. Diese Erscheinung tritt merkwürdigerweise gerade in dem Temperaturbereich ein, wo früher bereits ein starker Anstieg der Wärmeabsorption gefunden wurde. *Flügge.*

Beugungserscheinungen an einem Gitter mit abwechselnd durchsichtigen und undurchsichtigen Sektoren.

(Phénomènes de difraction présentés par un réseau à secteurs alternativement transparents et opaques.)

Von A. Boutaric und V. F. Demora. *Journ. de Physique et le Radium* **7**. *S. 45—51. 1926.*

Wird ein Gitter mit abwechselnd hellen und dunklen Sektoren durch eine punktförmige Lichtquelle beleuchtet, so ergeben sich eigenartige Beugungseffekte. In dem einfachen Fall, wo der Lichtpunkt auf der Mittelsenkrechten des Gitters befindlich ist, beobachtet man in monochromatischem Licht auf einem in beliebiger Entfernung hinter dem Gitter und parallel zu ihm aufgestellten Schirm feine kreisförmige Lichtlinien, die zu der Mittelsenkrechten zentriert sind. Bei Verwendung weißen Lichts sind mehrfarbige Ringsysteme erkennbar.

Die Verf. haben passende Gitter hergestellt, indem maßstäblich große Zeichnungen der winkelgleichen, abwechselnd schwarzen und weißen Sektoren, deren Spitzen gemeinsam waren, photographisch verkleinert wurden. Es wurden Gitter mit 64 dunklen und 64 hellen Sektoren sowie mit 128 dunklen und 128 hellen Sektoren zu praktischen Versuchen benutzt.

Theoretisch lassen sich die Erscheinungen durch Überlagerung der an den einzelnen schwarzen Sektoren abgebeugten Lichtwellen erklären, wobei jedoch noch Streifen auftreten, die experimentell nicht aufzufinden waren.

Die sich ergebenden quantitativen Maße der Beugungserscheinungen lassen sich in folgenden vier Gesetzen zusammenfassen:

1. Die Radien aufeinanderfolgender Ringe verhalten sich wie die Quadratwurzeln der ganzen Zahlen.

2. Die Radien verschiedenfarbiger Ringe derselben Ordnung sind den Quadratwurzeln der Wellenlängen proportional.

3. Die Radien der Ringe gleicher Ordnung bei verschiedenartigen Sektorgittern verhalten sich umgekehrt wie die Winkelöffnungen der Sektoren.

4. Die Ringradien gleicher Ordnung bei Verwendung desselben Gitters und monochromatischen Lichtes derselben Wellenlänge, unter Abänderung der Abstände p und q des Gitters von der Lichtquelle und dem Auffangschirm. sind proportional den Quadratwurzeln aus $\frac{q \cdot (p+q)}{p}$.

Flügge.

Das Okularinterferometer und das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne.

Von V. Ronchi. *Zeitschr. f. Physik* **37.** *S. 732. 1926.*

Wenn zwei ebene kongruente Zirkulargitter, d. h. Gitter mit äquidistanten konzentrischen Kreisen, so aufeinander gelegt werden, daß die Mittelpunkte um ein weniges gegeneinander verschoben sind, so bieten sich dem betrachtenden Auge neue durch die Kombination entstandene helle und dunkle Streifen dar, die sich nach einfachen mathematischen Rechnungen als Hyperbeln herausstellen, deren Asymptoten im größten Gebiet des Feldes mit Ausnahme der Mitte praktisch als mit den Streifen zusammenfallend angesehen werden dürfen. Aus der Anzahl der Streifen kann der Abstand der Kreiszentren mit einem Fehler kleiner als einem halben Strichabstand bestimmt werden, vorausgesetzt, daß der Abstand der Zentren selbst größer ist als der halbe Strichabstand, da sonst keine Streifen entstehen.

Ein einziges derartiges Zirkulargitter erzeugt nun, wenn es einer von einem Lichtpunkt ausgehenden Lichtwelle in den Weg gestellt wird, ein Bild der Lichtquelle, das zwar weniger hell ist als bei Abbildung durch eine Linse und das ferner insofern eine gewisse Unähnlichkeit aufweist, als es von deutlich wahrnehmbaren Beugungsringen umgeben ist. Aber dafür hat diese Bilderzeugung den Vorteil, vollkommen aberrationsfrei zu sein und eine größere Auflösungskraft zu besitzen. Wird beispielsweise ein Doppelstern durch ein derartiges Gitter zur Abbildung gebracht, so entwirft jede Komponente des Doppelsterns ein System von konzentrischen Streifen, die bei Überlagerung zu den oben erwähnten, am Beispiel der Zirkulargitter erklärten hyperbolischen Kombinationsstreifen führen. Der Abstand der Komponenten kann mit Leichtigkeit aus der Gitterkonstante und den Asymptotenwinkeln errechnet werden. Dabei zeigt sich, daß das Auflösungsvermögen eines derartigen an Stelle eines Okulars verwendeten Zirkulargitters 2,44 mal größer ist als bei Verwendung einer Linse. In gleicher Weise läßt sich ein solches Gitter als Ersatz für ein Objektiv verwerten und ist gleichwertig einem Objektiv, dessen Durchmesser 2,44 mal größer und insbesondere frei von sphärischer und chromatischer Aberration ist. Aus diesem Grunde legt Verf. solchen Aufgaben dienenden Gittern die Namen Okular- und Objektivinterferometer bei. Nachteilig ist allerdings die geometrische Unähnlichkeit der Bilder mit den Objekten, worauf jedoch zugunsten größerer Auflösungskraft in vielen Fällen verzichtet werden kann. Außerdem liefern die Interferenzverfahren geringere Bildhelligkeiten, was aber ebenfalls zugunsten der höheren Auflösungskraft häufig entbehrlich wird. Insbesondere kündigt Verf. weitere Mitteilungen über Verdoppelungsmöglichkeiten des Auflösungsvermögens in Spektralapparaten nach ähnlichen Methoden an. Verf. kennt die Soret-Woodsche Zonenplatte, über die gleichfalls weitere Bemerkungen in Aussicht gestellt werden.

Flügge.

Die Scheitelbrechkraft und ihre Messung.

Von W. H. A. Fincham. *Transact. Opt. Soc.* **27.** *S. 203. 1925—26.*

Die Stärke von Brillengläsern kann nach vier Methoden ausgedrückt werden, und zwar durch

1. die wahre Stärke;

2. die Scheitelstärke oder Scheitelbrechkraft, verstanden als reziproker Wert der vom hinteren Scheitel gerechneten hinteren Brennweite;

3. die neutralisierende Stärke oder vordere Scheitelstärke;

4. die dickenlose Gesamtstärke, gleich der Summe der Stärken der Linsenflächen unter Vernachlässigung der Linsendicke.

Bei der Korrektion von Brechungsfehlern des Auges ist es nötig, den hinteren Brennpunkt des korrigierenden Brillenglases mit dem Fernpunkt des Auges zur Koinzidenz zu bringen. Zu diesem Zweck muß praktisch der Brennpunkt in seiner Lage zum Brillenglase leicht charakterisierbar

sein. Daraus ergibt sich, daß für die Numerierung der Linsen vor allem die hintere Scheitelstärke in Frage kommt. In den letzten Jahren sind demgemäß verschiedene Instrumente in den Handel gekommen, mit welchen die Scheitelbrechkraft aus einer einzigen Ablesung bestimmt werden kann.

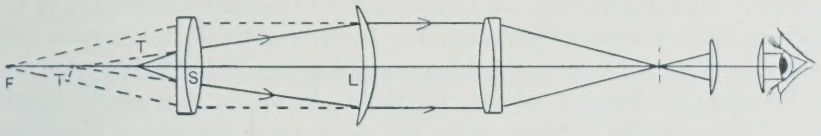


Abb. 1.

Das Konstruktionsprinzip ist im allgemeinen das gleiche. Die Linse L (Abb. 1), deren Scheitelbrechkraft zu messen ist, ist so gestellt, daß ihr hinterer Scheitel genau in den einen Brennpunkt einer Standardlinse S fällt, und eine Objektscheibe T wird so bewegt, bis sie in einem auf Unendlich eingestellten Fernrohr scharf erscheint, und zwar einmal mit, das andere Mal ohne Zwischenschaltung der Linse L. Die Brennpunkte der Standardlinse S sind F und L. Von dem Objekt T entwirft

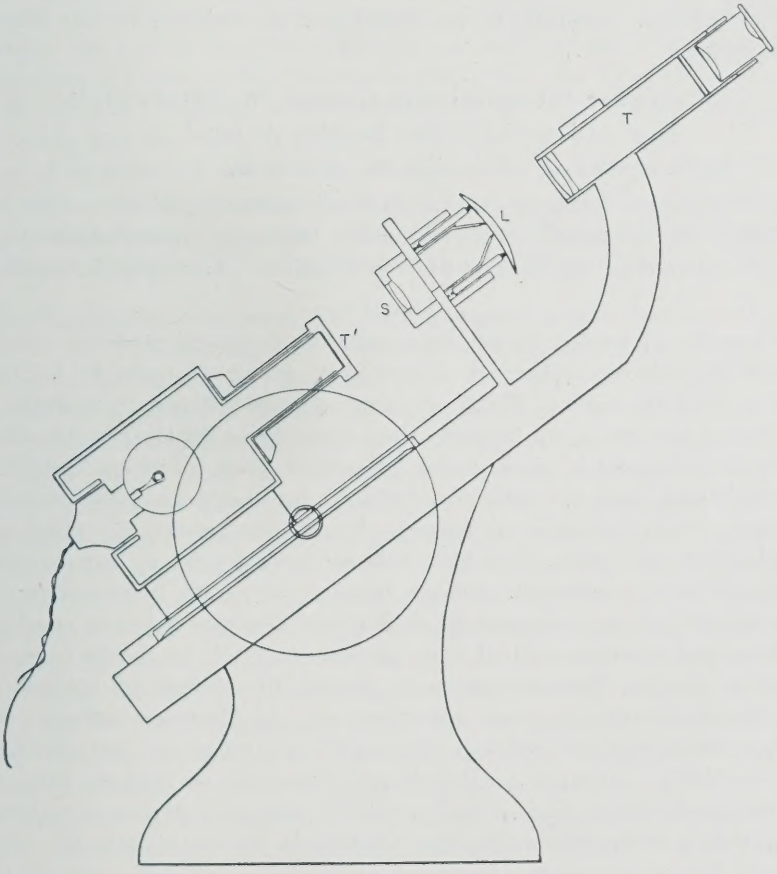


Abb. 2.

die Linse S ein virtuelles Bild in T'. Wenn mit f_S die Brennweite von S bezeichnet wird, liefert die Newtonsche Abbildungsgleichung

$$x = \frac{f_S^2}{x'},$$

wo $x = FT$ und $x' = LT'$. Unter den der Figur zugrundeliegenden Verhältnissen ist x offenbar die Scheitelbrennweite der zu messenden Linse L. Deren Kehrwert, die Scheitelstärke F_V, beträgt also

$$F_V = x F_S^2,$$

wo $F_S = 1/f_S$ die Stärke der Standardlinse S, also eine Konstante ist.

Auf diesem Prinzip beruht die Konstruktion des nun zu beschreibenden Scheitelbrechkraftmessers, eine Konstruktion von Trotter aus dem Jahre 1917 (Brit. Patent 120984). Das Fernrohr T (Abb. 2) ist mit einem verstellbaren Okular und einem Gitter versehen, welch letzteres sich in der Brennebene des Objektivs befindet. Es ist damit auf Unendlich eingestellt. Die zu messende Linse L wird mit ihrem hinteren Scheitel gegen eine Blende angedrückt, welche exakt zur Standardlinse S justiert sein muß. Letztere bildet den empfindlichsten Teil des Apparats, da von ihrer Stärke die Präzision der Messung abhängt. Gewöhnlich ist sie aus einer positiven und negativen Komponente zusammengesetzt, und zwar in der Weise, daß durch gegenseitige Abstandsänderungen derselben ihre Stärke mit der Dioptrieskala des Apparats in Übereinstimmung gebracht werden kann. Die von hinten beleuchtete Mattscheibe T' kann durch Zahn und Trieb entlang der Achse des Instruments bewegt werden. Diese Mattscheibe trägt parallele Strichmarken, welche durch Drehung der Scheibe in die Hauptmeridiane etwaiger zu prüfender zylindrischer oder torischer Linsen gebracht werden können. Die Richtungen dieser Hauptmeridiane können an einer besonderen Teilung abgelesen werden. Die Dioptrieskala steht in Verbindung mit dem Objekttrieb. Sie ist nach $^1/_8\,D$ zwischen $\pm\,3\,D$ geteilt, eine Hilfsskala noch nach $^1/_{10}\,D$. Die Genauigkeit der Messungen wird mit $2\,^0/_0$ angegeben. Nachteilig ist die Abhängigkeit der Präzision von der Scharfeinstellung des Bildes im Fernrohr. *Flügge.*

Ein neuer Intensitätsmeßapparat für Ultraviolett.

(A new intensimeter for ultraviolet rays.)

Von A. Gyemant. *Journ. Opt. Soc. America* **12**. *S. 65—68. 1926.*

Die Bestimmung der Intensität einer ultravioletten Strahlung geschieht indirekt durch photometrische Messung der Intensität der hervorgerufenen sichtbaren Fluoreszenzstrahlung geeigneter Substanzen. Die Intensität F der letzteren ist proportional der ultravioletten Intensität J, und zwar

$$F = k\,c\,J,$$

wo k eine Konstante ist, welche nur von der Qualität der erregenden Strahlung abhängt und erst bei sehr hohen Intensitäten der letzteren kleiner wird. Die Größe c gibt die Konzentration der fluoreszierenden Substanz an, d. h. den Bruchteil des fluoreszenzfähigen Bestandteiles zur ganzen Menge. Bezeichnet man mit J_0 die Intensität einer ultravioletten Strahlung, welche ein als normal gewähltes Fluoreszenzmaterial zu gleich starker Intensität F erregt, so ist das Verhältnis zweier zu messenden Intensitäten gleich dem reziproken Verhältnis der zugehörigen Konzentrationen.

Auf diesem Prinzip beruht der im folgenden beschriebene Apparat. Ein zylindrischer Kasten trägt ein Einblickrohr mit Okular. Der Blick fällt auf einen Spiegel, in dem ein Spiegelbild der fluoreszierenden Substanz sichtbar ist. Letztere befindet sich an der Innenwandung oberhalb der Einblicköffnung, und zwar auswechselbar mit gleichartigen Fluoreszenzschirmen verschiedener Konzentration. Diese sind nebeneinander auf einer ringförmigen, drehbaren Scheibe angeordnet. Durch eine mit dem eingestellten Fluoreszenzschirm in gleicher Höhe befindliche, oberhalb des Spiegels angebrachte Öffnung fällt die zu messende Strahlung ein. Als Fluoreszenzmaterial empfiehlt Verf. Anthrazen, das durch Ultraviolett zwischen 320 und 370 mμ erregt wird und eine Eigenstrahlung bei etwa 430 bis 530 mμ aussendet. Als inaktives Füllmaterial ist Talkstein (talc) geeignet, da dieser von etwa gleich großem spezifischen Gewicht ist, selbst nicht fluoresziert und mit dem feingepulverten Anthrazen leicht mischbar ist. Von Bindemitteln, wie Zement oder dgl., wird abgeraten, da diese bereits bei nur spurenhafter Gegenwart beträchtlich absorbieren. Für den Fall, daß die zu untersuchende ultraviolette Strahlung noch mit sichtbarem Licht gemischt ist (Quarzquecksilberlampe), muß letzteres durch Filter absorbiert werden, und zwar in der Weise, daß ein rot absorbierendes Filter, das natürlich für grün und blau durchlässig sein muß, zwischen Okular und Fluoreszenzschirm, ein grün und blau absorbierendes, aber ultraviolett durchlässiges Filter zwischen Lichtquelle und Fluoreszenzschirm gebracht werden. Zur Herbeiführung des photometrischen Vergleiches ist am inneren Ende des Okulartubus ein kleiner Fleck des fluoreszierenden Bezugsmaterials angebracht, um welches herum ringförmig das Spiegelbild des jeweils eingestellten Fluoreszenzschirmes sichtbar ist. Als Bezugsmaterial von langjähriger Haltbarkeit empfiehlt Verf. Zinksulfat mit einer Spur eines Radiumsalzes. Durch Einstellung auf bestens gleiche Helligkeit zufolge Drehung

der Fluoreszenzscheibe und aus der Kenntnis der eingestellten Konzentration ist die Intensität der ultravioletten Strahlung bestimmt. Vorher erforderlich ist nur eine Eichung des Apparats mit bekannten Intensitäten und eine Vereinbarung über die Wahl des Radiumsalzes und dessen Gehalts im Zinksulfidschirm. *Flügge.*

Über einen neuen mikrostereophotographischen Okularaufsatz des Leitz-Werkes für Beleuchtung in auffallendem und durchfallendem Licht.

Von W. Scheffer, *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **43**. *S. 235. 1926.*

Der neue hier beschriebene Stereoaufsatz von C. Leitz gestattet die Abblendung eines beliebigen Teiles des Ramsden-Kreises. Durch eine sehr sauber und zuverlässig gearbeitete Schneckenbewegung kann die Blende, die den abzuschirmenden Teil der Pupille bedeckt, genau in der Ebene des Ramsden-Kreises eingestellt werden. Bei der Einstellung empfiehlt sich Lupenbeobachtung. Sehr ist es anzuraten, etwas weniger als die Hälfte der Pupille abzublenden, da hierdurch die übermäßige Wirkung der Spiegelung von stark spiegelnden Stellen im Präparate etwas gemildert werden kann. Schließlich muß die Blendenkante genau senkrecht zur Horizontalen des Aufnahmeschirmes ausgerichtet werden, was auf die vom Verf. angegebene Art leicht gelingt. Für die Drehung der Okularblende zusammen mit dem im Tubus steckenden Okular um 180° bedient man sich eines kleinen Stellringes mit Anschlag. Natürlich müssen Objektiv und Okular zum Tubus einwandfrei zentriert sein. Eine Verschiebung der einmal eingestellten Blendplatte zum Ramsden-Kreis ist nicht möglich, da der Blendenaufsatz fest auf dem Okularrand aufgeschraubt ist. Eine Drehung des Objektes ist nur dann möglich, wenn Objektiv und Objekttisch ganz genau zentriert werden können. Die beschriebene Vorrichtung eignet sich in ganz gleicher Weise für jegliche, überhaupt mögliche Beleuchtung und die vom Verf. erzielten Resultate sind überaus zufriedenstellend. *J. Kisser-Wien.*

Eine Spezialkamera zum Photographieren zylindrischer Flächen.

(A special camera for photographing cylindrical surfaces.)

Von R. Davis. *Scient. Papers Bur. Stand.* **20**. *Nr. 517. S. 515—526. 1926.*

Vom *Bureau of Standards* werden Untersuchungen über Korrosion der in die Erde eingegrabenen Metallrohre vorgenommen. Um größere Untersuchungsreihen zu erhalten, wurde versucht, die Oberflächen der angefressenen Metallrohre im photographischen Bilde für immer festzuhalten. Eine gewöhnliche Kamera ist naturgemäß für die Photographie solcher zylindrischer Flächen nur wenig geeignet. Die Neukonstruktion des Verf. bedient sich im Prinzip der Tatsache, daß die Zylinderfläche eine aufwickelbare Fläche ist. Das Rohr rotiert während der Aufnahme vor der Kamera, und durch passenden Riemenantrieb wird der Film weiterbewegt. Das Verhältnis der Geschwindigkeiten von Rohr und Film hängt von dem Vergrößerungsverhältnis der Aufnahme ab. Bei Photographie in natürlicher Größe sind auch die beiden Geschwindigkeiten gleich groß; bei Aufnahme in halber Größe muß der Film sich nur halb so schnell bewegen wie das Rohr. Allgemein haben sich die Geschwindigkeiten von Film und Rohroberfläche wie Bild- und Objektgröße zu verhalten. Selbstverständlich hat die Bewegung des Films entgegengesetzt der Drehung der Rohroberfläche zu erfolgen, da das photographische Bild umgekehrt ist. Der Übertragungsmechanismus der Bewegung von Rohr und Film geschieht durch Riemenantrieb mit je nach der Bildgröße verwendbaren Riemenscheiben. Ein besonderer Verschlußmechanismus besorgt die automatische Betätigung des Kameraverschlusses bei Einsetzen und Aufhören der Bewegung. Der Antrieb geschieht durch einen Elektromotor. Als Beleuchtung dient eine Quecksilberbogenlampe. Die Geschwindigkeit der photographischen Aufzeichnung beträgt bei Aufnahmen in natürlicher Größe etwa 75 cm je Minute. *Flügge.*

Neues Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mikro-Kinematographie und der Mikro-Momentphotographie.

Bericht von Dr. M. Rikli in Dresden.

Im Vergleich zur gewöhnlichen Photographie bereitet die Mikro-Photographie und Mikro-Kinematographie gewisse Schwierigkeiten, welche die Konstrukteure immer wieder zu Abänderungen

der notwendigen Einrichtungen veranlassen. Um einwandfrei Mikroaufnahmen herzustellen, fordert der Aufnahmetechniker eine Einrichtung, die möglichst erschütterungsfrei arbeitet und überdies gestattet, das Objekt während der Exposition im Mikroskop zu beobachten.

Schon bei mikrophotographischen Arbeiten treten durch Erschütterung der Kamera häufig Störungen auf. Diese werden z. B. hervorgerufen durch das Herausziehen der Kassettenschieber. Bei starken Vergrößerungen macht sich oft eine, auch in größerer Entfernung, fahrende Straßenbahn oder ein Lastauto bemerkbar. Da im kinematographischen Aufnahmeapparat immer bewegte Teile vorhanden sind, welche Erschütterungen mit sich bringen, werden Aufnahmeapparat und Mikroskop mittels eines Labyrinthes lichtdicht verbunden, ohne daß sich die beiden Apparate dabei berühren. Aus demselben Grunde stellt man immer Mikroskop und Aufnahmeapparat auf zwei getrennten Tischen auf.

Da es nicht uninteressant ist, die Entwicklung der Apparatur zu verfolgen, seien hier die verschiedenen Methoden kurz zusammengestellt. Vor allem bereitete die Erfüllung der Forderung auf gute Beobachtungsmöglichkeit nicht geringe Schwierigkeiten. Ries, welcher durch die kinematographische Aufnahme der Befruchtung des Seeigeleies sich einen Namen gemacht hat, befestigt über dem Okular ein Prisma, welches dem horizontalen Kinematographen das mikroskopische Bild zuwirft. Um scharf einstellen zu können, reflektiert er durch einen um 45° drehbaren Spiegel, welcher in einem Kästchen zwischen Balgenauszug und Kinematograph angebracht war, den Strahlengang auf eine Mattscheibe. Die Kontrolle der Beleuchtungszentrierung sowie der Scharfeinstellung sind möglich, dagegen ist eine Beobachtung des Objektes während des Kurbelns nicht angängig.

Nach den Angaben des D.R.P. 227684 wird durch besondere Anordnung der Filmkassette das Objekt während der Filmschaltung direkt auf dem Film, welcher in diesem Fall als Mattscheibe dient, mit Hilfe einer Lupe von hinten betrachtet. Da aber während der Filmschaltung die Blende dem Licht auf kurze Zeit den Durchgang verhindert, entsteht ein unangenehmes Flimmern, welches eine Scharfeinstellung praktisch sehr schwierig gestaltet. Immerhin kann man nach dieser Methode feststellen, ob das Objekt in der gewünschten Bewegung ist und sich noch im Gesichtsfeld befindet.

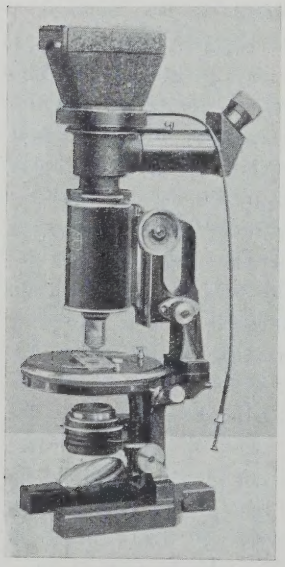


Abb. 1. Phoku.

Dasselbe gilt für die Versuche, das Bild auf der hellgestrichenen rotierenden Blende zu beobachten. Das Ergebnis ist aber noch ungünstiger, da der Film und die Blende nicht in derselben Bildebene liegen.

Bei einer anderen Einrichtung wird unter einem Winkel von 45° eine dünne, planparallele Glasplatte in den Strahlengang eingeschaltet. Dann werden 7% des Lichtes in ein Okular zur seitlichen Beobachtung geworfen. Die Beobachtung des Objektes ist also während der Aufnahme möglich. Da aber die Strahlen an beiden Flächen der Glasplatte sich brechen, entstehen im Okular Doppelbilder, die dem Beobachter die Scharfeinstellung sehr erschweren, bei starken Vergrößerungen sogar fast unmöglich machen.

Im Jahre 1922 wurde von Carl Zeiss in Jena nach Siedentopf eine neue Einrichtung (Abb. 1), das sogenannte photographische Okular („Phoku"), geschaffen, welches für die Momentmikrophotographie einen großen Fortschritt bedeutet, da kurz vor und während der Exposition das Objekt im Mikroskop beobachtet werden kann. Seine Verwendung ist allerdings auf Platten $4^1/_2$ mal 6 cm beschränkt. Der ganze Apparat besteht aus einem Stück und wird nach Entfernung des einfachen Mikroskop-Okular-Stutzens durch einen, dem jeweils verwendeten Mikroskop angepaßten Zwischenring von oben in den Tubus eingeschraubt. Es handelt sich bei dem ganzen Apparat um ein Doppelokular, an Stelle des einen Auges tritt aber die photographische Platte, so daß auf bequeme Art und Weise die Lage und Scharfeinstellung des Objektes im letzten Moment vor der Exposition kontrolliert werden kann. Ein in der Austrittspupille des

Mikroskopes befindlicher Würfel, der in der Diagonalschnittfläche zu 25% versilbert ist, wirft das Licht zu 25% in das seitlich angebrachte Okular. Der Rest geht durch den Würfel und trifft die darüber liegende Platte.

Oberhalb des Reflektionswürfels ist ein dreiteiliger Sektorenverschluß eingebaut, welcher durch einen Drahtauslöser in Tätigkeit gesetzt wird. Gleichmäßigkeit der Beleuchtung kontrolliert man nach oberflächlicher Einstellung auf einer Mattscheibe. Diese leistet übrigens auch bei der Orientierung des Präparates wertvolle Dienste, weil das Gesichtsfeld auf der Platte größer ist als im Okular. Die letzte Einstellung erfolgt aber durch das Okular.

Die Verwendung dieses photographischen Okulares beschränkt sich nur auf Mikrophotographie und ist für mikrokinematopraphische Zwecke nicht zu verwenden.

Der neue Mikroskopaufsatz Mikrophot (nach Prof. Goldberg), welcher von der Zeiss-Ikon A.-G. in Dresden, hergestellt wird, trägt den eingangs genannten Forderungen des Aufnahmetechnikers: Vermeidung von Erschütterungen und Beobachten des Objektes während der Aufnahme in vollem Umfange Rechnung.

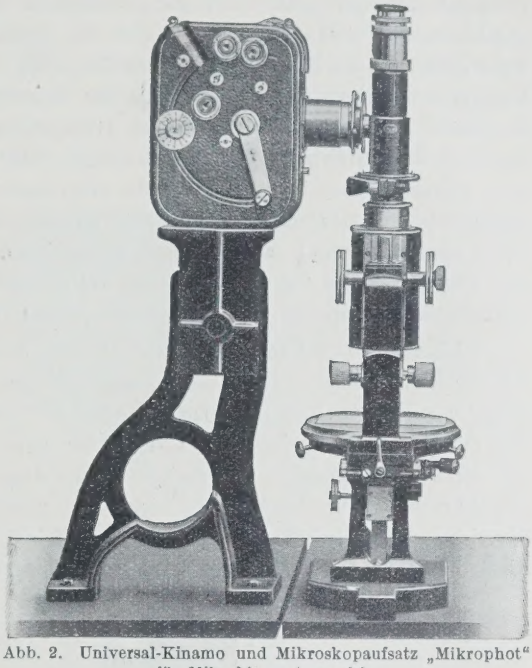


Abb. 2. Universal-Kinamo und Mikroskopaufsatz „Mikrophot" für Mikrokinematographie.

Um zu verhindern, daß die durch die Betätigung des Verschlusses entstehenden Erschütterungen auf das Mikroskop übertragen werden, was besonders bei starken Vergrößerungen unscharfe Bilder zur Folge haben würde, werden Aufnahmeapparat und Mikroskop auf zwei verschiedenen Tischen aufgestellt. Als Verbindungsstück dient der in Abb. 2 abgebildete Mikroskopaufsatz „Mikrophot".

Bei gewöhnlichen mikrophotographischen Aufnahmen sind Schwingungen des Aufnahmeapparates bis zu $^1/_{10}$ mm Amplitude ungefährlich, solange die Schwingungen nicht auf das Mikroskop übertragen werden. Da bei kinematographischen Aufnahmen, was die Schärfe betrifft, infolge der später starken Vergrößerung in der Projektion höhere Anforderungen gestellt werden, darf der Film einschließlich Kinomechanismus höchstens Schwingungen von $^1/_{20}$ mm Amplitude ausführen. Würden sich aber auch diese geringen Schwingungen auf das Mikroskop fortpflanzen, so wäre, besonders bei starken Vergrößerungen, jede scharfe Aufnahme praktisch unmöglich. Auf Grund dieser Beobachtungen ist der „Mikrophot" konstruiert worden. Es ist dies ein Mikroskopaufsatz, welcher mit Hilfe eines Klemmringes auf jedes normale Mikroskop aufgesetzt werden kann und sich an jeder mit doppeltem Balgenauszug ausgerüsteten Kamera oder einem kinematographischen Aufnahmeapparat anbringen läßt. Mikroskop und Aufnahmeapparat stehen nicht in direkter Verbindung. Ein an Stelle des Kamera-Objektives eingeschraubtes Zwischenstück, welches über einen am Mikrophot angebrachten Ansatz gestülpt wird, vermittelt die lichtdichte Verbindung, ohne daß sich die Apparate berühren. Schädliche Schwingungen können also von dem Aufnahmeapparat nicht auf das Mikroskop übertragen werden.

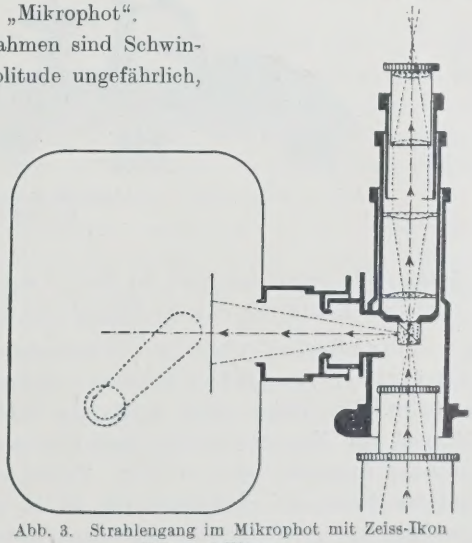


Abb. 3. Strahlengang im Mikrophot mit Zeiss-Ikon Universal-Kinamo.

Die Wirkung des Aufsatzes wird dadurch erreicht, daß in seinem unteren Teile in der Achse ein Glaswürfel von 6 mm Kantenlänge eingebaut ist, der auf der diagonalen Schnittfläche zu 99% versilbert ist. Der größte Teil der Lichtstrahlen wird durch diese Fläche zum Aufnahmeapparat abgelenkt; nur etwa 1% gelangt durch das Aufsatzokular in das Auge des Beobachters (Abb. 3). Beim Aufsetzen des Mikrophots auf das Mikroskop muß sorgfältig darauf geachtet werden, daß der Mittelpunkt des Würfels an die Stelle der Austrittspupille des Mikroskopokulares gebracht wird. Zu diesem Zwecke bestimmt man nach provisorischer Scharfeinstellung des Objektes im Mikroskop zunächst die Entfernung der Austrittspupille des Mikroskopokulares von der Oberfläche des auf dem Mikroskoptubus in beliebiger Höhe aufgesetzten Klemmringes, indem man die Lage der Austrittspupille mit Hilfe einer Mattscheibe feststellt und mit einem Maßstab diese Entfernung abliest, bevor der Aufsatz auf das Mikroskop gesetzt wird. Dann verschiebt man nach Lösen des Ringes den oberen Teil des Aufsatzes so lange, bis die auf dem Aufsatz eingravierte Millimeterteilung der festgelegten Entfernung: Obere Fläche des Klemmringes — Austrittspupille entspricht.

Unter dem Betrachtungsokular ist eine auswechselbare Bildfeldblende eingeschraubt. Der durchsichtige, gefärbte, rechteckige Ausschnitt umgrenzt das Gesichtsfeld, welches auf der photographischen Platte bzw. auf dem Kinofilm zur Abbildung gelangt. Die Gesichtsfeldblende läßt sich mit Hilfe des verschiebbaren Okulars für jedes Auge scharf einstellen. Zuletzt wird das Okular mit der Bildfeldblende in den Aufsatz soweit eingeschoben, bis bei gleicher Mikrometereinstellung des Mikroskopes die Schärfe des Objektes im Ansatzokular mit der Schärfe des Mattscheibenbildes übereinstimmt. Diese Vergleichseinstellung ist nur einmal notwendig. Später kann man auf jede Einstellung auf der Mattscheibe verzichten. Jedem Mikroskopiker, der sich schon mit der Mikro-

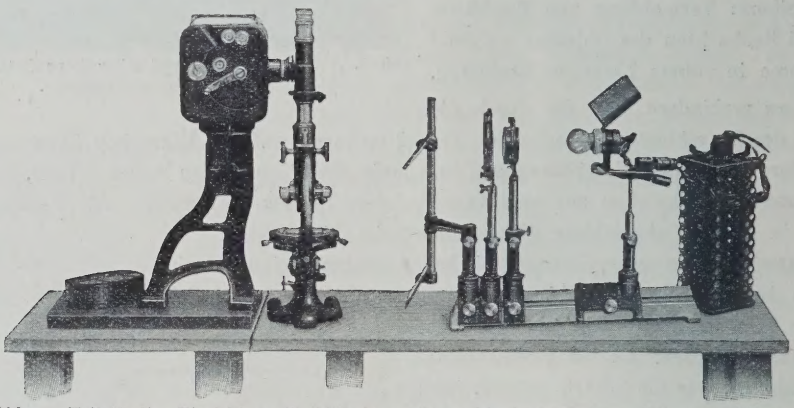


Abb. 4. Vollständige Einrichtung für Mikrokinematographie, bestehend aus Universal-Kinamo, Mikrophot und Lichtquelle.

photographie befaßt hat, wird der Vorteil ersichtlich sein, wenn man die durch das Korn bedingte schwächere Einstellung auf der Mattscheibe umgehen kann.

Der Mikrophotaufsatz hat sich besonders für die Mikro-Momentphotographie biologischer Vorgänge bewährt. Bei Verwendung von Packfilms gelingt es, interessante Reihenaufnahmen herzustellen. Das Objekt wird durch das Okular betrachtet und scharf eingestellt, im gegebenen Moment der Kameraverschluß ausgelöst und desgleichen ein neuer Film bereitgelegt, um zur nächsten Aufnahme bereit zu sein. Früher war es notwendig, das Mikroskop zu verschieben oder auf der Mattscheibe zu kontrollieren, ob das Objekt immer noch im gewünschten Stadium ist. In der Zeit, wo die Mattscheibe durch eine Kassette ersetzt wurde, hatte oft das Objekt seine Lage verändert oder war ganz aus dem Gesichtsfeld entfernt.

Zu mikrokinematographischen Aufnahmen läßt sich der Mikroskopaufsatz „Mikrophot“ mit jedem kinematographischen Aufnahmeapparat in Verbindung bringen (Abb. 4). Ganz besonders eignet sich aber der in seiner Handhabung einfache und eigens dazu gebaute Universal-Kinamo. Der Apparat, in welchem bei Tageslicht 25 m Film fassende Kassetten eingelegt werden können, ist neben den gewöhnlichen Aufnahmen in freier Natur auch noch für Teleaufnahmen, z. B. von

scheuen Tieren, sowie für Nahaufnahmen von Insekten, Pflanzen, sowie für alle kleinen Lebewesen, die in das Grenzgebiet der Makro- und Mikrokinematographie fallen, verwendbar.

Ebenfalls sind an dem für wissenschaftliche Zwecke hergestellten Universal-Kinamo (Abb. 5) auf der Seite vier verschiedene Achsen angebracht, die mit verschiedenen Übersetzungen mit der Filmschaltung in Verbindung sind und an welchen je nach Bedarf die Kurbel befestigt werden kann. Bei zwei Kurbelumdrehungen pro Sekunde gibt die erste Achse zwei Aufnahmen, die zweite belichtet den Film viermal, die dritte acht- und die letzte sechzehnmal pro Sekunde. Dadurch ist man in der Lage, mit diesem Apparat sogenannte Zeitrafferaufnahmen herzustellen. Es gelingt auch, Naturvorgänge, die längere Zeit dauern, in wenigen Sekunden in der Projektion auf der Leinwand „zusammenzuraffen" (Wolkenbildung, Wanderung von Gletschern, Aufblühen von Pflanzen).

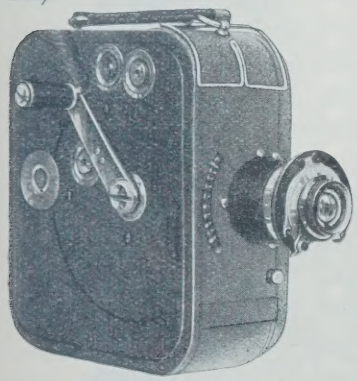


Abb. 5. Universal-Kinoapparat für Nahaufnahmen.

Abb. 6. Geburtsakt der Daphnie.

Für mikrokinematographische Zwecke haben diese verschiedenen Übersetzungen besondere Bedeutung. Um die Teilung einer Zelle oder die langsame Chlorophyllwanderung aufzunehmen, müssen mit der Normalkurbel für den Vorgang Tausende von Metern Film verschwendet werden. Da dann auch in der Projektion der Vorgang sehr langsam verläuft, hätte man nichts gewonnen und wären diese langsamen Bewegungsvorgänge schlecht zu beobachten, da sie dieselbe Zeitdauer brauchen würden, wie dies für den Naturvorgang notwendig ist.

Erst durch die Anwendungsmöglichkeit der sogenannten Trickkurbel wird der Kinamo zum unentbehrlichen Forschungsinstrument und für mikrokinematographische Zwecke in jedem Fall verwendbar. Gewisse Objekte, deren Bewegungsgeschwindigkeit klein ist und bei welchen infolge ihrer Kleinheit die Beleuchtung Schwierigkeiten bereitet, können überhaupt nur mit einer der drei Trickkurbeln aufgenommen werden. Langsam verlaufende biologische Vorgänge, z. B. die oben erwähnte Zellteilung, die mehrere Stunden oder Tage dauern kann, bedarf aber Expositionen in noch größeren Zeitintervallen. Die dazu notwendige Einrichtung, die erlaubt, in jedem beliebigen Zeitintervall automatisch Aufnahmen zu machen und den Film weiter zu befördern, kann man mit einfachen Mitteln sich selbst bauen.

Selbstverständlich ist man nicht nur an die Handkurbel gebunden. In das Gewinde der Trickkurbelachse läßt sich auch ein Schnurrädchen befestigen, so daß man die Filmschaltung mit einem Elektromotor vornehmen kann. Dadurch hat man auf diese Art eine sehr bequeme Möglichkeit, die Aufnahmegeschwindigkeit mit einem Widerstand je nach der Bewegungsgeschwindigkeit zu regulieren.

Nicht zu unterschätzen sind die Fortschritte der Beleuchtungstechnik des vergangenen Jahrzehntes. Es sind heute die verschiedensten Modelle kleiner Bogenlampen im Handel. Bis zu 50facher Vergrößerung genügt sogar eine Nitra-Niedervoltlampe (6 Volt), die dank ihres konstanten

Lichtes für mikroskopische Arbeiten besonders angenehm ist. Bei stärkeren Vergrößerungen bedient man sich einer Bogenlampe, darf aber in diesem Falle nicht unterlassen, durch geeignete Kühlküvetten die empfindlichen Objekte für Wärmestrahlen zu schützen. Dabei hat sich eine 2%ige Kupfersulfatlösung besser bewährt als das in der Projektionstecknik angewandte Mohrsche Salz, welches rasch hydrolisiert, oxydiert und unbrauchbar wird.

Abb. 7. Räderkranz eines Glockentierchens. (600fach.)

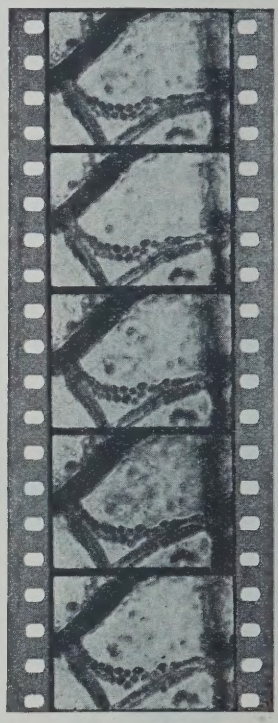


Abb. 8. Protoplasmaströmung in einer Pflanzenzelle. (1000fach.)

Die vereinfachte und verbesserte mikrokinematographische Aufnahmetechnik ist für Physiker und Biologen zu einem neuen wichtigen Hilfsmittel geworden. Ohne Zweifel werden uns als Folge dieser technischen Vervollkommnung in den kommenden Jahren neue wertvolle Mikrofilme zur Verfügung stehen. Die hier abgebildeten biologischen Aufnahmen (Abb. 6—8) sind aus dem neuen Lehrfilm des Verfassers: „An der Schwelle des Lebens“ [1]), Streifzüge des Naturforschers mit Fernrohr, Lupe und Mikroskop, entnommen.

Bücherbesprechungen.

Joseph Fraunhofer und sein optisches Institut. Von **A. Seitz.** IV, 118 S. mit 6 Tafeln. Berlin 1926. Julius Springer. RM. 4,80; geb. RM. 5.70.

Es handelt sich hier um eine fortlaufende Lebensbeschreibung des großen Optikers, der durch den verdienten Fraunhofer-Forscher ungemein wertvolle Erinnerungsstücke eingefügt worden sind. Im nachstehenden sollen diese, in leicht verständliche Gruppen eingeordnet, erwähnt und gegebenenfalls besonders hervorgehoben werden.

I. Persönliche Urkunden. 1. Die Eintragung im Taufbuch zu St. Jacob in Straubing S. 2. 2. Anmeldung des Lehrlings J. Fraunhofer beim Lehrherrn Ph. Weichselberger für den 22. August 1799 S. 2/3. 3. Lehrbrief nach Vollendung der Ausbildung Taf. bei S. 32. 4. Gesellenzeugnis ausgestellt von dem alten Lehrherrn Taf. bei S. 48. 5. Lebensbeschreibung vom 30. November 1811 durch

[1]) Photo-Kosmos, Stuttgart.

einen ungenannten Verfasser. Hier sind besonders etwas genauere Hinweise auf den Inhalt von Fraunhofers vorläufig verschollener Arbeit über Teleskopspiegel von Wichtigkeit S. 42—44. 6. Verhandlung vom 24. April 1826 wegen Übernahme des optischen Instituts Utzschneider und Fraunhofer durch den Staat S. 98—100. Ein ganz ungemein wichtiges Aktenstück, aus dem beispielsweise hervorgeht, daß Fraunhofer um diese Zeit 1800 fl. [= rd. 3100 S.-M.] als Gehalt bezog, daß er für „Werkzeuge, Instrumente und Utensilien" in dem Unternehmen 13 m fl. [= $22\frac{1}{2}$ Tausend S.-M.] stecken hatte, und daß er an Ruhegehalt und Hinterbliebenengeld (für seine beiden Nichten) dieselben Beträge [rund 1400 S.-M. bez. je rund 430 S.-M.] verlangte, die man am 20. Februar 1807 P. L. Guinand und seiner Frau Rosalie zugesichert hatte. Man möchte daraus schließen, daß der Reinertrag des weltbekannten Unternehmens nicht so groß war, wie Außenstehende angenommen haben. Wenn man noch Beweise für Fraunhofers Besorgtheit um die Sicherstellung seines Betriebes brauchte, so könnte man sie hier finden.

II. Technische Mitteilungen von Fraunhofer selbst. Man lernt den Abdruck der endgültigen zum Dorpater Refraktor gehörigen Abschrift — ein eigenhändiger erster Entwurf liegt noch im Deutschen Museum — der „Notizen über die verschiedenen Teile des großen Refraktors, die Korrektionen usw." kennen S. 80—88. Hier handelt es sich wirklich um eine Art Erweiterung zu der Lommelschen Sammlung, und, da leider die Abbildungen fehlen, so sei der Leser auf Hrn. Fr. Meyers Äußerungen in den *Naturwissenschaften* dieses Jahres S. 533—8 aufmerksam gemacht, wo ihm verschiedene erleichternde Hinweise gerade zu diesem Aufsatze gegeben werden. Eine weitere Ergänzung würde der Text zum Schmelzen von Kronglas bilden, den Fraunhofer seinem Freunde von Leprieur auf dem letzten Lager in die Feder diktiert hat. Er ist am 22. Mai 1924 (s. *die Naturwiss.* **13.** *S. 620/1 Anm. 1. 1925*) von Hrn. R. Swinne auf S. 260/2 der dort angegebenen Quelle veröffentlicht worden.

III. Preislisten seines Unternehmens. Es handelt sich hier um solche aus den Jahren 1811, 12, 16, 20, 26. Man kann die Aussage verteidigen, daß die ersten beiden — sie erschienen noch zur Zeit von G. Reichenbachs Mitleitung — noch nicht auf Fraunhofer zurückzuführen sind, während das von den beiden folgenden bestimmt gilt, und wohl auch die letzte, allerdings erst im Dezember 1826 gedruckte noch als die Frucht seiner Arbeit anzusehen ist. Für die Ausdehnung des Unternehmens und die erfreuliche Steigerung in der Ausbeute der Glasschmelzen sind diese Preislisten unentbehrliche Zeugen.

IV. Briefe Fraunhofers. Gleich mit dem 1., unter dem 26. Januar 1809 an Utzschneider gerichteten Schreiben (S. 34—36) erhalten wir ein Schriftstück von unersetzlicher Bedeutung. Wie der junge Optiker — er war noch nicht ganz 22 Jahre alt — die Arbeiten der Werkstätte übersichtlich zu ordnen und die verschiedenen, auch die ihm nebengeordneten Arbeitskräfte zweckmäßig zu verwenden rät, ist staunenswert. Man möchte glauben, daß in dem leider nicht erhaltenen Vertrage vom Februar 1809, wo Fraunhofer wirklich seinem Wunsche entsprechend Anteil an dem Institut erhält, auch in den Nebenpunkten nach seinem Wunsche verfahren worden sei. Hier ist dieser Brief noch insofern von besonderer Bedeutung, als man einen Einblick in das Zusammenarbeiten zwischen Guinand und Fraunhofer auf allgemein technischem Gebiete — abgesehen vom Glasschmelzen — erhält. Der Erstgenannte wurde damals an Perspektivfassungen — zu dieser Zeit führte das Unternehmen noch diese von Fraunhofer später aufgegebenen Geräte — beschäftigt. Man merkt sehr wohl, daß dem jungen Optiker nur das die Richtschnur für sein Vorgehen abgibt, was er als zum Besten des Instituts dienend erkannt hat. 2. Am 12. März 1812 schreibt er kurz an das Straubinger Intelligenzblatt (S. 45) und berichtigt nicht allein die Urteile über seine Vormünder, die diesen in I. 5 ebenso wie den Eltern in taktloser Weise gemacht worden waren, sondern dankt diesen Männern öffentlich. 3. Auf S. 57 finden wir einen an Fraunhofer am 1. Juli desselben Jahres gerichteten Brief, aus dem hervorgeht, daß man in der Tat damals noch Brillen in Benediktbeuren hergestellt hat, was früher (s. *die Naturwiss.* **14.** *S. 545 Anm. 2. 1926*) nur vermutet werden konnte. 4. Es folgt auf S. 52/3 der ganz wichtige Briefwechsel zwischen dem Stuttgarter Hof-Mechanikus Baumann und Fraunhofer (s. *diese Zeitschr.* **46.** *S. 194. 1926*), der eigentlich nur Erkundigungen über Wilhelm Strahl (geb. 1790) einholen sollte, tatsächlich aber über Guinands Schmelzertätigkeit in les Brenets eine betrübende Klarheit schuf. 6. Ein Brief vom 2. August

1817 (S. 73) an den Prof. Schweigger in München gibt bestimmten Anhalt dafür, daß Fraunhofer wirklich Brillen und Theaterperspektive aus dem Tätigkeitsgebiet des Instituts entfernt hat. Daneben hört man etwas von dem Optiker J. Niggl, unter dessen Vorarbeiterschaft Fraunhofer etwa 10 Jahre zuvor seine Tätigkeit am Institut begonnen hatte. 7. Sein Schreiben vom 16. Dezember 1818 (S. 90; wohl kurz vor der Übersiedlung nach München) an seine Schwester Viktoria gerichtet gibt uns Auskunft über seine doch nur dürftige Bezahlung. — Hier darf wohl auf den Klagebrief an Schumacher hingewiesen werden, den Repsold (I S. 110/1) als vom 17. Februar 1825 stammend widergibt. — 8. Eine traurige Weiterführung bietet das an den gleichen Empfänger gerichtete Schreiben vom 26. Januar 1826, das niemand ohne Teilnahme lesen wird (S. 93): es ging eben rasch dem Lebensende zu.

V. Wichtige Äußerungen über Fraunhofer. Führen wir zunächst die von Zeitgenossen auf, so gibt der Verfasser 1. zunächst auf S. 111/12 den schönen Schluß des Herschelschen Briefes worin dieser bedeutende Sohn des großen Beobachters Friedrich Wilhelm Herschel eine Meinungsverschiedenheit mit Fraunhofer durchfocht, die sich über den Wert der Herschelschen Spiegelrohre erhoben hatte. Gerade nach dem vorhergehenden Streit wirkt die Anerkennung am Schluß besonders erfreulich. Wir hören, daß John Fr. W. Herschel vor dem August 1825 in München gewesen war und ganz unter dem Eindrucke von Fraunhofers Liebenswürdigkeit und Bescheidenheit gestanden hatte. Man wird annehmen können, daß es der jüngere Herschel auch war, von dem M. Faraday die Schilderung erhalten hatte, die ihn zu der knappen und treffenden Wertung der Fraunhoferschen Leistungen (*die Naturw.* **12**. *S. 792 l./r. 1924*) befähigte. 2. Dem wohl an die Seite zu stellen sind die Lebenserinnerungen des Lehrers A. Rockinger (S. 94—97), der einfältigen und treuen Herzens den Eindruck schildert, den er von diesem bedeutenden Gelehrten und gütigen Menschen bewahrt hat. Man möchte annehmen, daß diese wertvolle Schilderung durch die Jörgsche Sammlung vom Jahre 1859 überhaupt erst hervorgerufen worden sei — aus inneren Gründen ergaben sich als Zeitgrenzen die Jahre 1860 und 1870 —, und wir erhalten über Fraunhofer als Menschen, Vorgesetzten und Freund bei dem hohen Alter des Schildernden ein zwar etwas verblaßtes, aber innerlich zuverlässiges Bild. Auch die Todesursache, eine starke Erkältung des tuberkulösen Körpers, wird uns bekanntgegeben. 3. Ein kurzer Auszug (S. 46—48) einer handschriftlich im Deutschen Museum liegenden Arbeit E. Voits, des besonders zuverlässigen Beschreibers von Fraunhofers Leben, wird der Benediktbeurner Schmelztechnik gewidmet, und zum Schluß findet sich 4. auf S. 112/3 ein Abschnitt aus E. Abbes denkwürdiger Rede zum 6. März 1887. Sie hat als Äußerung eines wahlverwandten Geistes über den Vorgänger auf dem gleichen Tätigkeitsgebiet unvergänglichen Wert.

IV. Als letzte Gruppe sind hier die Aktenstücke zu der Verbindung P. L. Guinands mit J. Utzschneider und zu ihrer Trennung anzuführen. Genauer sind es die Aktenstücke, die in der französischen Urschrift und in deutscher Übertragung veröffentlicht, zunächst auf S. 190/1 und dann auf S. 194 des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift benutzt worden sind. Man kann wohl sagen, daß durch Seitzens Büchlein die wichtigsten Akten zu diesen Arbeiten des ersten Glasfachmannes jener Zeit in derselben Anstalt zugänglich gemacht worden sind, die später unter dem ersten technischen Optiker stand.

Faßt man nun noch einmal die Zustimmung zu der Seitzischen Schrift kurz in Worte, so wird man dem verdienten Münchener Forscher zur Geschichte der Optik auch für diese seine Gabe den herzlichsten Dank sagen wollen, die ebenso für seine Liebe zu dem Gefeierten zeugt wie für sein Geschick, aus dem freilich reiche optische Schätze bergenden Münchener Boden eine derartige Ausbeute ans Licht zu heben. *M. v. Rohr.*

A. F. C. Pollard. [025·4 : 535] *The Decimal Bibliographical Classification of the Institut International de Bibliographie Partly translated for the formation and use of a Universal Bibliographical Repertory concerning Optics, Light, and Cognate Subjects By—.—. Cambridge, University Press.* VIII, 109 S., gr. 8°, 2†. 1926.

Es handelt sich hier um einen Versuch, in erster Linie den Mitgliedern der Londoner Optischen Gesellschaft die Vorschläge zu allgemeiner bibliographischer Unterteilung nahezubringen, die

seit längerer Zeit in dem *Institut International de Bibliographie* in Brüssel ausgearbeitet und in Gebrauch sind. Vermutlich sind diese Bemühungen auch den Lesern dieser Zeitschrift nicht näher bekannt, und es lohnt sich wohl für uns, kurz auf die vorliegende Arbeit hinzuweisen, wenn man nicht gleich auf die ursprüngliche Quelle, das *Manuel du Repertoire Bibliographique Universel* (1. Aufl. 1899, 2. Aufl. 1904) zurückgehen will. Es mag als Nebenbemerkung hier stehen, daß in der Zeitschrift der französischen photographischen Gesellschaft schon seit längerer Zeit die Inhaltsübersichten in dieser bibliographischen Ordnung erscheinen und das übliche Verfasserverzeichnis mit der Ordnung der Anfangsbuchstaben ersetzen.

Wenden wir uns nun zu dem anzuzeigenden Buche zurück, so geht der Gedanke einer dezimalen Teilung und Unterteilung auf den New Yorker Bibliothekar Melvil Dewey und das Jahr 1876 zurück. Seine Anregung wurde von den Förderern internationaler bibliographischer Bestrebungen übernommen und den oben erwähnten großen Veröffentlichungen zugrunde gelegt. Betrachtet man das gesamte Wissen als dargestellt durch 1, so muß man Teilgebiete jedenfalls mit 0. beginnen lassen, und man hat sich in jener weltgültigen Bearbeitung für folgende Einteilung in 9 Hauptfächer entschieden:

0.1 Philosophie.
0.2 Religion, Theologie.
0.3 Sozialwissenschaften, Recht.
0.4 Philologie, Sprachen.
0.5 Naturwissenschaften, Mathematik.
0.6 Angewandte Wissenschaften, Industrien.
0.7 Schöne Künste.
0.8 Literatur.
0.9 Geschichte und Erdkunde.

Die Gruppe vor 0.1, also beginnend mit 0.0, ist für Sammel- und Nachschlagewerke zurückgestellt.

Man erkennt leicht, daß eine Unterteilung sich bequem anschließen läßt, und hier sei in der Wiedergabe unseres Buches weiter fortgefahren. Wendet man sich zu der die Naturwissenschaften und Mathematik enthaltenden Hauptgruppe, so wird sie geschieden in der folgenden Weise:

0.51 Mathematik.
0.52 Astronomie, Geodäsie, geographische Ortsbestimmung.
0.53 Physik.
0.54 Chemie, Mineralogie.
0.55 Geologie.
0.56 Paläontologie.
0.57 Biologie, Anthropologie.
0.58 Botanik.
0.59 Zoologie.

Man sieht leicht, wie durch die Verwendung der Stellenwerte unserer Zahlen immer weitere Unterteilungen ermöglicht werden, etwa:

0.53 Physik.
0.535 Optik.
0.5357 Physikalische Optik.
0.53575 Augenfehler und ihre Hebung.

In der Regel unterdrückt man das Dezimalzeichen und schreibt, da es ja nur auf die Ziffernanordnung ankommt, für die letzte Unterteilung

535.75

und meint damit die 5. Untergruppe der 7. Gruppe des Begriffs 535 = Optik. Man erkennt, daß die Ordnung derartig angelegter Zettel nach unserm Ziffernsystem ganz einfach ist und von billigen Arbeitskräften ausgeführt werden kann.

Wie man schon hier sieht, ist die 0 im allgemeinen vermieden; sie dient ganz besonderen

Zwecken, wie oben den Nachschlagewerken. Ich nehme hier nur die Zeichen 00 auf; sie lassen einen besonderen Gesichtspunkt erkennen, etwa „im Hinblick auf"; also etwa

...0043 Versendung und Verpackung.
535,8 Optische Instrumente.
535.8.0043 Die Versendung und Verpackung optischer Instrumente.

Man erkennt auch hier die Kürze der Bezeichnung (8 Zahlzeichen und 2 Punkte an Stelle von 46 Buchstaben und einem Punkt) und die Annehmlichkeit, daß diese bibliographische Bezeichnung, einmal festgesetzt, in jeder beliebigen Sprache verstanden wird.

Hinzu kommen noch Verbindungs-, Hilfs- und Bezugszeichen. So gilt: in dem zu Anfang unserer Besprechung stehenden Titelanfang als Beziehung der Zahlenfolge für Nachschlagewerke

025.4 Gruppierung von Titeln

zu dem schon bekannten Begriff

535 Optik.

Allgemeine Unterteilungen, solche nach Ort, Zeit, Sprache u. a. sind ferner noch in einer sehr vollkommenen Weise angelegt, so daß der mit der Anlage vertraute Benutzer auf den ersten Blick Einzelheiten erkennt und in seine Muttersprache zu übertragen vermag.

Schließlich sei das Schlußwort der allgemeinen Erläuterung auf S. 12/3 hier übertragen.

Die Dezimalteilung des Internationalen bibliographischen Instituts besteht in einer gewaltigen systematischen Aufführung. wo Wissen bibliographisch (nicht philosophisch) und möglichst logisch geordnet ist, fortschreitend vom Allgemeinen zum Besonderen, vom Ganzen zu seinen Teilen, von der Art zu den Gruppen.

Jeder Gegenstand dieser Tafel wird durch eine Dezimalzahl vertreten, je nach seiner Allgemeinheit von einer einzelnen Ziffer oder von mehreren. Sie sind insofern Dezimalzahlen, als jede weiter rechts stehende Ziffer den Ordnungswert der ihr vorhergehenden ungeändert läßt, aber einer Unterteilung des von ihnen vermittelten Begriffs entspricht. Die Ziffern folgen einander also in der Ordnung unserer Zahlen [13].

Gewisse, durch besondere Zeichen hervorgehobene Ziffernfolgen werden mit den gewöhnlichen Ziffern und miteinander zu zusammengesetzten Zahlenbildern verbunden und erlauben, vielseitige und verschiedenartige Bezeichnungen auszudrücken.

Den Zeichen kommt eine bestimmte Ordnung der Reihenfolge zu, so daß sich die zusammengesetzten Zahlen ordnungsmäßig unter die bloßen Zahlen einreihen lassen.

Die gesamte Einteilung ist durch ein Gegenstandsverzeichnis mit den entsprechenden Dezimalzahlen vervollständigt. Bezeichnet man Schriftstücke, ja sogar Dinge nicht bibliographischer Natur mit diesen Ordnungszahlen, so kann man Sammlungen bilden, übersichtlich ordnen und ständig durch Zufügungen und Einschaltungen erweitern. *M. von Rohr.*

H. Barkhausen, Elektronen-Röhren. Bd. 1. 8°. VI, 140 S. m. 54 Abb. (2. Aufl.); Bd. 2. 8°. VI, 118 S. m. 69 Abb. S. Hirzel, Leipzig 1924.

Die klare und vollständige, streng wissenschaftliche Darstellung sichern dem Werk einen hervorragenden Platz in der umfangreichen Literatur über die Elektronenröhre als der physikalischen Grundlage für die Wellen-Telegraphie und Telephonie. Im ersten Band werden die elektronentheoretischen Grundlagen und die Wirkungsweise der Röhre als Verstärker eingehend behandelt. Einen Begriff von dem reichen Inhalt geben folgende Kapitelüberschriften: Gesetze der Elektronenbewegung im hohen Vakuum, das Vakuum, Elektronenaustritt aus glühenden Drähten, Raumladung und Sättigungsspannung, Anlaufstrom, Elektroneneintritt in Metalle (Wärmewirkung, Sekundärelektronen, Röntgenstrahlen), Röhren mit Gitter, Einwirkung von Magnetfeldern, Theorie der Röhren ohne Gitterstrom, Theorie der Schaltungen, der Gitterstrom. Der zweite Band enthält dann unter anderem das Problem des Röhrensenders, das Problem der Selbsterregung, die Rückkopplung, die Selbsterregungsformel, die einfachsten Wechselstromschaltungen, gekoppelte Systeme. *Wr.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Februar 1927.** Zweites Heft.

Eichung des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messung von Schwärzungen.

Von
H. Bentler in Berlin-Dahlem.
(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie.)

Um die Angaben des Registrierphotometers[1]) in Beziehung zu den Durchlässigkeiten des untersuchten Objekts zu setzen, führt P. P. Koch[2]) den Vergleich mit den Messungen an einem absolut geeichten Hartmannschen Photometer durch. Infolge des Mangels an einem solchen Instrument und an absolut geeichten Schwärzungsskalen, der nicht nur bei uns auftreten dürfte, wurde eine Messung auf Grund der Untersuchung der Stromspannungsverhältnisse der Photozellen ausgeführt. Die so gewonnenen Zahlen für die Durchlässigkeit der Schichten eines Stufenfilters wurden verglichen mit der Prüfung des gleichen Stufenfilters seitens der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und den Messungen an einem König-Martenschen Spektralphotometer. Es ergab sich eine Übereinstimmung auf 1%.

Außerdem ermöglichten die durchgeführten Messungen die Ausschläge des Registrierelektrometers über den gesamten Schwärzungsbereich nahezu proportional zu den Durchlässigkeiten einzustellen und durch einfache Änderung des Nullpunktes willkürliche Vergrößerungen gewünschter Schwärzungsbereiche einzustellen; ferner gelang es, die Trägheit des Instruments um 1—2 Zehnerpotenzen zu erniedrigen.

1. Schaltung des Mikrophotometers nach P. P. Koch.
(Abb. 1.)

Von einer gemeinsamen Lichtquelle werden die beiden Alkaliphotozellen Z_1 und Z_2 bestrahlt, die hintereinandergeschaltet von dem Strom einer Batterie E durchflossen werden, deren positiver Pol geerdet ist. Ein Saitenelektrometer mißt den Spannungsabfall über Z_2; beide Schneiden werden auf gleiche (positive bzw. negative) Spannung gegen Erde aufgeladen. Der Spannungsabfall über Z_2 bleibt konstant, solange bei konstantem E das Verhältnis der Widerstände unverändert bleibt, also bei allen

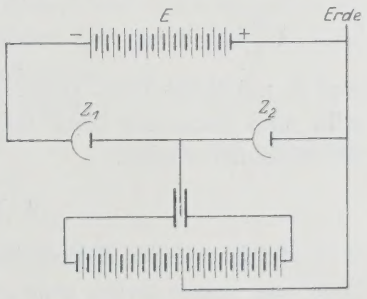


Abb. 1. Schaltungsschema nach P. P. Koch.

[1]) P. P. Koch, *Ann. d. Phys.* **39.** *S. 705. 1912;* F. Goos, *diese Zeitschr.* **41.** *S. 313. 1921;* F. Goos und P. P. Koch, *Physikal. Zeitschr.* **41.** *S. 27. 1926.*

[2]) P. P. Koch, *Ann. d. Phys.* **39.** *S. 375. 1912.*

gleichzeitigen Widerstandsänderungen, die infolge von Schwankungen in der Lichtstärke des gemeinsamen Beleuchtungsapparates auftreten. Weil die Zelle Z_2 alle Veränderungen, die nicht von willkürlich vorgenommenen Absorptionen im Strahlengang zur Zelle Z_1 herrühren, eliminiert, nannte sie Koch „Kompensationszelle".

Der Strahlengang zur Zelle Z_1 durchläuft ein Mikroskop und einen Spalt, vor dem das Objekt vorbeibewegt wird, dessen Absorption untersucht werden soll; also besonders photographische Platten mit Spektrogrammen. Der Lichtdurchlässigkeit des Objektes entsprechend ändert sich der Widerstand von Z_1.

Es wurde nun der Versuch unternommen, durch Beobachtung der Strom- und Spannungsverhältnisse der Zellen, also durch rein elektrische Messungen, die Skala des Elektrometers auf absolute Absorptionszahlen zu eichen, sie möglichst proportional einzustellen, und zwar so, daß diese Eichung für verschiedene Spaltbreiten vor dem Objekt stets gültig bleibt.

2. Wahl des Widerstandsverhältnisses der Zellen.

Beide Zellen werden von demselben Strome durchflossen, der von der angelegten Spannung und den durch die Beleuchtungsstärke bedingten Leitfähigkeiten $\left(\frac{1}{w_1}\right.$ und $\left.\frac{1}{w_2}\right)$ der beiden Zellen Z_1 und Z_2 abhängt,

$$J = \frac{E}{w_1 + w_2}.$$

Es stellen sich Spannungsdifferenzen über den Zellen ein, die den Widerständen proportional sind

$$E_1 : E_2 = w_1 : w_2; \quad E_1 + E_2 = E.$$

Gemessen wird am Elektrometer die Spannung E_2, deren Größe wir finden:

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{w_2}{w_1} = (E - E_2)\frac{w_2}{w_1}.$$

Damit also E_2 proportional dem Widerstandsverhältnis beider Zellen wird $\left(E_2 = k\frac{w_2}{w_1}\right)$, wobei w_1 möglichst proportional dem auf Z_1 einfallenden Licht ist, muß E_2 möglichst klein gegen E gehalten werden, etwa zu 1% [1]. Die Kompensationszelle muß dazu sehr stark beleuchtet werden. Damit ergibt sich eine Beschränkung der Gesamtspannung.

3. Wahl der Gesamtspannung.

Bei konstanter Beleuchtung durchfließt die Zelle ein Strom, der mit wachsender Spannung immer steiler ansteigt [2] (siehe Abb. 2). Um also eine hohe Leitfähigkeit der Kompensationszelle, die mit ganz geringer Spannung (1—2 Volt) arbeiten soll, zu erreichen, muß diese um so stärker beleuchtet werden, je höher (bei konstanter Belichtung) die Spannung der Primärzelle Z_1 ist. Da außerdem die Zellen in der Nähe der Sättigungsspannung offenbar nicht mehr ganz zuverlässig arbeiten [3], wurde die

[1]) Weitere wichtige Gründe für kleine Spannung an Z_2 werden wir unten ableiten.

[2]) Elster und Geitel, *Physikal. Zeitschr.* **12.** *S. 609. 1911.*

[3]) H. Rosenberg, *Zeitschr. f. Phys.* **7.** *S. 28. 1921; diese Zeitschr.* **45.** *S. 313. 1925;* P. P. Koch, *diese Zeitschr.* **45.** *S. 494. 1925.*

Arbeitsspannung im allgemeinen herabgesetzt auf 135 Volt. An der Kompensationszelle liegen bis 1,5 Volt (bei völliger Durchlässigkeit der registrierten Platte). Nur bei sehr engen Spalten wird man die Batteriespannung erhöhen.

4. Elektrometereinstellung.

Das Elektrometer muß also auf eine hohe Empfindlichkeit eingestellt werden, damit der registrierte Ausschlag von 8 cm 1,5 Volt entspricht; außerdem soll der Ausschlag proportional der Spannung sein. Der Faden des Edelmannschen Saitenelektrometers muß mindestens 2 μ dick sein, um eine scharfe Projektion zu ermöglichen. Damit dieses Schattenbild die optimale Breite von 0,5 mm erhält (darüber hinaus leidet die Ablesegenauigkeit), darf die Vergrößerung 300fach nicht überschreiten.

Diese Empfindlichkeit wurde erst nach dem Einbau einer Quarzfadenschleife [1]) erreicht; vorher traten bei der nötigen weitgehenden mechanischen Entspannung des Fadens labile Nullstellungen auf. Die Proportionalität der Ausschläge wird erreicht durch Variation der elastischen Spannung, des Schneidenabstandes und deren Aufladung. Die Einstellung des Fadens bei Änderung der Spannung erfolgt augenblicklich.

5. Die zusätzlichen Spannungen der Photozellen.

Das Elektrometer mißt die Spannung an der Zelle II, der ein Strom mittels Belichtung der Zelle I zugeführt wird. Die Zelle II verhält sich nicht wie ein Ohmscher Widerstand, auch nicht in dem Bereich von 1,5 Volt, in dem wir sie belasten.

Wird kein Licht der Zelle I zugeführt (bei einer intensiven Schwärzungsstelle des untersuchten Objekts), so löst das auf die Zelle II auffallende Licht Photoelektronen unter Bildung einer Spannung aus, die das Elektrometer auflädt: Die belichtete Photozelle ist ein Element, dessen Alkalibelegung positiver Pol wird. Erst ein gewisser von Z_1 zufließender Strom kompensiert diese Wirkung; das Elektrometer zeigt dann (Erdungs-)Nullstellung und schlägt bei noch größeren Strömen nach der anderen Seite aus.

Diese Wirkung der Photozelle als Spannungsquelle von etwa 0,5 Volt macht sich bei unserer empfindlichen Einstellung des Elektrometers stark bemerkbar, während der Einfluß der in Z_1 infolge der Belichtung entstandenen Gegenspannung sehr gering ist. Um die Wirkung der beiden zusätzlichen Photospannungen auf die Messungen abzuschätzen, führen wir eine kurze Rechnung aus. Wir bezeichnen mit

E die Spannung der angelegten Batterie (135 Volt),
E_1, E_2 die Spannungsdifferenzen an Z_1 und Z_2, die lediglich von der angelegten Spannung herrühren ($E_1 + E_2 = E$),
w_1, w_2 die Widerstände der Zellen, und führen neu ein
ε_1, ε_2 die an Z_1 und Z_2 infolge der Belichtung auftretenden Spannungen.

Die Spannung E bewirkt einen Strom:

$$J_E = \frac{E}{w_1 + w_2}; \qquad E_1 + E_2 = E; \qquad J_E = \frac{E_1}{w_1} = \frac{E_2}{w_2}.$$

Am Elektrometer liegt:

$$E_2 = E \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2}.$$

[1]) Th. Wulf. *Physikal. Zeitschr.* **15.** *S. 250. 1914;* Referat in *dieser Zeitschr.* **34.** *S. 331. 1914;* **24.** *S. 299. 1923;* **25.** *S. 109. 1924;* C. W. Lutz, *Physikal. Zeitschr.* **24.** *S. 166. 1923;* **25.** *S. 282. 1924.*

Die zusätzlichen Photospannungen wirken E entgegen. Insgesamt herrscht im Stromkreise:

$$E - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = E_1' + E_2',$$

wobei wir die Summe in zwei Glieder zerlegen, deren eines E_2' am Elektrometer gemessen wird. Der Strom ist dann:

$$J = \frac{E - \varepsilon_1 - \varepsilon_2}{w_1 + w_2} = \frac{E_1' + E_2'}{w_1 + w_2}.$$

Der Wert E_2' interessiert uns. Er setzt sich zusammen aus einem Anteil E_2, der (oben erwähnt) von E herrührt, einem zweiten von ε_1 und einem dritten von ε_2 bewirkten.

Die Spannung ε_1 fällt über den beiden Widerständen w_1 und w_2 ab und wir messen davon am Elektrometer:

$$\varepsilon_1' = \varepsilon_1 \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2}.$$

Die Spannung ε_2 bewirkt:

$$\varepsilon_2' = \varepsilon_2 \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}.$$

Also ist E_2' das wir messen:

$$E_2' = E \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2} - \varepsilon_1 \cdot \frac{w_2}{w_1 + w_2} - \varepsilon_2 \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}.$$

$$E_2' = (E - \varepsilon_1) \cdot \frac{w_2}{w_2 + w_2} - \varepsilon_2 \cdot \frac{w_1}{w_1 + w_2}.$$

Aus den oben erwähnten Gründen wollen wir E_2' nur auf 1,5 Volt ansteigen lassen. Wenn E zu 135 Volt gewählt wird, so ergibt sich bei Beleuchtung von Z_1 (also einer durchlässigen Objektstelle) eine Verminderung der angelegten Spannung um ε_1 (etwa 0,5 Volt), die wir unten berücksichtigen. Jedenfalls ist $E - \varepsilon_1$ in Annäherung konstant. $\frac{w_2}{w_1}$ hatten wir bei einer durchlässigen Stelle zu 1:100 gewählt; w_2 ist nahezu konstant bei $7{,}5 \cdot 10^7$ Ohm; w_2 schwankt von $7 \cdot 10^9$ bis 10^{13} Ohm; $\frac{w_2}{w_1 + w_2}$ ist also auf 1% proportional $\frac{w_2}{w_1}$, also der Beleuchtungsstärke von Z_1 (Z_2 konstant beleuchtet).

Der Wert der ersten Summanden steigt also mit der Beleuchtung (nahezu) proportional von 0 auf etwa 1% von $(E - \varepsilon_1)$ an. Der zweite Summand ist proportional $\frac{w_1}{w_1 + w_2}$ und somit, da w_2 maximal 1% von w_1 beträgt, auf 1% konstant die Spannung ε_2, die sich bei Schwankungen der Lichtquelle nicht ändert.

Mit erster Näherung können wir setzen:

$$E_2' = E \cdot \frac{w_2}{w_1} - E_2; \qquad E_2' + \varepsilon_2 = E \cdot \frac{w_2}{w_1}.$$

Die von $-\varepsilon_2$ an gemessene Spannung E_2' ist also proportional der Beleuchtung der Zelle Z_1: der von der Stelle der Verdunklung der Hauptzelle an gemessene Ausschlag ist der Durchlässigkeit des Objektes proportional. Diese Dunkelstellung stimmt mit der Erdungsstellung des Elektrometers nicht überein.

6. Die Charakteristik der Photozellen.

Der Widerstand einer gasgefüllten Alkalizelle [1]) bei gleichbleibender Beleuchtung ist eine komplizierte Funktion der angelegten Spannung (Abb. 2). Die aus dem Metall ausgelösten Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt und der Strom steigt zunächst stark mit wachsender Spannung an, bei etwa 7 Volt geht er zum Sättigungsstrom über. Weiterhin folgt ein nur schwacher Anstieg, bis bei 15 Volt die Ionisierung des Gases eintritt und nun der Strom immer steiler mit höherer Spannung anwächst. Bei etwa 220 Volt setzt eine „Glimmentladung" ein, die unabhängig von der Beleuchtung der Zelle ist.

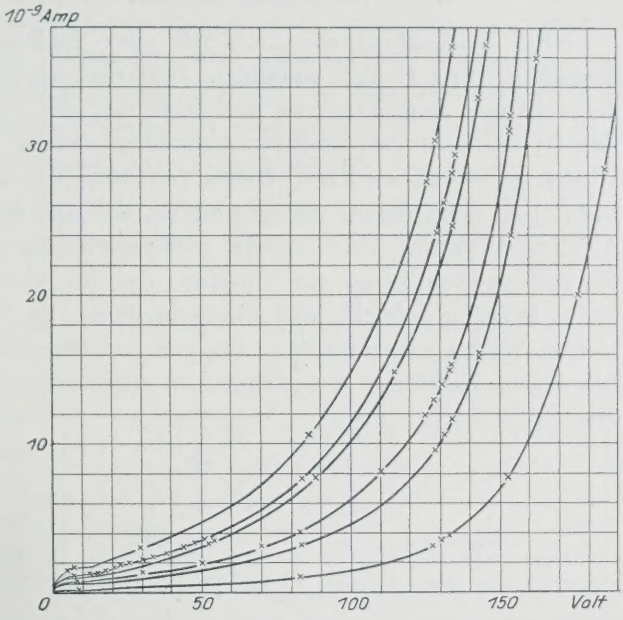


Abb. 2. Strom-Spannungskurven bei sechs verschiedenen Beleuchtungsstärken.

In der Abb. 2 sind diese Beziehungen in Kurven für 6 verschiedene Lichtmengen wiedergegeben. Dabei zeigt sich, daß für beliebige Spannungen die den verschiedenen Kurven zugehörigen Stromstärken stets im gleichen Verhältnis stehen, mit einer Konstanz von $5\,^0/_{00}$ [2]). Die experimentelle Nachprüfung bei einer Spannung (135 Volt) ergab, daß das Verhältnis mit dem Verhältnis der Lichtstärken übereinstimmt [3]).

Gemessene Ströme	Prozent der Ströme	Von der Reichsanstalt gemessene Filterdurchlässigkeit
$28{,}7 \cdot 10^{-9}$ Amp.	100 %	100 %
22,7 „	79 %	78,6—80,2 %
14,2 „	49,5 %	47,9—48,9 %
10,5 „	36,5 %	36,0—37,1 %
6,8 „	23,7 %	23,1—23,7 %
5,03 „	18,7 %	18,7—18,4 %

Die Tabelle enthält in der ersten Spalte die für die Stufen eines Filters (Platinzerstäubung, Zeiss) gefundenen Stromstärken, in der zweiten die Verhältniszahlen der Ströme, in der dritten die von der Reichsanstalt gemessenen Durchlässigkeiten dieser Filter.

Aus der Zusammenfassung dieser Beziehung mit der konstanten Proportion der Stromstärken bei beliebigen Spannungen läßt sich für den Bereich von 80 bis 150 Volt auf Proportionalität von Lichtmenge und Stromstärke in unseren Zellen schließen.

---

[1]) Es werden nach P. P. Koch und F. Goos *(diese Zeitschr. **41.** S. 313. 1921)* „völlig" verspiegelte Kaliumhydridzellen verwendet, die mit Argon gefüllt sind.

[2]) Für das Arbeitsgebiet der Kompensationszelle ist unten die entsprechende Prüfung durchgeführt.

[3]) J. Elster und H. Geitel, *Physikal. Zeitschr. **12.** S. 609. 1911.*

Eine Abweichung muß bei sehr hohen Stromstärken wegen der Begrenzung des Ionisationsgrades im Gase [1]) auftreten, ist aber bei den geringen Beleuchtungsstärken im Photometer nicht zu erwarten.

7. Die Stromspannungslinien an der Kompensationszelle.

Bei Beleuchtung der Zelle mit einer Azolampe tritt ein Strom auf, der eine Spannung von 0,49 Volt ausbildet. Legt man an die Zelle eine Spannung an, so wird bei negativer Aufladung der Alkalibelegung der Strom verstärkt, bei positiver verringert; bei 0,49 Volt positiver Aufladung wird er null und kehrt bei noch höheren Werten sein Vorzeichen um. Dieses Verhalten (das an beiden Zellen beobachtet werden konnte) ist wohl darauf zurückzuführen, daß auf der Anode der Photozelle sich etwas Alkalimetall durch Verdampfung niedergeschlagen hat und so die Anode auch als Kathode wirken kann, ein Umstand, der für unsere Messungen von großem Werte ist [2]). Denn er bewirkt, daß die Stromlinien die Nullinien unter einem großen definierten Winkel schneiden, der nur von der Beleuchtungsstärke abhängig ist (Abb. 3). Der Schnittpunkt mit der Abszisse ist durch die spektrale Empfindlichkeit der Zelle und die spektrale Emission der Lichtquelle bedingt; im Nullpunkt ist die Anzahl der an der großen Belagsfläche ausgelösten Elektronen, die gegen 0,49 Volt zur „Anode“ laufen können, ebenso groß wie die Anzahl auf der kleinen Anodenfläche freigemachten Elektronen, die mit 0,49 Volt zur „Kathode“ gezogen werden. Experimentell wurde diese zum „Nullstrom“ gehörige Spannung bei Variation der Beleuchtung durch Blenden im Verhältnis 1 : 2000 als konstant gefunden.

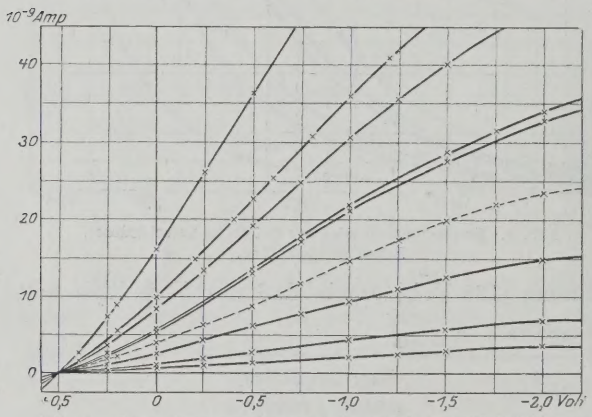


Abb. 3. Strom-Spannungskurven bei verschiedenen Beleuchtungsstärken im Arbeitszeitgebiet der Kompensationszelle.

Diese Stelle müssen wir in unseren Meßbereich einschließen; denn bei völliger Verdunklung der Hauptzelle fließt kein Strom durch die Kompensationszelle, und es bildet sich infolge der Beleuchtung an ihr die zugehörige Spannung von + 0,49 Volt aus. Diese Stelle ist der Punkt für 100% Absorption des untersuchten Objekts. Die zugehörige Elektrometerstellung stimmt also nicht mit der Stellung bei geerdetem Faden überein, sondern entspricht der Spannung von + 0,49 Volt.

Die Wahl der maximalen Spannung, mit der die Kompensationszelle belastet werden darf, ist durch das Auftreten des Sättigungsstromes begrenzt, da dann eine kleine Erhöhung der Stromzuführung von der Primärzelle aus zu sehr großen Spannungsdifferenzen und damit unverhältnismäßig großen Elektrometerausschlägen führt. Der Strom, der in seinem Maximum der hellsten Stelle des jeweils untersuchten Objekts entspricht, soll den größten Ausschlag des Elektrometers erzeugen; dieser Strom soll

---

[1]) E. v. Schweidler, Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Bd. III. S. 178. 1923; H. Dember, *Leipz. Ber.* **64.** *S. 266. 1912.*

[2]) An Zellen, die diesen Effekt der doppelseitigen Stromleitung nicht zeigen sollten (natürlich ist in der normalen Richtung der Widerstand eine Zehnerpotenz geringer), läßt er sich leicht durch gelinde Erwärmung hervorrufen.

aber, gleichgültig, ob er $4 \cdot 10^{-8}$ oder $1 \cdot 10^{-10}$ beträgt, im Verlaufe seines prozentischen Abfalls zu Null stets die gleichen Spannungen an der Kompensationszelle erzeugen, und somit stets in gleicher Weise den Faden des Elektrometers auf der Skala wandern lassen.

Als normale Arbeitsspannung an der Kompensationszelle wurde der maximale Wert von — 1,0 Volt gewählt; die Skala des Elektrometers wurde also den Werten + 0,5 bis — 1,0 Volt entsprechend eingestellt. Will man bei der Photometrierung sehr flauer Platten den Empfindlichkeitsbereich steigern, so läßt sich leicht durch Drehung der Fernrohrrichtung am Elektrometer der Bereich von — 0,5 bis — 2 Volt einstellen, der einer maximalen Schwärzung von 50% entspricht.

Den Verlauf der Stromstärke mit der Spannung für verschiedene Beleuchtungsstärken geben die in Abb. 3 gezeichneten Kurven wieder. Um die Proportionalität der Stromstärken bei gleichen Spannungen zu verdeutlichen, sind in Abb. 4 die Kurven als Geraden wiedergegeben. Auf diesen Geraden wurden die zugehörigen Stromstärken abgetragen, und es zeigt sich, daß die zu gleichen Spannungen gehörigen Werte die gleichen Abszissen besitzen. Die gefundenen Abweichungen übersteigen nicht 1% und streuen gleichmäßig; es wird schwer möglich sein, Ströme von $20 \cdot 10^{-9}$ Amp. und darunter genauer zu messen und die Lichtquelle genauer konstant zu halten.

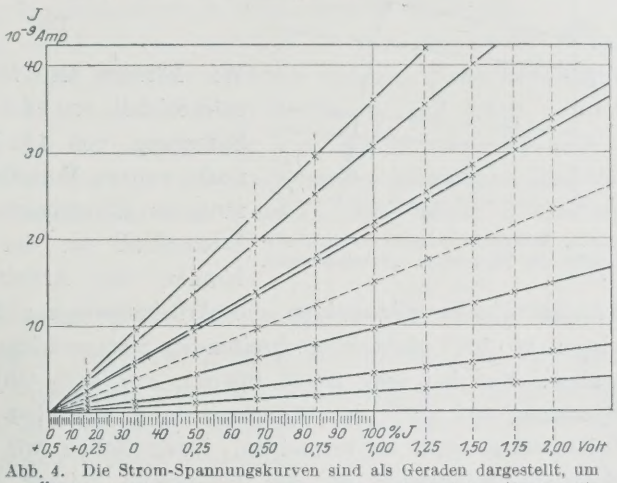


Abb. 4. Die Strom-Spannungskurven sind als Geraden dargestellt, um die Übereinstimmung ihres Verlaufes zu zeigen. Auf der Abszisse die Skala per Stromstärken.

Die Proportionalität von Strom- und Lichtmenge wurde auch in diesem Gebiete über 2 Zehnerpotenzen geprüft und gefunden. Man kann nach der Abb. 4 leicht bestimmen, welche Spannungen beim prozentischen Abfall der Stromstärke an der Zelle auftreten und somit am Elektrometer gemessen werden. Die an der Abszisse gezeichnete Skala gibt die für den linearen Verlauf der Stromstärke sich einstellenden Spannungen in Prozenten des Gesamtausschlages wieder; bei einer Elektrometerempfindlichkeit von — 0,49 bis + 1,0 Volt und strenger Proportionalität seiner Ausschläge ist dies der Maßstab für die aus der Primärzelle eintretenden Ströme.

8. Die Stromspannungslinien der Primärzelle.

Es ist nun die Frage zu prüfen, ob die aus der Primärzelle eintretenden Ströme der Lichtdurchlässigkeit des Objekts proportional sind. Gemäß der oben erwähnten Nachprüfung besteht die Proportionalität für unsere Zelle bei konstanter Spannung. Aber die Spannung der primären Zelle ist in der Kochschen Schaltung nicht konstant, bei starker Beleuchtung liegt eine Spannung an der Kompensationszelle, die bei schwachem Licht geringer wird[1]). Das beruht auf der Messung mittels Elektro-

[1]) Bei Schaltungen, die einen Ohmschen Widerstand statt der Primärzelle verwenden, ist dies ebenso störend, wenn auch bei geringer Belastung der Hauptzelle (70% der Glimmspannung)

meter. Abb. 5 gibt die Stromspannungskurven für verschiedene Beleuchtungsstärken im Arbeitsgebiet der Primärzelle wieder. Die Spannung wächst um den Betrag, der am Elektrometer gemessen wird, bei uns also um 1,5 Volt, bei abnehmender Beleuchtung. (Daß bei völliger Dunkelheit die durch das Licht erzeugte Gegenspannung in der Primärzelle verschwindet, macht nichts aus, da schon vorher der Strom zu praktisch null abgesunken ist.) Wir arbeiten also auf einer Kurve, die der eingezeichneten Linie entspricht. Der Stromstärkeabfall ist bei allen Beleuchtungsstärken der gleiche; er beträgt (nach graphischer Mittelung) in dem Bereiche von:

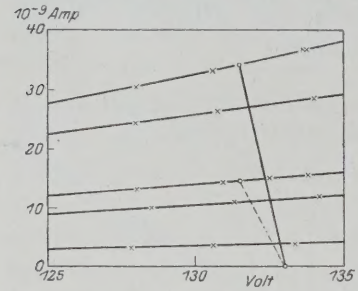


Abb. 5. Strom-Spannungskurven im Arbeitsbereich der Primärzelle. „Arbeitskurven".

134 bis 132 Volt: 6,0 %,
132 „ 130 „ 5,9 %,
130 „ 128 „ 5,8 %.

Wir können also für 1,5 Volt einen linearen Stromstärkeabfall von 4,5 % bei einer angelegten äußeren Spannung von 133 Volt ansetzen. Hier zeigen sich noch weitere Vorteile der so gering gewählten Spannung am Elektrometer: Im Bereiche von 1,5 Volt ist der Stromabfall an der Primärzelle noch linear. Wir können die Arbeitskurve leicht zeichnen. Ferner können wir im allgemeinen die Arbeitsspannung herabsetzen, da wir nur mit geringen $20 \cdot 10^{-9}$ nicht überschreitenden Stromstärken an der Kondensationszelle messen wollen. Nur bei sehr engen Spalten vor dem Objekt wird es sich empfehlen, die Spannung auf 90 % der Glimmspannung, also etwa 200 Volt, zu erhöhen, um Trägheitserscheinungen zu vermeiden. Dann haben wir den Vorteil, daß 198,5 Volt bei Schleierschwärzungen an der Hauptzelle (bisher benötigte die Kompensationszelle 36 Volt)[1]) einen stärkeren Strom erzeugen, und wir somit den Spalt enger bzw. kürzer wählen können. Der Stromabfall bei 1,5 Volt Spannungsdifferenz an der Primärzelle beträgt dann schon 20%.

9. Die Trägheit der Elektrometerangaben.

Vergleichen wir die Spannungsverteilung bei F. Goos mit der unsrigen, so finden wir, daß bei gleichen Strömen von $2 \cdot 10^{-8}$ Amp. bei Schleierschwärzung die Widerstände gänzlich verschieden sind. Goos gibt an $8 \cdot 10^{9}$ und $2 \cdot 10^{9}$ Ohm, wir haben $6{,}7 \cdot 10^{9}$ und $7{,}5 \cdot 10^{7}$ Ohm gewählt. Dies ist von sehr günstigem Einfluß auf die Geschwindigkeit der Einstellung des Elektrometerfadens.

Da das Elektrometer mit seinen Zuleitungen eine Kapazität von etwa 35 cm besitzt, benötigt es eine gewisse Zeit zu seiner Auf- bzw. Entladung über die hohen Widerstände.

Die Spannung V, die es über den Widerstand W_1 durch Batteriespannung E erhält, während der Widerstand w_2 zur Erde ableitet, ist gegeben durch:

$$V = \frac{E \cdot w_2}{w_1 + w_2} \left(1 - e^{-t \frac{w_1 + w_2}{C \cdot w_1 \cdot w_2}}\right),$$

---

der Fehler 1 % nicht überschreitet, solange das Elektrometer nur 1 bis 2 Volt anzeigt. Herr G. Hansen verwendet konstante Xylol-Alkoholwiderstände von $8 \cdot 10^{8}$ Ohm (siehe Prospekt der Firma Zeiss, Jena, über das Registrierphotometer, 1926).

[1]) Goos, *loc. cit. S. 318.*

wobei C die Kapazität, t die Zeit der Aufladung bedeutet. Die Zeit bis zur Erreichung von 99% des Ausschlags ist dann

$$T = \frac{4{,}7 \cdot C \cdot w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}$$

und analog bei plötzlicher Verdunkelung (w_1 wird unendlich)

$$T = 4{,}7 \cdot C \cdot w_2 .$$

Bei unverändertem w_1 (d. h gleicher Beleuchtung und Spannung, die Goos anwendet) wird in unserer Widerstandsverteilung w_2 etwa 25 mal geringer und damit T auf den 25. Teil herabgesetzt. Die Trägheitserscheinungen treten also erst bei Herabsetzung der beleuchteten Fläche auf 4% der Goosschen in dem gleichen Maße auf.

Wenn wir zu der Spannung von F. Goos übergehen, so wird die an der Hauptzelle liegende Spannung 200 Volt (statt 164 Volt), und wir steigern so den Photostrom auf das 10fache (gegenüber 164 Volt), setzen also w_1 auf den 10. Teil herab. Daraus folgt eine weitere Verminderung der Aufladungsdauer um das 10fache. Es wird so die Möglichkeit gewonnen, selbst bei engstem Spalt und stark geschwärzten Objekten mit größter Geschwindigkeit zu registrieren, etwa 1 cm in einer halben Minute aufzunehmen.

10. Die Beziehung der Elektrometerausschläge zu den Schwärzungsgraden.

Die Skala am Fuße der Abb. 4 ergab die Eichung der Spannung an der Kompensationszelle auf die von der Primärzelle zugeleiteten Stromstärken. Diese Stromstärken sind aber noch nicht den die Hauptzelle treffenden Beleuchtungsstärken proportional wegen der Spannungsschwankungen an der Zelle. Diese betragen 1,5 Volt, sie variieren den Strom um 4,5% bei 135 Volt, um 20% bei 90% der Glimmspannung. Bei abnehmender Durchlässigkeit steigt der Strom nahezu proportional um diesen Betrag über den der Durchlässigkeit zugehörigen Wert an, ein Verhalten, das Abb. 6 wiedergibt.

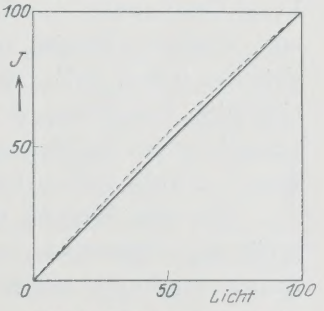


Abb. 6. Beziehung zwischen Beleuchtung und Stromstärke der Primärzelle bei 125 V (ausgezogene Kurve) und 90% der Sättigungsspannung (gestrichelte Kurve).

Diese Kurve müssen wir noch mit der gewonnenen Eichkurve kombinieren, um die Spannungen des Elektrometers auf Schwärzungsgrade zu eichen.

Falls das Elektrometer nicht den Spannungen proportionale Ausschläge (auf 1% genau) ergibt, ist dafür eine weitere Korrektur anzubringen.

Der Vergleich der so gewonnenen Zahlen für die Schwärzungen eines Stufenfilters mit den von der Reichsanstalt gewonnenen Werten ergibt für die Durchlässigkeiten:

Photozelle	P. T. R.	König Martens-Photometer
1. 79 %	78,7—80,2 %	78,7 %
2. 49,5 %	47,9—48,9 %	49,3 %
3. 37 %	36,0—37.1 %	37,4 %
4. 24,5 %	23,1—23,7 %	23,8 %
5. 18 %	18,7—17,4 %	17,4 %

Da die Eichung der Reichsanstalt für weißes Licht ausgeführt wurde und die Genauigkeit auf eine Einheit (1%) angegeben wird, ist die Übereinstimmung voll-

kommen. Mit einem Spektralphotometer wurden die Stufen ebenfalls gemessen; die Ergebnisse sind in der dritten Spalte aufgeführt.

Die Prüfung für verschiedene Wellenlängen ergab am Spektralphotometer für die Stufe der größten Schwärzung:

λ $\mu\mu$	Durchlässigkeit
590	17,32 %
562	17,35 %
487	17,37 %
450	17,47 %

also eine Differenz von unter 1% für die Abweichung von völlig grauer Absorption. Dieses Verhalten kathodisch zerstäubter Platinschichten erklärt die Übereinstimmung der nach den verschiedenen Methoden gewonnenen Werte für die Durchlässigkeit.

11. Variation der Meßbereiche.

Eine Veränderung des Meßbereichs ist sehr einfach durchzuführen, solange als Endpunkt die Stelle totaler Undurchlässigkeit beibehalten wird. Es genügt, die Blende vor der Kompensationszelle so weit zu schließen, daß die Stelle größter Durchlässigkeit des Objektes dem Ausschlag des Elektrometers für — 1,0 Volt entspricht, und die Skalaeichung zählt dann die Prozente zwischen dieser Minimal- und der Maximalschwärzung. Es sind auf diese Weise sehr bequem Schwärzungsbereiche von 20, 40, 60, 80, 90% bis zur völligen Undurchlässigkeit registrierbar.

Um geringe Schwärzungen in vergrößertem Maßstabe zu messen, dreht man das Projektionsfernrohr des Elektrometers und führt so eine Verschiebung des Nullpunktes aus. Wenn der Bereich von 0,5 bis 2,0 Volt registriert wird, mißt man Schwärzungen zwischen 0 und 50%, 20 und 60%, 40 und 70%, 60 und 80%. Dazu ist eine neue einmalige Berechnung der Ausschläge nach der charakteristischen Kurve der Kompensationszelle für die Spannung nötig, die sich für prozentischen Stromabfall zwischen dem — 2 Volt- und — 0,5 Volt-Ausschlag einstellen.

Für eine Messung noch kleinerer Schwärzungen (0 bis 25%) eine weitere Vergrößerung einzustellen, ist entsprechend möglich, aber wohl wegen des Verlaufes der Schwärzungskurve photographischer Platten bei geringen Schwärzungen sehr selten erwünscht.

12. Ausführung der Eichung.

Nach proportionaler Einstellung des Elektrometers auf einen Gesamtausschlag von + 0,5 bis — 1,0 Volt wird in diesem Bereich (bei abgeschalteter Hauptzelle) an der Kompensationszelle die Stromspannungskurve für konstante Beleuchtungsstärke aufgenommen (vgl. Abb. 3). Bei Änderungen der Beleuchtung der Kompensationszelle durch Zuziehen der Blende ist stets die gleiche Funktion zwischen Strom und Spannung vorhanden. Dadurch ist auch die Wirksamkeit der „Kompensation“ des Schaltungsprinzips vorhanden.

Die daraus gewonnene Skala für prozentische Stromänderungen muß man noch mit der „Arbeitskurve“ der Hauptzelle kombinieren (Abb. 5 und 6). Um diese zu erhalten, mißt man bei nur einer Beleuchtungsstärke den Stromverlauf an der Primärzelle, deren Spannung man in dem Arbeitsbereich um die vom Elektrometer angezeigte Spannung variiert. Die prozentische Änderung des Stromes ergibt die Korrektionskurve.

Will man Bereiche geringerer Schwärzung im vergrößerten Maßstabe projizieren, ist dann noch zu verfahren, wie in 11. angegeben.

Zusammenfassung.

1. Diese Arbeit wurde ausgeführt, um das Kochsche Registrierphotometer zur Messung absoluter Schwärzungen sehr kleiner Objekte zu benutzen, die sonst nur dem Mikroskop und subjektiven Methoden zugänglich sind. An dem Beispiel eines Platinstufenfilters wird die Brauchbarkeit des Instruments für diesen Zweck bewiesen.

2. Wenn auch für normale Photogramme die Kenntnis der absoluten Schwärzung nur den Vorteil hat, daß man prüfbar sicher im geradlinigen Bereich der Schwärzungsfunktion arbeiten kann, so ergibt sich für das Röntgengebiet aus der Bestimmung des Schwärzungsgrades die Kenntnis der Intensität der Strahlung.

3. Es wird die Arbeitsspannung an der Kompensationszelle des P. P. Kochschen Registrierphotometers herabgesetzt und eine allgemeingültige Eichung der Elektrometerausschläge auf Schwärzungsgrade durchgeführt.

4. Die Trägheit der Elektrometeraufladung wird um 2 Zehnerpotenzen herabgesetzt und so ein schnelles Registrieren bei den geringsten Spaltöffnungen und hoher Lichtabsorption des Objekts ermöglicht.

Verwendung der lichtelektrischen Alkalizelle im Registrierphotometer nach P. P. Koch.

Von

G. Hansen, z. Zt. in Charlottenburg.

Nach einem Vortrag, gehalten im Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie im Juli 1926.)

Im Jahre 1912 konstruierte P. P. Koch[1]) ein automatisch arbeitendes Mikrophotometer, bei welchem das Licht, das eine geschwärzte Photoplatte an verschiedenen Stellen durchsetzt, mit Hilfe einer lichtelektrischen Zelle gemessen wird. Die Messung des durch Photoeffekt in der Zelle ausgelösten Elektronenstromes erfolgte, wie in solchen Fällen üblich, elektrostatisch, indem nämlich der Strom durch einen hohen Widerstand geleitet wurde und die an den Klemmen dieses Widerstandes auftretende Potentialdifferenz von einem statischen Einfadenelektrometer angezeigt wurde. Als Ableitungswiderstand benutzt Koch eine zweite lichtelektrische Zelle. Diese Zelle wird jedoch mit einer konstanten Lichtmenge bestrahlt, die erheblich größer ist als die zu messende Beleuchtung der Zelle I. Nimmt man das Licht für beide Zellen von der gleichen Quelle, so erreicht man, wie leicht ersichtlich, eine Kompensationswirkung in dem Sinne, daß die an Zelle II gemessene Spannungsdifferenz von der Intensität der Lichtquelle wenig abhängt; bei abnehmender Gesamtintensität wird zwar der Photostrom kleiner, dafür der „Widerstand“ von Zelle II größer. Diese Anordnung ist von entscheidendem Vorteil, wenn man zur Beleuchtung erheblicher Lichtquellen (z. B. etwa 100 HK) bedarf und die Dauer einer einzelnen Registrierung so groß ist, daß es schwierig wäre, die Lichtquelle konstant zu halten. Wie unten zu zeigen, ist bei der Kompensationsschaltung die an Zelle II gemessene Spannung der Beleuchtung von Zelle I nicht proportional. Im allgemeinen wird man allerdings auf diese Proportionalität gerade bei dem Auswerten von photographischen Platten keinen Wert legen, da die Verwendung von gleichzeitigen Intensitätsmarken bei photographischer Photometrie unerläßlich ist. Da jedoch der Ersatz der Kochschen Kompensationszelle durch einen festen Widerstand dem Verf. einige Vorteile zu bieten scheint, so mögen im

[1]) P. P. Koch, *Ann. d. Phys.*, **39**. *S. 705. 1912.*

folgenden die Beobachtungen[1]) mitgeteilt werden, die zur Konstruktion des Registrierphotometers der Firma Carl Zeiss, Jena, geführt haben.

In der vorstehenden Mitteilung des Herrn Beutler findet sich eine eingehende Untersuchung der Verhältnisse bei der Kompensationsschaltung, so daß wir uns kurz fassen können.

Maßgebend für die Beleuchtungsstärke an Zelle II sind folgende Gesichtspunkte:

a) Nach rascher Änderung der Beleuchtung an Zelle I erfolgt die Angabe des Voltmeters erst nach einer gewissen Zeit T mit merklicher Näherung an den wahren Wert, der asymptotisch erreicht wird, da sich die in dem Leitersystem zwischen den Zellen vorhandene Elektrizitätsmenge über den Widerstand der Zelle II ausgleichen muß. Die Zeit T ist proportional der elektrostatischen Kapazität der betreffenden Teile der Anordnung und dem Widerstand von Zelle II; man wird im Interesse einer guten Einstellgeschwindigkeit diesen Widerstand klein machen, also Zelle II stark beleuchten.

b) Die Empfindlichkeit der photometrischen Anordnung ist — bei gegebenem Photostrom und gegebener Elektrometerempfindlichkeit — dem Widerstand von Zelle II direkt proportional.

Was nun die Abhängigkeit der Elektrometerangabe von der Beleuchtung der Zelle I betrifft, so wollen wir annehmen, daß zunächst der Photostrom bei konstanter Betriebsspannung an Zelle I der Beleuchtung tatsächlich proportional ist. Diese Annahme ist durch eine Reihe von Untersuchungen wohl gegründet. Die Empfindlichkeit der Photozelle hängt in dem normalen Arbeitsgebiet nahe dem Glimmpotential in erheblichem Maße von der Spannung ab. (Zelle A ergab bei Steigerung der Betriebsspannung von 70 % des Glimmpotentials auf 89 % eine Stromerhöhung um 78 %.) Wenn also der Spannungsabfall an Zelle II merklich wird neben der Betriebsspannung, so sinkt diese und damit die Empfindlichkeit von Zelle I mit steigender Beleuchtung. Maßgebend für die Abhängigkeit unserer Elektrometerangabe ist vor allem das Verhalten der konstant beleuchteten Zelle II, ihr Widerstand als Funktion der angelegten Spannung. Abb. 1 gibt die Stromspannungs-Charakteristik zweier Zellen A und B bei konstanter Beleuchtung zwischen 0 und 6 Volt und 0 bis $9 \cdot 10^{-9}$ Amp. wieder. Zunächst sind die Kurven gegen die Voltachse konvex, nach Durchlaufen eines Wendepunktes bei etwa 0,3 bzw. 0,7 Volt nähert sich der Strom allmählich einem Sättigungswert.

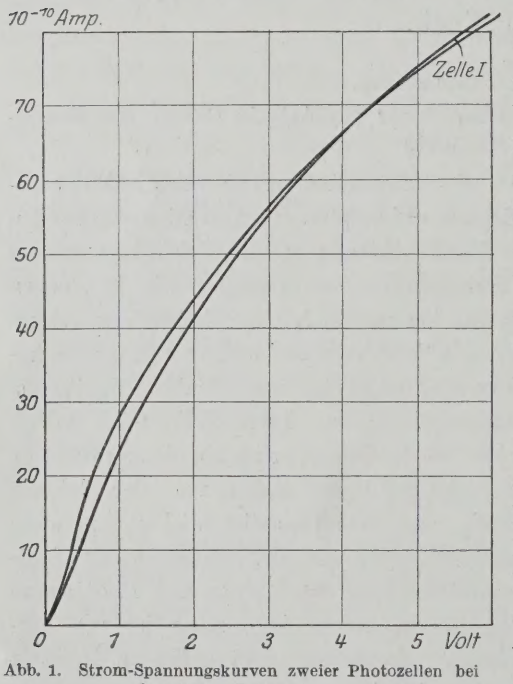


Abb. 1. Strom-Spannungskurven zweier Photozellen bei kanstanter Beleuchtung.

[1]) Angestellt im Jahre 1923 im Physikalischen Institut der Universität Jena. Den äußeren Anlaß zur Veröffentlichung gab die vorstehende Arbeit H. Beutler, Eichung des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messung von Schwärzungen. Durch das liebenswürdige Entgegenkommen des Herrn Beutler stand mir sein Manuskript vor Niederschrift dieser Arbeit zur Verfügung.

Das Verhalten der Zelle unter diesen Bedingungen ähnelt so dem der Elektronenröhre und scheint einem Gesetz der Form des Langmuir-Schottkyschen $V^{\frac{3}{2}}$-Gesetzes zu folgen. Diese Zellen *A* und *B* waren nach Koch fast ganz verspiegelt. Bei Zellen mit einer halbkugeligen Kathode lag der Wendepunkt bei wesentlich höherer Spannung (6 Volt). Das verschiedene Verhalten von Zellen mit ganz- und halbkugeligen Kathoden ist wohl in der verschiedenen Ausbildung von Raumladungen begründet.

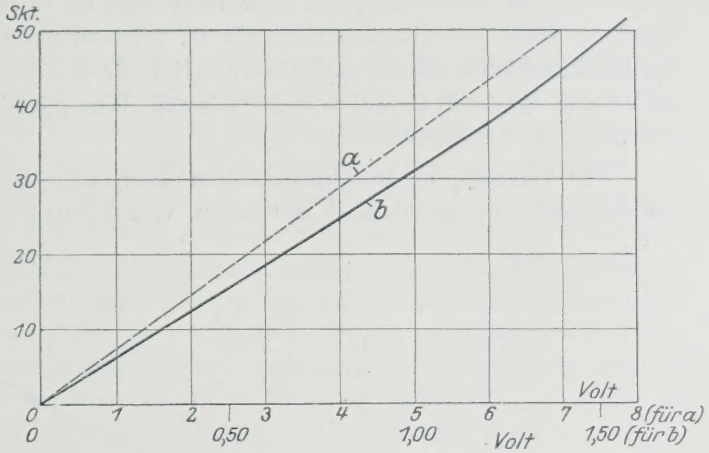


Abb. 2. Eichkurven des Einfadenelektrometers bei zwei verschiedenen Empfindlichkeiten.

Die Kurven wurden am Registrierphotometer selbst aufgenommen. Abb. 2 zeigt zunächst zwei Eichkurven des Elektrometers (bis 7 Volt oben, bis 1,5 Volt unten). In Abb. 3 wurde der Elektrometerausschlag aufgetragen gegen die Beleuchtungsstärke der Zelle I in relativem Maß, und zwar, wenn einmal eine Zelle II, das andere Mal ein konstanter Flüssigkeitswiderstand von $7{,}78 \cdot 10^8$ Ohm zur Ableitung benutzt wurde. Die Beleuchtung konnte durch Änderung eines gleichmäßig erleuchteten Spaltes vor Zelle I verändert werden; es war

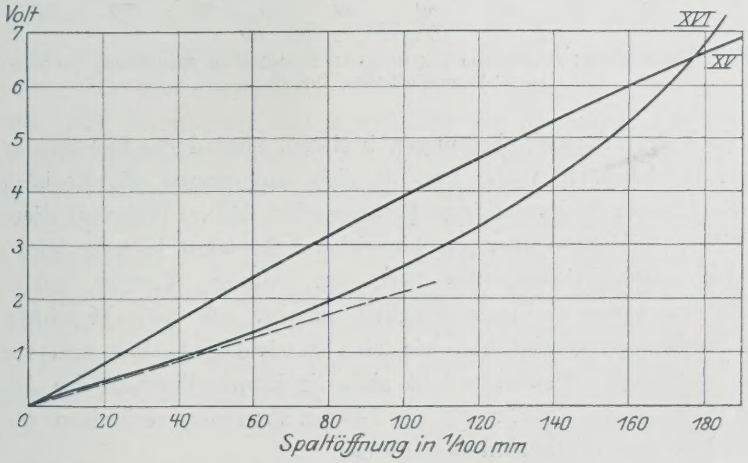


Abb. 3. Spannungsabfall an Zelle II (Kurve XVI) bzw. an einem konstanten Widerstand (Kurve YV) als Funktion der Spaltöffnung vor Zelle I.

dafür Sorge getragen, daß die relative Helligkeitsverteilung auf der lichtempfindlichen Kathodenfläche genau konstant war. Man erkennt, daß mit konstantem Widerstand die Empfindlichkeit mit der Beleuchtung abnimmt wegen des zu hohen Spannungsverlustes am Ableitungswiderstand (bis 7 Volt bei 195 Volt Betriebsspannung). Andererseits ist die Kurve mit Kompensationszelle stark im entgegengesetzten Sinne gekrümmt. Die letzte Abb. 4 zeigt, daß bei genügend kleiner Spannung am konstanten Ableitungswiderstand die Angabe des Instrumentes der Spaltbreite proportional bleibt. (Daß die Kurven über 35 Skt. nicht so stark nach oben abbiegen, wie es nach der Elektrometereich-

kurve Abb. 2 (unten) zu erwarten ist, liegt an dem noch geringen Einfluß des Spannungsverlustes am Widerstand und an der nicht völlig gleichmäßigen Beleuchtung des Spaltes.)

Wenn man also auf strenge Proportionalität der Angaben des Registrierphotometers mit der Beleuchtung der Zelle Wert legt, ist es notwendig, einen festen Widerstand an Stelle der Kompensationszelle zu verwenden; als solche Widerstände kommen Xylol-Alkohol-Widerstände nach Campbell in Frage; bei genügend großen platinierten Elektroden ist die Polarisation nicht störend. Sehr gut sind dünne Platinschichten auf Bernstein nach Krüger.

Der Verzicht auf die Kompensation kann ohne Bedenken geleistet werden, da bei der hohen Empfindlichkeit der neuen, verspiegelten Zellen nach Koch, die weder

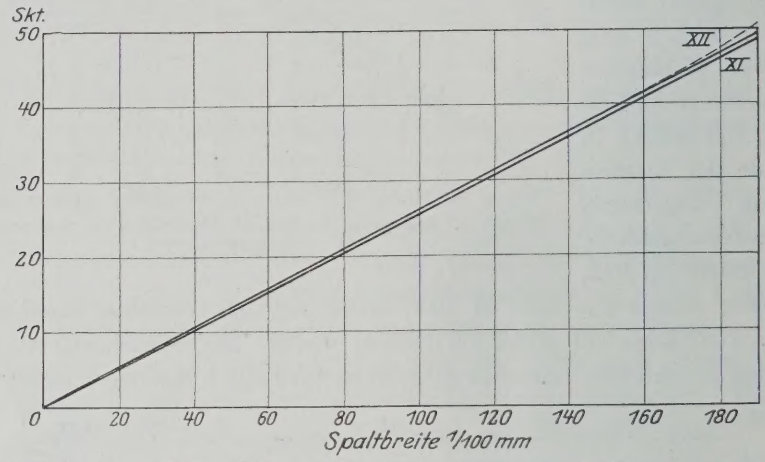


Abb. 4. Spannungsabfall an größerem Widerstand als Funktion der Spaltöffnung vor Zelle I. (Elektrometereichung Abb. 2b.)

Nachwirkung noch Ermüdungserscheinungen besitzen, einmal die Lichtquelle sehr klein genommen werden kann (10 Watt) und da sich andererseits die Registrierdauer auf 0,3 Min. pro Zentimeter Registrierlänge herabdrücken läßt. Während dieser Zeit läßt sich eine so kleine Glühlampe aber gut hinreichend konstant halten. Man gewinnt bei Verwendung des festen Widerstandes noch den weiteren Vorteil, daß bei gleicher Empfindlichkeit eine etwas geringere Trägheit auftritt. Die Zelle II wirkt, wie Koch in der ersten Publikation gezeigt hat, wie eine gewisse Kapazität und verzögert den Ausgleich der Spannung. Weiterhin läßt sich die Empfindlichkeit der Anordnung in sehr einfacher Weise durch Regulierung der Lampenspannung verändern, ohne daß die Einstellungsträgheit dadurch beeinflußt würde.

So erscheint dem Verf. der durch die Vervollkommnung der Photozellen ermöglichte Verzicht auf die Kompensation den Anwendungsbereich des Kochschen Registrierphotometers auf quantitative Absorptionsmessungen zu erweitern und seine Handhabung zu erleichtern.

Die visuelle Leistung von Fernrohren.

Von
Dr. **A. Kühl** in München.

I.

Unter „Leistung" von Fernrohren soll hier nicht etwa der verwickelte Fragenkomplex verstanden werden, der mit der Güte der Abbildung zusammenhängt, sondern ein praktisch brauchbares Maß für den Vergleich von Fernrohren gleicher Bildgüte, welche Verschiedenheiten der Öffnung und Vergrößerung sowie des Lichtverlustes (Linsenzahl) aufweisen. In dieser Beschränkung erscheint die Aufgabe von kindlicher Einfachheit, und doch fehlt bislang ihre Lösung, weil eine Reihe physiologischer Bedingungen hineinspielt, die nicht ohne weiteres faßbar sind. Für das Tagessehen kann man sich freilich mit ziemlich rohen Vergleichsmaßen abfinden, für das Dämmerungssehen aber, bei dem doch Fernrohre ihre wichtigste Rolle spielen, kann man von der Einbeziehung der veränderlichen „Auffassung" der menschlichen Netzhaut nicht absehen. Vor 8 Jahren[1]) führte mich die Frage nach der visuellen Helligkeit der Sterne im Fernrohr auf die relative subjektive Flächenhelligkeit kleiner Objekte als befriedigendes Vergleichsmaß. Es lag daher nahe, zu versuchen, dies Maß vom Dämmerungssehen her zu verallgemeinern, wiewohl schon von anderer Seite im voraus Bedenken dagegen geltend gemacht worden sind[2]). Dieser Versuch[3]) fand bei physikalisch erfahrenen Jägern im allgemeinen volle Zustimmung, aber ein aus ihrer Mitte kommender temperamentvoller Widerspruch[4]) weist trotz aller Unrichtigkeit der Begründung doch wieder darauf hin, daß die relative Flächenhelligkeit ein zu eng gefaßtes Maß für die praktische Beurteilung eines Fernrohrs darstellt. Es muß offenbar neben ihr noch ein Faktor, der das Auflösungsvermögen und die Formerkennbarkeit betrifft, berücksichtigt werden. Die rein theoretische Verbindung dieser Faktoren ist mir nicht gelungen — ich halte sie bei dem heutigen Stande der physiologischen Optik auch noch nicht für möglich. Dagegen drängte sich die Verwendung einer praktisch gesicherten Kombination von Flächenhelligkeit, Auflösungsvermögen und Formerkennbarkeit immer mehr auf: die Sehschärfe. Mit „Sehschärfe" bezeichnet man bekanntlich den Quotienten aus einer Bogenminute und der in Bogenminuten gemessenen scheinbaren Höhe bestimmter entfernter Zeichen (Sehproben), die vom unbewaffneten Auge gerade noch „erkannt" werden können. Voraussetzung für die Erkennbarkeit ist hier eine gewisse Flächenhelligkeit des Objektes (die objektive relative Helligkeit zwischen der Sehprobe und ihrer Umgebung bleibt dabei konstant), die Trennbarkeit von Einzelheiten des Zeichens (z. B. paralleler Striche) und eine bestimmte Formerkennbarkeit (z. B. nach der Art wie die Einzelheiten der Sehprobe gegeneinander gelagert sind). Wenn man nun als Fernrohrsehschärfe wiederum den reziproken Winkelwert der durchs Fernrohr gerade noch erkennbaren Sehprobe definiert, so hat man zwar eine hinsichtlich der relativen Flächenhelligkeit, der Auflösbarkeit und der Form spezialisierte, aber doch genau definierte und praktisch bewährte Kombination der in

---

[1]) A. Kühl, Das Fernrohr und die scheinbare Helligkeit der Sterne. *Sirius, Heft 6—9, 1918.*

[2]) Czapski-Eppenstein, Grundzüge der Theorie der opt. Instrumente. 3. Aufl. J. A. Barth, Leipzig 1924, *S. 195.*

[3]) A. Kühl, Leistung und Leistungseindruck bei Feldstechern. *D. opt. Wochenschr. Heft 20. 1926.*

[4]) K. Martin, Leistung usw. bei Feldstechern. *D. opt. Wochenschr. Heft 25. 1926.*

Betracht kommenden Sehaufgaben, die einen auch wissenschaftlich verwendbaren Maßstab für die Fernrohrleistung darstellt.

II.

Die Sehschärfe des menschlichen Auges zeigt eine ausgesprochene Abhängigkeit von der Beleuchtungsstärke, welche durch die ausführlichen Untersuchungen Königs[1]) für Änderungen der Beleuchtungsstärke zwischen 10^{-3} und 10^{+4} Meterkerzen genauer bekannt wurde. Die beiden ersten Spalten von Tabelle 1 geben eine Zusammenfassung der Werte Königs (l. c.), und zwar sind die ersten 6 Wertepaare die Mittel aus je 8 Einzelpaaren, die übrigen 7 die Mittel aus je 10 Einzelpaaren der Originaltabelle.

Tabelle 1. Sehschärfe und Beleuchtungsstärke.

S	$\lg B$	P mm	$\Delta \lg B$	$\lg B_0$	$\lg \frac{B_0}{(3{,}8\,S')^2}$
0,051	— 3,091	9,5	+ 0,557	— 2,534	— 1,113
082	— 2,260	8,7	481	— 1,779	— 0,766
116	— 1,637	8,0	408	— 1,229	— 0,618
204	— 0,976	7,2	317	— 0,659	— 0,434
263	— 0,704	6,9	280	— 0,424	— 0,421
349	— 0,456	6,5	228	— 0,228	
489	— 0,157	6,1	172	+ 0,015	
643	+ 0,154	5,9	144	+ 0,298	
867	+ 0,525	5,5	+ 0,083	+ 0,608	
1,031	+ 1,190	4,8	— 0,036	+ 1,154	
1,335	+ 1,815	4,1	173	+ 1,642	
1,637	+ 2,685	3,3	361	+ 2,324	
1,680	+ 3,554	2,5	— 0,602	+ 2,952	

Die Werte der Beleuchtungsstärke sind physikalisch gemessen und daher wegen der Variabilität des Pupillendurchmessers der Netzhautbeleuchtung nicht streng porportional. Um diese Proportionalität zu erreichen, wurden ihre Logarithmen um den Betrag $2\,(\lg P_0 - \lg P) = \Delta \lg B$ vermehrt, der in der 4. Spalte von Tabelle 1 angegeben ist. Dabei wurde $P_0 = 5$ mm angesetzt, während der von der Beleuchtungsstärke abhängige Pupillendurchmesser P (3. Spalte) nach graphischer Interpolation den Angaben von A. König[2]) entnommen ist. Die so reduzierten Logarithmen der Beleuchtungsstärke ($\lg B_0$) finden sich in Spalte 5. Abb. 1 stellt durch die eingezeichneten Punkte ihren Zusammenhang mit der Sehschärfe in bekannter Weise graphisch dar; der Beginn und die Qualität des Dämmerungssehens treten durch den schnellen Übergang der Kurve zu geringem Gefälle deutlich hervor.

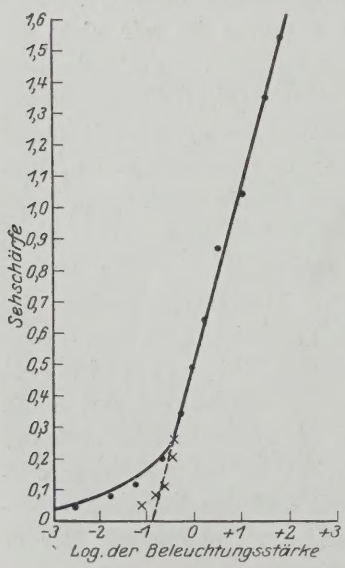


Abb. 1.
. . . . Beobachtugen von König
x x x x nach dem Ricco schen Satz reduziert
—— formelmäßige Darstellung.

Wenn auch der Versuch einer theoretischen Darstellung dieser Sehschärfenkurve wie gesagt noch verfrüht ist, so liegt es doch sowohl im Interesse eines tieferen Einblicks in ihre Bedeutung, als auch rein rech-

[1]) H. Helmholtz, Physiologische Optik, III. Aufl., II. Bd., *S. 312.*
[2]) A. König, Die Fernrohre und Entfernungsmesser. Julius Springer, Berlin 1923, *S. 16.*

nerischer Vergleichsmöglichkeiten, wenigstens genähert die Kurve des Dämmerungssehens auf die des Tagessehens zurückzuführen. Nach dem für die Beurteilung der Dämmerungsleistung von Fernrohren bewährten Riccoschen Satze (vgl. Anm. 1 bis 3, S. 75) wächst die subjektive Helligkeit kleiner Flächen proportional ihrem scheinbaren Flächeninhalt. Es muß also auch die subjektive Helligkeit (bzw. Dunkelheit) der Sehproben bei geringer Beleuchtungsstärke proportional ihrer scheinbaren Flächengröße wachsen. Da die scheinbare Flächengröße der Sehproben gemäß der Definition der Sehschärfe (S) proportional $\frac{1}{S^2}$ ist und ihre objektive Relativhelligkeit konstant bleibt, so muß ihre subjektive Relativhelligkeit (bzw. Dunkelheit) bei geringer Beleuchtungsstärke (B_0) proportional $\frac{B_0}{S^2}$ verlaufen. Der Proportionalitätsfaktor folgt aus der Bedingung, daß für diejenige größte Beleuchtungsstärke B_0, bei der der Einfluß des Riccoschen Satzes einsetzt, objektive und subjektive Beleuchtungsstärke einander gleich sein müssen. Nennt man den Proportionalitätsfaktor α^2 und dieses Grenzpaar zusammengehöriger Werte von Beleuchtungsstärke und Sehschärfe B_0' und S', so gilt

$$\frac{B_0'}{(\alpha S')^2} = B_0',$$

also

$$\alpha = \frac{1}{S'}. \qquad 1)$$

Nach Abb. 1 beginnt das Dämmerungssehen etwa bei $S = 0{,}25$; unter der Annahme, daß sein Charakter hauptsächlich durch den Riccoschen Satz beschrieben ist, müßte man also $S' = 0{,}25$ und $\alpha = 4$ setzen. Die graphische Einzeichnung der Wertepaare S und $\lg \frac{B_0}{(4S)^2}$ für $S \leqq 0{,}25$ ergibt so nahe eine Fortsetzung der Geraden für höhere S-Werte in Abb. 1, daß die Vermutung berechtigt scheint: die Abhängigkeit der Sehschärfe vom Logarithmus der subjektiven Beleuchtungsstärke sei stets linear. Zur möglichst guten Darstellung wurde nach dieser Annahme der Faktor α als Mittelwert aus allen S-Werten $< 0{,}3$ und $> 0{,}0513$ von Tab. 1 bestimmt und fand sich zu:

$$\alpha = 3{,}8, \qquad 2)$$

d. h.

$$S' = 0{,}264; \quad B_0' = 0{,}427\ \text{MK}.$$

Die hiermit berechneten Werte $\lg \frac{B_0}{(\alpha S)^2}$ sind in Spalte 6 der Tabelle 1 aufgeführt und durch Kreuzchen zu ihren S-Werten in Abb. 1 dargestellt. Wenn man bei ihrem Anblick berücksichtigt, was Landolt[1]) über die bei geringer Beleuchtungstärke erreichbare Genauigkeit von Sehschärfenbestimmungen sagt, so darf man aus der Darstellung folgern:

1. Die Sehschärfe hat von geringster Beleuchtungsstärke an bis zur Blendungsgrenze lineare Abhängigkeit vom Logarithmus der subjektiven Beleuchtungsstärke ($\lg B_{00}$).

2. Für ein normales Auge ist der Zusammenhang gegeben durch die Gleichung:

$$S = 0{,}470 + 0{,}523 \lg B_{00}. \qquad 3)$$

[1]) Axenfeld und Elschnig, Handbuch der gesamten Augenheilkunde. 3. Aufl., Bd. 1: Landolt, Die Untersuchungsmethoden. Julius Springer, Berlin 1920, *S. 479.*

3. Für ein freies Auge sind bei Sehschärfen $\geqq 0{,}264$ (bzw. bei entsprechenden Beleuchtungsstärken) subjektive und objektive Beleuchtungsstärken einander proportional; bei Sehschärfen $\leqq 0{,}264$ hängt die subjektive Beleuchtungsstärke mit der objektiven durch das Riccosche Gesetz zusammen.

Umgekehrt folgt aus dieser Klarstellung die sehr wichtige Einsicht, daß die Einführung der Fernrohrsehschärfe als Maß für die Fernrohrleistung beim Übergang vom Tagessehen zum Dämmerungssehen die Berücksichtigung des Riccoschen Gesetzes über die Helligkeit kleiner Flächen als wesentlichen Bestandteil einschließt.

III.

Nach Abb. 1 und Gl. 3) gilt für Sehschärfen $S \geqq 0{,}264$ für zwei Augen mit den Pupillendurchmessern p und P bei der objektiven Beleuchtungsstärke B_0:

$$S_a = 0{,}470 + 0{,}523 \lg c \cdot B_0 P^2$$
$$S = 0{,}470 + 0{,}523 \lg c \cdot B_0 p^2$$

somit:
$$S = S_a + 0{,}523 \lg \left(\frac{p}{P}\right)^2 . \qquad 4)$$

Für Sehschärfen $S \leqq 0{,}264$ wäre anzusetzen — sofern das Riccosche Gesetz als strenge Darstellung des Dämmerungssehens gilt —

$$S_a = 0{,}470 + 0{,}523 \lg c \cdot \frac{B_0 P^2}{[3{,}8\, S_a]^2}$$
$$S = 0{,}470 + 0{,}523 \lg c \cdot \frac{B_0 p^2}{[3{,}8\, S]^2} ,$$

also:
$$S = S_a + 0{,}523 \lg \left(\frac{p}{P}\right)^2 \cdot \frac{[3{,}8\, S_a]^2}{[3{,}8\, S]^2} ,$$

oder:
$$[S + 1{,}046 \lg S) = (S_a + 1{,}046 \lg S_a) + 0{,}523 \lg \left(\frac{p}{P}\right)^2 , \qquad 5)$$

in Worten: Für das Dämmerungssehen gilt wieder die Gerade der Gl. 4), sofern nur die Sehschärfenwerte um einen ihrem Logarithmus proportionalen Betrag vermehrt in die Gleichung eingesetzt werden. Diese Summanden sind natürlich nichts Anderes als die Ordinatendifferenzen zwischen der aus dem Riccoschen Satz errechneten Sehschärfenkurve und der Geraden der Abb. 1.

Aus Gl. 5) sieht man ohne weiteres, daß bei sehr geringen Werten von S die Funktion

$$(S + 1{,}046 \lg S)_{\lim S = 0} = 1{,}046 \lg S$$

wird und also für tiefe Dämmerung Gl. 5) übergeht in

$$S = S_a \cdot \frac{p}{P} \Big| \begin{matrix} \lim\ S = 0 \\ \lim S_a = 0 \end{matrix} . \qquad 5a)$$

Hiermit bietet sich von selbst der Versuch dar, die unbequeme Funktion

$$(S + 1{,}046 \lg S) = \varphi(S)$$

für den ganzen Bereich ihres Vorkommens, also für $S \leqq 0{,}264$ durch eine einfache logarithmische Form zu ersetzen. Zu diesem Zweck wurden in Abb. 2 zu den Abszissen $\lg(S)$ als Ordinaten einmal die Werte $[S + 1{,}046 \lg(3{,}8\, S)]$, d. h. die Ordinaten der Geraden von Abb. 1 in Zuordnung zu den auf dem Riccoschen Satz beruhenden

S-Werten (als ausgezogene Kurve) eingezeichnet; zum andern die zu den beobachteten S-Werten der Abb. 1 direkt gehörigen Ordinaten der Geraden (als gestrichelte Kurve). Beide Kurven lassen recht gut die näherungsweise Substitution einer Geraden zu. Zur engsten Anlehnung der Darstellung an die Ergebnisse Königs habe ich mich trotz der verlockenden Basierung auf dem Riccoschen Satz, hier doch entschlossen, die den Beobachtungen vorzüglich gerecht werdende Gerade zu wählen, die in Abb. 2 strichpunktiert gezeichnet ist; ihre Gleichung lautet:

$$\varphi(S) \sim \lg(6\,S)^{1{,}569}. \qquad 6)$$

Der Exponent 1,569 wurde gewählt, um im Endergebnis möglichst einfache Zahlen zu erhalten. Hiermit würde nun Gl. 5) übergehen in:

$$\lg(6\,S)^{1{,}569} = \lg(6\,S_a)^{1{,}569} + \lg\left(\frac{p}{P}\right)^{1{,}046},$$

oder:

$$S = S_a \cdot \left(\frac{p}{P}\right)^{2/3} \quad \left.\begin{matrix} S \leqq 0{,}264 \\ S_a \leqq 0{,}264 \end{matrix}\right\}. \qquad 5\,b)$$

Die Gl. 4) und 5b) stellen jetzt die ganze Wandlung der Sehschärfe dar für den Fall, daß die Anfangsbeleuchtungsstärke der Netzhaut, die durch S_a charakterisiert ist, nur durch Änderung der Pupillenweite beeinflußt wird, deren Anfangswert durch P gegeben ist. Geht man dabei durch Vorsetzen von Dioptern im Sinne einer ständigen Pupillenverengerung vor, so wird bei $S_a > 0{,}264$ zunächst Gl. 4) anzuwenden sein, bis zu einem Grenzwert (p_g) von p, für den $S = 0{,}264$, also nach Gl. 4)

$$\lg\frac{p_g}{P} = \frac{0{,}264 - S_a}{1{,}046}. \qquad 7)$$

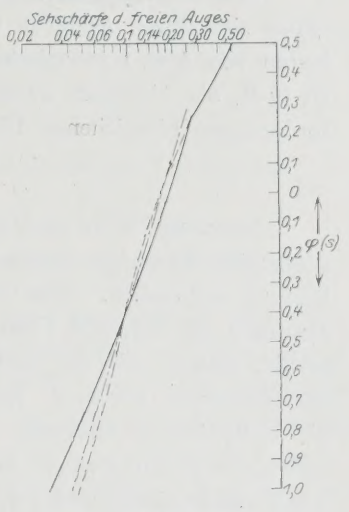


Abb. 2.
——— $\varphi(s) = S + 1{,}046 \lg 3{,}8\,S$
——— $\varphi(s)$ beobachtet
—·—·— $\varphi(s) = \lg(9\,S)^{1{,}569}$.

Schreibt man nun Gl. 4) in der Form:

$$S = S_a + 0{,}523 \lg\left(\frac{p_g}{P}\right)^2 + 0{,}523 \lg\left(\frac{p}{p_g}\right)^2,$$

wobei ja nach Gl. 7)

$$S_a + 0{,}523 \lg\left(\frac{p_g}{P}\right)^2 = 0{,}264$$

ist, so erkennt man sofort, daß für die weitere Pupillenverengerung nun Gl. 5) anzuwenden ist in der Fassung:

$$S = 0{,}264 \left(\frac{p}{p_g}\right)^{2/3}. \qquad 5\,c)$$

Zum Vergleich mit den Beobachtungen berechnen wir die Sehschärfenwerte, die man bei beliebiger Pupillenverengerung erhält, ausgehend von $S_a = 1{,}525$ und von $\frac{p}{P} = 1$. Nach Gl. 7) hat man:

$$\lg\frac{p_g}{P} = \frac{0{,}264 - 1{,}525}{1{,}046} = -1{,}206 \quad \text{zugeordnet zu} \quad S = 0{,}264.$$

Mit diesen beiden Wertepaaren und den weiteren nach Gl. 5c) berechneten hat man die in Spalte 1 und 2 der Tabelle 2 verzeichnete Übersicht.

Tabelle 2. Berechnete Dämmerungssehschärfe.

$\lg\left(\frac{p}{P}\right)^2$	S_{ber}	$\lg B_0$
0	1,525	+ 2,0
— 2,412	0,264	— 0,412
— 3,014	0,166	— 1,014
— 3,366	0,127	— 1,366
— 4,412	0,569	— 2,412
— 5,014	0,358	— 3,014

Ordnet man dem Wert $S = 1{,}525$ nach Abb. 1 den Wert $\lg B_0 = 2{,}0$ zu, so ergeben sich durch Addition von $+ 2{,}0$ zu den Werten der Spalte 1 die auf die Einheiten von Abb. 1 reduzierten Werte $\lg B_0$ der 3. Spalte. Die Werte S_{ber} sind in Abb. 1 zu $\lg B_0$ als Abszissen durch den Kurvenzug dargestellt und zeigen eine für alle Anforderungen hinreichende Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

IV.

Nunmehr ist es eine höchst einfache Sache — sofern die Fernrohrsehschärfe als geeignetes Kriterium angesehen wird — Ausdrücke zur Berechnung der Fernrohrleistung anzugeben. Man braucht sich nur zu vergegenwärtigen, daß das Auge am Fernrohr die Sehprobe Γ-fach vergrößert und in einer Beleuchtungsstärke dargeboten erhält, welche mit der wirksamen Austrittspupille des Fernrohres und seiner Lichtdurchlässigkeit variiert. Wenn man ganz vollständig sein will, hat man auch noch die subjektive Änderung der Beleuchtungsstärke durch den Kontrast gegen die schwarzen Fernrohrwände in Betracht zu ziehen. Nennt man die Sehschärfe, die das Auge am Fernrohr ohne die Vergrößerung Γ haben würde, vorübergehend S_b, so ist die Fernrohrsehschärfe S_f offensichtlich gegeben durch

$$S_f = \Gamma \cdot S_b .$$

Die Sehschärfe S_b unterscheidet sich aber nur dadurch von der Sehschärfe S_a des frei beobachtenden Auges mit der Pupillenöffnung P, daß die Beleuchtungsstärke im Verhältnis $\left(\frac{p}{P}\right)^2 \cdot \gamma \cdot \delta$ herabgesetzt ist. Hierbei soll p die wirksame Austrittspupille des Fernrohres, δ den Durchlässigkeitsfaktor und γ den Kontrastfaktor bezeichnen, über welche beide noch ein Wort zu sagen sein wird. S_b ist also gegeben durch die Gl. 4) und 5b) bzw. noch 7) und 5c), wenn man $\left(\frac{p}{P}\right)^2$ bzw. $\left(\frac{p_g}{P}\right)^2$ ersetzt durch $\left(\frac{p}{P}\right)^2 \cdot \gamma \cdot \delta$ bzw. $\left(\frac{p_g}{P}\right)^2 \cdot \gamma \cdot \delta$. Daher hat man

für Tagessehen:
$$S_f = \Gamma \left[S_a + 0{,}523 \lg \left(\frac{p}{P}\right)^2 \cdot \gamma \cdot \delta \right], \qquad \text{I)}$$

für Dämmerung:
$$S_f = \Gamma \cdot S_a \cdot \left(\frac{p}{P}\right)^{2/3} \cdot (\gamma \cdot \delta)^{1/3}, \qquad \text{III)}$$

für den Übergang vom Tages- zum Dämmerungssehen infolge starker Verkleinerung von p:

$$\left.\begin{aligned} \lg \frac{p_g}{P} &= \frac{0{,}264 - S_a}{1{,}046} - {}^1/_2 \lg \gamma\,\delta \\ \text{und} \qquad S_f &= \Gamma \cdot 0{,}264 \left(\frac{p}{p_g}\right)^{2/3} \cdot (\gamma \cdot \delta)^{1/3} \end{aligned}\right\} \qquad \text{II)}$$

Diese Formeln lassen sich etwas übersichtlicher gestalten, wenn man die im Fernrohr liegende Bindung zwischen Γ und p berücksichtigt. Nennt man den wirksamen Objektivdurchmesser des Fernrohres D und diejenige Okularvergrößerung, welche der Austrittspupille des Fernrohrs gerade die Größe der freien Augenpupille P verleiht, Γ_0, so ist:

$$\Gamma_0 \cdot P = D$$

und ebenso gilt:

$$\Gamma \cdot p = D.$$

Setzt man noch zur Abkürzung $\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = v = \frac{P}{p}$, so kann man schreiben:

$$S_f = \Gamma_0 \cdot v\,[S_a + 0{,}523 \lg \gamma\,\delta - 1{,}046 \lg v] \quad \left\{ \begin{array}{c} S_a + 0{,}523 \lg \gamma\,\delta \geqq 0{,}264 \\ v \leqq v_g \end{array} \right\} \text{ I)}$$

$$\lg v_g = \frac{S_a + 0{,}523 \lg \gamma\,\delta - 0{,}264}{1{,}046}$$

$$S_f = \Gamma_0 \cdot 0{,}264\, v_g^{2/3} \cdot (v \cdot \gamma \cdot \delta)^{1/3} \quad \left\{ \begin{array}{c} S_a + 0{,}523 \lg \gamma \cdot \delta \geqq 0{,}264 \\ v \geqq v_g \end{array} \right\} \text{ II)}$$

$$S_f = \Gamma_0 \cdot S_a (v \cdot \gamma \cdot \delta)^{1/3} \quad \{\ S_a + 0{,}523 \lg \gamma\,\delta \leqq 0{,}264\ \} \text{ III)}$$

In dieser Darstellungsform erkennt man leicht, daß die Tagesleistung nach Gl. I) außer von der Objektivöffnung $(P \cdot \Gamma_0)$ stark von dem Verhältnis der Übernormalvergrößerung[1]) zur Normalvergrößerung abhängt, während die Dämmerungsleistung fast nur von der Objektivöffnung (Γ_0) abhängt, da die Übernormalvergrößerung nur mit ihrer Kubikwurzel eingeht.

Bevor wir weitergehende Folgerungen ziehen, mögen einige Bemerkungen über die numerischen Werte von γ und δ nachgeholt werden. Der Faktor δ bedeutet nach dem früheren die Lichtdurchlässigkeit des Instruments; sein numerischer Wert ist also stets kleiner als 1. Für die allermeisten praktischen (und auch wissenschaftlichen) Zwecke wird es hinreichen, wenn man den Lichtverlust durch Absorption und Reflexion für jede an Luft grenzende Linse und für jedes an Luft grenzende Prisma zu $10\,\%$ ansetzt; für Lichtverluste an optischen Spiegeln ist ja nach dem Material eine spezielle Verlustziffer einzusetzen. Beschränkt man sich zunächst auf Linsen- und Prismeninstrumente, so ist beim Durchgang durch l Linsen und Prismen $\delta = 0{,}90^l$. Der Faktor γ soll den subjektiven Helligkeitsgewinn durch Kontrast gegen die schwarzen Fernrohrwände berücksichtigen. In Wirklichkeit ist dieser Faktor sicher eine Funktion des Gesichtsfelddurchmessers, der relativen Objekthelligkeit und der Schwärzung der inneren Fernrohrwände, aber man muß sich zur Zeit damit begnügen, einen numerischen Mittelwert anzusetzen, um den errechneten Sehschärfenwerten, soweit es möglich ist, absoluten Charakter zu erteilen. Nach experimentellen Feststellungen von C. von Heß[2]) setzen wir $\gamma = 1{,}40$. Soweit also die Fernrohrleistung von den Fernrohreigenschaften selbst abhängt, sind in den Gl. I) bis III) Γ_0, v und δ als variabel, die freie Sehschärfe des beobachtenden Auges S_a und γ dagegen als konstant anzusehen.

---

[1]) Normalvergrößerung nennen wir hier zur Abkürzung diejenige Okularvergrößerung Γ_0, welche die Fernrohraustrittspupille gleich der gerade herrschenden freien Augenpupille macht, und Übernormalvergrößerung also jede Vergrößerung $\Gamma > \Gamma_0$; das Verhältnis beider ist $\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = v$.

[2]) Hering, Die Lehre vom Lichtsinn. Julius Springer, Berlin 1920, S. 128.

Interessant ist zunächst die Frage nach dem Einfluß wachsender Vergrößerung bei konstanter Objektivöffnung und konstantem δ. Man erhält aus Gl. 1):

$$dS_f = \Gamma_0 \, dv \{ S_a + 0{,}523 \lg \gamma \cdot \delta - 1{,}046 \lg e \cdot v \}^{1})$$

und aus Gl. III): $$\frac{dS_f}{S_f} = {}^1/_3 \cdot \frac{dv}{v} \qquad 8)$$

Aus der zweiten Gleichung folgt für das Dämmerungssehen ein langsames, stetiges Steigen der Sehschärfe mit der Vergrößerung, was man ja ohnehin direkt aus Gl. III) abliest. Nicht so übersichtlich ist dagegen der Sinn der ersten Gl. 8). Durch Nullsetzen von $\frac{dS_f}{dv}$ ergibt sich ein Maximum der Sehschärfe für

$$\lg (e \cdot v_m)^2 = \frac{S_a}{0{,}523} + \lg \gamma \cdot \delta \, . \qquad 9)$$

Durch Vergleich mit Gl. III) hat man auch

$$v_m = 0{,}66 \, v_g \, . \qquad 9\,a)$$

In Worten: Die Fernrohrleistung erreicht beim Tagessehen durch Steigerung der Vergrößerung ein Maximum; die Vergrößerung v_m, für die die Maximalleistung eintritt, hängt hauptsächlich von der Beleuchtungsstärke des Objekts (bzw. der Sehschärfe S_a des freien Auges) ab. Für die Maximalleistung folgt aus Gl. 9) und I):

$$\left(\frac{S_f}{\Gamma_0}\right)_{\max} = 0{,}455 \cdot v_m \, .$$

Da nach unserer Einführung der wirksamen Objektivöffnung v. also auch v_m nie < 1 werden kann, so kann der Anstieg zum Maximum nur in die Erscheinung treten, solange

$$\lg (e \, v_m)^2 \geqq 0{,}869 \leqq \frac{S_a}{0{,}523} + \lg \gamma \cdot \delta \, ,$$

d. h.

$$S_a \geqq 0{,}455 - \lg \gamma \cdot \delta \, . \qquad 10)$$

Die durch Gl. 9) angezeigte Erscheinung darf natürlich nicht verwechselt werden mit der von Gehlhoff[2]) für das Dämmerungssehen gefundenen, die, wie es scheint, eher auf das Einmischen der Stäbchenfunktion in die reine Zapfenwirkung zurückzuführen ist.

Nach Überschreiten des Maximums im Tagessehen (bzw., wenn die Sehschärfe des freien Auges kleiner als $0{,}455 - \lg \gamma \, \delta$ ist, von vornherein), bedeutet eine Zunahme der Okularvergrößerung Verminderung der Fernrohrleistung, bis das Minimum im Schnittpunkt der beiden Kurven I und II bei v_g erreicht ist und wieder ein mit der Kubikwurzel der Vergrößerung v langsam einsetzender Aufstieg folgt.

Im Hinblick auf die Veränderlichkeit von δ beim Vergleich verschiedener Fernrohrtypen mit gleicher Objektivöffnung, taucht weiter die Frage auf, wieweit Mehrleistung durch Vergrößerung bei einem Typ durch geeignete Wahl von δ im anderen Typ ausgeglichen werden kann.

---

[1]) e ist die Basis der nat. Logarithmen.

[2]) Gehlhoff, Die Ursachen der Verbesserung des Nachtsehens usw. *Zeitschr. f. techn. Physik, S. 248. 1921.*

Bildet man hierzu aus Gl. I) und III) des Differential von S_f nach v und δ, so hat man aus Gl. I):

$$dS_f = \Gamma_0\, dv\,\{S_a + 0{,}523 \lg \gamma\delta - 1{,}046 \lg (e \cdot v)\} + \Gamma_0 \cdot v \cdot 0{,}523 \frac{d\delta}{\delta \lg \text{nat } 10},$$

aus Gl. II):

$$dS_f = \Gamma_0 \cdot S_a \cdot {}^1/_3 (v\gamma\delta)^{1/3} \left(\frac{dv}{v} + \frac{d\delta}{\delta}\right).$$

Durch Nullsetzen von dS_f folgt aus Gl. I):

$$\frac{dv}{v} = -\frac{0{,}523}{S_a + 0{,}523 \lg \gamma\delta - 1{,}046 \lg e\, v} \cdot \frac{d\delta}{\delta \cdot \lg \text{nat } 10},$$

und unter Benutzung von Gl. 9):

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{2\,(\lg e\, v_m - \lg e\, v)} \cdot \frac{d\delta}{\delta \lg \text{nat } 10}$$

oder

$$4{,}605 \lg \frac{v}{v_m} \cdot d \lg v = d \lg \delta. \qquad 11)$$

Aus Gl. II) folgt direkt:

$$d \lg v = -d \lg \delta. \qquad 12)$$

Gl. 12) besagt: Beim Dämmerungssehen kann ein prozentuelles Überwiegen der Vergrößerung des einen Fernrohrtyps durch gleiches prozentuelles Überwiegen der Durchlässigkeit des anderen Typs zu gleicher Leistung ausgeglichen werden.

Nach Gl. 11) hängt beim Tagessehen der Effekt davon ab, ob die Vergrößerung v ihr Optimum v_m noch nicht oder schon überschritten hat. Vor dem Optimum ($v < v_m$) ist zum Ausgleich eines prozentuellen Überwiegens der Vergrößerung des einen Fernrohrtyps ein um so größerer prozentueller Zuwachs der Durchlässigkeit im anderen Typ nötig, je weiter man sich vor dem Optimum v_m befindet.

Nach dem Optimum ($v > v_m$) müßte zum Ausgleich eines prozentuellen Überwiegens der Vergrößerung in einem Fernrohrtyp (Verschlechterung der Leistung) die Durchlässigkeit des zweiten Typs sogar vermindert werden.

V.

Setzt man in Gl. I) bis III) das Produkt $\gamma\delta = 1$, so eignen sie sich besonders für graphische Übersichtsdarstellungen der numerischen Verhältnisse unter verschiedenen Voraussetzungen. Der Einfluß variierter Okularvergrößerung bei konstanter Objektivöffnung ergibt sich am klarsten in der Fassung:

$$\left|\begin{array}{ll}
\dfrac{S_f}{\Gamma_0} = v\,(S_a - 1{,}046 \lg v), & \text{gültig für: } S_a \geqq 0{,}264 \text{ und } v \leqq v_g; \\
\lg v_g = \dfrac{S_a - 0{,}264}{1{,}046}; \qquad v_m = 0{,}66\, v_g. & \\
\dfrac{S_f}{\Gamma_0} = 0{,}264\, v_g^{2/3} \cdot v^{1/3} & \text{gültig für: } S_a \geqq 0{,}264 \text{ und } v \geqq v_g; \\
\dfrac{S_f}{\Gamma_0} = S_a \cdot v^{1/3}; & \text{gültig für: } S_a \leqq 0{,}264.
\end{array}\right.$$

Tabelle 3 vereinigt die für verschiedene S_a-Werte errechneten Zahlen.

Tabelle 3. Relative Fernrohrleistung S_f/Γ_0.

S_a	v_g	v_m	Relative Leistung $S_f:\Gamma_0$ für $v=$																v_m	v_g
			1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4	6	8	10	12	15	20	25	50		
1,5	15,14	10,0	1,5	1,70	1,88	2,05	2,22	2,37	2,71	3,00	3,48	4,10	4,54	4,54	4,47	4,05	4,38	4,72	5,92	4,55	4,00
1,25	8,75	5,76	1,25	1,40	1,53	1,65	1,77	1,87	2 09	2,25	2,48	2 60	2,54	2,44	2,59	2,79	3,07	3,30	4,15	2,62	2,22
1	5,07	3,34	1,0	1,10	1,18	1,25	1,32	1,37	1,47	1,50	1,48	1,40	1 54	1,66	1,76	1,90	2,09	2,25	2,82	1,56	1,33
0,75	2,92	1,92	0,75	0,80	0,83	0,85	0,87	0,87	0,85	0,78	0,86	0,98	1,08	1,17	1,25	1,37	1,47	1,58	1,98	0,87	0,77
0,5	1,68	1,11	50	50	48	45	45	47	50	53	59	67	0,74	0,80	0,85	0,91	1,01	1,08	1,36	0,51	0,44
0,455	1,52	**1,00**	455	445	42	42	44	45	49	52	57	65	72	78	82	89	0,98	1,05	1,32	0,45	0,40
0,4	1,35	0,89	40	38	35	38	39	40	43	46	51	58	64	68	73	79	87	0,94	1,17	—	0,36
0,3	1,08	0,71	30	30	31	33	34	35	38	40	44	51	56	60	64	69	76	82	1,02	—	0,29
0,264	**1,00**	0,66	26	28	29	31	32	33	35	38	42	48	53	57	58	63	69	77	0,97	—	0,26
0,2	0,87	0,57	20	21	22	23	24	25	27	29	32	36	40	43	46	49	54	59	73		
0,1	0,70	0,46	10	11	11	12	12	12	13	14	16	18	20	22	23	25	27	29	37		
0,05	0,62	0,41	05	05	06	06	06	06	07	07	08	09	10	11	11	12	13	15	18		

In Abb. 3 sind diese Zahlen zum größten Teil graphisch dargestellt. Dem Knick in der Kurvendarstellung beim Übergang vom Tages- zum Dämmerungssehen darf man natürlich keine Realität beimessen; zur Hauptsache fällt er der hier gewählten logarithmischen Darstellung der Sehschärfe zur Last, doch rührt ein Anteil selbstverständlich von dem näherungsweisen Ansatz für die Dämmerungssehschärfe her.

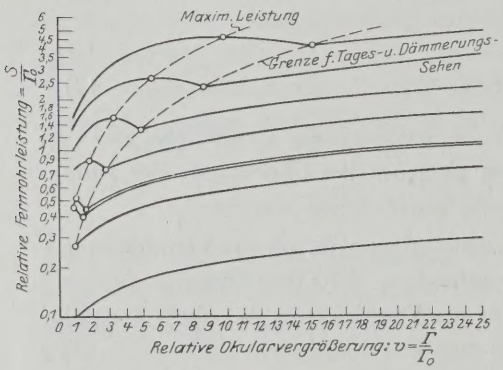


Abb. 3.

Die Tabelle — und besser noch ihre graphische Darstellung — kann, wie bemerkt, zur hinreichend genauen Auswertung aller hier vorkommenden Fragen dienen. Als Beispiel ihrer Benutzung wählen wir etwa den Vergleich der Leistungen eines 6×30 Porroprismenfeldstechers und eines $3^1/_2\times 30$ Galilei-Feldstechers während aller möglichen Grade der Beleuchtung.

Für den Porroprismenfeldstecher ist (3 Linsen + 2 Prismen), $l_1=5$, für den Galileifeldstecher (2 Linsen) $l_2=2$ zu setzen; daher erhält man für die Prismenfeldstecher:

$$S_a+0{,}523\lg\gamma\,\delta_1=S_a+0{,}523\lg 1{,}40\cdot 0{,}90^5=S_a-0{,}04 \quad \text{bzw.} \quad S_a(\gamma\cdot\delta_1)^{1/3}=S_a\cdot 0{,}94,$$

für das Galileiglas:

$$S_a+0{,}523\lg\gamma\,\delta_2=S_a+0{,}05 \quad \text{bzw.} \quad S_a(\gamma\cdot\delta_2)^{1/3}=S_a\cdot 1{,}045,$$

d. h. die Kurven der Abb. 3 sind für das Prismenglas gültig, wenn man ihnen bis zur Kurve $S_a=0{,}264$ eine um 0,04 vermehrte Sehschärfe des freien Auges zuordnet und von der Kurve $S_a=0{,}264$ abwärts die zuzuordnende Sehschärfe um $6\,^0/_0$ gegen S_a vermehrt.

Für das Galileiglas ist in den entsprechenden Bereichen eine Verminderung um 0,03 bzw. um $4{,}5\,^0/_0$ anzusetzen. Um den einzelnen Kurven individuelle Werte von Γ_0 zuordnen zu können, müssen die den S_a-Werten zugeordneten Pupillendurchmesser des freien Auges bekannt sein; wir wählen dafür den in Tab. 1 gegebenen Zusammenhang, der in Abb. 4 graphisch dargestellt ist. Es ergibt sich folgende Übersicht:

$S_a=$	1,5	1,25	1,0	0,75	0,5	0,455	0,4	0,3	0,264	0,2	0,1	0,05
$P=$	3,6	4,3	4,9	5,6	6,2	6,4	6,5	6,8	7,0	7,4	8,4	9,2

Prismenglas 6×30.

$\Gamma_0 =$	6	6	6	5,35	4,85	4,7	4,6	4,4	4,3	4,05	3,6	3,25
$v =$	1	1	1	1,12	1,24	1,28	1,30	1,36	1,40	1,48	1,68	1,84

Galileiglas $3^1/_2\times 30$.

$\Gamma_0 =$	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,25
$v =$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,07

Da das Prismenfernrohr eine Austrittspupille von 5 mm besitzt, so ist für Benutzung der Kurven $S_a = 1{,}5$ bis 1 $p_P = P$, für die weiteren Kurven $p_P = 5$ zu setzen; für das Galileiglas mit einer Austrittspupille von $30 : 3{,}5 = 8{,}63$ ist bei Benutzung der Kurven $S_a = 1{,}5$ bis 0,1 $p_G = P$ und nur für die Kurve $S_a = 0{,}05$ $p_G = 8{,}6$ zu setzen. Da nun, solange p_P bzw. p_G durch die gerade herrschende freie Augenpupille P ersetzt werden, die wirksame Objektivöffnung reduziert ist, so gilt für diese Fälle natürlich $\Gamma_0 = 6$ bzw. 3,5; für den Rest dagegen $\Gamma_0 = \frac{D}{P}$, wo D der tatsächliche Objektivdurch-

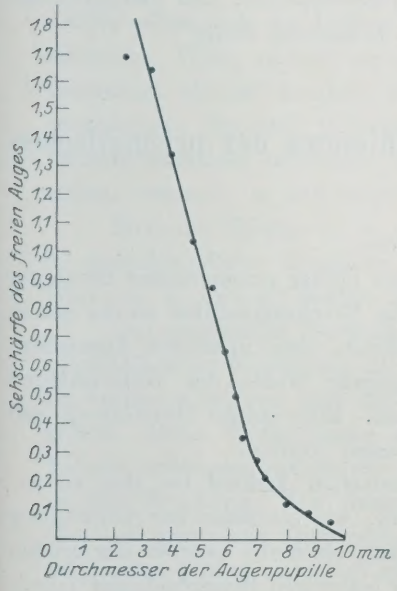


Abb. 4.

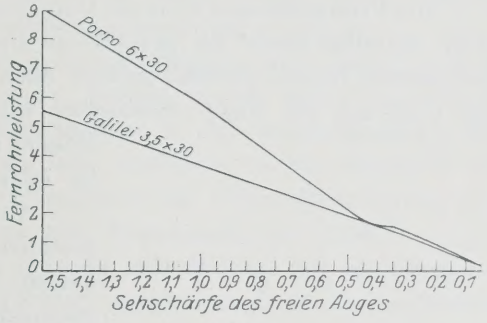


Abb. 5.

messer (30 mm) ist; der Wert v ergibt sich überall durch $v = \frac{P}{p}$. Die Ziffern finden sich in den letzten vier Zeilen der obigen Übersicht. Mit S_a und v als Argument geht man nun in die Tabelle 3 bzw. Abb. 3 ein und ordnet die erhaltenen Leistungswerte, wie oben begründet, den für das betreffende Instrument korrigierten S_a-Werten zu. Man erhält dann die Wertepaare der beiden ersten Zeilen unter PF bzw. GF in Tabelle 4 und durch Multiplikation der zweiten Kolumne mit den Γ_0-Werten aus

Tabelle 4. Relative und absolute Leistung eines Porro-Prismenfeldstechers 6×30 (PF) und eines Galileifeldstechers $3{,}5\times 30$ (GF).

$PF\,6\times 30$.

$S_a =$	1,54	1,29	1,04	0,79	0,54	0,50	0,44	**0,32** [1]	0,28	0,21	0,11	0,05
$S_f/\Gamma_0 =$	1,5	1,25	1	0,76	0,49	0,43	0,36	0,31	0,29	0,22	0,12	0,06
$S_f =$	9,0	7,5	6,0	4,2	2,41	2,06	1,68	1,47	1,27	0,93	0,43	0,20

$GF\,3{,}5\times 30$.

$S_a =$	1,47	1,22	0,97	0,72	0,47	0,42	0,37	**0,27** [1]	0,24	0,19	0,10	0,05
$S_f/\Gamma_0 =$	1,5	1,25	1,0	0,75	0,50	0,45	0,40	0,30	0,26	0,20	0,10	0,05
$S_f =$	5,25	4,38	3,5	2,62	1,75	1,59	1,40	1,05	0,93	0,70	0,35	0,18

[1]) An dieser Stelle setzt Dämmerungssehen ein.

obiger Übersicht die dritten Zeilen. Abb. 5 gibt eine graphische Darstellung hiervon. Die Kurven bestätigen eklatant die schon früher aus dem Riccoschen Satz gezogene Folgerung, daß in der Dämmerung (und zwar genähert schon von Beleuchtungsstärken von der Größenordnung 1 MK ab) bei Handfernrohren nur die wirksame Objektivöffnung und die Durchlässigkeit für die Leistung maßgebend sind, und lassen den mit zunehmender Beleuchtung allmählich wachsenden Wert stärkerer Okularvergrößerung gut verfolgen. Die Neigungsänderung in der Kurve für das Prismenglas ist reell. Sie ergibt einen merklichen Vorteil für die vergleichsweise Leistung des Prismenglases — dadurch bedingt, daß das Auge hier schon früher zum Dämmerungssehen übergeht als beim Galileiglas. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß hierdurch die von Gehlhoff (Anm. S. 82) gefundene Tatsache ihre Erklärung findet.

Eine genaue graphische Bestimmung des Minimums der prismatischen Dispersion.

Von
Prof. A. Seiffert in Charlottenburg.

Die Untersuchungen über die Dispersion des Lichtes infolge prismatischer Brechung haben natürlich längst zur graphischen Darstellung der Brechungswinkel an der ersten und zweiten Brechungsfläche geführt, aber, wie es scheint, nicht in solchen Ausmaßen, daß man aus der Figur unmittelbar hinreichend genaue Werte der verschiedenen Winkel ablesen kann. Eine solche Darstellung soll im folgenden gewonnen werden.

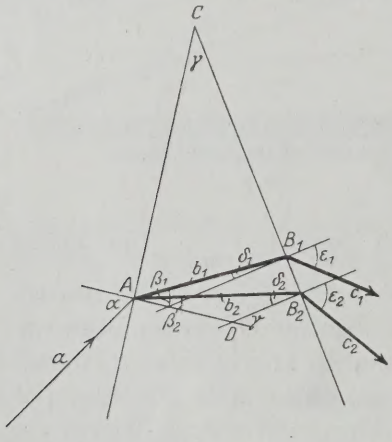


Abb. 1.

Um die mehrfachen Indizes bei den zu betrachtenden Winkeln, wie sie bisher zur Anwendung kamen, zu vermeiden, erscheint es trotz der großen Mannigfaltigkeit der bisherigen Bezeichnungen[1]) doch wünschenswert, die fünf vorkommenden Winkel mit verschiedenen Buchstaben zu bezeichnen, damit die Indizes für die verschiedenen Farbensorten verwendet werden können. Sie seien daher in der Reihenfolge ihres Auftretens mit den Buchstaben des griechischen Alphabets benannt (Abb. 1). Der einfallende (weiße) Lichtstrahl a habe bei A den Einfallswinkel α, der einmal gebrochene Strahl b den Brechungswinkel β. Ist nun eine zweite brechende Fläche vorhanden, die mit der ersten bei C den Winkel γ bildet, so haben wir hier einen neuen Einfallspunkt B, einen Einfallswinkel δ und für den bei B austretenden gebrochenen Strahl einen Brechungswinkel ε. So heißen denn die beiden Anfangswinkel α und β in Übereinstimmung mit Kohlrausch, Müller-Pouillet u. a. m., der Prismenwinkel γ, wie bei Helmholtz und Kayser, und der Endwinkel ε, wie bei Opitz (abgesehen vom Index). Der Buchstabe δ ist wohl gewöhnlich für die Totalablenkung in Gebrauch. Wir wollen sie hier vorkommendenfalls mit ϱ bezeichnen. Was die Vorzeichen der Winkel betrifft, so seien sie abweichend von Erfle[2]) derart bestimmt,

[1]) Opitz, Zur geometrischen Optik der prismatischen Dispersion II. *Zeitschr. f. Phys.* **12**. *S. 312. 1922.*

[2]) H. Erfle, Das Minimum der Dispersion. *Diese Zeitschr.* **39**. *S. 280; 297. 1919.*

daß beim symmetrischen Durchgang alle vier Winkel positiv gerechnet werden. Die beiden in der Abb. 1 an der linken Fläche liegenden Winkel, α und β, sind also positiv, wenn sie durch Linksdrehung, die beiden rechts liegenden, δ und ε, wenn sie durch Rechtsdrehung aus dem Einfallslot entstehen.

Bei dieser Bezeichnungsweise sind diese Winkel durch folgende Gleichungen miteinander verbunden:

$$\sin\alpha = n_1 \sin\beta_1 = n_2 \sin\beta_2 \qquad 1)$$

$$\gamma = \beta_1 + \delta_1 = \beta_2 + \delta_2 \qquad 2)$$

$$\sin\varepsilon_1 = n_1 \sin\delta_1;\ \sin\varepsilon_2 = n_2 \sin\delta_2 . \qquad 3)$$

Dabei sollen sich die Indizes 1 und 2 auf zwei Lichtsorten verschiedener Brechbarkeit beziehen. Wenn es sich um die von Fraunhofer mit den Buchstaben A bis H bezeichneten Sorten handelt, könnte man wohl diese Buchstaben direkt als Indizes heransetzen. Bei der Untersuchung der totalen Dispersion lassen sich indes diese Buchstabenindizes bequemer und ohne Mißdeutung durch die oben gebrauchten Zahlenindizes ersetzen. n_2 soll dann stets der größte, n_1 der kleinste Brechungskoeffizient sein.

Sind die Größen α, n_1, n_2 und γ bekannt, so lassen sich die übrigen Winkel in einfacher Weise berechnen und man erhält für jeden Winkel einen bestimmten Wert von ε_1 und ε_2, mithin auch eine bestimmte Gesamtdispersion $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \eta$.

Die graphische Darstellung der ersten Brechungskurven für β_1 und β_2 kann dann unmittelbar zur Ermittlung der Winkel ε_1 und ε_2 benutzt werden, indem man $\delta = \gamma - \beta$ als Ordinate nimmt und die dazugehörige Abszisse in der entsprechenden β-Kurve abliest. Diese Werte lassen sich dann als neue Ordinaten zu der Abszisse α in die Tabelle eintragen und liefern mit großer Genauigkeit die beiden Grenzkurven von der zweiten Brechung. Aus ihnen ist endlich eine Wertetabelle der Größe $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ und eine entsprechende Dispersionskurve für η leicht herzustellen. Die Grundkurven für die beiden β sind natürlich nur von den beiden Grenzwerten n_1 und n_2 des Brechungskoeffizienten abhängig und lassen sich für jeden Wert des Kantenwinkels γ benutzen. Daher kann man die weiteren Kurven (für ε_1, ε_2 und η) bei einer ganzen Reihe von Kantenwinkeln in dieselbe Tafel einzeichnen und so einen vollständigen Überblick über die Dispersionserscheinungen einer bestimmten Prismensorte gewinnen.

So ist die beiliegende große Wertetabelle und die Abb. 2 und 3 entstanden. Ihr Studium lehrt, daß der Verlauf der Dispersionskurve (η_{10} bis η_{50}) über ihren größten Teil hin außerordentlich gestreckt ist und daher eine genaue Festlegung des offenbar vorhandenen „Minimums der Dispersion“ verhindert. Es muß daher die Frage aufgeworfen werden, ob es möglich ist, auf anderem Wege diese Minimalstellen genauer zu fixieren. Dies läßt sich in der Tat auf folgende Weise erreichen.

Nach den Gleichungen 3) ist

$$\eta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \arcsin(n_2 \sin\delta_2) - \arcsin(n_1 \sin\delta_1) . \qquad 4)$$

Nun ist zunächst stets $n_2 \sin\delta_2 > n_1 \sin\delta_1$, da nach 1) und 2)

$$n \cdot \sin\delta = n \cdot \sin\gamma \cdot \cos\beta - \cos\gamma \cdot \sin\alpha$$

ist und da sowohl $n_2 > n_1$, als auch $[\beta_2] < [\beta_1]$.

Daher ist η stets positiv. Da es aber infolge der festen Grenzwerte von n_1 und n_2 nur noch von α abhängig ist, so kann es ein Minimum nur besitzen, wenn seine nach α genommene Ableitung, $\frac{d\eta}{d\alpha} = \eta'$, gleich null wird. Dies führt zu der Gleichung:

Tabelle der Brechung und Dispersion

$n_1 = 1{,}7697$, $n_2 = 1{,}8186$. Kanten-

	α	$-46^0\,8.'_4$	-40^0	-32^0	$-24^0\,50.'_7$	-24^0	-16^0	-8^0	$-6^0\,6.'_9$	0^0	8^0	$12^0\,8.'_5$	16^0	24^0
	β_1	$-24^0\,2.'_6$	$-21^0\,17.'_9$	$-17^0\,25.'_5$	$-13^0\,44'$	$-13^0\,17.'_2$	$-8^0\,57.'_6$	$-4^0\,30.'_6$	$-3^0\,27.'_1$	0^0	$4^0\,30.'_6$	$6^0\,49.'_6$	$8^0\,57.'_6$	$13^0\,17.'_2$
	β_2	$-23^0\,21.'_5$	$-20^0\,41.'_9$	$-16^0\,56.'_5$	$-13^0\,21.'_5$	$-12^0\,55'$	$-8^0\,43.'_1$	$-4^0\,23.'_3$	$-3^0\,21.'_5$	0^0	$4^0\,23.'_3$	$6^0\,38.'_5$	$8^0\,43.'_9$	$12^0\,55.'_1$
γ														
	δ_1	$34^0\,2.'_6$	$31^0\,17.'_9$	$27^0\,25.'_5$		$23^0\,17.'_2$	$18^0\,57.'_6$	$14^0\,30.'_6$		10^0	$5^0\,29.'_4$		$1^0\,2.'_4$	$-3^0\,17.'_1$
	δ_2	$33^0\,21.'_5$	$30^0\,41.'_9$	$26^0\,56.'_5$		$22^0\,55.'_4$	$18^0\,43.'_1$	$14^0\,23.'_4$		10^0	$5^0\,36.'_7$		$1^0\,16.'_3$	$-2^0\,55.'_0$
10^0	ε_1	$82^0\,11'$	$66^0\,49.'_8$	$54^0\,35.'_7$		$44^0\,23.'_8$	$35^0\,6'$	$26^0\,19.'_3$		$17^0\,53.'_8$	$9^0\,44.'_8$		$1^0\,50.'_4$	$-5^0\,49.'_6$
	ε_2	90^0	$68^0\,11.'_4$	$55^0\,28.'_9$		$45^0\,6.'_1$	$35^0\,42.'_2$	$26^0\,2'$		$18^0\,24.'_5$	$10^0\,14.'_5$		$2^0\,19.'_9$	$-5^0\,19'$
	η	$7^0\,49'$	$1^0\,21.'_6$	$53.'_2$		$42.'_3$	$36.'_2$	$32.'_7$		$30.'_7$	$29.'_7$		$29.'_5$	$30'$
												$\eta_i = 29.'_{45}$		
	δ_1				$33^0\,44'$	$33^0\,17.'_2$	$28^0\,57.'_6$	$24^0\,30.'_6$		20^0	$15^0\,29.'_4$		$11^0\,2.'_4$	$6^0\,42.'_8$
	δ_2				$33^0\,21.'_5$	$32^0\,55.'_4$	$28^0\,43.'_1$	$24^0\,23.'_3$		20^0	$15^0\,36.'_7$		$11^0\,16.'_9$	$7^0\,4.'_6$
20^0	ε_1				$79^0\,21'$	$76^0\,14'$	$58^0\,58.'_3$	$47^0\,14.'_2$		$37^0\,14.'_9$	$28^0\,12.'_7$		$19^0\,48.'_5$	$11^0\,56'$
	ε_2				90^0	$79^0\,44'$	$60^0\,54.'_3$	$48^0\,40.'_2$		$38^0\,27.'_7$	$29^0\,18.'_1$		$20^0\,50.'_4$	$12^0\,56'$
	η				$10^0\,39'$	$3^0\,30'$	$1^0\,56'$	$1^0\,26'$		$1^0\,12.'_8$	$1^0\,5.'_4$		$1^0\,1.'_9$	$1^0\,0.'_4$
	δ_1								$33^0\,27.'_1$	30^0	$25^0\,29.'_4$		$21^0\,2.'_4$	$16^0\,42'$
	δ_2								$33^0\,21.'_5$	30^0	$25^0\,36.'_7$		$21^0\,16.'_9$	$17^0\,4.'_6$
30^0	ε_1								$77^0\,18'$	$62^0\,14'$	$49^0\,36.'_2$		$39^0\,26.'_7$	$30^0\,35'$
	ε_2								90^0	$65^0\,24.'_4$	$51^0\,49.'_3$		$41^0\,18.'_3$	$32^0\,16'$
	η								$12^0\,42'$	$3^0\,10.'_4$	$2^0\,13.'_1$		$1^0\,51.'_6$	$1^0\,41'$
	δ_1											$33^0\,10.'_4$	$31^0\,2.'_4$	$26^0\,42'$
	δ_2											$33^0\,21.'_5$	$31^0\,16.'_9$	$27^0\,4.'_6$
40^0	ε_1											$75^0\,32.'_7$	$65^0\,51.'_4$	$52^0\,42'$
	ε_2											90^0	$70^0\,47$	$55^0\,52'$
	η											$14^0\,17.'_3$	$4^0\,55.'_6$	$3^0\,10'$
	δ_1													
	δ_2													
50^0	ε_1													
	ε_2													
	η													

Lage und Größe der Minima:

γ	10^0	20^0	30^0	40^0	$44^0\,43.'_2$
α_i	$13^0\,55'$	28^0	44^0	$65^0\,10'$	90^0
ε_1	$3^0\,52.'_6$	$8^0\,11.'_3$	$12^0\,15.'_{25}$	$16^0\,20.'_5$	$18^0\,28.'_1$
ε_2	$4^0\,22.'_{05}$	$9^0\,10.'_3$	$13^0\,48.'_{75}$	$18^0\,31.'_7$	$20^0\,59.'_6$
η_i	$29.'_{45}$	$59'$	$1^0\,33.'_5$	$2^0\,11.'_2$	$2^0\,30.'_5$

$$\eta' = \frac{n_2 \cos \delta_2 \cdot \delta_2'}{\sqrt{1 - n_2^2 \cos^2 \delta_2}} - \frac{n_1 \cos \delta_1 \, \delta_1'}{\sqrt{1 - n_1^2 \cos^2 \delta_1}} = 0^{1}). \qquad 5)$$

Aus 1) und 2) ergibt sich aber

$$\delta' = -\beta' = -\frac{\cos \alpha}{n \cdot \cos \beta}, \quad \text{und} \quad \sqrt{1 - n^2 \cos^2 \delta} \text{ ist } \cos \varepsilon.$$

[1]) Die Ableitungen nach α sind, wie üblich, durch die oberen Strichel bezeichnet.

bei einem Prisma aus Guinandschem Flintglas.

winkel $\gamma = 10^0, 20^0, 30^0, 40^0, 50^0, 60^0, 65^0$.

1° 23.′2	32°	40°	48°	54° 38′	56°	64°	72°	72° 33.′6	80°	88°	90°	α	
7° 6.′9	17° 25.′5	21° 17.′9	24° 49.′8	27° 26.′3	27° 56′	30° 31.′4	32° 30.′4	32° 37.′3	33° 48.′8	34° 23′	34° 24.′4	β_1	
6° 38.′5	16° 56.′5	20° 41.′9	24° 7.′6	26° 38.′5	27° 7.′2	29° 37.′1	31° 31.′9	31° 38.′5	32° 47.′2	33° 20.′2	33° 21.′5	β_2	
													γ
	−7° 25.′5	−11° 17.′9	−14° 49.′8		−17° 56′	−20° 31.′4	−22° 30.′4		−23° 48.′8	−24° 23′	−24° 24.′5	δ_1	
	−6° 56.′5	−10° 41.′9	−14° 7.′2		−17° 7.′2	−19° 37.′1	−21° 31.′9		−22° 47.′2	−23° 20.′2	−23° 21.′5	δ_2	
	−13° 13.′7	−20° 17.′2	−26° 56′		−33° 1′	−38° 20.′8	−42° 38.′6		−45° 36.′2	−46° 56.′2	−46° 59.′7	ε_1	10°
	−12° 41.′8	−19° 43.′9	−26° 20′		−32° 22′	−37° 37.′9	−41° 52.′2		−44° 46.′6	−46° 5.′2	−46° 8.′4	ε_2	
	31.′2	33.′3	36′		39′	42.′9	46.′4		49.′6	51′	51.′3	η	
	2° 34.′5	−1° 17.′9	−4° 49.′8		−7° 56′	−10° 31.′4	−12° 30.′4		−13° 48.′8	−14° 23′	−14° 24.′5	δ_1	
	3° 3.′5	−0° 41.′9	−4° 7.′2		−7° 7.′2	−9° 37′	−11° 31.′9		−12° 47.′2	−13° 20.′2	−13° 21.′5	δ_2	
	4° 33.′7	−2° 18′	−8° 34.′2		−14° 8.′3	−18° 51.′4	−22° 32.′1		−24° 59.′6	−26° 4.′8	−26° 7.′6	ε_1	20°
	5° 34.′1	−1° 16.′3	−7° 30.′5		−13° 1.′6	−17° 41.′2	−21° 19.′1		−23° 44.′1	−24° 48.′1	−24° 50.′7	ε_2	
	1° 0.′4	1° 1.′7	1° 3.′7		1° 6.′7	1° 10.′2	1° 13′		1° 15.′5	1° 16.′7	1° 16.′9	η	
$\eta_i = 0^0 59'$													
	12° 34.′6	8° 42.′1	5° 10.′2		2° 4′	−0° 31.′4	−2° 30.′4		−3° 48.′8	−4° 23′	−4° 24.′5	δ_1	
	13° 3.′5	9° 18.′1	5° 52.′8		2° 52.′8	+0° 22.′9	−1° 31.′9		−2° 47.′2	−3° 20.′2	−3° 21.′5	δ_2	
	22° 39.′8	15° 31.′8	9° 10.′8		3° 39′	−0° 55.′5	−4° 26.′4		−6° 45.′5	−7° 46.′4	−7° 49′	ε_1	30°
	24° 15.′7	17° 5.′6	10° 44.′2		5° 14.′5	+0° 41.′8	−2° 47.′2		−5° 4′	−6° 4.′5	−6° 7′	ε_2	
	1° 35.′9	1° 33.′8	1° 33.′6		1° 35.′5	1° 37.′3	1° 39.′2		1° 41.′5	1° 41.′9	1° 42′	η	
		$\eta_i = 1^0 33.'5$											
	22° 34.′5	18° 42.′1	15° 10.′2		12° 4′	9° 28.′6	7° 29.′6		6° 11.′2	5° 37′	5° 35.′5	δ_1	
	23° 3.′5	19° 18.′1	15° 52.′8		12° 52.′8	10° 22.′9	8° 28.′1		7° 12.′8	6° 39.′8	6° 38.′5	δ_2	
	42° 47.′7	34° 34.′3	27° 35.′2		21° 42.′8	16° 56.′4	13° 20.′6		10° 59.′7	9° 58.′5	9° 55.′8	ε_1	40°
	45° 25.′3	36° 56.′9	29° 50.′5		23° 54.′9	19° 7.′8	15° 32′		13° 11.′6	12° 11′	12° 8.′5	ε_2	
	2° 37.′6	2° 22′	2° 15.′3		2° 12.′1	2° 11.′4	2° 11.′4		2° 11.′9	2° 12.′5	2° 12.′7	η	
						$\eta_i = 2^0 11.'3$							
0° 53.′1	32° 34.′6	28° 42.′1	25° 10.′2		22° 4′	19° 28.′6	17° 29.′6		16° 11.′2	15° 37′	15° 35.′5	δ_1	
0° 21.′5	33° 3.′5	29° 18.′1	25° 52.′8		22° 52.′8	20° 22.′9	18° 28.′1		17° 12.′8	16° 39.′8	16° 38.′5	δ_2	
7° 55′	72° 20′	58° 12′	48° 49.′3		41° 40.′1	36° 9.′8	32° 8.′3		29° 23.′7	28° 27.′1	28° 24.′2	ε_1	50°
90°	82° 45.′5	62° 52.′6	52° 32.′4		44° 59.′7	39° 17.′9	35° 10.′1		32° 33.′5	31° 25.′9	31° 23′	ε_2	
5° 5′	10° 25.′5	4° 40.′6	3° 43.′1		3° 19.′6	3° 8.′1	3° 2.′8		3° 0.′2	2° 58.′8	2° 58.′8	η	
				32° 33.′7	32° 4′	29° 28.′6	27° 29.′6		26° 11.′2	25° 37′	25° 35.′5	δ_1	
				33° 21.′5	32° 52.′8	30° 22.′9	28° 28.′1		27° 12.′8	26° 39.′8	26° 38.′5	δ_2	
				72° 15.′75	69° 58.′4	60° 33.′3	54° 46.′9		51° 21′	49° 55.′1	49° 51.′4	ε_1	60°
				90°	80° 50.′5	66° 53.′4	60° 5.′9		56° 16′	54° 41.′8	54° 37.′9	ε_2	
				17° 44.′25	10° 52.′1	6° 20.′1	5° 19′		4° 55′	4° 46.′7	4° 46.′5	η	
								32° 22.′7	31° 11.′2	30° 37′	30° 35.′5	δ_1	
								33° 21.′5	32° 12.′8	31° 39.′8	31° 38.′5	δ_2	
								71° 23.′25	66° 24.′3	64° 19.′8	64° 14.′5	ε_1	65°
								90°	75° 47.′6	72° 40.′4	72° 38.′5	ε_2	
								18° 36.′5	9° 23.′3	8° 20.′6	8° 19′	η	

Daher wird

$$\eta' = \cos\alpha \left(\frac{\cos\delta_1}{\cos\beta_1 \cos\varepsilon_1} - \frac{\cos\delta_2}{\cos\beta_2 \cos\varepsilon_2} \right) = 0. \qquad 5')$$

$\cos\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^0$ ist offenbar ein größter Wert der Kurve, daher bleibt für das Minimum nur die Gleichung

$$\frac{\cos\delta_1}{\cos\beta_1 \cos\varepsilon_1} = \frac{\cos\delta_2}{\cos\beta_2 \cos\varepsilon_2}. \qquad 6)$$

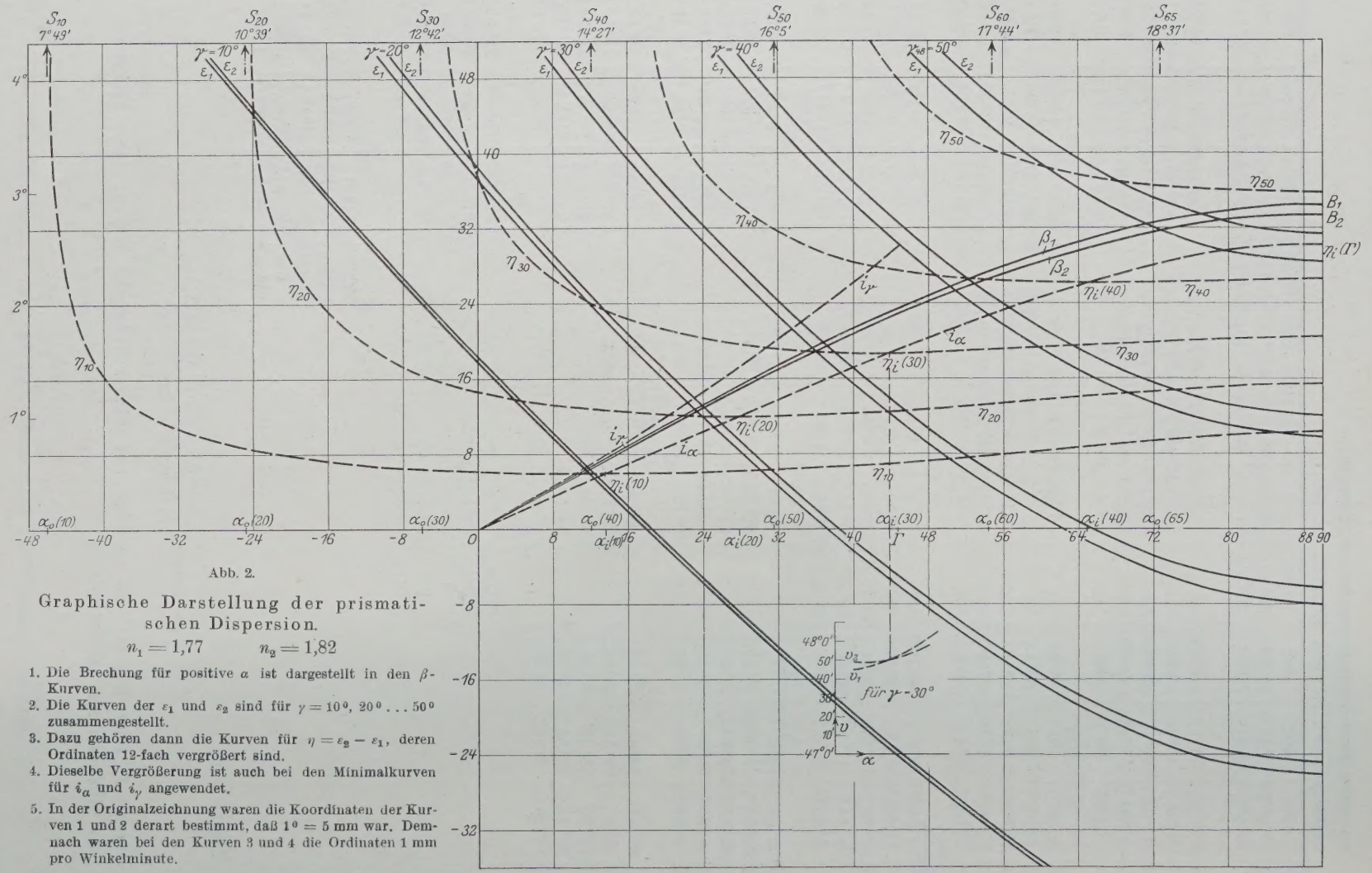


Abb. 2.

Graphische Darstellung der prismatischen Dispersion.

$n_1 = 1{,}77 \qquad n_2 = 1{,}82$

1. Die Brechung für positive α ist dargestellt in den β-Kurven.
2. Die Kurven der ε_1 und ε_2 sind für $\gamma = 10°, 20° \ldots 50°$ zusammengestellt.
3. Dazu gehören dann die Kurven für $\eta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, deren Ordinaten 12-fach vergrößert sind.
4. Dieselbe Vergrößerung ist auch bei den Minimalkurven für i_α und i_γ angewendet.
5. In der Originalzeichnung waren die Koordinaten der Kurven 1 und 2 derart bestimmt, daß $1° = 5$ mm war. Demnach waren bei den Kurven 3 und 4 die Ordinaten 1 mm pro Winkelminute.

Daß der hierdurch bestimmte Wert von α wirklich einem Minimum der η-Kurve entspricht, ergibt sich aus der zweiten Ableitung. Denn da

$$\varepsilon' = -\frac{\cos\alpha \cdot \cos\delta}{\cos\beta \cdot \cos\varepsilon},$$

so wird

$$\varepsilon'' = \sin\alpha\left(\frac{\cos\delta}{\cos\beta\cdot\cos\varepsilon} - \cos^2\alpha\,\frac{\cos^3\delta}{\cos^3\beta\cos^3\varepsilon}\right) + \cos^2\alpha\cdot\sin\gamma\,\frac{n-\frac{1}{n}}{\cos^3\beta\cdot\cos^3\varepsilon}.$$

Setzt man $y = \dfrac{\cos\delta}{\cos\beta\cdot\cos\varepsilon}$, wobei $\cos\beta\cdot\cos\varepsilon = \dfrac{\cos\delta}{y}$, so wird einfacher:

$$\varepsilon'' = \sin\alpha\,(y - \cos^2\alpha\cdot y^3) + \cos^2\alpha\sin\gamma\cdot y^3\,\frac{n-\frac{1}{n}}{\cos^3\delta},$$

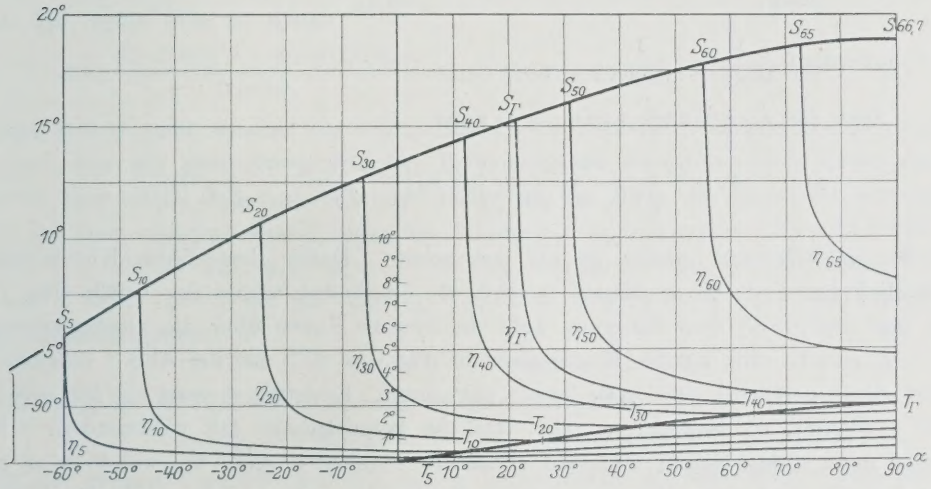


Abb. 3. Die Dispersionskurven, ihre Maximal- und Minimalwerte als Funktion des Einfallwinkels α für ein Prisma aus Guinandschen Flintglas. ($n_1 = 1{,}7697$, $n_2 = 1{,}8186$, $\Gamma = 44°\,45'$.)
Die Kantenwinkel sind die Indizes der Spitzen S und tiefsten Punkte T. Die Abszissen der S bis zu 90° ergeben den Bereich der nutzbaren Einfallswinkel.

und wegen des konstanten Wertes von α, γ und des gleichen Wertes von y_1 und y_2

$$\eta'' = \cos^2\alpha\sin\gamma\cdot y^3\left(\frac{n_2-\frac{1}{n_2}}{\cos^3\delta_2} - \frac{n_1-\frac{1}{n_1}}{\cos^3\delta_1}\right).$$

Nun ist stets

$$\cos\alpha > 0 \quad \sin\gamma > 0 \quad y > 0 \quad \text{und} \quad n_2 - \frac{1}{n_2} > n_1 - \frac{1}{n}.$$

η'' wäre also sicherlich positiv, wenn auch $\cos\delta_2$ kleiner wäre als $\cos\delta_1$, d. h. $\delta_2 > \delta_1$. Dies ist aber nur der Fall, wenn die Winkel β und α positiv sind. Daher kann in diesem Falle ein Minimum vorliegen, wenn

$$y_1 = y_2 \qquad 6'$$

wird. Stellt man nun die Gleichung

$$y = \frac{\cos\delta}{\cos\beta\cdot\cos\varepsilon} = f(\alpha, n)$$

durch eine Kurve dar, so bedeutet die Gleichung 6'), daß sich die beiden Kurven

$$y_1 = f(\alpha, n_1) \quad \text{und} \quad y_2 = f(\alpha, n_2)$$

in demjenigen Punkte schneiden, dessen Abszisse α_1 zu dem Minimum der η-Kurve gehört.

Daß für negatives α (und β), d. h. auf der negativen Seite der η-Kurven kein Minimum vorhanden sein kann, ergibt sich auch unmittelbar, da dann immer

$$(y_1 =) \frac{\cos \delta_1}{\cos \beta_1 \cdot \cos \varepsilon_1} < (y_2 =) \frac{\cos \delta_2}{\cos \beta_2 \cdot \cos \varepsilon_2}.$$

Denn wegen $[\beta_1] > [\beta_2]$ und $[\varepsilon_1] < [\varepsilon_2]$, ist

$$\delta_1 (= \gamma + [\beta_1]) > \delta_2 (= \gamma + [\beta_2]),$$

mithin nicht nur $\cos \delta_1 < \cos \delta_2$, sondern sogar (wegen $\cos \delta = \cos \gamma \cdot \cos \beta + \sin \gamma \cdot \sin \beta$)

$$\frac{\cos \delta_1}{\cos \beta_1} (= \cos \gamma - \sin \gamma \cdot \operatorname{tg} [\beta_1]) < \frac{\cos \delta_2}{\cos \beta_2} (= \cos \gamma - \sin \gamma \operatorname{tg} [\beta_2])$$

und außerdem $\frac{1}{\cos \varepsilon_1} < \frac{1}{\cos \varepsilon_1}$.

Auch für $\alpha = 0$ und $\beta = 0$, $\delta = \gamma$ ist

$$y_1 \left(= \frac{\cos \gamma}{\sqrt{1 - n_1^2 \sin^2 \gamma}} \right) < y_2 \left(= \frac{\cos \gamma}{\sqrt{1 - n_2^2 \sin^2 \gamma}} \right),$$

da der erste Nenner größer ist als der zweite. Daher liegt die y_1-Kurve zunächst sicherlich tiefer als die y_2-Kurve (soweit sie überhaupt wegen der Größe von γ reell ist) und erst nach dem Minimum geht die erstere Kurve über die zweite hinweg, ist $y_1 - y_2$ positiv. Ein solches Kurvenpaar ist (für $\gamma = 30^0$) auf der Abb. 2 eingezeichnet. Auch diese y-Kurven sind sehr wenig gekrümmt. Konstruiert man sie für eine Reihe von γ-Werten, so beobachtet man, daß ihr Schnittpunkt mit wachsendem γ immer weiter nach rechts rückt, und daß es ein bestimmtes γ gibt, bei welchem er gerade erst bei dem äußersten Wert $\alpha = 90^0$ auftritt. Dieser Maximalwert Γ oder „kritische Wert“ von γ läßt sich ebenfalls aus 6) bestimmen, wenn man darin $\alpha = 90^0$ setzt d. h. $\beta_1 = \arcsin \frac{1}{n_1}$ und $\beta_2 = \arcsin \frac{1}{n_2}$.

Die Auflösung der Gleichung 6) nach α oder γ ist indessen so verwickelt, daß man sich mit Näherungswerten begnügen müßte, wobei der Fehler leicht größer würde als die winzigen Differenzen der y. Darum ist es sicherlich vorteilhafter, sich von vornherein einer exakten Einschließungsmethode zu bedienen, die einmal mit Hilfe der Logarithmentafel einfach durchzuführen ist, zweitens gleichzeitig alle überhaupt in Frage kommenden Winkel liefert und drittens durch die obige Erkenntnis von der gestreckten Form und charakteristischen Lage der beiden y-Kurven sehr schnell zum Ziel führt. Es dürfte nicht ohne Interesse sein, diese Rechnung an einem Zahlenbeispiel vorzuführen.

Sei $n_1 = 1{,}7697$, $n_2 = 1{,}8186$ (Guinandsches Flintglas) und $\gamma = 30^0$, wobei $\log n_1 = 0{,}24790$ und $\log n_2 = 0{,}25973$ ist), so ergibt die Tabelle, S. 93, daß die (abgerundete) Differenz $\eta = 12$ mm ungefähr bei $\alpha = 32^0$ beginnt und bei $\alpha = 60^0$ aufhört. Die Rechnung zerfällt in zwei Reihen, die Berechnung der ε und die der y. Es ist ratsam, die Schemata vorher zu entwerfen und beim Aufschlagen eines sinus auch sogleich den cosinus einzutragen, wodurch die logarithmische Arbeit wesentlich abgekürzt wird. So ergibt sich:

$\alpha = 32^0$	$\log\sin\alpha = 9{,}72421$		
$ls\beta_1 = 9{,}47631$		$ls\beta_2 = 9{,}46448$	
$\beta_1 = 17^0\,25'\,26''$		$\beta_2 = 16^0\,56'\,30''$	
$\delta_1 = 12^0\,34'\,34''$		$\delta_2 = 13^0\,03'\,30''$	
$s\delta_1$	9,33793	$c\delta_1$	9,98945
n_1	0,24790	$c\beta_1$	9,97960
		$c\varepsilon_1$	9,69510
$s\varepsilon_1$	9,58583	y_1	0,04475
$\varepsilon_1 = 22^0\,39'\,50''$			1,1085
$s\delta_2$	9,35400	$c\delta_2$	9,98862.5
n_2	0,25400	$c\beta_2$	9,98073
		$c\varepsilon_2$	9,95984
$s\varepsilon_2$	9,61373	y_2	0,04805.5
$\varepsilon_2 = 24^0\,15'\,40''$			1,117
$\eta =$	$1^0\,35'\,50''$		
$y_1 - y_2$	$-0{,}0085$		

$\alpha = 60^0$	$\log\sin\alpha = 9{,}93753$		
$ls\beta_1 = 9{,}68963$		$ls\beta_2 = 9{,}67780$	
$\beta_1 = 29^0\,17'\,55''$		$\beta_2 = 28^0\,26'\,18''$	
$\delta_1 = 0^0\,42'\,05''$		$\delta_2 = 1^0\,33'\,42''$	
$s\delta_1$	8,08783	$c\delta_1$	9,99997
n_1	0,24790	$c\beta_1$	9,94055.5
		$c\varepsilon_1$	9,99990
$s\varepsilon_1$	8,33573	y_1	0,05951.5
$\varepsilon_1 = 1^0\,14'\,29''$			1,1469
$s\delta_2$	8,43541	$c\delta_2$	9,99984
n_2	0,25973	$c\beta_2$	9,94415
		$c\varepsilon_2$	9,99946.5
$s\varepsilon_2$	9,69514	y_2	0,05622.5
$\varepsilon_2 = 2^0\,50'\,27''$			1,1382
$\eta =$	$1^0\,35'\,58''$		
$y_1 - y_2$	$+0{,}0077$		

Nach der regula falsi ist dann

$$\bar{\alpha} = \frac{32 \cdot 0{,}0077 + 80 \cdot 0{,}0085}{0{,}0162} = 7564 : 162 = 46{,}69^0 = 46^0\,41'\,24''.$$

Daraus ersieht man erstens, wie wenig sich $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ auf dieser langen Strecke geändert hat und von wie geringer praktischer Bedeutung die Kenntnis dieses Minimums ist, erkennt aber auch, daß man erheblich näher an die Mitte des Intervalls herangehen muß, um eine schärfere Bestimmung des Minimums zu bekommen. So erhält man für $\alpha = 45^0 : \eta = 1^0\,33'\,31''$, $y_1 - y_2 = +0{,}0005$, untersucht nun den kleineren Winkel $\alpha = 44^0$, wobei $\eta = 1^0\,33'\,30''$ und $y_1 - y_2 = -0{,}00006$ wird. Der hieraus zu findende Näherungswert

$$\bar{\alpha} = 44^0\,06' = \alpha_{i\,(30)}$$

erfüllt dann in der Tat die Gleichung 6) ganz genau; es wird

$$\eta_i = 1^0\,33'\,30'', \qquad y_1 - y_2 = 0{,}00000.$$

Trotz der großen Unempfindlichkeit von η bietet daher die Gleichung 6) die Gewähr für die absolut genaue und scharfe Bestimmung des Minimums.

Noch leichter gestaltet sich die Berechnung des kritischen Winkels I', oberhalb dessen ein Minimum von η überhaupt nicht mehr vorkommt. Denn hier ist wegen $\alpha = 90^0$ von vornherein bekannt

$$\beta_1 = B_1 = 34^0\,24'\,30'' \qquad \beta_2 = B_2 = 33^0\,21'\,30''.$$

Man erhält daher

$$\text{für } \gamma = 45^0 : \delta_1 = 10^0\,35'\,30'',\ \delta_2 = 11^0\,38'\,30'';$$
$$\text{für } \gamma = 44^0\,40' : \delta_1 = 10^0\,15'\,30'',\ \delta_2 = 11^0\,18'\,30''$$

und daraus die Reihen:

$s\delta_1$	9,26436	$c\delta_1$	9,99253.5	9,25063	9,99300
n_1	0,24790	$c\beta_2$	9,91647	0,24790	9,91647
		$c\varepsilon_1$	9,97571	9,49853	9,97728
$s\varepsilon_1$	9,51226	y_1	0,10035.5	$18^0\,22'\,14''$	0,09925
ε_1	$18^0\,59'$		1,2600	9,29245	1,25674
$s\delta_2$	9,30490	$c\delta_2$	9,99097.5	0,25973	9,99148.5
n_2	0,25973	$c\beta_2$	9,92181.5	9,55218	9,92181.5
$s\varepsilon_2$	9,54663	$c\varepsilon_2$	9,96859.5	$20^0\,53'\,30''$	9,97046.5
ε_2	$21^0\,31'\,43''$	y_2	0,10056.5	$2^0\,31'\,16''$	0,09920.5
η	$2^0\,32'\,43''$		1,2605	$+0{,}00017$	1,25657
$y_1 - y_2$	$-0{,}0005$				

Daher ist

$$\bar{\gamma} = \frac{45 \cdot 0{,}00017 + 44{,}667 \cdot 0{,}0005}{0{,}00067} - 44^0\,45',$$

wofür $y_1 - y_2$ aber noch immer negativ, gleich $-0{,}0001$ wird. Kombiniert man diesen Wert mit $44^0\,40'$, so erhält man den genauen Wert

$$\Gamma = 44^0\,43'\,12'', \qquad \eta_i = 2^0\,30'\,29''.$$

Damit ist wohl der Beweis erbracht, daß diese Kurven

$$y_1 = \frac{\cos\delta_1}{\cos\beta_1 \cos\varepsilon_1} \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{\cos\delta_2}{\cos\beta_2 \cos\varepsilon_1}$$

für die Existenz und die genaue Lage des Minimums der Gesamtdispersion durchaus charakteristisch und unentbehrlich sind. Sie brauchen aber gar nicht selber vollständig gezeichnet zu werden, sondern es genügt, ihre Ordinaten für ein gewisses leicht aufzufindendes Stückchen bloß zu berechnen, wodurch die Arbeit wesentlich erleichtert wird.

Um ein beliebiges Beispiel für diese „teilweise" Berechnung zu geben, seien aus dem Poskeschen Lehrbuch der Physik die Brechungskoeffizienten $n_1 = 1{,}628$ und $n_2 = 1{,}671$ für Flintglas herangezogen. Aus ihm sei ein Prisma mit dem Kantenwinkel $\gamma = 30^0$ angefertigt, für welches der Einfallswinkel α_i der kleinsten Dispersion bestimmt werden soll.

Zunächst läßt sich der Grenzwinkel Γ dieser Glassorte aus der Gleichung 6) für $\alpha = 90^0$, also $\beta_1 = B_1 = 37^0\,54'$ und $\beta_2 = B_2 = 36^0\,47'$ berechnen. $\gamma = 50^0$ mit $\delta_1 = 12^0\,6'$ und $\delta_2 = 13^0\,13'$ ergibt $\varepsilon_1 = 19^0\,57.{}_2'$, $\varepsilon_2 = 22^0\,26.{}_8'$, $\log y_1 = 0{,}12001$ und $\log y_2 = 0{,}11989$, also ein positives $y_1 - y_2$. Daher ist hier der Schnittpunkt schon überschritten und γ muß größer gewählt werden. $\gamma = 52^0$, $\delta_1 = 14^0\,6'$, $\delta_2 = 15^0\,13'$ liefert $\varepsilon_1 = 23^0\,22'$, $\varepsilon_2 = 26^0$, $\log y_1 = 0{,}12675$, $\log y_2 = 0{,}12766$. Hier ist das Minimum noch gar nicht dagewesen, da $y_1 = y_2 < 0$. Daher muß Γ zwischen diesen Grenzen liegen und die regula falsi ergibt den Näherungswert $51^0\,3.{}_7'$, der indessen infolge der nach rechts hin zunehmenden Abflachung der y-Kurven vermutlich noch etwas größer sein muß.

In der Tat ergeben die Proben für $\gamma = 51^0\,20'$ und $\gamma = 51^0\,30'$ die logarithmischen Differenzen $+5$ bzw. -8, und daraus berechnet sich schon der genaue Wert $\Gamma = 51^0\,23'\,51''$, für den

$\delta_1 = 13^0\,29.{}_8'$		$\delta_2 = 14^0\,36.{}_8'$		$\beta_1 = 37^0\,54'$		$\beta_2 = 36^0\,47'$	
$\sin\delta_1$	9,36808	$\sin\delta_2$	9,40190	$\cos\delta_1$	9,98784	$\cos\delta_2$	9,98572
$\sin\varepsilon_1$	9,57973	$\sin\varepsilon_2$	9,62462	$\cos\beta_1$	9,89712	$\cos\beta_2$	9,90358
$\varepsilon_1 = 22^0\,19.{}_8'$		$\varepsilon_2 = 24^0\,55.{}_1'$		$\cos\varepsilon_1$	9,97615	$\cos\varepsilon_2$	9,95756 +
				y_1	0,12457	y_2	0,12458 −

$$\eta = 2^0\,35.{}_3'$$

Wenn man dabei jedesmal gleich den sin und cos eines Winkels herausschreibt, ist nur höchstens ein sechsmaliges Aufschlagen der Tafel erforderlich.

Zur Bestimmung des Minimums von η bei $\gamma = 30^0$ führt dann die Überlegung, daß die Minimalkurve i hier höher aufsteigen muß als bei dem in der großen Tabelle festgelegten Beispiel. Daher wird α_i hier wesentlich kleiner sein als früher. Bei $\alpha = 40^0$ wird nun $\beta_1 = 23^0\,15.{}_3'$, $\beta_2 = 22^0\,38.{}_3'$, $\delta_1 = 6^0\,44.{}_7'$, $\delta_2 = 7^0\,21.{}_7'$, $\varepsilon_1 = 11^0\,1.{}_4'$, $\varepsilon_2 = 12^0\,21.{}_4'$, $\eta = 1^0\,20'$ $\log y_1 - \log y_2 = +0{,}00046$.

$\alpha = 35^0$ liefert $\varepsilon_1 = 15^0\,22.{}_2$, $\varepsilon_2 = 16^0\,42.{}_3'$, $\eta = 1^0\,20.{}_1'$ und $\log y_1 - \log y_2 = -0{,}00062$.

Daher muß α_i zwischen beiden Werten liegen, der von der regula falsi gelieferte Näherungswert $\alpha_i = 37^0\,52.8'$ ergibt dann $\beta_1 = 22^0\,9.5'$, $\beta_2 = 21^0\,34.3'$, $\delta_1 = 7^0\,50.5'$, $\delta_2 = 8^0\,25.7'$, $\varepsilon_1 = 12^0\,50'$, $\varepsilon_2 = 14^0\,10.1'$, $\eta = 1^0\,20.1'$ und $\log y_1 = \log y_2$.

Wie notwendig für diese Bestimmung die y-Probe ist, und wie ungenau die bloße Berechnung des η den Minimalpunkt zu bestimmen vermag, ist hierbei deutlich zu erkennen, da η auf der ganzen Strecke fast ganz unverändert gleich $1^0\,20'$ bleibt.

Die vorstehend entwickelte Lösung des Dispersionsproblems besteht also im wesentlichen aus einer Grobeinstellung mit Hilfe der Fundamentalgleichungen

$$\sin\alpha = n_1 \sin\beta_1 = n_2 \sin\beta_2, \tag{1}$$

$$\gamma = \beta_1 + \delta_1 = \beta_2 + \delta_2 \tag{2}$$

und

$$\sin\varepsilon_1 = n_1 \sin\delta_1;\ \sin\varepsilon_2 = n_2 \sin\delta_2, \tag{3}$$

woraus hervorgeht

$$\eta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \arcsin(n_2 \sin\delta_2) - \arcsin(n_1 \sin\delta_1), \tag{4}$$

und einer damit zu verbindenden Feineinstellung mit Hilfe der Kontrollgleichung

$$\frac{\cos\delta_1}{\cos\beta_1 \cos\varepsilon_1} = \frac{\cos\delta_2}{\cos\beta_2 \cos\varepsilon_2}, \tag{6}$$

die nichts anderes bedeutet, als die bekannte Bedingung $\frac{d\eta}{d\alpha} = 0$ unter Ausschluß des Faktors $\cos\alpha$, dessen Nullwerdung nur einen höchsten Wert der Dispersion darstellen kann.

Über die Richtigkeit und unbedingte Zuverlässigkeit dieses Verfahrens kann wohl kein Zweifel herrschen, wohl aber über seine Zweckmäßigkeit und Bequemlichkeit. Es ist daher notwendig, einen kurzen Vergleich anzustellen mit den bisherigen Lösungsmethoden des Problems, die im wesentlichen auf den Arbeiten von Erfle und Opitz[1]) beruhen.

Es ist dabei wohl zu unterscheiden zwischen „Näherungsformeln" und „genauen Berechnungen". Auffallend ist die fast durchgehend vorhandene Abhängigkeit der Minimalwerte von einem einzigen Brechungskoeffizienten. Ein Minimum der Dispersion „für violette Strahlen", von dem Erfle spricht[2]), gibt es aber nicht. Die Größe der Dispersion ist eben der Winkel zwischen den beiden Grenzstrahlen (dem roten und dem violetten), die nach zweimaliger Brechung eines einzigen weißen Lichtstrahls aus dem Prisma austreten, und ist daher, wie auch die graphische Darstellung zeigt, notwendig von den beiden, diesen Grenzstrahlen entsprechenden Brechungskoeffizienten abhängig. Jede Darstellung dieser Dispersion für einen beliebigen Einfallswinkel, also auch die ihres Minimums, die nur von einem bestimmten Brechungskoeffizienten abhängt, ist daher entweder nur eine angenähert richtige oder überhaupt eine fehlerhafte Lösung. Der Fehler der Opitzschen Lösung ist leicht zu erkennen. Er definiert unzweifelhaft richtig (in der hier angewendeten Bezeichnung)

$$\eta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \int_{n_1}^{n_2} \frac{n \cdot \sin\gamma}{\cos\beta \cdot \cos\varepsilon}\, dn,$$

worin β und ε von α abhängig sind (nach Formel 1) bis 3)). Ließe sich die Integration ausführen (und das ist, wie Opitz gezeigt hat, wirklich der Fall) und ergäbe sie eine Funktion $f(n, \alpha)$, so wäre

$$\eta = f(n_2, \alpha) - f(n_1, \alpha)$$ und nicht bloß $f(n, \alpha)$,

[1]) Ihr Verzeichnis ist einzusehen in der letzten Abhandlung von Opitz: „Zur geometrischen Optik der prismatischen Dispersion" II. *Zeitschr. f. Phys.* **12**. *S. 304. 1922.*

[2]) *Diese Zeitschr.* **39**. *S. 294. 1919.*

und dies nähme einen extremalen Wert an, wenn

$$\frac{df(n_1, \alpha)}{d\alpha} - \frac{df(n_1, \alpha)}{d\alpha} = 0, \text{ nicht bloß } \frac{df(n, \alpha)}{d\alpha} = 0.$$

Daher ist nicht die Funktion

$$\pi(\alpha, \gamma, n) = \frac{n \cdot \sin\gamma}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}\ \sqrt{1 - (\sin\alpha\cos\gamma - \sin\gamma\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha})^2}}$$

das Maß für die Größe der Dispersion, sondern erst das bestimmte Integral

$$\int_{n_1}^{n_2} \pi(\alpha, \gamma, n) \cdot dn = f(n_2, \alpha) - f(n_1, \alpha).$$

Diese Integration ist bei den weiteren Untersuchungen ganz in Vergessenheit geraten und dadurch sind die Grenzen für die Dispersion fortgefallen. Die Gleichung $\frac{\partial\pi}{\partial\alpha} = 0$ ist daher gar nicht die gesuchte Bedingungsgleichung für das Minimum der Dispersion, sondern erst die Gleichung

$$\int_{n_1}^{n_2} \frac{\partial\pi}{\partial\alpha} \cdot dn = 0,$$

und das führt, wie Erfle richtig erkannt hat, unmittelbar zurück zu unserer Ausgangsgleichung 4).

Auch die Untersuchung über das etwaige Zusammenfallen der kleinsten Ablenkung ϱ_i mit der kleinsten Dispersion η_i erscheint jetzt ganz entbehrlich. Denn da der symmetrische Durchgang für jede Lichtsorte einen anderen Einfallswinkel α ergibt, so kann es überhaupt gar nicht vorkommen, daß alle inneren Strahlenstücke b eines auffallenden weißen Lichtstrahls a gleichzeitig ein Minimum der Ablenkung aufweisen. Daher könnte auch bei einem α_i, das einem Dispersionsminimum η_i entspricht, höchstens irgend ein Strahl des Bündels b gleichzeitig die kleinste Ablenkung besitzen. Schon das Aufstellen dieses Problems ist nur möglich gewesen infolge des fehlerhaften Ausfalls des einen der beiden Brechungskoeffizienten; eine Lichtsorte besitzt wohl ein ϱ_i, jedoch kein η_i, während ein ganzes Bündel wohl ein η_i, aber kein ϱ_i besitzt.

Selbst wenn man mit Erfle die geringe Verschiedenheit von n_1 und n_2 zur Ableitung von Näherungsformeln benutzt (unter Fortlassung der höheren Potenzen von $\nu = n_2 - n_1$), dürfte man sich wohl mit ganz unsymmetrischen Formeln (für n_1 und n_2) nicht begnügen, ganz abgesehen davon, daß diese Vernachlässigung, wie schon oben bemerkt, in Anbetracht der außerordentlich langsamen Änderung der η-Kurven leicht zu ganz fehlerhaften Werten führen müßte. Nur eine exakte oder angenäherte Berechnung, die in gleicher Weise die Grenzwerte des Brechungskoeffizienten berücksichtigt, könnte Anspruch auf völlige oder ausreichende Genauigkeit machen. So liefert die Gleichung 6) für $\operatorname{tg}\gamma$ in der Tat eine kubische Gleichung, aus der sich Γ für $\alpha = 90^0$ berechnen läßt; aber diese Rechnung ist bedeutend umständlicher als die oben durchgeführte Einschnürung, und die Berechnung von α gestaltet sich infolge des Auftretens der beiden Wurzeln $\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}$ und $\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}$ außerordentlich verwickelt.

Daher dürfte die in der vorliegenden Arbeit empfohlene Berechnungsweise, wenn sie überhaupt einmal nötig wird, vorzuziehen sein, da sie nicht nur jeden gewünschten Genauigkeitsgrad besitzt, sondern auch ohne sonderliche Beschwerde logarithmisch ausführbar ist. Für die Praxis der optischen Fabriken würde es gewiß ausreichend und vorteilhaft sein, für jede verwendete Glassorte so einen vollständigen „Personalbogen“ anzufertigen.

Über ein neues Mikromanometer.

(Wassersäulen-Minimeter.)

Von

Dr. W. Ewald.

(Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Askania-Werke A.-G. Berlin-Friedenau.)

Die genaue Bestimmung, insbesondere sehr kleiner Druckhöhen von Gasen, ist im Laboratorium wie in der Praxis oftmals notwendig. Die vorhandenen und im Gebrauch befindlichen Mikromanometer sind jedoch sehr unvollkommen, daß man mit den bestehenden Mitteln Präzisionsmessungen nicht durchführen kann.

Wenn es sich beispielsweise darum handelt, mit dem Pitotrohr Strömungsgeschwindigkeiten von Gasen von etwa 1 m/sec zu bestimmen, so müßte man den auftretenden Staudruck von rund $^1/_{16}$ mm Wassersäule (WS) auf wenigstens 10—15% genau ermitteln können. Der hierbei auftretende Fehler dürfte also auf keinen Fall $^1/_{100}$ mm WS überschreiten. Das ist aber weder mit dem gebräuchlichen Mikromanometer noch sonst mit einer bekannten Einrichtung in einfacher Weise möglich. Die Fehler werden verursacht durch die Adhäsion der Meßflüssigkeit an den Wandflächen, durch die Oberflächenspannung (Meniskus-Wirkung) und durch den hohen Ausdehnungskoeffizienten, wenn statt Wasser Alkohol oder Alkoholyd oder ähnliches gebraucht wird.

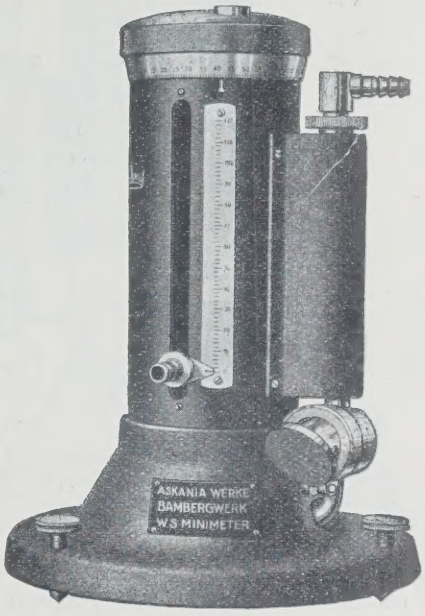


Abb. 1.

Bei dem neuen Askania-Mikromanometer (vgl. Abb. 1), das als WassersäulenMinimeter zu bezeichnen ist, werden diese Fehlerquellen vermieden.

Das hierbei angewendete Meßverfahren beruht darauf, daß von zwei kommunizierenden Gefäßen das eine so weit gehoben wird, bis der Höhenunterschied der Flüssigkeitsspiegel dem Meßdruck das Gleichgewicht hält. Als Flüssigkeit dient Wasser und somit entspricht die Hubhöhe in Millimeter dem zu messenden Druck in Millimeter WS unmittelbar. Die Einstellung (s. Abb. 2) des Wasserspiegels in der Nullage und bei der Messung erfolgt durch Anvisieren einer im Wasser befindlichen vergoldeten Spitze, deren Spiegelbild von der Wasserfläche reflektiert wird und mit der eigentlichen Spitze bei Betrachtung von unten ein genaues Kreuz bildet (siehe die Abb. 2 rechts).

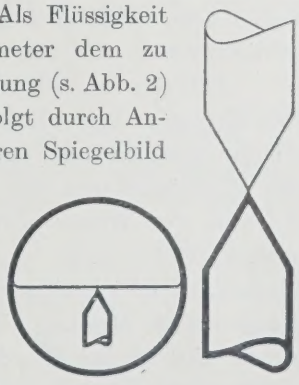


Abb. 2.

Diese Stellung, in der die Spitze ihr Spiegelbild gerade berührt, läßt sich mit Hilfe eines Spiegels und Lupe auf $^1/_{100}$ mm exakt einstellen. Die angewendete Methode hat den Charakter einer „Nullmethode", wodurch man äußerste Empfindlichkeit bei der Messung erreicht. Durch Anwendung eines starken Ablesefernrohres statt der Lupe kann man die Meßgenauigkeit noch wesentlich steigern.

Der Gesamtmeßbereich des WS-Minimeters ist 120 mm, wobei es gleichgültig ist, ob Druck oder Differenzdruck gemessen wird.

Die Messung mit dem WS-Minimeter geschieht nach Abb. 3 in folgender Weise: Das Instrument wird vorerst mittels der Fußschrauben *A* und unter Zuhilfenahme der auf dem Fuß angebrachten Libelle *B* horizontal ausgerichtet. Durch Drehen des Knopfes *C* bzw. des damit verbundenen Kordelringes *D* wird die Meßspindel *E* in Drehung gebracht. Hierdurch wird gleichzeitig das Gefäß *M* gehoben oder gesenkt, und zwar so lange, bis der hierin stehende Wasserspiegel und der in dem Gefäß *G* genau mit der Spitze *H* abschneiden. Bei Anvisierung mit dem Spiegel *J* muß dann die durch Linse *K* vergrößert sichtbare Spitze ihr Spiegelbild berühren. Die am Maßstab *L* und an der Feinteilung *N* angezeigte Höhe entspricht dann der Nullage des Instrumentes. Durch Verdrehen der Kordelmutter *O* läßt sich der Wert Null einstellen.

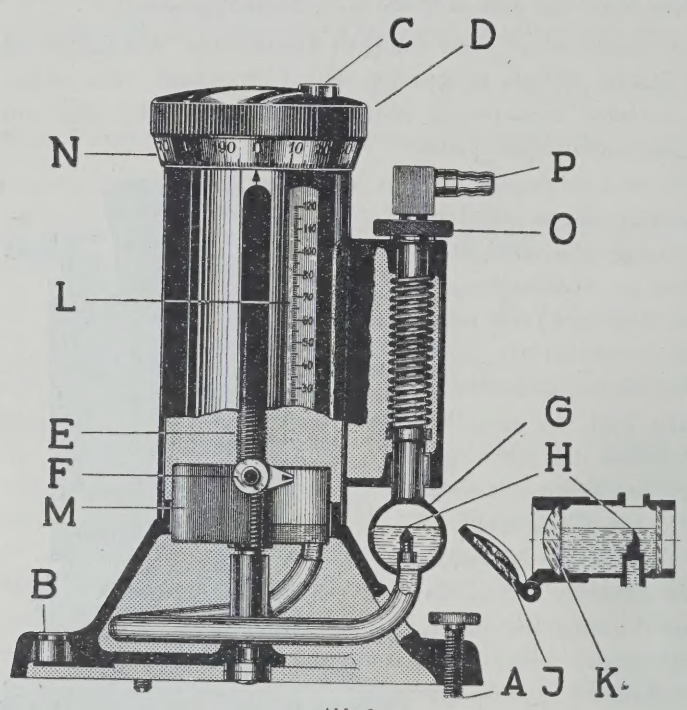


Abb. 3.

Hierauf wird an dem Schlauchstutzen *P* mittels Gummischlauch der zu messende Druck angeschlossen, bei Differenzmessungen der niedrigere Druck am Stutzen *F*. Der Wasserspiegel im Beobachtungsgefäß *G* fällt und das Ausgleichsgefäß *M* muß so weit gehoben werden, bis der Wasserspiegel wieder die anfängliche Stellung erreicht hat, d. h. die Einstellspitze *H* muß wiederum ihr Spiegelbild berühren. Die Ablesung des Meßdruckes in mm WS erfolgt dann wieder an dem Maßstab *L* bzw. der Feinteilung *N*. Letztere ist 200 mal unterteilt und entspricht hundertstel Millimetern, so daß also eine Umdrehung des Zahlenkreises 2 mm WS bedeutet.

Adhäsion und Oberflächenspannung der Meßflüssigkeit spielen bei dem Askania-WS-Minimeter keine Rolle, da die Spiegelung bzw. Ablesung in einer bereits ebenen Fläche erfolgt. Der Temperatureinfluß kann aus dem Unterschied der Ausdehnung der Meßspindel und der Wasserausdehnung ermittelt werden. Die Ausdehnungskoeffizienten von Wasser und Messing sind aber so klein, daß die Berichtigung in den meisten Fällen unter $^1/_{100}$ mm bleiben wird, und damit die Meßgenauigkeit nicht beeinflußt. Ungleichheiten in der Weite der beiden Meßgefäße sind gleichfalls ohne Wirkung, da die Messung stets bei gleichbleibendem Flüssigkeitsstand erfolgt. Der Meßdruck wird hierbei also in aller Form unmittelbar durch WS ersetzt. Die Dämpfung durch den Verbindungsschlauch der beiden Gefäße ist so groß, daß sie für die meisten Zwecke ausreichen wird. Bei stark schwankenden Drucken kann durch Zusammenklemmen des Schlauches eine beliebige Erhöhung der Dämpfung erzielt werden.

Referate.

Leistung und Leistungseindruck bei Feldstechern.

Von A. Kühl. *Deutsche Opt. Wochenschr.* **12.** *S. 245. 1926.*

Die Leistung eines Feldstechers hängt von vier Faktoren ab, von der Lichtstärke, der Vergrößerung, der Lichtdurchlässigkeit und dem Kontrast. Die Lichtstärke setzt man gewöhnlich gleich dem Quadrat des Durchmessers p der Austrittspupille, genauer gleich dem Flächeninhalt derselben, also $^1/_4 \pi p^2 = 0{,}786\, \pi p^2$. Ist p größer als der Durchmesser der Augenpupille, so ist natürlich der letztere maßgebend. Was den Einfluß der Vergrößerung auf die Leistung eines Feldstechers betrifft, so erscheint eine kleine Fläche um so heller, also die Erkennbarkeit wird um so besser, je größer ihr Flächeninhalt ist (Riccòscher Satz). Demnach wächst die Erkennbarkeit mit der Flächenvergrößerung V^2, wenn V die lineare Vergrößerung des Feldstechers ist. Die Lichtdurchlässigkeit wird bedingt durch innere Lichtverluste zufolge Reflexion und Absorption im Glase und beträgt für jedes in Luft freistehende System ca. $90\,\%$. Bei l freistehenden Systemen ist die Lichtdurchlässigkeit also vom Betrage $0{,}90^l$. Hinsichtlich des Kontrastes gegen die Rohrwände besteht die Erfahrungstatsache, daß durch ihn die Erkennbarkeit von Einzelobjekten auf das 1,40 fache gegenüber dem bloßen Auge gesteigert wird. Als Maßzahl der Leistung wird vom Verf. daher angesetzt:

$$A = 1{,}40 \cdot 0{,}90^l \cdot 0{,}786 \cdot p^2 \cdot V^2;$$

oder im Vergleich zu einem mittleren Auge von 5 mm Pupillenöffnung, dessen Leistung gleich der Lichtstärke zu setzen ist:

$$L = \frac{A}{A_{\text{Auge}}} = 1{,}40 \cdot 0{,}90^l \cdot \frac{p^2 \cdot V^2}{25}.$$

Als Leistungseindruck definiert Verf. in Anlehnung an das Fechnersche Gesetz und die bewährte Skala der Sterngrößen eine Maßzahl

$$E = \frac{\log L}{0{,}4} = 5 \cdot \log \frac{p \cdot V}{5} + 0{,}366 - l \cdot 0{,}115.$$

Die Anwendung dieser Formel auf praktisch vorkommende Fälle führt zu folgenden Werten:

Feldstecher $p = 5$ mm; $V = 6$	l	Durchlässigkeit	L	E
Galileiglas	2	0,81	40,8	4,00
Einprismenglas	4	0,65	32,7	3,75
Gewöhnliches Prismenglas . .	5	0,59	29,7	3,70
Weitwinkelprismenglas . . .	6	0,53	26,7	3,55

Welche Leistung bzw. welcher Leistungseindruck zu verlangen ist, ergibt die Erfahrung, und zwar muß ein monokularer Feldstecher folgende Werte haben:

bei Jagd $L = 66$; $E = 4{,}55$,
im Theater $L = 32$; $E = 3{,}75$.

Die absolute Gesamtleistungszahl eines Doppelfeldstechers ist auf Grund physiologischer Erfahrungstatsachen etwa doppelt so groß anzusetzen als für das Einzelrohr. Aus diesen Bedingungen folgt sofort die notwendige und hinreichende Vergrößerung des Feldglases je nach Zweck und Pupillenweite des Beobachters:

a) Monokulares Galilei-Jagdglas:

Vergrößerung 4,2 fach bei 9 mm Dämmerungspupille,
„ 4,7 „ „ 8 mm „

b) Binokulares Galilei-Jagdglas:

Vergrößerung 3,0 fach bei 9 mm Dämmerungspupille,
„ 3,4 „ „ 8 mm „
„ 3,9 „ „ 7 mm „
„ 4,5 „ „ 6 mm „

c) Monokulares Galilei-Theaterglas:

Vergrößerung	2,9	fach bei	9 mm	Dämmerungspupille,
„	3,3	„ „	8 mm	„
„	3,8	„ „	7 mm	„
„	4,4	„ „	6 mm	„
„	5,3	„ „	5 mm	„

d) Binokulares Galilei-Theaterglas:

Vergrößerung	2,1	fach bei	9 mm	Dämmerungspupille,
„	2,4	„ „	8 mm	„
„	2,7	„ „	7 mm	„
„	3,2	„ „	6 mm	„
„	3,8	„ „	5 mm	„
„	4,8	„ „	4 mm	„

Die Dämmerungspupille hat je nach dem Lebensalter des Benutzers verschiedene Größe; jugendliche Personen erreichen 9 mm; beim 50. Lebensjahr liegt das Maximum etwa bei 7 mm; im Greisenalter werden nur 3 bis 2 mm erreicht. Galileigläser mäßiger Vergrößerung sind für jugendliche und gereiftere Personen durchaus leistungsfähig, während ältere Leute zu stärker vergrößernden Prismengläsern greifen müssen. *Flügge.*

Die zweckmäßigste Wahl der Wellenlängen und Lichtquellen für die Messung von Brechungsverhältnissen.

Von F. Weidert. *Zeitschr. f. techn. Physik* **7**. *S. 304—310. 1926.*

Von Abbe sind als Meßlinien zur Kennzeichnung des Dispersionsverlaufs optischer Gläser die folgenden, noch heute gebräuchlichen Spektrallinien eingeführt:

K	H_α	Na	H_β	H_γ	
A′	C	D	F	G′	
7679	6563	5893	4861	4340	Å-E.

Die Verwendung eines solchen Meßliniensystems ist jedoch wenig vorteilhaft, da ein brauchbares Meßliniensystem folgende Bedingungen erfüllen muß: 1. einfache Struktur; zum mindesten müssen die Komponenten einer Linie so eng liegen, daß selbst bei extrem hohen Dispersionen die Differenz der Brechungsverhältnisse innerhalb der erreichbaren Meßgenauigkeit, jetzt etwa eine Einheit der 6. Dezimale, bleibt; 2. gut verteilte Lage im Spektrum, nach Möglichkeit in gleichen Intervallen der Brechungsverhältnisse; 3. isolierte Lage, so daß bei Substanzen geringster Dispersion und bei größerer Spaltbreite Reinheit des Spektrums verbürgt werden kann; 4. leichte Identifikation; 5. ausreichende Helligkeit, möglichst gleichmäßige Helligkeitsverteilung; 6. einfache Erzeugbarkeit und Betriebssicherheit. Diese letzte Bedingung ist eine der wichtigsten. Lichtquellen, welche alle Bedingungen in sich erfüllen, sind wohl kaum vorhanden. Außerdem ist zu bedenken, daß die Einführung eines ganz neuen Meßliniensystems nur durch internationale Vereinbarung möglich wäre. Um den Forderungen an erhöhte Meßgenauigkeit gegenüber dem alten Abbeschen System vorläufig Genüge zu leisten, schlägt Verf. vor, mit gewissen Linien der Quecksilber-Quarzlampe zu arbeiten, und zwar genügt den meisten der gestellten Bedingungen das System:

6907,496 6234,310 5460,740 4916,036 4358,342 4046,563 Å-E.

Um trotzdem den Anschluß an das eingebürgerte Abbesche System aufrechtzuerhalten, kann unter Zuhilfenahme der Hartmannschen Dispersionsformel eine Interpolation der Brechungsverhältnisse für letzteres vorgenommen werden, falls man nicht vorzieht, auf runde Wellenlängenzahlen zu interpolieren. Diese Methode ist genauer als die direkte Messung mit den Abbeschen Linien, da bei der Interpolation nichts an Genauigkeit der gemessenen Werte verloren geht. Um die Interpolation zu erleichtern, so daß dieselbe innerhalb weniger Minuten beendet ist, sind vom Verf. Interpolationstafeln aufgestellt worden, aus denen überdies die Konstanten λ_0 und α der Dispersionsformel entnommen werden können. Selbst mit diesen Tafeln bleibt die erreichbare Genauigkeit von der Größe der Meßgenauigkeit. *Flügge.*

Über einige neuzeitliche Absorptionsgläser.

Von G. Jaeckel. *Zeitschr. f. techn. Physik* **7**. *S. 301—304. 1926.*

Es werden einige ultraviolettdurchlässige Gläser besprochen, die teils auch für das sichtbare Spektralgebiet durchlässig sind (U.-V.-Kron), teils das sichtbare Spektrum mehr oder weniger schwächen (U.-V.-durchlässiges Blauglas mit Dämpfung des langwelligen Spektralgebiets bis etwa 440 mμ und U.-V.-durchlässiges Schwarzglas mit vollkommener Unterdrückung des ganzen sichtbaren Bereichs). Das Schwarzglas ist auf einem ganz anderen Grundglas aufgebaut als das ultraviolettdurchlässige Kronglas; es benutzt als färbendes Oxyd Nickel und besitzt in dünnen Schichten eine Durchlässigkeit im äußersten Rot und im äußersten Violett. Bei 4 mm Schichtdicke ist dieses Sendlinger Schwarz-U.-V.-Glas für sichtbares Licht praktisch undurchlässig, läßt dagegen ultraviolettes Licht genau so gut hindurch wie klares Kronglas. Anwendung findet dieses Glas in der Hanauer Analysenlampe sowie für Effekt- und Bühnenbeleuchtung. Sehr brauchbar ist es zur Untersuchung sehr schwacher Fluoreszenzen. Solche Fluoreszenzen sind auf diesem Wege auch an Absorptionsgläsern untersucht worden: während das Cerglas eine leuchtende, blaue Fluoreszenz, das Vanadinglas eine grünbraune Fluoreszenz zeigt, leuchten die Gelbgläser (Kadmiumsulfidgläser) in Weißlichgelb, Gelb, Orange und Tiefrot auf, je nach der Lage der kurzwelligen Absorptionsgrenze. Diese Gelbgläser erhalten wie die Goldrubingläser durch das „Anlassen" (Wiedererwärmen auf 640—720 °) ihre Fluoreszenzeigenschaften, und zwar verstärkt sich hierbei die Farbe mit Anlaßtemperatur und -dauer. Das nicht angelassene Gelbglas fluoresziert nicht, was darauf hindeutet, daß die Fluoreszenz- und Absorptionseigenschaften dieser Gläser nur durch das Anlassen und die dabei erfolgte Bildung von Kolloiden im Glas hervorgerufen werden. Durch Anlassen in einem Ofen mit ungleicher Temperaturverteilung läßt es sich erreichen, ein Gelbglas „keilig" anzulassen. Die Verschiebung der Absorptionsgrenze und der Fluoreszenzfarbe durch weiteres Anlassen nach dem langwelligen Spektralgebiet ist bedingt durch ein Wachsen der färbenden Kolloide. Demgemäß zeigt ein „Gelbkeil" entsprechend den einzelnen Stellen merkwürdige Verschiedenheit nicht nur der Gelbfärbung, sondern auch der Fluoreszenzfarbe. Über den Zusammenhang zwischen Absorptionsgrenze, Fluoreszenzfarbe und Wachstum der Kolloide werden weitere Mitteilungen angekündigt. *Flügge.*

Die physikalischen Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzung.

III. Die Viskosität der Gläser.

Von G. Gehlhoff *und* M. Thomas. *Zeitschr. f. techn. Physik* **7**. *S. 260—278. 1926.*

Es wird eine Reihe von Versuchsgläsern systematisch nach Gewichtsprozenten geänderter Zusammensetzung auf ihre Viskosität vom Entspannungsbereich bis zum dünnflüssigen Zustand nach folgenden Methoden untersucht:

I. Im Entspannungsbereich:

1. Feststellung der Temperatur, bei der ein Glasstab unter Belastung mit bestimmtem Gewicht bei bestimmter Anheizgeschwindigkeit sich um einen gewissen Betrag durchbiegt. Genauigkeit $\pm 2^0$.

2. Optische Bestimmung der Entspannungstemperatur, d. h. derjenigen Temperatur, bei der ein Glasstäbchen bestimmter Größe bei bestimmter Anheizgeschwindigkeit seine Spannung quantitativ verliert. Genauigkeit nur $\pm 5^0$.

3. Feststellung der Temperatur der vermehrten Wärmeabsorption durch thermische Analyse. Genauigkeit $\pm 2^0$.

4. Bestimmung derjenigen Temperatur, bei welcher der Temperaturkoeffizient des elektrischen Leitvermögens bei bestimmter Anheizgeschwindigkeit eine plötzliche Änderung erfährt. Genauigkeit $\pm 1^1/_2{}^0$ bei einer Anheizgeschwindigkeit von 5^0 pro Minute. Diese Methode wird von den Verff. für die Reihenversuche zur Charakterisierung einer im Entspannungsbereich liegenden Temperatur bestimmter Viskosität ausschließlich benutzt.

II. Im Zähigkeitsbereich (beginnend etwa 100^0 oberhalb des Entspannungsgebietes):

1. Feststellung derjenigen Temperatur, bei der ein senkrecht aufgehängtes Stäbchen bestimmter Länge unter Einwirkung einer bestimmten Belastung bei bestimmter Anheizgeschwindigkeit 20^0 pro Minute) eine bestimmte Verlängerung erfährt. Genauigkeit $\pm 2^0$.

2. Bestimmung der zweiten, oberhalb des Entspannungsbereichs gelegenen Stelle starker Wärmeabsorption. Diese zweite Stelle vermehrter Wärmeabsorption wurde zufällig beobachtet; Verff. erklären sie sich nicht durch Entglasung, sondern einfach dadurch, daß das im Tiegel befindliche Glaspulver bei diesen Temperaturen zusammenbackt, daher seine Gestalt verändert und eine Störung des Wärmegleichgewichts herbeiführt; für diese Annahme spricht die Tatsache, daß nach Erkalten des Ofens und erneuter Messung ohne Veränderung der Anordnung keine Wärmeabsorption wieder auftritt, während hingegen bei Zerkleinerung des zusammengesinterten Glases die Wärmetönung reproduzierbar ist. Genauigkeit nur $\pm 5^0$.

Die beiden letztgenannten Methoden geben zwar vergleichbare Werte, aber trotzdem wird von den Verff. die erste dieser Methoden wegen ihrer größeren Genauigkeit bevorzugt.

III. Im Flüssigkeitsbereich:

Feststellung der Temperatur, bei welcher sich ein Rührer in der Glasschmelze unter genau definierten Bedingungen bewegt, durch Beobachtung der Rührgeschwindigkeit.

Die sogleich zu besprechenden Ergebnisse wurden schließlich mittels der Methoden I 4, II 1, III erhalten.

Die untersuchten Gläser hatten folgende Zusammensetzung:

1. 82% (SiO_2 + Metalloxyd),
   18% Na_2O,

worin SiO_2 in steigender Menge durch die gebräuchlichen Glasbildner MgO, CaO, ZnO, BaO, PbO, B_2O_3, Al_2O_3, Fe_2O_3 ersetzt wurde.

2. 80% (SiO_2 + Alkalioxyd),
   20% BaO,

worin SiO_2 durch Na_2O bzw. K_2O in steigender Menge ersetzt wurde.

3. 65% SiO_2,
   15% (K_2O + Na_2O),
   20% BaO,

worin K_2O durch Na_2O ersetzt wurde.

4. Zur Untersuchung über den Einfluß der Alkalien wurden nicht Bleigläser, sondern Barytgläser verwandt, weil PbO wegen der Platingeräte möglichst ausgeschaltet werden mußte.

Der Einfluß der einzelnen Oxyde ist außerordentlich verschieden. Dies wird erkannt aus Darstellungen der nach obigen Methoden gemessenen Temperaturen gleicher Viskosität in Abhängigkeit vom prozentualen Gehalt der verschiedenen Glasbildner. Die Alkalien vermindern die Viskosität erheblich, stärker als alle anderen Glasbildner, und zwar Natron stärker als Kali. Temperaturerhöhung steigert diesen Effekt. — Bei Ersatz von Kaliumoxyd durch Natriumoxyd bildet sich im Entspannungs- und im Zähigkeitsbereich ein Minimum der Viskosität bei dem Verhältnis 10% Na_2O : 5% K_2O. Dieses Minimum fällt mit dem Minimum der Ritzhärte zusammen. Im Flüssigkeitsbereich flacht sich das Minimum bis ganz oder fast zur Unmerklichkeit ab. — Magnesiumoxyd erhöht die Viskosität in allen drei Bereichen; mit steigender Temperatur nimmt dieser Effekt ab. — Kaliumoxyd erhöht die Viskosität im Entspannungsbereich mehr als alle anderen Oxyde, während im Zähigkeitsbereich diese Wirkung nicht so ausgeprägt ist, und bei noch höheren Temperaturen überhaupt eine Umkehr stattfindet; in letzterem Falle wird bei Erhöhung des prozentischen Gehalts an CaO die Viskosität zunächst verringert, später wieder gesteigert, wobei ein ausgesprochenes Minimum erkennbar ist. — Ähnliches besteht beim Zinkoxyd, mit dem Unterschied, daß bei hohen Temperaturen überhaupt nur Herabsetzung der Viskosität durch ZnO bewirkt wird. — Bariumoxyd und Bleioxyd setzen die Viskosität durchweg herab, besonders letzteres; dieser Effekt verstärkt sich mit Temperaturerhöhung ganz außerordentlich. — Durch Borsäure wird die Viskosität im Entspannungsbereich bis zu einem Gehalt von 15% B_2O_3 gesteigert, bei höheren Konzentrationen verringert. Dieses Maximum der Viskosität ist im Zähigkeitsbereich bereits stark abgeflacht und im Flüssigkeitsbereich überhaupt verschwunden; im letzteren Falle sinkt die Viskosität mit wachsendem B_2O_3-Gehalt durchweg. — Aluminiumoxyd erhöht die Viskosität bei allen Temperaturen, besonders bei höheren Temperaturen. — Eisenoxyd setzt die Viskosität herab, und zwar in verstärktem Maße

bei höheren Temperaturen. — An allgemeinen Ergebnissen ist bemerkenswert, daß der Temperaturkoeffizient der Viskosität größer ist als der Temperaturkoeffizient der Leitfähigkeit, was auf Abnahme der Dissoziation mit steigender Temperatur zu deuten scheint. Der Zusammenhang der Extremwerte der Viskosität mit solchen der Ritzhärte ist bereits besprochen und dürfte zur Aufklärung bisher unbekannter Tatsachen beitragen. *Flügge.*

Einfluß der Wärmevergangenheit auf die optischen Konstanten von Gläsern.

Von F. Eckert. *Zeitschr. f. techn. Physik* **7**. *S. 282—287. 1926.*

Auf Grund früherer Arbeiten des Verf. war zu vermuten, daß die optischen Konstanten (Brechungsverhältnis n_D und reziproke relative Dispersion ν) der Gläser abhängig sind von der vorausgegangenen Wärmebehandlung. Dies zu klären, dienten die hier mitzuteilenden Untersuchungen, die Verf. in den Sendlinger Optischen Glaswerken durchführte; insbesondere handelte es sich um die Frage: „Werden die optischen Konstanten durch eine Wärmebehandlung bei mittleren Temperaturen (Gebiet des plastischen Zustandes) beeinflußt und ist diese Beeinflussung beliebig umkehrbar?“

Das Glasmaterial der am Spektrometer untersuchten sechs Prismen hatte folgende Wärmebehandlung hinter sich: Nr. 1, Hafenglas; Nr. 2, gepreßt und linsengekühlt; Nr. 3, gesenkt und feingekühlt; Nr. 4, nach Senken und Feinkühlen umgepreßt und linsengekühlt; Nr. 5, nach Senken und Feinkühlen nochmals gesenkt und feingekühlt; Nr. 6, Hafenglas, gepreßt und feingekühlt. Der Glastypus war Barint 548/532 mit folgenden thermischen Eigenschaften: die Fließtemperatur beim Senken beträgt etwa 870°, die Ausgangskühltemperatur für feingekühlte Senkplatten 450 bis 460°, die Kühldauer etwa 5 Wochen, wobei der Temperaturabfall bis auf 300° in den ersten 14 Tagen erfolgt; die Ausgangstemperatur für die Erweichung des Brockens zum Pressen betrug etwa 820°; die Kühltemperatur für diese Preßplatten und Preßlinsen 460—480°, die Kühldauer der gepreßten Gegenstände 8—10 Tage, wobei der Abfall durch die Entspannungszone in etwa 2 Tagen erfolgt sein dürfte. Die Hafenglasbrocken wurden auf möglichste Schlierenfreiheit ausgesucht; die Prismen wurden vor der Pressung sorgfältig auf Spannung untersucht und spannungsfrei befunden; während der Untersuchungen zeigte sich jedoch, daß der Einfluß der Spannung gering ist gegenüber dem Einfluß der Wärmevergangenheit. Die Messungen ergaben, daß die ν-Werte ungefähr proportional mit den n_D-Werten verlaufen und etwa um eine Einheit der 1. Dezimale abnehmen, wenn das Brechungsverhältnis um zwei Einheiten der 3. Dezimale sinkt. Daraus folgt, daß für die optischen Konstanten die Länge der Zeit maßgebend ist, während der das Glas zwischen Fließ- und Erstarrungstemperatur gehalten wird, erklärbar nur durch eine konstitutive Umlagerung der Moleküle. Das Hauptergebnis der vorliegenden Untersuchung besteht in der Tatsache, daß für die Werte der optischen Konstanten im wesentlichen die letzte Wärmevergangenheit maßgebend ist, was bedeutet, daß jedes Stück durch die normale Behandlung auf den Normalzustand gebracht werden kann, vorausgesetzt, daß nicht etwa so hohe Temperaturen angelegt werden, daß Änderungen anderer Art eintreten. Aber innerhalb gewisser Temperaturgrenzen ist der Vorgang beliebig reversibel. *Flügge.*

Neue Formen von Luftfahrt-Instrumenten.

(New types of aircraft instruments.)

Von Franklin L. Hunt. *Journ. of Opt. Soc. of Am.* **12**. *S. 227—269. 1926.*

Der Verfasser berichtet über neuere Arbeiten der Abteilung für aeronautische Instrumente des *Bureau of standards*. Eine größere Anzahl Luftfahrtinstrumente, die von ihm in Gemeinschaft mit einem größeren Stab von Mitarbeitern zum Teil wesentlich verbessert, zum Teil neu entwickelt und konstruiert worden sind, werden in seinem Bericht beschrieben. Die mehr als 40 Druckseiten umfassenden, zahlreiche gute Abbildungen enthaltenden Ausführungen beweisen, daß in den Vereinigten Staaten dieses in der Alten Welt zweifellos vernachlässigte und gegenwärtig nur wenig bebaute Gebiet anscheinend aus einem dringenden Bedürfnis heraus ganz besonders gepflegt wird. Sicherlich und nicht zuletzt ist dafür die Erkenntnis maßgebend, daß die Weiterentwicklung des Flugwesens ohne eingehende Messungen während des Fluges, d. h. ohne vollkommenere Instrumente als bisher ein Unding ist. Im Hinblick darauf erscheint ein eingehender Bericht an dieser Stelle angezeigt.

Barometer und barometrische Höhenmesser.

Die Angaben der bisher gebräuchlichen Höhenmesser erwiesen sich allgemein als ziemlich fehlerhaft. Mangelhafte Elastizität der Aneroiddosen sowie der Vorspannfedern erzeugten schon in einem Meßbereich nur bis 3000 m Höhe Fehler von 2—5%. Nach dem Verfasser ist es gelungen, diese Fehler auf 1‰ herabzudrücken. Dies wird erreicht einmal dadurch, daß man eine Vorspannfeder wählt, deren Kraft im Verhältnis zu der der Dose so groß ist, daß man letzterer Fehlerquellen vernachlässigen kann, bzw. deren mangelhafte Elastizität nicht ins Gewicht fällt. Außerdem suchte man sehr sorgfältig nach den geeignetsten Materialien. Während die Vorspannfeder aus Chromvanadiumstahl, der einer anscheinend den Erfolg bedingenden sorgfältigen Wärmebehandlung unterzogen wurde, gefertigt wurde, stellte man das Aneroidsystem — eine einzige Dose von etwa 13 cm Durchmesser — aus ungewelltem Phosphorbronzeblech her. Da der Dosenhub für den gesamten Meßbereich von 0—3000 m nur 1 mm beträgt, erfordert die Meßgenauigkeit von 1‰ einen äußerst präzisen Übertragungs- und Anzeigemechanismus. Der vergrößerten Genauigkeit entsprechend wurde die Skale auseinandergezogen derart, daß der Zeiger der sonst äußerlich den bisherigen Typen gleichenden Instrumente, um den gesamten Meßbereich zu überbrücken, drei volle Umdrehungen macht. Die Eindeutigkeit der Angabe zu gewährleisten wurde auf zwei Weisen versucht. Das eine Mal blieb die Skale frei von Ziffern; das Skalenblatt erhielt nur eine Gradteilung und Fenster, durch die die Bezifferung erkennbar wird, die sich ändert, wenn der Zeiger am Ende der Skala ankommt. Der Anzeigemechanismus löst dann eine Drehung des eigentlichen Zifferblattes aus, derart, daß die Ziffern des anschließenden Skalenabschnittes hinter den Fenstern in der Skalenscheibe erscheinen. Die Übersetzung des Dosenhubes ist 900fach. Zweifelhaft erscheint bei dieser auch in ihren Konstruktionseinzelheiten sehr sinnreichen Ausführung nur, ob die Umschaltung des Zifferblattes mit der Länge der Zeit die Funktionen des empfindlichen Gerätes nicht beeinträchtigt.

Aus diesen Zweifeln heraus ist anscheinend die andere ebenso interessante, aber hinsichtlich der Eindeutigkeit der Anzeige nicht ebenso glückliche Lösung des Problems entstanden. Hier nimmt die Skale einen spiraligen Verlauf, wobei die einzelnen Windungen in verschiedenen Farben gehalten sind. Ein exzentrisch unter dem Hauptzeiger sichtbarer Hilfszeiger weist auf einen Sektor, dessen Farbe der der jeweilig in Betracht kommenden Windung der spiraligen Skale entspricht.

Ein besonders für Flüge in niedriger Höhe und als Landungsinstrument für Luftschiffe gedachter Höhenmesser benutzt eine lange außenliegende Zylinderspirale als Vorspannung des Dosensatzes. Größere Verstellkräfte machen somit das Instrument, dessen Meßbereich nur bis 600 m reicht, für den gedachten Zweck um so mehr geeignet, als auch eine Vorrichtung vorgesehen ist, die es verhindert, daß das Aneroidsystem über den Meßbereich hinaus beansprucht wird.

Der Verfasser beschreibt weiter einen Höhenmesser, dessen Übertragungsmechanismus um ein bimetallisches Glied erweitert ist. Das Instrument soll dadurch gegen Temperatureinflüsse, die die Anzeige verfälschen, gesichert sein, was allerdings nur für inversionsfreie Gradienten gesichert erscheint.

Auch bei dem Präzisionsbarographen hat man mit Erfolg neue Wege zu beschreiten versucht. Die zylindrische Vorspannfeder liegt, wie man das heute vielfach auch in Deutschland ausführt, im Inneren des Dosensatzes, der Dosensatz seinerseits wieder im Inneren der Registriertrommel. Dadurch ergibt sich eine gedrungene zylindrische Form des Gerätes. Der Hub des Dosensystems beträgt 6,5 mm für einen Meßbereich bis 15000 m. Die Schreibfeder wird durch einen Schlitten parallel zur Trommelachse geführt und bewegt durch einen Chromnickeldraht, der über ein übersetzendes Rollensystem die Verbindung zum Dosensystem herstellt. Bei einem gegen Temperatureinflüsse kompensierten Barographen korrigiert ein bimetallisches Zwischenglied die Stellung der Schreibfeder entsprechend.

Bei Statoskopen bevorzugte man bisher in Amerika eine Anordnung, die als Ventil einer elastischen Luftkammer ein U-förmig gebogenes, an beiden Enden sich erweiterndes, mit einer gefärbten Flüssigkeit gefülltes Glasrohr vorsah. Bei gleichem Innen- und Außendruck, d. h. wenn dasselbe Druckniveau — Flughöhe — erhalten bleibt, ruht die Flüssigkeit in dem U-Rohr. Diese recht primitive Ventilform hat sich bei Änderungen der Flughöhe als nicht restlos zuverlässig erwiesen. Man hat daher die einfache Luftkammer als auf Druckänderungen ansprechendes Element

durch einen empfindlichen Dosensatz ersetzt, dessen Bewegungen ebenfalls über Rollen 250fach übersetzt, durch Chromnickeldraht auf das Zeigerwerk übertragen werden. Jedesmal, wenn der Skalenbereich erschöpft ist, schließt der Dosensatz einen Kontakt, wodurch über ein Relais ein Ventil am Boden des Dosensatzes geöffnet wird, das den Druckausgleich zwischen Außen und Innen ermöglicht. Gleichzeitig kehrt der Zeiger jedesmal in die Nullstellung zurück. Da der Meßbereich verschiebbar ist, stellt das Instrument eine Art Höhenmeßnonius dar, wenn es zusammen mit einem Höhenmesser gebraucht wird; Höhenänderungen von 1,5 m gestattet es noch mit Leichtigkeit wahrzunehmen. Ein Korkmantel isoliert gegen Temperaturschwankungen. Ob es sich bei dem Ventil um ein mechanisches handelt, das nach Ansicht des Ref. auf die Dauer zu Störungen Anlaß geben muß und der schwächste Punkt der sonst vielversprechenden Konstruktion sein dürfte, ist leider nicht ersichtlich.

Geschwindigkeits-(Fahrt-)messer.

Ein wesentlicher Nachteil der den Geschwindigkeitsdruck messenden Geräte besteht darin, daß die veränderliche Luftdichte in die Messungen eingeht. Es wurde daher ein anemometrischer Geschwindigkeitsmesser gebaut, der als Sonde das übliche Schalenkreuz, das dem Fahrtwind ausgesetzt wird, benutzt. Da weder durch das Schalenkreuz, noch den es ersetzenden Propeller praktisch Verstellkräfte gewonnen werden, konnte eine mechanische Übertragung zur Anzeige nicht in Frage kommen. Man half sich so, daß man auf die Achsspindel einen Kommutator setzte, über den ein Kondensator von einer Batterie aufgeladen wird, der sich über ein Milliamperemeter wieder entlädt. Der Zeigerausschlag hängt von der Tourenzahl des Kommutators, d. h. von der Geschwindigkeit des Flugzeuges in der Luft ab. Da die Entfernung zwischen Sonde und Anzeiger beliebig groß sein kann, eignet sich das Gerät, dessen Genauigkeit 2—3% beträgt, auch zur Verwendung am Luftschiff.

So wichtig die Ermittlung der Fahrt (Geschwindigkeit gegen Luft) als einer für die Flugstabilität charakteristischen Größe ist, so wenig gestattet sie Rückschlüsse über die „Geschwindigkeit über Grund", den vom Flugzeug zurückgelegten Weg, da die Windkomponente als Unbekannte eingeht. Zur Beurteilung der Leistungen eines Flugzeuges ist daher ein Gerät zur Messung der Grundgeschwindigkeit, getrennt nach Fahrt und Windabtrift, eine unerläßliche Forderung.

Für den Freiballon liegen die Verhältnisse einfacher, da die Grundgeschwindigkeit gleich der der Windströmung ist. Man hat sich daher auch einfach helfen können. An zwei Marken eines einfachen Winkelmeßgerätes wird das Passieren eines am Boden festen Punktes beobachtet. Aus der Zeitdifferenz ergibt sich dann an der Hand von Tabellen, die für verschiedene Flughöhen eingerichtet sind, die Grundgeschwindigkeit, ihre Richtung aus dem Kurswinkel.

Für den verwickelteren Fall im Flugzeug wurde ein neues Gerät entwickelt. In den Strahlengang eines Fernrohres brachte man ein Sechskantprisma, das sich senkrecht zur Fernrohrachse um die Prismaachse drehen läßt. Dadurch läßt sich die scheinbare Bewegung eines am Boden festen Punktes beseitigen. Die Drehgeschwindigkeit, die dem Prisma erteilt werden muß, um dies zu bewirken, ist dann direkt proportional der Geschwindigkeit des Flugzeuges über Grund und umgekehrt proportional der Flughöhe. Eine einstellbare doppelte Friktionsübertragung zwischen Antriebsmotor und Prisma gestattet feinfühliges Fixieren des anvisierten Punktes. Um dem Einfluß der Flughöhe Rechnung zu tragen, ist eine weitere Friktionskuppelung vorgesehen, die die eingestellte Prismenbewegung über einige Zahnräder auf ein chronometrisches Tachometer, an dem unmittelbar die Geschwindigkeit in *miles/hour* abgelesen wird, überträgt. Das Ganze hängt drehbar in einem horizontalen, geteilten Kreis, an dem unmittelbar der Winkel zwischen Flugzeuglängsachse und Flugweg, d. h. der Abtriftwinkel, ermittelt werden kann. Der schwache Punkt ist das als ideale mechanische Lösung erscheinende Friktionsgetriebe, das derartig der Abnutzung ausgeliefert war, daß es bereits bei den Laboratoriumsversuchen durch ein 4faches Wechselgetriebe ersetzt werden mußte.

Auch der Steiggeschwindigkeitsmesser, der mit dem Flüssigkeitsmanometer als Anzeiger ein recht mangelhaftes Gerät darstellte, wurde in das Programm der vom Verfasser geleiteten Arbeiten einbezogen und nicht unwesentlich verbessert. Das empfindliche Dosensystem, das bei diesem Instrumententyp durch eine dünne Kapillare mit der Außenluft in Verbindung steht, überträgt die

Änderungen seines Hubes ebenfalls über Rollen durch Draht auf einen Zeiger. Ein eingebauter Korkmantel schützt das Instrument, dessen Meßbereich sich beiderseits bis zu 1000 m/min erstreckt, gegen rasche Temperaturschwankungen.

Bei dem Gerät mit Registriereinrichtung dreht das Dosensystem einen Spiegel, der das Licht einer Glühlampe durch ein optisches System auf einen Spalt wirft, hinter dem sich mit der Achse parallel zum Spalt eine Trommel, die einen Streifen lichtempfindlichen Papiers trägt, dreht.

Ein Kombinationsinstrument kann sowohl als Steiggeschwindigkeitsmesser wie auch als Statoskop benutzt werden. Als Instrument der zuerst genannten Art gleicht es der oben beschriebenen Konstruktion. Wird die Kapillare durch eine Schraubklemme geschlossen, so ist das Statoskop hergestellt, das allerdings als Ventil das eingangs als wenig vollkommen gekennzeichnete flüssigkeitsgefüllte U-förmige Rohr benutzt.

Orientierungsinstrumente.

Von dieser wichtigen Instrumentengattung wird ein verbesserter aperiodischer Kompaß mit Flüssigkeitsfüllung beschrieben. Die abgelenkte Nadel schwingt in $12^1/_2$ Sek. aperiodisch in die Ausgangsstellung zurück. Auch der von Heyl und Briggs 1921/22 erfundene Induktionskompaß wurde verbessert. Die Anzeige wurde als Nullmethode ausgebildet, eine elektrische Fernkontrolle angebracht, die es gestattet, den Kompaß so weit als möglich von den störenden magnetischen Massen der Maschine entfernt unterzubringen, und außerdem eine Dämpfungseinrichtung angebracht zur Behebung der durch das Rollen und Stampfen des Flugzeuges bedingten Anzeigefehler.

Der elektrische Kreiselneigungsmesser weist wesentliche Vorteile gegenüber den bekannten gleichartigen Instrumenten deutscher Herkunft nicht auf.

Hingegen ist der gewöhnliche Röhrenneigungsmesser durch einen Kunstgriff zum Nachtgebrauch geeignet geworden, ohne daß es einer Beleuchtung von außen bedarf. Man hat die in der gebogenen Glasröhre spielende Glaskugel mit selbstleuchtender Masse gefüllt.

Motorüberwachungsinstrumente.

Ein Zentrifugaltachometer wurde allein dadurch wesentlich vervollkommnet, daß man die beweglichen Teile in vollkommener Symmetrie zur Achse ausbildete. Da im Luftschiff Tachometer mit mechanischer Übertragung infolge der langen Leitungswege zwischen Motor und Steuerstand unbrauchbar sind, hat man eine Anordnung zusammengestellt, die der des oben erwähnten elektrischen Fahrtmessers gleicht. Die restlichen Fehler fallen nicht größer aus als bei den mechanischen Tachometern. An

Navigationsinstrumenten

sind zwei Libellensextanten beschrieben. Beide weisen Neuerungen und Verbesserungen grundsätzlicher Bedeutung nicht auf.

Spezial- und Hilfsinstrumente.

Hier werden einige Luftschiffgeräte behandelt, wie: ein als Gasinhaltsanzeiger ausgebildeter Differenzdruckmesser mit elastischer Membran als Druckkammerzwischenwand, Gasferntthermometer, Höchstdruckalarmgerät und ein Gerät zur Prüfung der Luftschiffaußenhaut auf elastische Eigenschaften. Weiter werden beschrieben als Spezialinstrumente für Typenprüfungen an Flugzeugen ein Längsneigungsschreiber und ein Kymograph. Eine um eine horizontale Achse drehbare Windfahne, deren Flügel doppelt ausgebildet ist, stellt sich parallel zum Fahrtwind und betätigt Kontakte, die ihrerseits Lampen aufleuchten lassen, deren Lichtspur die Längsneigung kennzeichnet. Bedenklich erscheint bei diesem Neigungsschieber der Umstand, daß die Windfahne ihrer Bauart nach auf Beschleunigungen reagieren muß. Der Kymograph registriert die Pendelungen des Flugzeuges um die mittlere Fluglage. Die Sonne als fester Bezugspunkt wirft ein Lichtbündel durch eine gekreuzte Spaltanordnung auf einen durch Uhrwerkstrommel transportierten Film. Der Beobachter muß dabei das Sonnenbild auf der mit Koordinatenkreuz versehenen Mattscheibe einer Lochkamera pointieren. Film- und Lochkamera sind starr verbunden.

Die Start- und Landegeschwindigkeiten von Wasserflugzeugen wurden mit einem für diesen Zweck konstruierten Instrument festgestellt. Ein an der Unterseite des Flugzeuges befestigter langer Arm von stromlinienförmigem Profil trägt an seinem bei Start und Landung (Wasserung) ins Wasser

ragenden Ende einen torpedoförmigen Körper mit fester Steuerfläche am hinteren Ende. Vorn trägt dieser Körper einen Propeller, der, angetrieben durch die Strömung des Wassers, einen im Innern untergebrachten Kommutator antreibt. Pro Umdrehung des Propellers wird ein Stromkreis einmal unterbrochen, was ein Chronograph im Flugzeugrumpf registriert.

Zur Prüfung der Leistung kleinerer Flugzeugtypen oder, wenn gleichzeitig eine Mehrzahl von Leistungsfaktoren festgehalten werden soll, dient der sogenannte „Stumme Beobachter". In einem lichtdichten Gehäuse sind 7 Anzeigegeräte mit ihren Zifferblättern in einer Ebene angeordnet. Davor ist eine Filmkamera angebracht, die automatisch je nach Einstellung 2—10 Aufnahmen pro Minute von den jeweils nur während der Aufnahme durch einen Kranz kleiner Glühlampen beleuchteten Instrumenten festhält.

Einen ebenso glücklichen Gedanken verwirklicht ein Satz von Standardinstrumenten, der für den Feldgebrauch handlich zusammengestellt, die Prüfung und Vergleichung der eingebauten Bordinstrumente auf dem Flugfelde ermöglicht.

Am Schluß seiner Ausführungen berichtet der Verfasser, daß für alle diese Verbesserungen eingehende Untersuchungen der physikalischen Grundlagen, auf denen man aufbaute, erforderlich waren. So hat man im Rahmen des Programms die elastischen Eigenschaften von Membranen aus den verschiedensten Materialien, solche, von pflanzlichen und tierischen Häuten eingeschlossen, untersucht. Ebenso wurde das Verhalten von Bourdon-Rohren, vor allem der Einfluß des Materials und auch die Theorie der Biegung solcher und die Eigenschaften von Bimetallstreifen studiert. Ebenso bildete der Ersatz der Tinte bei Registrierinstrumenten ein Problem, wie auch die barometrische Höhenformel und der Höhenfaktor der Fahrtmesser.

Die zahlreichen Hinweise auf Einzelarbeiten, eigene und solche seiner Mitarbeiter, lassen den Verfasser den Eindruck bestärken, daß die von ihm vertretene Abteilung des *Bureau of Standards* das interessante und keineswegs noch erschöpfend bebaute Gebiet der aeronautischen Instrumente in einem Umfang und mit einer Gründlichkeit studiert, die ihresgleichen sucht, allen anderen gleichartigen Stellen der Welt weit voraus ist und von großem Erfolg gekrönt ist. *W. Keil.*

Verbesserter Theodolit für die Verfolgung von Pilotballonen.

Von C. Leiss. *Meteorolog. Zeitschr.* **34.** *S. 299. 1926.*

Die Einrichtung des Instrumentes ermöglicht die bequeme Bedienung durch einen Beobachter dadurch, daß die Vertikalkreis-Teilung im Okular des gebrochenen Fernrohres sichtbar ist, während die Teilung des Horizontalkreises in einer gebrochenen Lupe erscheint, die in Pupillenabstand links vom Fernrohrokular angeordnet ist. Beide Kreise sind in ganze Grade geteilt und auf $^1/_{10}{}^0$ abzulesen. Die Vertikal- und Horizontalbewegung des Fernrohres erfolgt mit Wurmschrauben, die zur Vornahme von Grobeinstellungen ausschaltbar sind. *G.*

Wassermessungen bei Wasserkraftanlagen.

Von Dr.-Ing. L. A. Ott.

Sonderdruck aus Wasserkraft-Jahrbuch 1924. München, Richard Pflaum A.-G., 30 Seiten mit 15 Abb.

Nicht allein der Wasserkraft-Fachmann, der zu Abnahmeversuchen oder zur Betriebsüberwachung sich zum Einbau einer geeigneten, d. h. möglichst wirtschaftlichen und genügend zuverlässigen Wassermeßvorrichtung entschließen muß, wird gerne zu der vorliegenden Schrift greifen, um sich einen Überblick zu verschaffen über die ihm zu Gebote stehenden Hilfsmittel; auch im Laboratorium sowie in der Werkstatt des Wissenschaftlers, der sich mit den allgemeinen und speziellen Fragen der Meßtechnik befaßt, wird ihr Erscheinen als willkommene Zusammenfassung und Erweiterung der in der Literatur sonst nur in Einzeldarstellungen behandelten Methoden der Mengen- und Geschwindigkeits- bezw. Druckmessung strömender Mittel betrachtet werden.

Der „Wirkungsgrad" des kleinen Heftchens wird noch erhöht durch die vom Verfasser eingeführten Beispiele ausgeführter Messungen an bestehenden Anlagen, ebensowie durch die am Schlusse gegebene weitgehende Literaturübersicht.

Ausgehend von den auf der Londoner Weltkraftkonferenz im Juli 1924 aufgestellten britischen „Normen für die Untersuchung hydraulischer Kraftanlagen" werden die einzelnen Meßmethoden

einer kritischen Betrachtung unterzogen, die sich hauptsächlich auf den Grad der mit ihnen erreichbaren Genauigkeit erstreckt.

Es kann natürlich nicht im Sinne der vorliegenden Schrift liegen, das eine oder andere Verfahren besonders empfehlen zu wollen: die Entscheidung über die Wahl der Methode wird sich stets den örtlichen Verhältnissen, der Art der Wasserzuführung sowie dem Zweck der Untersuchung anpassen müssen. Doch läßt sich allgemein erkennen, daß jene Vorichtungen, deren einmalige Anschaffung zwar die teuerste ist (Venturirohr, hydrometrischer Flügel), oder deren Anwendung den größten Zeitaufwand verursacht (Punktmessungen mit Pitot-Rohr oder Flügel), den Anforderungen an Genauigkeit und Zuverlässigkeit am besten genügen.

Der letzte Abschnitt der Schrift berichtet über neuere Wassermengenmessungen in deutschen und skandinavischen Ländern. An die dabei aufgenommenen Bilder der Geschwindigkeitsverteilung über den Querschnitt werden allgemeinere theoretische Erörterungen angeknüpft, als deren Ergebnis Formeln mitgeteilt werden, die aus der Geschwindigkeitsmessung an nur einem Punkt ein Gesamtverteilungsbild über den Querschnitt zu entwerfen bzw. die mittlere Geschwindigkeit und damit die Gesamtmenge mit einiger Genauigkeit zu berechnen gestatten. Solange allerdings die Gleichungen turbulenter Strömungsvorgänge rein theoretischer Behandlung den gleichen erheblichen Widerstand entgegensetzen wie noch zurzeit, kann man auf die empirischen Koeffizienten nicht verzichten. Inwieweit solche Koeffizienten allgemein gültigen Wert haben, ist dabei eine Frage, die um so besser wird beantwortet werden können, je mehr Versuchsmaterial vorliegt, je mehr auch die Bearbeiter sich der Mühe unterziehen, solches unter Berücksichtigung von Ähnlichkeitsbetrachtungen kritisch auszuwerten. Diese Arbeit unternommen und für die Erforschung der turbulenten Strömungsvorgänge neues Material geliefert zu haben, ist ein weiteres dankenswertes Verdienst des Verfassers. Die von ihm betonte Tatsache, daß das allgemeine Geschwindigkeitsverteilungsgesetz in einem Abstand von der Rohrwand gleich einem Viertel des Radius nahezu unabhängig ist von dem im besonderen Falle (also durch die Reynoldsche Zahl) bedingten Verteilungsgesetz, bedeutet an dieser Stelle eine neue Stütze des Prandtl-Kármánschen $^1/_7$- bzw. bei $R \geqq 200000$ $^1/_8$-Potenzgesetzes für die Grenzschicht.

Franz Levy, München.

Bücherbesprechungen.

Arthur Haas. Mechanik der Massenpunkte und der starren Körper. 8°. XIV, 355 S. mit 236 Abb. Leipzig, 1926. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. Brosch. 28 M., geb. 30 M. (Handbuch der Experimentalphysik, herausgeg. von W. Wien und F. Harms, Bd. 2.)

Von dem Wien-Harmsschen Handbuch der Experimentalphysik ist als erster Band die von Arthur Haas verfaßte Mechanik der Massenpunkte und der starren Körper erschienen. Schon beim ersten flüchtigen Durchblättern des Buches ist man überrascht. Man sieht dieselben Bilder, die man in den üblichen Lehrbüchern der Experimentalphysik, ja in den Schullehrbüchern zu finden gewohnt ist; und im Text entdeckt man — abgesehen von einem rund 70 Seiten starken Anhang — nur selten mathematische Formeln, noch seltener Literaturangaben und am seltensten Zahlentafeln. Man hat daher sofort den Eindruck, daß der Verfasser kein Handbuch, sondern bestenfalls ein Lehrbuch geschrieben hat. Leider kann das genauere Studium des Werkes diesen ersten Eindruck nur verstärken. Gerade das, was man in einem Handbuch der Experimentalphysik in erster Linie zu finden hofft: genaue, auf die Bedürfnisse des Experimentators zugeschnittene, durch übersichtliche Abbildungen unterstützte Angaben über die Versuchsanordnungen und die Meßmethoden, über die Meßinstrumente und ihren Bau im einzelnen, all das sucht man vergebens. Man möchte dem Verfasser zwar gerne zugeben, daß er sich redlich bemüht hat, das Experimentelle in den Vordergrund zu schieben; so hat er rund ein Fünftel des Buches dem Problem des Pendels gewidmet. Aber kein Mensch kann offenbar aus seiner Haut heraus: Haas ist und bleibt Theoretiker, der immer nur das Prinzipielle sieht und allem scheinbar Zufälligen nur geringes Interesse entgegenbringt. In manchen Kapiteln ist der Mangel an Vollständigkeit vielleicht auf einen Wunsch der Herausgeber zurückzuführen, die die ausführliche Behandlung des betreffenden Gegenstands (z. B. der Eötvösschen Drehwage) andern Bänden (z. B. dem über Geophysik) zugewiesen haben.

Wenn hiernach das Buch auch nicht als ein Handbuch der Experimentalmechanik anerkannt werden kann, so erfordert doch die Gerechtigkeit, auf zwei Dinge hinzuweisen. Zunächst ist zu beachten, daß der Verfasser sich nach dem Plan des Werkes auf die Mechanik der Massenpunkte und der starren Körper beschränken mußte und daß seine Darstellung weder zu einem Lehrbuch der analytischen Mechanik, noch zu einer Auseinandersetzung über die erkenntnistheoretischen Grundlagen der Mechanik werden durfte. Dadurch war er in seiner Bewegungsfreiheit von vornherein stark eingeengt, so daß man sich fast wundert, daß er seine Aufgabe schließlich doch in so ansprechender Form gemeistert hat. Zweitens aber kann ein Buch wertvoll sein, auch wenn sein Inhalt nicht dem Titelblatt entspricht. Das Haassche Buch ist ein ausgezeichnetes Lehrbuch der Mechanik für den Experimentalphysiker. Denn es ist leicht verständlich und anschaulich und stellt auch in den schwierigeren Kapiteln — häufig mit überraschendem Lehrgeschick — das Physikalische in den Vordergrund der Betrachtung. Wir haben keinen Überfluß an gut geschriebenen Lehrbüchern, deshalb halte ich das Buch trotz aller Bedenken für eine erfreuliche Neuerscheinung.

J. Wallot.

G. Sachs und **G. Fiek,** Der Zugversuch. 8°. 252 S. m. 202 Abbildungen. Leipzig 1926. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H.

Die beiden ersten Teile des Werkes, in denen Sachs seine reiche Erfahrung und Kenntnisse niedergelegt hat, behandeln die mechanischen Grundlagen des Zugversuchs, also Festigkeitsbetrachtungen und Materialeigenschaften, sowie die stofflichen Grundlagen, welche die weiteren Betrachtungen der Temperatur-, Geschwindgkeits-, Kaltverformungs- und anderer Einflüsse verständlich machen.

In einem dritten Teil gibt Fiek eine Darstellung der Bauart von Prüfmaschinen und Meßapparaten. Die kritische Betrachtung dieser Vorrichtungen nach ihrer Eignung sowie nach ihrem Verwendungszweck werden dem Materialprüfungsingenieur wie dem Forscher die Auswahl sehr erleichtern.

Das Werk gibt eine schon lange in der Literatur vermißte Übersicht über einen Zweig der Materialprüfung, dessen gründliche Bearbeitung den Verfassern nunmehr den Dank aller sichern wird, an die sie sich wenden: Erzeuger und Verbraucher der Baustoffe, Materialprüfungsingenieure, Konstrukteure und Forscher. Vorzügliche Lichtbilder und Diagramme, ein umfassendes Literaturverzeichnis sowie eine Übersicht über die Richtlinien für Zugversuche in verschiedenen Ländern vervollständigen das empfehlenswerte Werk. *Franz Levy, München.*

Hugo Seemann, Das kugelförmige Astrolab nach den Mitteilungen von Alfons X. von Kastilien und den vorhandenen arabischen Quellen. Abhandl. z. Gesch. d. Naturw. u. d. Med., Erlangen. Heft VIII. 69 S., 26 Fig. 1925.

Die vom Prof. O. Schulz, Erlangen, herausgegebenen Abhandlungen zur Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften umfassen seit ihrer Gründung 1920 eine ganze Reihe von Heften, die sich mit alten astronomischen Instrumenten befassen. Das vorliegende Heft beschäftigt sich mit dem kugelförmigen Astrolab auf Grund der Darstellung in Alfons X. von Kastilien, *Libros del saber de astronomia* (ed. *Man. Rico y Sinobas* 1863/67) und unter Benützung der arabischen Handschriften von *Qusṭâ b. Lûqâ* († ca. 912), *al Faḍl b. Hâtim al Nairîzî* († 922), *al Bîrûnî* 973 — 1048) und endlich mit Berücksichtigung der durch *L. Am. Sédillot* übersetzten arabischen Handschrift vom *al Marrâkuschî* († ca. 1262).

Das kugelförmige Astrolab ist ein astronomisches Instrument. Es diente wie das ihm wesensverwandte ebene Astrolab (vergl. hierzu das Referat: J. Frank und M. Meyerhof, Ein Astrolab aus dem Indischen Mogulreiche in *dieser Zeitschr. 46. S. 45 ff. 1926*) weniger zu reinen astronomischen Messungen als vielmehr zur mechanischen Lösung der verschiedensten astronomischen Probleme, wie der Umwandlung der sphärischen Koordinaten des Ekliptiksystems in die des Äquator- oder Horizontsystems, zur Ermittlung von Tag- und Nachtbogen der Gestirne, ihres gegenseitigen Abstandes usw., zur Auffindung geographischer Bestimmungsstücke, zur Durchführung geodätischer Messungen mancherlei Art, nicht zu vergessen die Behandlung astrologischer Fragen, die ja für den Gelehrten der damaligen Zeit eine lebenswichtige Beschäftigung waren. Die geringe Genauigkeit, die das kugelförmige Astrolab vermöge seiner Größe und der damit bedingten Abstufung in der Teilung von Kreisen auf-

zeigt, weist darauf hin, daß es wie das ebene Astrolab den alten Arabern vor allem als Zeitmesser diente. Das Instrument besteht im wesentlichen aus zwei Teilen, einer Hohlkugel aus Messing, seltener aus Holz, und einer Kugelschale, die so groß war, daß sie die Hohlkugel gerade umfaßte. Als Material für die Schale kommt wieder Messing bezw. Papier in Betracht. Über die Größe des Instrumentes sind uns keine Angaben gegeben, seine Dimension konnte aber nicht groß gewesen sein, da eine Forderung für das Instrument seine Handlichkeit war. Auf der Kugel ist das Horizontkoordinatensystem gezeichnet mit einem Großkreis als Horizont. Bei den größeren Instrumenten ist es möglich, die 90 Parallel- und Vertikalkreise Grad für Grad zu zeichnen, die kleineren zeigen nur jede zweite, dritte usw. Höhenparallele und Vertikale. Ein Vertikalkreis ist als Meridian genommen. Aus dem Text der Alfonsinischen Schrift geht hervor, daß nur die eine Kugelhälfte das Netz der Höhen- und Vertikalkreise trägt, die andere Hälfte ist für die Einzeichnung der Stundenlinien und besonderer astrologischer Kreise freigelassen. Auf der Kugelschale stellt der Randkreis die Ekliptik dar, der in 360 Grade geteilt ist, die ihrerseits zu je dreißig für ein Tierkreiszeichen zusammengefaßt sind. Auf der Kugelschale sind ferner eine Reihe der bekannteren Fixsterne, meist die gleichen wie beim ebenen Astrolab, verzeichnet. Zur Auffindung ihrer Lage zeichnet man sich auf der Kugelschale das Ekliptikkoordinatensystem auf. Je nachdem nur die nördlichen oder nur die südlichen Fixsterne aufgetragen sind, spricht man von einem nördlichen oder von einem südlichen Astrolab. Auf der Kugelschale findet ferner der Äquatorkreis Platz. Da er aber auf ihr als Großkreis nur zur Hälfte zu liegen kommt, so halfen sich die einen Konstrukteure in der Weise, daß sie durch einen Halbkreis, den sie an den halben Äquatorkreis ansetzten, ihn zu einem ganzen ergänzten, wie *al Bîrûnî* berichtet; die anderen begnügten sich mit dem halben Kreis auf der Kugelschale. Bei dem von Alfons beschriebenen Instrument ist auf einen Großkreis für den Äquator verzichtet. Als solcher dient ein kleiner Kreis, der in einer zum Äquator parallelen Ebene auf der Schale gezeichnet ist und somit auf sie in seinem ganzen Umfang zu liegen kommt. Die Schale stellt, wie aus dem Ausgeführten hervorgeht, das Himmelsgewölbe dar, während die Kugel den Horizont mit seinen parallelen und vertikalen Kreisen versinnbildlicht. Um die Drehung des Himmels über das Horizontsystem veranschaulichen zu können, ist die Kugelschale in den Polen des Äquators durchbohrt und um eine Achse beweglich, die ihrerseits durch zwei Löcher auf dem Meridian der Kugel geht, die vom Horizont um die Polhöhe entfernt sind. Diese Achse stellt also die Weltachse dar. Um die Lage der einzelnen Ekliptikpunkte bezw. der Fixsterne bei jeder Stellung der Kugelschale zum Horizontsystem feststellen zu können, ist diese Schale durchbrochen gearbeitet, indem alle Teile der Schale beseitigt sind, die nicht von dem Ekliptik-, Äquatorkreis oder den Fixsternen bedeckt sind, und soweit sie nicht nötig sind, um das Ganze zusammenzuhalten. Ähnlich verfuhr man auch mit der Spinne des ebenen Astrolabes. Auch die Kugelschale heißt Spinne. Um das Kugelastrolab für verschiedene Orte verwenden zu können, sind auf der Kugel eine Reihe von Löchern gebohrt, die als Weltpole für die einzelnen Orte dienen. Das Kugelastrolab ist daher an Orten mit der verschiedensten geographischen Breite zu verwenden, theoretisch an jedem Orte. Diesen wesentlichen Vorzug gegenüber dem ebenen Astrolab, das für jeden Ort eine besondere Scheibe besitzen muß, hebt schon *al Fadl b. Ḥâtim al Nairîzî* besonders hervor. Die Einstellung der Spinne zum Horizontkoordinatensystem, entsprechend einer bestimmten Lage des Fixsternhimmels, erfordert die Kenntnis eines Bestimmungsstückes z. B. der Höhe irgend eines Gestirnes. Um diese mit dem Kugelastrolab selbst messen zu können, ist es mit einer Alhidade ausgerüstet. Doch muß diese der Kugelgestalt des Instrumentes angepaßt, also ein im Halbkreis gebogenes Lineal von der Länge des halben Umfanges eines größten Kreises sein. Dieses Lineal dreht sich auf der Spinne um den Ekliptikpol, seine zu Zeiger geformten Enden spielen auf dem Ekliptikkreis der Spinne. Um beim Anvisieren irgend eines fernen Gegenstandes über die Krümmung der Kugel hinweg sehen zu können — die Spinne wird dabei so aufgehängt, daß der Ekliptikkreis sich vertikal einstellt — müssen die Absehen, die an den Enden des Lineals als Tangente an die Kugel angesetzt sind, solange bemessen sein, daß die Visierlinie über den Scheitel der Kugelschale hinaus verlegt ist. Mir fällt auf, daß man die Absehen nicht in entgegengesetzter Richtung über das Lineal hinaus um ein kleines Stück verlängerte und dann parallel zur Fläche des Ekliptikkreises blickte. Dabei hätte man die Fehler vermieden, die bei der arabischen Anordnung durch Verbiegen der verhältnismäßig langen

Absehen sehr leicht entstehen konnten. Dieser Nachteil scheint bei dem von *al Bîrûnî* beschriebenen Astrolab vermieden zu sein, wenigstens nach meiner Auffassnng der Beschreibung, die etwas im Gegensatz zu der des Verfassers zu stehen scheint. Eine gewöhnliche also ebene Alhidade dreht sich um den Pol eines halben Großkreises, der die Gradteilung trägt und auf den Himmelsäquator zu liegen kommt, während ein mit der Alhidade verbundener Zeiger in Form eines Viertelskreises vom Radius dieses Großkreises auf ihn gleitet. Auch bei Alfons bewegt sich der Zeiger der Alhidade auf einem besonderen Höhenkreis, der auf der Spinne als Viertel eines Kreises angebracht ist, dessen Durchmesser kleiner als der des Ekliptikkreises ist, und der in einer zu ihm parallelen Ebene liegt. Eine andere Art der Höhenmeßvorrichtung gibt *al Bîrûnî* und in etwas abgeänderter Form *al Marrâkuschî* bezw. *al Nairîzî* an. Nach ersterem setzt man einen kleinen schattenwerfenden Gegenstand, einen Gnomon, auf die Stelle der Ekliptik auf, die dem augenblicklichen Stand der Sonne entspricht, und dreht die Spinne in der normalen Orientierung, bis der Gnomon sich selbst beschattet Aus der Lage des Gnomons zu den darunter befindlichen Höhenparallelen der Kugel kann man die Sonnenhöhe angeben. Allerdings führt diese Methode nur zur Bestimmung der Höhe der Sonne.

Dieses ist die Form des Kugelastrolabes, wie es sich aus den Beschreibungen der eingangs genannten Gelehrten, von einigen unwesentlichen Variationen abgesehen, uns darstellt. Nur das Instrument von Alfons zeigt noch eine besondere Eigenart, zunächst die Anbringung eines Kalenders und dann die Ausrüstung mit besonderen Quadranten. Bei meinen Studien über die ebenen Astrolabien ist mir aufgefallen, daß die westarabischen Instrumente dieser Art einen Kalender zeigen, während bei den Instrumenten der Ostarabier im engeren Sinne eine solche Ausgestaltung mir bisher nicht begegnet ist. Der Kalender beim Alfonsinischem Instrument befindet sich auf der Spinne. Er ist ein Kreis von einem Durchmesser, der kleiner als der des Ekliptikkreises ist und in einer Ebene liegt, die gegen die Ekliptikebene entsprechend der Exzentrizität der Sonnenbahn geneigt ist. Diesen Kreis teilt man entsprechend der Zahl der Tage im Jahre in 365 Teile, die zu den zwölf Monaten zusammengefaßt sind. Der Kalender hat den Zweck, für jeden Tag des Jahres die Stellung der Sonne im Tierkreis, die man für die Mehrzahl der zu lösenden Aufgaben kennen muß, zu ermitteln. Wenn auch der Verfasser das Verfahren nicht angibt, so kann man es aus seiner Beschreibung der Konstruktion des Kalenders leicht entnehmen. Die gekrümmte Alhidade legt man mit der Zeigerkante auf den betreffenden Tag des Kalenders. Sie schneidet dann auf dem Ekliptikkreis den Grad des Tierkreiszeichens ab, in dem die Sonne gerade steht. Die Quadranten, zwei an der Zahl, befinden sich zwischen dem Ekliptikkreis und dem Kalender auf der Spinne. Es sind Bögen von Kreisen, die zum Pol den Ekliptikpol haben. Der eine der Quadranten ist in 90 Grade geteilt und dient, wie oben erwähnt, als Höhenkreis. *Al Bîrûnî* brachte auch einen besonderen Höhenkreis an, der mit dem Äquator den gleichen Pol besitzt. Er benutzte nicht den Äquatorkreis, weil er keine Teilung besaß. Alfons hätte den Ekliptikkreis für die Höhenmessung verwenden können. Meiner Anschauung nach sah er davon ab, weil, wie wir oben gesehen haben, die Grade auf dem Ekliptikkreis nicht durchnummeriert sind. Das hätte ein richtiges oder wenigstens ein schnelles Ablesen erschwert. Der zweite Viertelskreis war in ungleiche Teile geteilt, zur einen Hälfte nach dem zahlenmäßigen Wert der Tangente von 0 bis 45°, zur anderen nach dem der Kontangente von 45 bis 90°, gerechnet in Fingern mit der Einheit von 12 Fingern. Dieser Quadrant ist der Schattenquadrant, wie er uns auch beim ebenen Astrolab begegnet.

Ausführlich verbreitet sich der Verfasser des vorliegenden Heftes mit der Durchführung der verschiedenen Aufgaben und geht in einem Anhang auf den Stand der technischen Kenntnisse z. Z. vom König Alfons X. ein. Er bespricht hierin die Materialien, aus denen die Instrumente der damaligen Zeit gefertigt wurden, daran anschließend geht er auf die Werkzeuge und Hilfsmittel ein, die dem Handwerker und Künstler zur Verfügung standen, um schließlich die Methoden der Anfertigung der Instrumente und ihrer Teile zu behandeln.

Über die Geschichte des Kugelastrolabes läßt sich wenig sagen, da die vorhandenen Quellen vollkommen unzureichend sind. Die älteste uns erhaltene Schrift geht auf *Qusṭâ b. Lûqâ* zurück, der um die Wende des 9. Jahrhunderts n. Chr. lebte. Es ist aber nicht anzunehmen, daß er der Erfinder des Instrumentes war. Denn dessen hätte er in seiner Schrift sicher Erwähnung getan, wie dies eine Gepflogenheit der alten Araber war. Durch *al Bîrûnî* wissen wir, daß *Gâbir b. Sînân*

al Harrânî, der der Vater des bekannten *al Battânî* gewesen sein soll und etwa um die Mitte des 9. Jahrhunderts lebte, ein Kugelastrolab konstruiert hat, dessen Spinne allerdings eine noch etwas einfachere Form wie oben angegeben zeigte. Auffallend wäre es, wenn man das ebene Astrolab, dessen Erfindung ein hohes mathematisches Verständnis voraussetzte und dessen Konstruktion nicht geringes technisches Können erforderte, schon vor Christus gekannt hätte, während das kugelförmige Astrolab erst Jahrhunderte später erfunden sein sollte. Dabei legte schon die einfache Anschauung der Bewegung des gestirnten Himmels dem betrachtenden Geist nahe, diese Anschauung durch ein Instrument, wie es das Kugelastrolab ist, zu realisieren. Das Kugelastrolab vermag dieser Forderung in weitgehenderem Maße gerecht zu werden, als die schon im Altertum bekannten Instrumente, die Armillarsphäre und die Himmelskugel, deren Vereinigung in ein Instrument zum Kugelastrolab führt. Ich möchte der Anschauung sein, daß das Fehlen der Hinweise auf die Existenz des Kugelastrolabes nicht ein Beweis für seine Nichtexistenz ist, sondern nur eine Lücke in der auf das Kugelastrolab hinweisenden alten Literatur darstellt, und daß daher die Zeit seiner Erfindung viel weiter zurückliegt, als die erste Kunde, die wir von ihm haben. *Frank.*

A. J. Fresnel. Abhandlungen über die Beugung des Lichts. Übersetzt und herausgegeben von F. Ritter. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 215. 8°. VIII, 123 S. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H., Leipzig 1926.

In deutscher Übersetzung, versehen mit wertvollen Anmerkungen des Herausgebers, erscheint hier die berühmte „zweite" Abhandlung des „*Ingénieur des ponts et chaussées*" Augustin Jean Fresnel, die dieser dem „Institut" in Paris am 23. Oktober 1815 einreichte und in den *Annales de Chimie et de Physique* **1.** *S. 239—281. 1816* zum Druck brachte. Diese zweite Abhandlung des jungen Ingenieurs ist eine Umarbeitung der ersten Abhandlung, nicht aber jene berühmte, jedoch allzu ausführliche „*Mémoire couronné*" (nämlich von der „*Académie des sciences*") aus dem Jahre 1818. Das Schwergewicht der vorliegenden Arbeit gipfelt in dem Grundprinzip, „das kein anderes als das Huygenssche ist, kombiniert mit dem Prinzip der Interferenzen, das man Herrn Young verdankt". Von den klassischen Werken der Physik ist dieses eines der bedeutendsten.

Flügge.

G. M. B. Dobson, J. O. Griffith, D. N. Harrison, *Photographic Photometry.* 119 S. Oxford, Clarendon Press.

Das Buch gibt eine Zusammenstellung der bekannten Methoden der photographischen Photometrie; es enthält eine Reihe aus der Praxis entstandener wichtiger Winke. An drei Beispielen — Messung der Temperatur eines elektrischen Lichtbogens unter Druck, Messung der Änderung der ultravioletten Strahlung über die Sonnenfläche, Messung des Ozongehalts der Atmosphäre durch Photometrie der Absorptionsbande im Ultravioletten — wird die Benutzung der entwickelten Methoden erläutert.

Einzelne Angaben erscheinen nicht genügend sicher begründet; so ist z.. B die absolute Ablehnung der Verwendung des rotierenden Sektors in der photographischen Photometrie (S. 23 und 24) in dieser Allgemeinheit sicherlich nicht zulässig (vgl. die Arbeit von Weber, *Ann. d. Physik* **45.** *S. 801. 1914*). *Dz.*

Fehlerberichtigungen.

Zu **45.** *S. 517. 1925:* Z. 13 v. o. lies $= \gamma\,[F(C - C') + f(B - B')]$
statt $= \gamma\,[F(C - C') + F(B - B')]$.

Zu **45.** *S. 518. 1925:* Z. 10 v. u. lies $= \cdots + f\,C'' - f\,C + \cdots$
statt $= \cdots + f\,C - f\,C + \cdots$

Zu **45.** *S. 574. 1925:* In der Unterschrift zu Fig. 1 lies 560° statt 56°,
„ Dyn/cm „ sin/cm.

Zu **46.** *S. 647. 1926:* Z. 3 v. u. lies $- \cdots + f\,C'' - f\,C + \cdots$
statt $- \cdots + f\,C'' - f\,C - f\,C + \cdots$.

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **März 1927.** Drittes Heft.

Die Planimeter als Integrationsinstrumente.

Von

Dr. Jan Groeneveld in Clausthal.

I. Unbestimmte Integration mit Planimetern.

1. Integration mit linearen Momentenplanimetern.

Im folgenden soll die Integrationsmethode nur für Momentenplanimeter erläutert werden, weil die gewöhnlichen Planimeter als Spezialfälle mit eingeschlossen sind.

Wir wollen unser Momentenplanimeter im folgenden stets so aufstellen, daß die Abwicklungsgesetze in bezug auf die vorgegebene x-Achse gelten. Betrachten wir die Abb. 1. Um das ν-te Moment $M_\nu = \frac{1}{\nu}\int_a^b [f(x)]^\nu dx$ der Funktion $f(x)$ zu messen, haben wir die Randlinie zu umfahren. Die Differenz der Ablesungen an den Ablesevorrichtungen am Schluß und zu Beginn der Umfahrung, die wir mit Abwicklung bezeichnen, liefert bis auf einen konstanten Faktor das gesuchte Integral. Die Abwicklung der ν-ten Momentenrolle setzt sich zusammen aus den Abwicklungen längs der einzelnen Teilstücke 1, 2, 3, 4, 5. (Abb. 1.) Wir bezeichnen diese Teilabwicklungen mit $a^{(1)}$ bis $a^{(5)}$. Die Gesamtabwicklung A_ν ist also:

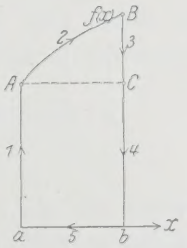


Abb. 1.

$$A_\nu = a_\nu^{(1)} + a_\nu^{(2)} + a_\nu^{(3)} + a_\nu^{(4)} + a_\nu^{(5)}.$$

Nun ist $a_\nu^{(1)} = -a_\nu^{(4)}$, wegen der Eigenschaft 2 [siehe S. 6][1]), $a_\nu^{(5)}$ proportional $b-a$ oder $a_\nu^{(5)} = 0$, je nachdem das ν-te Abwicklungsgesetz ein von y freies Glied enthält oder nicht. Nennen wir p_ν die Abwicklung pro Einheit der x-Achse in negative x-Richtung, dann folgt

$$A_\nu = a_\nu^{(2)} + a_\nu^{(3)} + p_\nu(b-a).$$

Bei dem Momentenplanimeter von Hele-Shaw ist $p_1 = p_3 = 0$ und $p_2 = 200\ \mathrm{cm}^{-1}$. Bei dem Instrument von Amsler-Laffon ist ebenfalls

$$p_1 = p_3 = 0, \quad \text{aber} \quad p_2 = 166{,}667\ \mathrm{cm}^{-1}.$$

Für die gewöhnlichen Linearplanimeter ($\nu = 1$) ist $p = 0$.

Es genügt also in allen Fällen, wenn wir den Fahrstift nur von A über B nach C führen. Diese Tatsache wollen wir für die unbestimmte Integration verwerten.

[1]) Die eingeklammerten Seitenangaben beziehen sich auf meinen Aufsatz „Eine neue Planimetertheorie". *Diese Zeitschr.* **47.** *S. 1—16. 1927.*

Sei eine Funktion von der Form der Abb. 2 gegeben. Auf der Kurve nehmen wir r-Punkte P_i an, die so dicht liegen, daß zwischen zwei aufeinander folgenden Punkten P_i keine erheblichen Schwankungen vorkommen. Die Punkte P_i projizieren wir senkrecht auf die Ordinate a, nach den Punkten Q_i. Den Fahrstift führen wir von Q_2 über Q_1 Q_4 nach Q_6, wieder zurück nach Q_4 und dann längs der Kurve P_1 bis P_6. Die Ablesungen in den Punkten Q_i und P_i mögen mit $q_\nu^{(i)}$ und $p_\nu^{(i)}$ bezeichnet werden (ν bezieht sich auf die ν-te Ablesevorrichtung) und wir schreiben sie in der folgenden Weise auf:

$$\begin{array}{cccccc} q_\nu^{(1)} & q_\nu^{(2)} & q_\nu^{(3)} = q_\nu^{(1)} & q_\nu^{(4)} & q_\nu^{(5)} & q_\nu^{(6)} \\ p_\nu^{(1)} & p_\nu^{(2)} & p_\nu^{(3)} & p_\nu^{(4)} & p_\nu^{(5)} & p_\nu^{(6)} \\ \hline a_\nu^{(1)} & a_\nu^{(2)} & a_\nu^{(3)} & a_\nu^{(4)} & a_\nu^{(5)} & a_\nu^{(6)} \end{array}$$

Durch Subtraktion der zweiten Zeile von der ersten bilden wir die Größen $a_\nu^{(i)}$. Schreiben wir nun

$$A_\nu^{(i)} = a_\nu^{(i)} + p_\nu \cdot (x_i - a),$$

dann sind die $A_\nu^{(i)}$ die gleichen Abwicklungen, die sich auch ergeben würden, wenn wir die Flächen $a\,Q_4\,P_i\,x_i\,a$ alle einzeln umfahren hätten. Aus den $A_\nu^{(i)}$ bestimmen sich die Ordinaten der ν-ten Momentenkurve so:

$$F_i = M_1^{(i)} = m_{11}\,A_1^{(i)},$$
$$S_i = M_2^{(i)} = m_{22}\,A_2^{(i)},$$
$$T_i = M_3^{(i)} = m_{33}\,A_3^{(i)} - m_{31}\,A_1^{(i)},$$

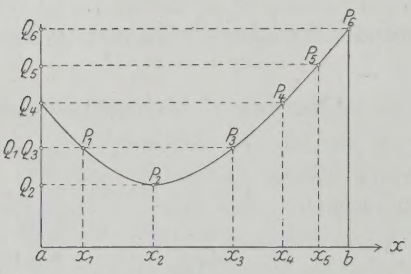


Abb. 2.

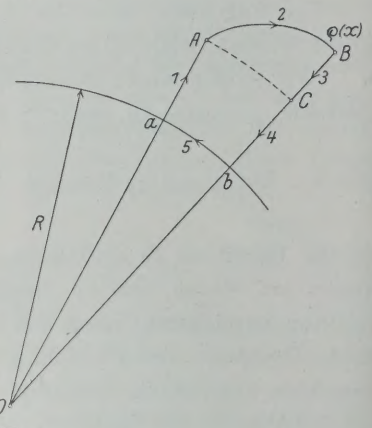


Abb. 3.

wenn wir uns auf die beiden genannten Momentenplanimeter beschränken. Im allgemeinen Falle bestimmt sich $M_\nu^{(i)}$ aus der Rekursionsformel auf S. 7.

Eine einzige Umfahrung liefert die Momentenkurven an beliebig vielen vorgegebenen Stellen und zwar in Tabellenform, was oft wertvoller ist als eine graphische Darstellung.

2. Integration mit polaren Momentenplanimetern.

Wir wollen unser polares Momentenplanimeter im folgenden stets so aufstellen, daß die Abwicklungsgesetze in bezug auf ein vorgegebenes Polarsystem gelten und daß 0 (Abb. 3) Mittelpunkt der Nullkreise wird. Betrachten wir die Abb. 3. Um das ν-te Moment $M_\nu = \frac{1}{2\nu}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [\varrho(\varphi)]^{2\nu}\,d\varphi$ der Funktion $\varrho(\varphi)$ zu messen, haben wir die Randlinie $a\,A\,B\,b\,a$ zu umfahren. Diese Umfahrung liefert die Momente M_1 bis M_ν der umfahrenen Fläche in bezug auf 0 nach der Rekursionsformel auf S. 14. Um aus diesen Momenten die gesuchten Integrale zu gewinnen, ist zu dem Moment M_ν der um-

fahrenen Fläche das Moment des Sektors $0\,a\,b$ zu addieren. Die Summe liefert das Integral

$$\frac{1}{2\,\nu}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}[\varrho(\varphi)]^2\,d\varphi\,.$$

Für $\nu = 1$ (gewöhnliche Polarplanimeter) ist die Fläche des Sektors, also

$$F = \frac{1}{2}R^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

zu addieren.

Die Abwicklung der ν-ten Momentenrolle setzt sich zusammen aus den Abwicklungen längs der einzelnen Teilstücke 1, 2, 3, 4 und 5, die wir mit $a_\nu^{(1)}$ bis $a_\nu^{(5)}$ bezeichnen wollen.

Die Gesamtabwicklung A_ν ist also:

$$A_\nu = a_\nu^{(1)} + a_\nu^{(2)} + a_\nu^{(3)} + a_\nu^{(4)} + a_\nu^{(5)}\,.$$

Nun ist

$$a_\nu^{(1)} = -\,a_\nu^{(4)}$$

wegen der Eigenschaft 2 (siehe S. 13) und $a_\nu^{(5)}$ proportional dem Bogen $\overset{\frown}{a\,b}$ oder $a_\nu^{(5)} = 0$, je nachdem das ν-te Abwicklungsgesetz ein von ϱ freies Glied enthält oder nicht. Nennen wir p_ν die Abwicklung pro Einheit des Nullkreises im Antiuhrzeigersinn, dann folgt

$$A_\nu = a_\nu^{(2)} + a_{\nu(3)} + p_\nu\,\overset{\frown}{b\,a}\,.$$

Bei dem auf S. 15—16 beschriebenen Momentenplanimeter ist

$$p_1 = p_3 = 0 \quad \text{und} \quad p_2 = 200\ \text{cm}^{-1}\,.$$

Für die gewöhnlichen Polarplanimeter ($\nu = 1$) ist $p = 0$.

Es genügt also in allen Fällen, wenn wir den Fahrstift nur von A über B nach C führen. Diese Tatsache können wir nun in genauer Analogie mit den linearen Momentenplanimetern für die unbestimmte Integration verwerten.

Betrachten wir die Abb. 4. Die Punkte P_i werden jetzt „polar" auf die „Anfangsordinate" projiziert. (Diese Bezeichnungen sind auf Grund der Abbildung evident). Alles Übrige ist wie bei den linearen Momentenplanimetern.

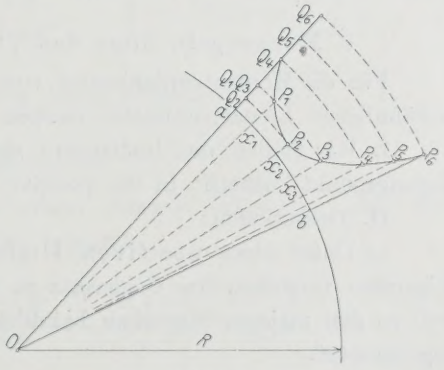


Abb. 4.

Bei der polaren Integration nach dem beschriebenen Verfahren muß vorausgesetzt werden, daß ϱ nicht gleich Null wird, weil der Fahrstift den Pol nicht erreichen kann und somit keine Umfahrung möglich ist. Wie man in so einem Falle zu verfahren hat, soll nur für die gewöhnlichen Polarplanimeter, wo es sich also um Integrale der Form $\frac{1}{2}\int \varrho^2\,d\varphi$ handelt, gezeigt werden.

Um das Integral $\int_a^b y^2\,dx$ zu bestimmen, stellen wir uns eine Funktion $\varrho(x)$, wo $\varrho^2 = y^2 + k^2$ und k eine geeignet zu wählende Konstante ist, polar dar (Abb. 5). Recht-

winklig zu der Strecke $k \cdot ly$ tragen wir die Funktion $y(x) \cdot ly$ skalar auf. Die ϱ-Werte bestimmen sich dann nach dem Pythagoras und sind mit dem Zirkel, dessen Spitze in 0 steht, leicht auf die Polstrahlen $\varphi = x$ zu übertragen. Das Beispiel der Fig. 5 bezieht sich auf die Funktion $y = \sin x$. Aus dem Integral

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varrho^2 \, d\varphi$$

folgt dann

$$\int_a^x y^2 \, dx = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varrho^2 \, d\varphi - k^2 (x - a).$$

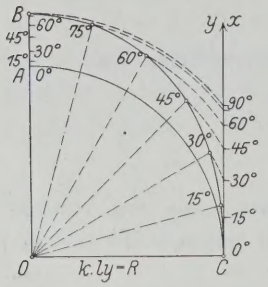


Abb. 5.

Der Fall $k \cdot ly = R$ ist besonders günstig, weil dann das additive Glied fortfällt. Diese zweite Integrationsmethode kommt natürlich nur bei der unbestimmten Integration in Frage. Bei einer bestimmten Integration schadet es nichts, wenn ϱ gleich Null wird, denn dann braucht der Pol des Planimeters ja nicht auf dem Pol der graphischen Darstellung zu stehen.

Mit dem Polarplanimeter kann man auch gewöhnliche Integrale $\int_a^x f(x) \, dx$ bestimmen, wenn man beachtet, daß

$$(f + C)^2 - (f - C)^2 = 4 \, C f$$

ist. Also

$$\int_a^x f(x) \, dx = \frac{1}{4\,C} \int_a^x (f + C)^2 \, dx - \frac{1}{4\,C} \int_a^x (f - C)^2 \, dx.$$

Hier ist C wieder eine geeignet zu wählende Konstante. Ein Beispiel hierfür, Bestimmung des Integrals $\int_1^x \frac{dx}{x}$, siehe meine Dissertation „Neue Verwendung der Planimeter", Göttingen 1923, Referent C. Runge, S. 31 und 32.

3. Merkregeln über das Vorzeichen der umfahrenen Fläche.

Für die Momentenplanimeter von Hele-Shaw und Amsler-Laffon und für die gewöhnlichen Linearplanimeter merken wir uns folgende Regeln:

I. Wir stellen das Instrument stets so auf, daß der Fahrarm mit der Richtung Anfangspunkt-Fahrstift in die positive x-Richtung gebracht werden kann.

II. Definitionen:

a) Unter einer positiven Umfahrung wollen wir eine Umfahrung im Uhrzeigersinn verstehen (im Gegensatz zu dem positiven Umlaufsinn in der Mathematik), weil es den meisten Menschen handlicher ist, im Uhrzeigersinn zu umfahren, als entgegengesetzt.

b) Wenn eine Fläche über der x-Achse liegt, wollen wir sagen, die Fläche habe positive Lage. Liegt sie unterhalb der x-Achse, dann sprechen wir von negativer Lage. Schneidet die x-Achse die Fläche, dann liegt der obere Teil in positiver, der untere Teil in negativer Lage.

III. Mit diesen Definitionen gelten die Regeln:

a) Die Abwicklung der Flächenrolle ist positiv, wenn im positiven Sinne umfahren wird, negativ, wenn im negativen Sinne umfahren wird. Auf positive oder negative Lage der Fläche kommt es dabei nicht an.

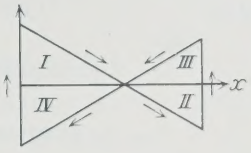
b) Die Abwicklung der Rolle für statische Momente ist positiv, wenn im positiven Sinne umfahren wird und die umfahrene Fläche positive Lage hat, sie ist ebenfalls positiv, wenn eine Fläche in negativer Lage im negativen Sinne umfahren wird. Das Vorzeichen der Abwicklung bestimmt sich aus dem Produkt der Vorzeichen von Umfahrungssinn und Lage. Liegt eine Fläche teils positiv, teils negativ, dann ist das Ergebnis ebenso, als wenn beide Teile einzeln im gleichen Sinne, wie bei der tatsächlichen Umfahrung, umfahren und beide Resultate algebraisch addiert werden.

c) Bei der Trägheitsmomentenrolle hat man 3 Zonen zu unterscheiden, die durch die Parallelen $y = \pm \frac{a}{2}$ zur x-Achse und die unendlich ferne Gerade der Ebene voneinander getrennt werden. Für die mittlere Zone, die die x-Achse enthält, ist die Abwicklung positiv, wenn im positiven Sinne umfahren wird und negativ, wenn im negativen Sinne umfahren wird. Für die beiden äußeren Zonen gilt das Umgekehrte.

Beispiel.

Man erhält

	A_1	A_2	A_3
I	+	+	+
II	−	+	−
III	−	−	−
IV	+	−	+



Das unter a) Gesagte gilt auch für die gewöhnlichen Polarplanimeter, wenn wir die Polarplanimeter stets so aufstellen, daß die 3 Punkte Pol, Anfangspunkt des Fahrarms und Fahrstift im Uhrzeigersinn liegen.

4. Einheiten.

Will man nicht die Momente $M_1 = F$, $M_2 = S$, $M_3 = T$ selber, sondern die Werte der Integrale haben, dann ist

$$\int_a^x f(x)\,dx = \frac{F}{l\,x \cdot l\,y}, \qquad \int_a^x [f(x)]^2\,dx = \frac{2\,S}{l\,x \cdot l\,y^2}, \qquad \int_a^x [f(x)]^3\,dx = \frac{3 \cdot T}{l\,x \cdot l\,y^3},$$

wo $l\,x$ und $l\,y$ die Längeneinheiten der x- und y-Achse bedeuten.

5. Integrationsbeispiele.

Wir wollen die Integrationsmethode an einem Beispiel erläutern. Mit dem Momentenplanimeter von Hele-Shaw mögen die Integrale

$$\int_2^x \frac{dx}{x} = l\,g\,\frac{x}{2}, \qquad \frac{1}{2}\int_2^x \frac{dx}{x^2} = \frac{x-2}{4\,x}, \qquad \frac{1}{3}\int_2^x \frac{dx}{x^3} = \frac{x^2-4}{24\,x^2}$$

bestimmt werden.

Wir stellen die Funktion $y = \frac{1}{x}$ in den Einheiten $l\,x = 5$ cm, $l\,y = 20$ cm graphisch dar (Abb. 6). Die Ordinaten der Integralkurven wollen

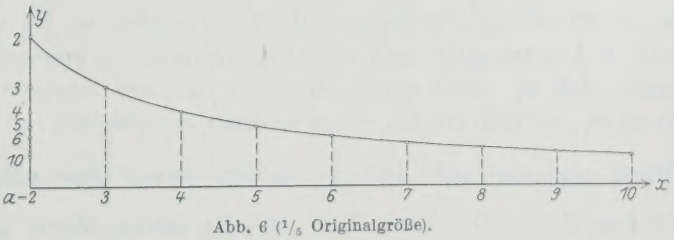


Abb. 6 ($^1/_5$ Originalgröße).

wir an den Stellen $x = 3, 4$ bis 10 bestimmen. Zu dem Zweck projizieren wir die zu diesen Abszissen gehörigen Kurvenpunkte der Funktion $y = \frac{1}{x}$ auf die Anfangsordinate a und bezeichnen die Projektionspunkte ebenso wie die Abszissen. Nun stellen wir das Momentenplanimeter auf die x-Achse ein und umfahren die Kurve, im Punkte 10 der Anfangsordinate beginnend, längs der Anfangsordinate bis zum Punkte 2 und dann längs der Kurve bis zum Punkte mit der Abszisse 10. Die Ablesungen in den Punkten der Anfangsordinate und in den zugehörigen Punkten der Kurve schreiben wir nun in folgender Weise auf:

A_1:

$x =$	10	9	8	7	6	5	4	3
	25547	25548	25549	25550	25551	25556	25567	25596
	27154	27051	26934	26802	26648	26471	26259	26000
$\frac{A_1}{1000} =$	1,607	1,503	1,385	1,252	1,097	0,915	0,692	0,404
	1,609	1,505	1,387	1,254	1,098	0,916	0,693	0,405
statt	1,609	1,504	1,386	1,253	1,099	0,916	0,693	0,405

A_2:

$x =$	10	9	8	7	6	5	4	3
	43311	43306	43300	43291	43280	43254	43212	43126
	36110	37084	38049	39003	39945	40853	41711	42458
	−7201	−6222	−5251	−4288	−3335	−2401	−1501	−668
$p\,(x-2)\,l\,x =$	8000	7000	6000	5000	4000	3000	2000	1000
$A_2 =$	799	778	749	712	665	599	499	332
	0,1998	0,1945	0,1873	0,1780	0,1663	0,1498	0,1247	0,0830
statt	0,2000	0,1944	0,1875	0,1786	0,1667	0,1500	0,1250	0,0833

A_3:

$x =$	10	9	8	7	6	5	4	3
	17466	17469	17473	17478	17487	17511	17560	17692
	24705	24195	23622	22979	22239	21390	20399	19253
$A_3 =$	7239	6726	6149	5501	4752	3879	2839	1561
$2\,A_3 =$	14478	13452	12298	11002	9504	7758	5678	3122
$10\,A_1 =$	16070	15030	13850	12520	10970	9150	6920	4040
$T =$	1592	1578	1552	1518	1466	1392	1242	918 cm⁴
	0,0398	0,0394	0,0388	0,0379	0,0366	0,0348	0,0311	0,0229
statt	0,0400	0,0396	0,0391	0,0383	0,0370	0,0350	0,0313	0,0231

Erläuterungen.

In allen drei Rechenschemen stehen in der zweiten Zeile die Ablesungen an den Integrierrollen in den Punkten 3 bis 10 der Anfangsordinate, darunter in der dritten Zeile die Ablesungen in den zugehörigen Kurvenpunkten und in der vierten Zeile die Differenz der Ablesungen, dritte Zeile minus zweite Zeile.

In dem Schema für A_1 ist diese Differenz gleich durch 1000 dividiert, weil $m_{11} = 0{,}1$ cm² der Flächenwert der Noniuseinheit ist bei einer Fahrarmlänge $a \doteq 20$ cm und weil $l\,x\,l\,y = 100$ cm² ist. Eine genauere Untersuchung mit dem Kontrollineal ergab, daß m_{11} nicht genau gleich 0,1, sondern infolge von Konstruktionsfehlern den Wert $m_{11} = 0{,}100128$ hat, oder rund $m_{11} = 0{,}100125$ cm². Die mit 0,1 multiplizierten Werte sind also noch um $\frac{1}{800}$ zu vergrößern. Diese reduzierten Werte stehen in der fünften Zeile. Die letzte Zeile gibt die wahren Werte an.

In dem Schema für A_2 stehen in der fünften Zeile die Werte

$$p(x-2)\,l\,x = (x-2)\cdot 200\cdot 5 = 1000\cdot(x-2).$$

Die sechste Zeile liefert die Differenz der beiden vorhergehenden Zeilen, die eigentliche Abwicklung A_2. Nun ist $m_{22} = 0{,}5$ cm^3 der Wert der Noniuseinheit und $l\,x \cdot l\,y^2 = 2000$ cm^3. Die Abwicklungen A_2 sind somit durch 4000 zu dividieren, um die Werte des gesuchten Integrals zu erhalten. Die wahren Werte stehen in der letzten Zeile.

In dem Schema für A_3 stehen in der sechsten Zeile die 10fachen Werte A_1 und in der siebenten Zeile die Werte $10\,A_1 - 2\,A_3$, die gemessenen Trägheitsmomente, denn es ist $T = m_{33}\,A_3 - m_{31}\,A_1$, wo $m_{33} = -2$ cm^4 und $m_{31} = -10$ cm^4 ist. Diese Werte sind durch $l\,x\,l\,y^3 = 40000$ cm^4 zu dividieren, um in der vorletzten Zeile die Integralwerte zu erhalten.

Polarplanimetrische Lösung des Integrals $\frac{1}{2}\int_z^x \frac{dx}{x^2}$.

Die Funktion $y = \frac{1}{x}$ stellen wir nun polar dar in den Einheiten

$$l\,x = l\,\varphi = \frac{\pi}{6} = 0{,}523\,60; \quad l\,y = l\,\varrho = 60 \text{ cm}; \quad l\,\varphi\,l\,\varrho^2 = 1884{,}95 \text{ cm}^2$$

(Abb. 7).

Unser Polarplanimeter (ein gewöhnliches Polarplanimeter) stellen wir so auf, daß der Pol des Planimeters auf den Pol O des Polarsystems fällt. (Da die gewöhnlichen Polarplanimeter an dem Polende ein Gewicht haben, ist es zweckmäßig, dies Gewicht so zu durchbohren, daß man die Spitze von oben aus sehen kann.) Wir beginnen die Umfahrung im Punkte 10 des Anfangspolstrahls und fahren über den Punkt 2 des gleichen Strahles und dann längs der Kurve bis zum Punkte $\varphi = 10$. Die Ablesungen in den einzelnen Punkten schreiben wir ebenso auf wie vorhin.

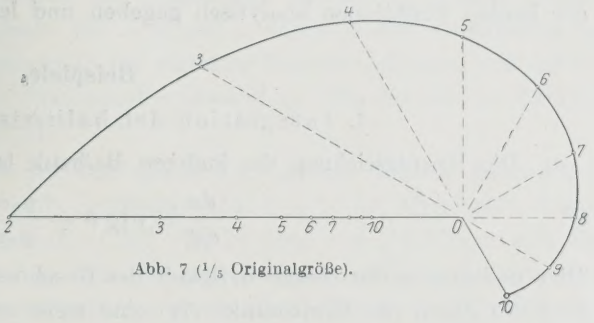


Abb. 7 ($^1/_5$ Originalgröße).

$x =$	10	9	8	7	6	5	4	3
	10474	10418	10382	10364	10386	10454	10598	0846
	1650	3063	4464	5848	7209	8547	9793	0833
	−8824	−7355	−5918	−4516	−3177	−1907	−805	−13
$\frac{1}{2}R^2(\varphi-2)\,l\,\varphi =$	12622	11045	9467	7889	6311	4733	3156	1578
$F =$	379,8	369,0	354,9	337,3	313,4	282,6	235,1	156,5 cm^2
	0,2015	0,1958	0,1883	0,1789	0,1663	0,1499	0,1247	0,0830
statt	0,2000	0,1944	0,1875	0,1786	0,1667	0,1500	0,1250	0,0833

Erläuterung.

In der fünften Zeile stehen die Werte $\frac{1}{2}R^2\,(\varphi-2)\,l\,\varphi$. Das benutzte Planimeter hat eine Nullkreisfläche $R^2\pi = 18934$ cm^2.

Mit $l\varphi = \frac{\pi}{6}$ folgt also

$$\frac{1}{2} R^2 (\varphi - 2) l\varphi = \frac{R^2 \pi}{12} (\varphi - 2) = 1577{,}8 (\varphi - 2).$$

Die unbequeme Zahl der Nullkreisfläche läßt sich durch besondere Konstruktion vermeiden. Zweckmäßig sind Konstruktionen mit $R^2 \pi = 10000$ oder 20000 cm^2.

Die Summe der vierten und fünften Zeile ist mit 0,1 cm^2 (Flächenwert der Noniuseinheit) zu multiplizieren und durch $l\varphi\, l\varrho^2 = 1884{,}95$ cm^2 zu dividieren, um die endgültigen Integralwerte zu erhalten.

II. Anwendungen der Planimeter.

In der Praxis handelt es sich viel um die Berechnung von Integralen der Form $\int_a^x f(x)\, g(x)\, dx$, wo $f(x)$ und $g(x)$ graphisch gegeben sind. Das lästige Ausmultiplizieren besonders dann, wenn nicht beide Funktionen tabellarisch gegeben sind, kann man vermeiden, wenn man substituiert $t = \int_0^x g(x)\, dx$. Das Integral nimmt dann die einfachere Form an

$$\int_a^x f(x)\, g(x)\, dx = \int_{t_0}^{t} f(x)\, dt.$$

Der Vorteil dieser Umformung kommt besonders dann zur Geltung, wenn eine der beiden Funktionen analytisch gegeben und leicht zu integrieren ist.

Beispiele.

1. Integration der ballistischen Integrale.

Die Hauptgleichung der äußeren Ballistik lautet:

$$\frac{dv}{d\vartheta} = v \operatorname{tg} \vartheta + \frac{v \cdot c \cdot f(v)}{g \cdot \cos \vartheta}.$$

Hier bedeutet v die Geschwindigkeit des Geschosses, ϑ den Neigungswinkel der Bahntangente gegen die Horizontale, $f(v)$ eine meist empirisch gegebene Luftverzögerungsfunktion, c einen von der Geschoßform und der Luftdichte abhängigen Faktor. Nimmt man die Luftdichte für die ganze Geschoßbahn konstant an, dann ist $c = \frac{R^2 \pi \cdot \delta \cdot i \cdot g}{P \cdot 1{,}22}$. Die Bezeichnungen sind ebenso wie bei Cranz, Lehrbuch der Ballistik I, Berlin, Julius Springer 1925.

Die Integration dieser Differentialgleichung liefert v als Funktion von ϑ, also $v = v(\vartheta)$. Aus dieser Funktion bestimmen sich Schußweite x, Flughöhe y, Flugzeit t und Flugbahnlänge s durch die Integrale

$$x = -\frac{1}{g} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2\, d\vartheta, \qquad y = -\frac{1}{g} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2 \operatorname{tg} \vartheta\, d\vartheta,$$

$$t = -\frac{1}{g} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v \sec \vartheta\, d\vartheta, \qquad s = -\frac{1}{g} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2 \sec \vartheta\, d\vartheta.$$

Hier bedeutet ϑ_0 den Abgangswinkel.

Die Ballistiker bringen die Hauptgleichung durch die Substitutionen $w = \lg v$ und $\sin\vartheta = \operatorname{tg} z$ gewöhnlich auf die Form $\frac{dw}{dz} = \operatorname{tg} z + F(w)$, wo $F(w) = \frac{c \cdot f(v)}{g}$ ist.

Die Geschoßgeschwindigkeit v wird dann zunächst als Funktion von z und erst mittelbar als Funktion von ϑ erhalten. Obige Integrale formen wir nun in folgender Weise um. Wir setzen

$$t = \int_0^{\vartheta} \operatorname{tg}\vartheta \, d\vartheta = -\lg\cos\vartheta\,,$$

$$u = \int_0^{\vartheta} \sec\vartheta \, d\vartheta = z \quad (\text{wegen } \sin\vartheta = \operatorname{tg} z).$$

Die Integrale nehmen dann die Form an:

$$x = -\frac{1}{g}\int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2\, d\vartheta\,; \qquad y = -\frac{1}{g}\int_{t_0}^{t} v^2\, dt\,; \qquad t = -\frac{1}{g}\int_{z_0}^{z} v\, dz\,; \qquad s = -\frac{1}{g}\int_{z_0}^{z} v^2\, dz\,.$$

Mit Hilfe einer Tabelle von beiliegender Form ist es nun leicht, v als Funktion von z, ϑ und t aufzutragen. Da man die Geschwindigkeit bei allen ballistischen Aufgaben für die gleichen äquidistanten z-Werte bestimmen kann, kann man sich Koordinatensysteme mit den zu z, ϑ und t gehörigen Ordinaten ein für allemal drucken lassen. Man braucht dann nur die v-Werte in den Zirkel zu nehmen und auf die entsprechenden Ordinaten abzutragen. Die Bestimmung der Integrale ist nun einfach mit den Momentenplanimetern. Nachdem das Instrument auf die z-, ϑ- bzw. t-Achse eingestellt ist, kann man die Integrale für x, y und s durch je eine Umfahrung an beliebig vielen Stellen an der Integrierrolle für statische Momente ablesen und gleichzeitig mit s die Flugzeit t an der Flächenrolle bestimmen. Wir wollen ein Zahlenbeispiel behandeln (vgl. Cranz I, S. 213).

Es sei das spezifische Gewicht der Luft gleich 1,22 kg/cbm (für die ganze Flugbahn), Geschoßquerschnitt $R^2\pi = 50$ cm^2, Geschoßgewicht $P = 10$ kg, Abgangsgeschwindigkeit $v_0 = 600$ m/sec, Abgangswinkel $\vartheta_0 = 30^0$. Es ist dann $c = 5$ g (Cranz schreibt auf Seite 213 irrtümlich $c = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ g). Für die Luftverzögerungsfunktion werde eine Tabelle für 10 cm Kruppsche Normalgeschosse verwendet. (Cranz S. 61.) Für die Geschwindigkeit v findet Cranz die Werte:

z	v	ϑ	t
0,54930	600	0,52360	0,144
0,5	452,6	0,480	0,120
0,4	335	0,390	0,078
0,3	295,6	0,296	0,044
0,2	272,6	0,199	0,020
0,1	256	0,100	0,005
0,0	245,2	0,0	0,000
−0,1	237,5	−0,100	0,005
−0,2	233,2	−0,199	0,020
−0,3	231,7	−0,296	0,044
−0,5	233,7	−0,480	0,120
−0,7	241,5	−0,649	0,227
−0,86	251,9	−0,770	0,332

Die zu z gehörigen Werte von ϑ und t sind der Hilfstabelle entnommen.
Für $z = -0{,}86$ ist eine Interpolation erforderlich.

Hilfstabelle für die Integration der ballistischen Integrale.

z	ϑ^0	ϑ-Bogen	$-\lg\cos\vartheta$
1,0	49° 36′ 18″	0,865 77	0,433 76
0,9	45 44 59	0,798 48	0,359 82
0,8	41 36 31	0,726 20	0,290 77
0,7	37 11 00	0,648 97	0,227 27
0,6	32 28 59	0,566 94	0,170 14
0,5	27 31 26	0,480 38	0,120 13
0,4	22 19 50	0,389 74	0,077 94
0,3	16 56 12	0,295 60	0,044 35
0,2	11 23 01	0,198 68	0,019 87
0,1	5 43 12	0,099 83	0,004 50
0,0	0 0 0	0,000 00	0,000 00
−0,1	−5 43 12	−0,099 83	0,004 50
−0,2	−11 23 01	−0,198 68	0,019 87
−0,3	−16 56 12	−0,295 60	0,044 35
−0,4	−22 19 50	−0,389 74	0,077 94
−0,5	−27 31 26	−0,480 38	0,120 13
−0,6	−32 28 59	−0,566 94	0,170 14
−0,7	−37 11 00	−0,648 97	0,227 27
−0,8	−41 36 31	−0,726 20	0,290 77
−0,9	−45 44 59	−0,798 48	0,359 82
−1,0	−49 36 18	−0,865 77	0,433 76
−1,1	−53 11 40	−0,928 13	0,512 33
−1,2	−56 28 34	−0,985 69	0,593 70
−1,3	−59 30 38	−1,038 66	0,678 50
−1,4	−62 17 41	−1,087 25	0,765 86
−1,5	−64 50 36	−1,131 73	0,855 43
−1,6	−67 10 17	−1,172 36	0,946 80
−1,7	−69 17 40	−1,209 41	1,039 69
−1,8	−71 13 40	−1,243 16	1,133 79
−1,9	−72 59 13	−1,273 86	1,228 98
−2,0	−74 35 07	−1,301 76	1,325 00
−2,1	−76 02 13	−1,327 10	1,421 73
−2,2	−77 21 16	−1,350 09	1,519 06
−2,3	−78 32 58	−1,370 95	1,616 83
−2,4	−79 37 58	−1,389 86	1,715 06
−2,5	−80 36 54	−1,406 99	1,813 61
−2,6	−81 30 16	−1,422 52	1,912 37
−2,7	−82 18 37	−1,436 59	2,011 35
−2,8	−83 02 25	−1,449 33	2,110 55
−2,9	−83 42 04	−1,460 86	2,209 88
−3,0	−84 17 58	−1,471 30	2,309 31
0,087 38	5°	0,087 27	0,003 82
0,175 43	10	0,174 53	0,015 31
0,264 84	15	0,261 80	0,034 68
0,356 37	20	0,349 07	0,062 19
0,450 87	25	0,436 33	0,098 37
0,549 30	30	0,523 60	0,144 30
0,652 83	35	0,610 87	0,199 50
0,762 92	40	0,698 13	0,266 52
0,881 38	45	0,785 40	0,346 56
1,010 67	50	0,872 66	0,441 94

Die Funktion v wird nun als Funktion von z, ϑ und t dargestellt in den Einheiten $lz = 50$ cm, $l\vartheta = 50$ cm, $lt = 100$ cm, $l\,v = {}^1/_{50}$ cm. In der Abb. 8 sind die z-, ϑ- und t-Achse der Übersicht halber gegeneinander verschoben. Die Messungen wurden mit dem Momentenplanimeter von Hele-Shaw gemacht. Die nachfolgenden Rechenschemen sind ebenso angeordnet wie auf Seite 118 und 119 und dürften ohne weitere Erläuterung verständlich sein. Die Kurven der Abb. 8 werden von den Punkten A_i ausgehend über B_i bis C_i umfahren. Die Projektionspunkte der Kurvenpunkte auf die zugehörigen Anfangsordinaten sind wegen Platzmangel nur zum Teil mit den zugehörigen z-Werten bezeichnet. Wenn eine neue Kurve umfahren wird, ist das Instrument natürlich auf die neue Abszissenachse einzustellen. In der Praxis wird man die drei Kurven in bezug auf die gleiche Achse darstellen.

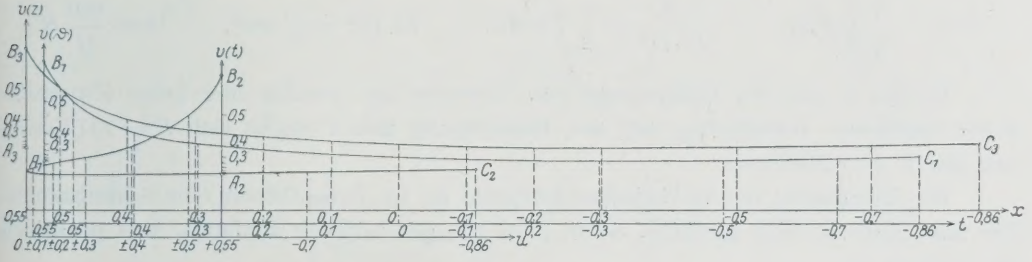


Abb. 8 (Etwa $\frac{1}{5{,}55}$ Originalgröße).

1. Integration der Kurve $v(\vartheta)$ mit der statischen Momentenrolle[1]).

$$x = -\frac{1}{g}\int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2\,d\vartheta, \qquad \frac{S}{l\vartheta \cdot l\,v^2} = \frac{1}{2}\int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2\,d\vartheta, \qquad l\vartheta \cdot l\,v^2 = {}^1/_{50}\text{ cm}^3, \qquad \boldsymbol{x = \frac{100}{g}S}.$$

$z =$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	−0,1	−0,2	−0,3	−0,5	−0,7	−0,86	
	15862	15999	16041	16064	16081	16092	16102	16103	16104	16103	16094	16086	
	15658	15167	14453	13668	12819	11961	11083	10202	9341	7704	6191	5120	
	−204	−832	−1588	−2396	−3262	−4131	−5019	−5901	−6763	−8399	−9903	−10966	
$\vartheta)\,l\vartheta \cdot 200 =$	440	1340	2280	3250	4240	5240	6240	7230	8200	10040	11730	12940	
$2\,S =$	236	508	692	854	978	1109	1221	1329	1437	1641	1827	1974	cm³
$x =$	1203	2589	3527	4353	4985	5653	6223	6774	7324	8364	9312	10061	m
Cranz	1180	2520	3465	4270	4965	5600	6190	6755	7280	8300	9260	10020	m

2. Integration der Kurve $v(t)$ mit der statischen Momentenrolle[1]).

$$y = -\frac{1}{g}\int_{t_0}^{t} v^2\,dt, \qquad \frac{S}{lt \cdot l\,v^2} = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} v^2\,dt, \qquad lt \cdot l\,v^2 = {}^1/_{25}\text{ cm}^3, \qquad \boldsymbol{y = \frac{50}{g}S}.$$

$z =$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	−0,1	−0,2	−0,3	−0,5	−0,7	−0,86	
	9467	9606	9649	9672	9688	9697	9706	9711	9711	9711	9700	9694	
	9692	10423	11001	11427	11700	11796	11718	11453	11016	9667	7772	5918	
	225	817	1352	1755	2012	2099	2012	1742	1305	−44	−1928	−3776	
$t_0 \cdot t)\,lt \cdot 200 =$	480	1320	2000	2480	2780	2880	2780	2480	2000	480	−1660	−3760	
$2\,S =$	255	503	648	725	768	781	768	738	695	524	268	16	cm³
$y =$	650	1282	1651	1848	1957	1990	1957	1881	1771	1335	683	41	m
Cranz	650	1280	1625	1830	1935	1965	1935	1845	1715	1290	670	15	m

[1]) In allen drei Schemata kann man die zweite und dritte Zeile vermeiden. Die vierte Zeile läßt sich direkt gewinnen, wenn man ein anderes Integrationsverfahren anwendet. In einem folgenden Aufsatz „Planimetrische Integration mit Nullkurven“ wird dies näher erläutert werden.

3. Integration der Kurve $v(z)$ mit der Flächenrolle[1]).

$$t = -\frac{1}{g}\int_{z_0}^{z} v\,dz, \qquad \frac{F}{lz \cdot lv} = \int_{z_0}^{z} v\,dz, \qquad lz \cdot lv = 1\ \text{cm}^2, \qquad \boldsymbol{t = \frac{1}{g} F}.$$

$z =$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	−0,1	−0,2	−0,3	−0,5	−0,7	−0,86
	26032	25951	25935	25927	25923	25920	25919	25917	25916	25917	25919	25921
	26290	26595	26889	27165	27425	27669	27907	28139	28369	28833	29305	29700
$F =$	25,8	64,4	95,4	123,8	150,2	174,9	198,8	222,2	245,3	291,6	338,6	377,9 cm²
$t =$	2,63	6,56	9,72	12,62	15,31	17,83	20,3	22,6	25,0	29,7	34,5	38,5 sec

4. Integration der Kurve $v(z)$ mit der statischen Momentenrolle.

$$s = -\frac{1}{g}\int_{z_0}^{z} v^2\,dz, \qquad \frac{S}{lz \cdot lv^2} = \frac{1}{2}\int_{z_0}^{z} v^2\,dz. \qquad lz \cdot lv^2 = \tfrac{1}{50}\ \text{cm}^3, \qquad \boldsymbol{s = \frac{100}{g} S}.$$

Da für s nur der Gesamtwert von Interesse ist, wurden hier keine Zwischenwerte abgelesen. Gleichzeitig mit der Bestimmung von t ergibt sich $S = 1077\ \text{cm}^3$, und damit $s = 10980$ m.

Die Integration der ballistischen Integrale ist im wesentlichen eine Schreibarbeit. Die Schreibarbeit wird geringer, wenn man weniger z-Werte annimmt, was praktisch gut zulässig ist.

Kommt es nur auf die maximale Schußweite und Flugzeit an, dann bestimmt man y für 2 oder 3 Werte, für welche $y = 0$ vermutet wird. Durch Interpolation wird der genauere Wert von z bestimmt, wo $y(z) = 0$. Nun kann man die maximale Schußweite x und Flugzeit t durch je eine Umfahrung der zugehörigen Kurven ohne Zwischenablesungen bestimmen.

Polarplanimetrische Lösung der ballistischen Integrale.

Ebenso einfach wie mit dem Momentenplanimeter lassen sich die ballistischen Integrale polarplanimetrisch lösen. Auch hier läßt sich die polare Darstellung der Geschwindigkeit v als Funktion von z, ϑ und t durch Vordrucke wesentlich vereinfachen. Es ist (Abb. 9)[2]):

1. Integration der Kurve $v(\vartheta)$[3]).

$$\frac{F}{l\vartheta \cdot lv^2} = \frac{1}{2}\int_{\vartheta_0}^{\vartheta} v^2\,d\vartheta. \quad \text{Bei } l\vartheta = 300^0 = 5{,}24 \text{ ist } x = \frac{2}{g}\frac{F}{l\vartheta \cdot lv^2}, \quad lv = \tfrac{1}{20}\ \text{cm},$$

$$\boldsymbol{x = 15{,}57\, F}.$$

$z =$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	−0,1	−0,2	−0,3	−0,5	−0,7	−0,86
	6301	6035	5930	5875	5834	5811	5794	5786	5784	5786	5800	5823
	6383	5566	4581	3504	2358	1164	0950	8732	7543	5296	3269	1863
	+82	−469	−1349	−2371	−3476	−4647	−5844	−7054	−8241	−10490	−12531	−13960
	694	2114	3597	5128	6690	8268	9846	11408	12938	15841	18508	20417
$F =$	77,6	164,5	224,8	275,7	321,4	362,1	400,2	435,4	469,7	535,1	597,7	645,7 cm²
$x =$	1208	2561	3500	4293	5004	5638	6231	6779	7313	8332	9306	10053 m
	1203	2589	3527	4353	4985	5653	6223	6774	7324	8364	9312	10061 m
Cranz	1180	2520	3465	4270	4965	5600	6190	6755	7280	8300	9260	10020 m

[1]) Siehe Fußnote [1]) auf S. 123.

[2]) In Abb. 9 muß es an zwei Stellen −0,86 statt 0,86 heißen.

[3]) Auch hier läßt sich die vierte Zeile direkt gewinnen bei Anwendung eines anderen Integrationsverfahrens. Vgl. Anmerkung 1) auf S. 123.

In der drittletzten Zeile stehen die polarplanimetrischen Werte, in der zweitletzten Zeile die momentenplanimetrischen Werte, und in der letzten Zeile die Werte, die Cranz mit einem Integraphen findet. Die Abweichungen sind:

1—2	+ 5	— 28	— 27	— 60	+ 19	— 15	+ 8	+ 5	— 11	— 32	— 6	— 8
1—3	+ 28	+ 41	+ 35	+ 23	+ 39	+ 38	+ 41	+ 24	+ 33	+ 32	+ 46	+ 33
2—3	+ 23	+ 69	+ 62	+ 83	+ 20	+ 53	+ 33	+ 19	+ 44	+ 64	+ 52	+ 41

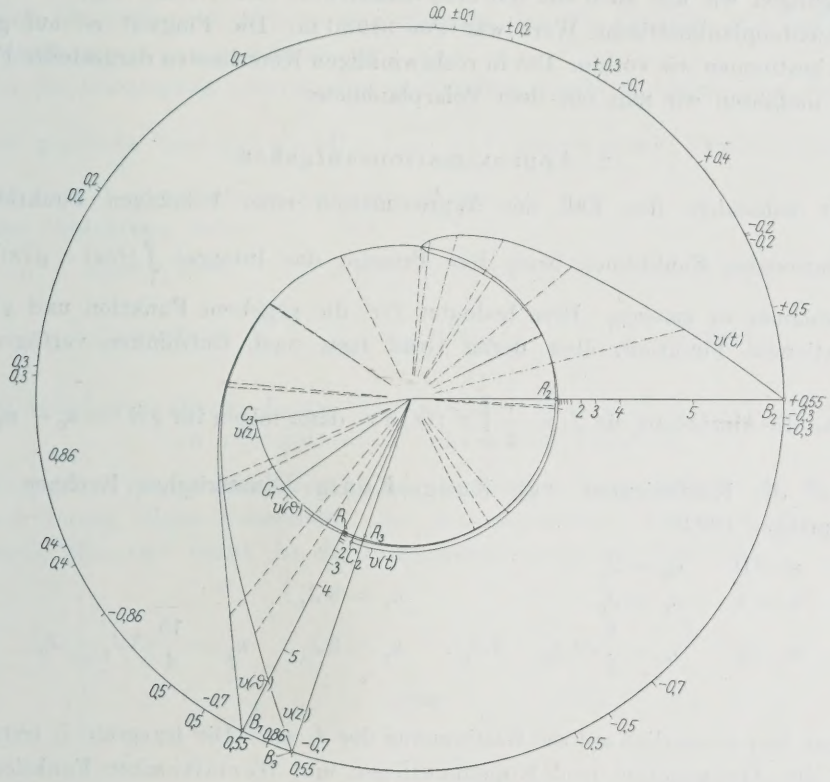


Abb. 9 (Etwa $^1/_6$ Originalgröße).

2. Integration der Kurve $v(t)^2$).

$$\frac{F}{lt \cdot lv^2} = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} v^2\,dt. \quad \text{Bei } \begin{matrix} lt = 600^0 = 10{,}46 \\ lv = \frac{1}{20}\text{ cm} \end{matrix} \text{ ist } y = \frac{2}{g}\,\frac{F}{lt \cdot lv^2}$$

$$y = 7{,}785\,F.$$

$z=$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	— 0,1	— 0,2	— 0,3	— 0,5	— 0,7	— 0,86	
	9854	0116	0222	0282	0321	0346	0364	0372	0371	0372	0357	0336	
	9756	0525	1261	1816	2189	2329	2225	1871	1292	9439	6853	4367	
	— 98	409	1039	1534	1868	1983	1861	1499	921	— 933	— 3504	— 5969	
	757	2083	3156	3913	4386	4544	4386	3913	3156	757	— 2619	— 5933	
$F=$	85,5	167,4	211,7	237,9	251,8	256,1	252,5	241,4	223,5	169,0	88,5	3,6	cm²
$y=$	666	1303	1648	1852	1960	1994	1966	1879	1740	1316	689	28	m
	650	1282	1651	1848	1957	1990	1957	1881	1771	1335	683	41	m
Cranz	650	1280	1625	1830	1935	1965	1935	1845	1715	1290	670	15	m

Die Anordnung der letzten drei Zeilen ist wie vorhin. Die Abweichungen sind:

1—2	+ 16	+ 21	— 3	+ 4	+ 3	+ 4	+ 9	— 2	— 31	— 19	+ 6	— 13
1—3	+ 16	+ 23	+ 23	+ 22	+ 25	+ 29	+ 31	+ 34	+ 25	+ 26	+ 19	+ 13
2—3	0	+ 2	+ 26	+ 18	+ 22	+ 25	+ 22	+ 36	+ 56	+ 45	+ 13	+ 26

3. Integration der Kurve $v(z)$.

$$\frac{F}{lz \cdot lv^2} = \frac{1}{2}\int_{z_0}^{z} v^2\,dz. \quad \text{Bei } lz = 300^0 = 5{,}24 \text{ ist } s = \frac{2}{g}\frac{F}{lz \cdot lv^2}$$

$lv = \frac{1}{20}$ cm

$$s = 15{,}57\,F.$$

Begnügen wir uns auch hier mit dem Gesamtwert von s, dann folgt $s = 10927$ m. Der momentenplanimetrische Wert war $s = 10980$ m. Die Flugzeit ist auf gleichem Wege zu bestimmen wie vorhin. Die in rechtwinkligen Koordinaten dargestellte Funktion $v = v(z)$ umfahren wir nun mit dem Polarplanimeter.

2. Approximationsaufgaben.

Wir behandeln den Fall der Approximation einer beliebigen Funktion nach ganzen rationalen Funktionen nach dem Prinzip, das Integral $\int_{-1}^{+1} [f(x) - g(x)]^2\,dx$ zu einem Minimum zu machen. Hier bedeutet $f(x)$ die gegebene Funktion und $g(x)$ eine ganze rationale Funktion, über deren Grad man nach Gutdünken verfügen kann. Führt man die Abkürzung ein $J_\lambda = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} x^\lambda f(x)\,dx$, dann folgen für $g(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$ die Koeffizienten (vgl. Runge-König, Numerisches Rechnen. Berlin, Julius Springer 1924):

$$n = 0: \quad a_0 = J_0;$$

$$n = 1: \quad a_0 = J_0; \qquad a_1 = 3J_1;$$

$$n = 2: \quad a_0 = \frac{3}{2}(3J_0 - 5J_2), \quad a_1 = 3J_1, \quad a_2 = \frac{15}{4}(3J_2 - J_0).$$

usw.

Es kommt hier wesentlich auf die Bestimmung der J_λ an. Die Integrale J_λ treten ebenfalls bei der Aproximation nach Kugelfunktionen und Hermiteschen Funktionen auf. Stellen wir unser Momentenplanimeter auf die Ordinatenachse der Funktion $y = f(x)$ ein und bestimmen die Momente der von $f(x)$, der Abszissenachse und den Grenzordinaten -1 und $+1$ gebildeten Fläche in bezug auf die y-Achse, dann folgt:

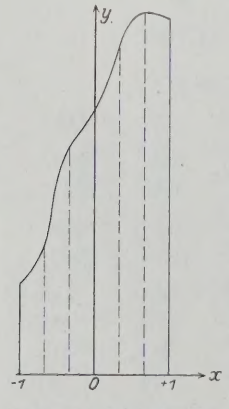


Abb. 10 ($^1/_6$ Originalgröße).

$$\frac{F}{lx \cdot ly} = \int_{-1}^{+1} f(x)\,dx = 2J_0, \qquad \frac{S}{lx^2 \cdot ly} = \int_{-1}^{+1} x \cdot f(x)\,dx = 2J_1,$$

$$\frac{T}{lx^3 \cdot ly} = \int_{-1}^{+1} x^2 f(x)\,dx = 2J_2.$$

Mit einer Umfahrung der Kurve kann man also die Koeffizienten für $n = 2$ bestimmen. Soll durch eine ganze rationale Funktion höheren Grades approximiert werden, dann stellt man außer $f(x)$ noch die Funktion $x^3 f(x)$ dar, deren Umfahrung J_3, J_4 und J_5 liefert.

Beispiel. Die Abb. 10 bezieht sich auf die empirisch gegebene Funktion

$x = -1$	$-0{,}67$	$-0{,}33$	0	0,33	0,67	1
$y = 14{,}5$	20,7	36,6	42,7	53,2	58,1	57,0

die in den Einheiten $lx = 6$ cm, $ly = 0{,}5$ cm graphisch dargestellt ist. Mit einer Umfahrung wurde gefunden

$$J_0 = 41{,}35 \qquad J_1 = 8{,}26 \qquad J_3 = 12{,}82.$$

Die Rechnung nach Simpson ergibt:

$$J_0 = 40{,}28 \qquad J_1 = 8{,}74 \qquad J_3 = 12{,}79.$$

Die großen Abweichungen erklären sich dadurch, daß die Funktion $f(x)$ durch 7 Ordinaten nicht genau genug definiert ist.

Um die Genauigkeit unserer Approximationsmethode zu untersuchen, wurde die analytisch gegebene Funktion $y = \sqrt{1 - \left(\frac{x+1}{2}\right)^2}$ approximiert. Das zugehörige Bild zeigt Abb. 11 mit $lx = 12{,}5$ cm und $ly = 25$ cm.

Eine Umfahrung liefert:

$$J_0 = 0{,}7845 \qquad J_1 = -0{,}11898 \qquad J_2 = 0{,}2363$$

statt

$$J_0 = 0{,}7854 \qquad J_1 = -0{,}1187 \qquad J_2 = 0{,}2375$$

3. Hauptträgheitsachsen, Hauptträgheitsmomente und Deviationsmomente von unregelmäßig begrenzten Flächen.

Wir wählen das gleiche Beispiel, das Amsler in *dieser Zeitschr.* **45.** *S. 16—19. 1925* auf andere Weise behandelt. Das dort angegebene Verfahren, das Amsler „Amslersche Methode" nennt, ist die Integralumformung auf Seite 120.

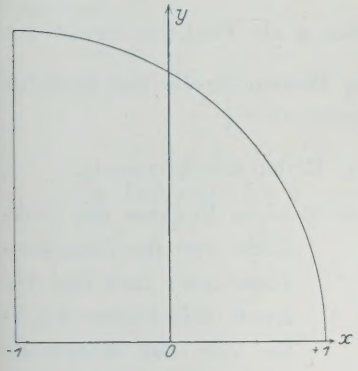


Abb. 11 (1/6 Originalgröße).

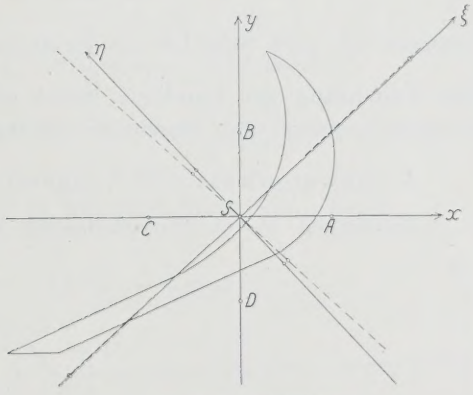


Abb. 12 (1/5 Originalfigur).

Es seien die Hauptträgheitsachsen und Hauptträgheitsmomente des Querschnitts einer Dampfturbinenschaufel (Abb. 12) zu bestimmen.

Nach Bestimmung des Schwerpunktes S der Fläche nehmen wir ein rechtwinkliches Koordinatensystem Sxy an, mit dem Schwerpunkt S als Koordinatenanfangspunkt. Nun bestimmen wir die Trägheitsmomente T_x und T_y in bezug auf die Achsen Sx und Sy. Es ergibt sich

$$T_x = 1713 \text{ cm}^4 \qquad T_y = 1996 \text{ cm}^4.$$

Von S aus tragen wir nun auf der x-Achse die Strecke $\frac{c}{\sqrt{T_x}}$ nach beiden Seiten hin ab, ebenso auf der y-Achse die Strecke $\frac{c}{\sqrt{T_y}}$, wo c eine geeignet zu wählende

Konstante bedeutet. Mit $c = 250\ \text{cm}^3$ gelangen wir zu den Punkten $A\,B\,C\,D$, die ein einbeschriebenes Parallelogramm der gesuchten Trägheitsellipse bestimmen.

Von S aus ziehen wir nun die Parallelen zu den Seiten dieses Parallelogramms. Diese Parallelen bilden ein Paar konjugierter Durchmesser der gesuchten Trägheitsellipse. In Fig. 12 sind diese Parallelen gestrichelt eingezeichnet. Das Trägheitsmoment $T_{a'}$ der gegebenen Fläche in bezug auf die gestrichelte Achse parallel zu $C\,B$ ist

$$T_{a'} = 263{,}5\ \text{cm}^4.$$

Das Trägheitsmoment $T_{b'}$ der konjugierten Achse bestimmt sich aus der Beziehung

$$T_{a'} + T_{b'} = 2 \cdot \sqrt{T_x \cdot T_y},$$

wie man leicht ableiten kann. Es folgt

$$T_{b'} = 3434{,}7\ \text{cm}^4.$$

Die Hauptträgheitsmomente mit ihren Achsen ξ und η sind nun in bekannter Weise aus den konjugierten Durchmessern zu bestimmen.

Rechnerisch folgen die Trägheitsmomente aus

$$T_\xi + T_\eta = T_x + T_y = 3709\ \text{cm}^4,$$

$$T_\xi \cdot T_\eta = \frac{T_\xi + T_\eta}{T_{a'} + T_{b'}}\, T_{a'} \cdot T_{b'} = 907\,686\ \text{cm}^8.$$

Die Auflösung ergibt

$$T_\xi = 263{,}4\ \text{cm}^4 \qquad T_\eta = 3446\ \text{cm}^4.$$

Soll das Deviationsmoment $D = \iint x\,y\,dx\,dy = \frac{1}{2}\int x\,y^2\,dx$ bestimmt werden, so substituieren wir nach Seite 120 $t = \int x\,dx = \frac{1}{2}x^2$ und stellen y als Funktion von t dar. Eine Umfahrung der Randlinie liefert an der statischen Momentenrolle das gesuchte Deviationsmoment. Die Durchführung ergab $D = 1545\ \text{cm}^4$.

4. Schwerpunkte und Trägheitsmomente von Rotationskörpern.

Bezeichnen wir die Rotationsachse mit z, den Abstand eines Punktes der Oberfläche von der Rotationsachse mit r und den Abstand eines inneren Punktes von der Rotationsachse mit ϱ, dann ist $r = f(z)$ die Gleichung der Meridianlinie (Abb. 13).

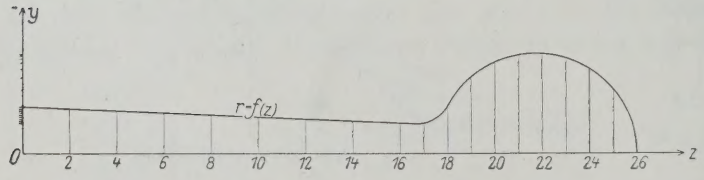


Abb. 13 (Etwa $\frac{1}{6{,}4}$ Originalgröße).

Das Trägheitsmoment T_z in bezug auf die z-Achse ist gegeben durch das Integral

$$T_z = \frac{\pi}{2}\int_0^z r^4\,dz. \qquad 1)$$

Nehmen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem $0\,x\,y\,z$ an mit der Rotationsachse als z-Achse, dann sind die Trägheitsmomente in bezug auf die x- und y-Achse einander gleich und es ist

$$T_x = T_y = \frac{\pi}{4}\int_0^z r^4\,dz + \pi\int_0^z r^2 z^2\,dz = \frac{1}{2}\,T_z + \pi\int_0^z r^2 z^2\,dz. \qquad 2)$$

Der Schwerpunktsabstand z_s von der xy-Ebene ist gegeben durch den Ausdruck

$$z_s = \frac{\int_0^z z\, r^2\, dz}{\int_0^z r^2\, dz}. \qquad 3)$$

Das Integral 1) lösen wir so:

Das polare Trägheitsmoment T_p einer Fläche in bezug auf einen Punkt 0 ist gleich der Summe der axialen Trägheitsmomente T_ξ und T_η, die auf zwei zueinander senkrechte, durch 0 gehende Achsen bezogen sind.

$$T_p = \frac{1}{4}\int_0^{2\pi} r^4\, d\varphi = T_\xi + T_\eta.$$

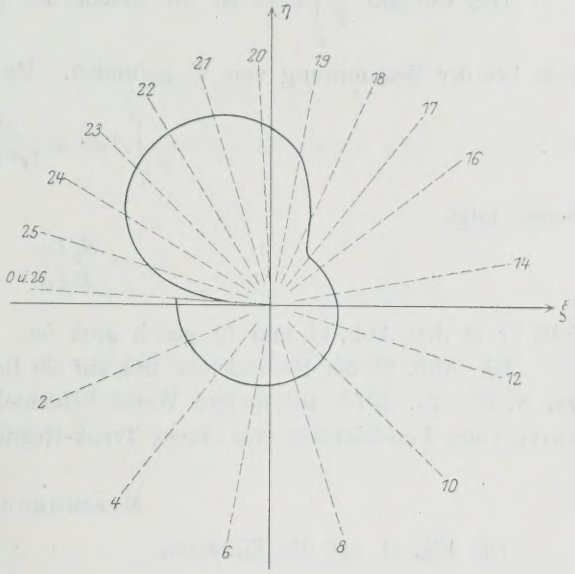


Abb. 14 (Etwa $\frac{1}{3,2}$ Originalgröße).

Um nun das Integral 1) zu berechnen, stellen wir die gegebene Meridianlinie der Abb. 13 polar dar (Abb. 14), indem wir $z = \varphi$ setzen. Wir nehmen zwei durch den Pol gehende, zueinander senkrechte Achsen an und bestimmen die Trägheitsmomente T_ξ und T_η, dann ist

$$\frac{1}{4}\int_0^{2\pi} r^4\, d\varphi = \frac{T_\xi + T_\eta}{l\, r^4\, l\varphi} \quad \text{und somit} \quad T_z = 2\pi \frac{T_\xi + T_\eta}{l\, r^4\, l\varphi}.$$

Die Integrale für T_x und z_s formen wir in folgender Weise um. Es ist

$$\pi\int_0^z r^2 z^2\, dz = \pi\int_0^t r^2\, dt, \quad \text{wo} \quad \int_0^z z^2\, dz = \frac{1}{3}z^3 = t$$

ist, und weiter

$$\int_0^z r^2 z\, dz = \int_0^u r^2\, du, \quad \text{wo} \quad \int_0^z z\, dz = \frac{1}{2}z^2 = u$$

ist.

Wenn wir also r als Funktion von t und u darstellen (Abb. 15) und die statischen Momente der von r mit der t- und u-Achse gebildeten Flächen bestimmen, dann folgt

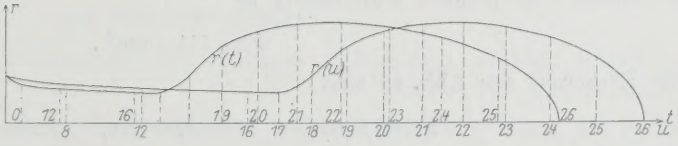


Abb. 15 (Etwa $\frac{1}{6,4}$ Originalgröße).

$$\frac{1}{2}\int_0^t r^2\, dt = \frac{S_1}{l\, r^2\, l\, t}$$

und damit

$$T_x = T_y = \frac{1}{2} T_z + 2 \frac{S_1}{l r^2 l t}, \qquad 2)$$

$$\frac{1}{2}\int_0^u r^2 \, du = \frac{S_2}{l r^2 l u} \quad \text{und damit} \quad \int_0^z r^2 z \, dz = 2 \frac{S_2}{l r^2 l u}.$$

Das Integral $\frac{1}{2}\int_0^z r^2 \, dz$ ist die Fläche der polaren Darstellung von $r(z)$ und bereits bei der Bestimmung von T_z gefunden. Es ist

$$\frac{1}{2}\int_0^z r^2 \, dz = \frac{F}{l r^2 l \varphi}.$$

Somit folgt

$$z_s = \frac{S_2 \, l \varphi}{F \, l u}, \qquad 3)$$

falls $l r$ in den Abb. 14 und 15 gleich groß ist.

Die Abb. 13 bis 15 beziehen sich auf ein Beispiel, das Amsler in *dieser Zeitschr. 45. S. 19—25. 1925* auf andere Weise behandelt. Die Kurve $r(z)$ ist die Meridiankurve eines Pendelarmes von einem Trenk-Regulator.

Messungen.

Die Fig. 14 hat die Einheiten

$$l r = 2{,}5 \text{ cm}, \qquad l \varphi = \frac{2\pi}{26} = 0{,}242.$$

Dann ist

$$l r^4 \, l \varphi = 9{,}44 \text{ cm}^4 \quad \text{und} \quad \frac{2\pi}{l r^4 \, l \varphi} = 0{,}6656 \text{ cm}^{-4}.$$

Somit

$$T_z = 0{,}6656 \, (T_\xi + T_\eta).$$

Für T_ξ und T_η ergab sich

$$T_\xi = 2554 \text{ cm}^4, \qquad T_\eta = 1167 \text{ cm}^4.$$

Die Achsen ξ und η wurden beliebig, aber zueinander senkrecht angenommen. Für T_z folgt

$$\boldsymbol{T_z = 2477 \text{ cm}^5}.$$

Die Fläche der polaren Darstellung ist

$$F = 111{,}6 \text{ cm}^2.$$

Die Einheiten der Abb. 15 sind

$$l r = 2{,}5 \text{ cm}, \qquad l t = 0{,}01 \text{ cm}, \qquad l u = 0{,}2 \text{ cm}.$$

Somit ist

$$l r^2 \, l t = 0{,}0625 \text{ cm}^3; \qquad l r^2 \, l u = 1{,}25 \text{ cm}^3.$$

Die Umfahrung der von $r(t)$ mit der t-Achse gebildeten Fläche liefert

$$2 S_1 = 3258 \text{ cm}^3;$$

also folgt

$$2\pi \frac{S_1}{l r^2 l t} = 164000$$

$$\frac{1}{2} T_z = \quad 1238$$

$$\boldsymbol{T_x = T_y = 165\,238 \text{ cm}^5.}$$

Die Umfahrung der von $r(u)$ mit der u-Achse gebildeten Fläche liefert

$$S_2 = 1598{,}8 \text{ cm}^3.$$

Für den Schwerpunktsabstand z_s folgt nun:

$$z_s = \frac{1598{,}8}{111{,}6} \cdot \frac{0{,}242}{0{,}2} = \mathbf{17{,}33 \text{ cm}}.$$

Die Integrale 1), 2) und 3) lassen sich ebenfalls lösen, wenn man substituiert $t = \int_0 r^2\,dz$, dann ist

$$T_z = \frac{\pi}{2}\int_0^t r^2\,dt, \quad T_x = T_y = \frac{1}{2} T_z + \pi \int_0^t z^2\,dt, \quad z_s \cdot \int_0^z r^2\,dz = \int_0^t z\,dt.$$

Um r und z als Funktion von t zu gewinnen, ist die Meridiankurve $r(z)$ mit Hilfe der statischen Momentenrolle zu integrieren. Auf diese Integration beziehen sich die markierten Punkte der Ordinatenachse in Abb. 13. Es ergab sich

$$T_z = 2486 \text{ cm}^5, \quad T_x = T_y = 165\,300 \text{ cm}^5, \quad z_s = 17{,}25 \text{ cm}$$

in guter Übereinstimmung mit obigen Werten.

5. Wiederholte Integration mit den linearen Momentenplanimetern.

Folgende Gleichungen kann man durch Differentiation nach a leicht als richtig bestätigen.

$$\int_0^a (a - x)\, y\,dx = \int_0^a \int_0^x y\,dx\,dx,$$

$$\int_0^a (a - x)^2\, y\,dx = 2 \int_0^a \int_0^x \int_0^x y\,dx\,dx\,dx.$$

Die linken Seiten dieser Gleichungen bedeuten das statische Moment und das Trägheitsmoment der Fläche $\int_0^a y\,dx$ in bezug auf die Ordinate $x = a$.

Wir können also mit den linearen Momentenplanimetern wiederholt integrieren, allerdings nur in festen Grenzen. Wenn a den Wert ändert, muß das Instrument auf eine neue Achse eingestellt werden.

Der belastete Träger.

Die wiederholte Integration findet eine geeignete Anwendung bei dem belasteten Träger.

Es möge sich um einen auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger mit kontinuierlicher Belastung handeln, mit $f(x)$ als Ordinate der Belastungskurve (Abb. 16 mit einer Dreiecklast). Es ist

$$y = \frac{x}{l} \int_0^l \int_0^x f(x)\,dx\,dx - \int_0^x \int_0^x f(x)\,dx\,dx, \qquad 1)$$

die Ordinate der Momentenlinie.

$$EJY = \int_0^x \int_0^x y(x)\,dx\,dx - \frac{x}{l} \int_0^l \int_0^x y(x)\,dx\,dx, \qquad 2)$$

Y ist die Ordinate der elastischen Linie.

Die Auflagerkräfte sind gegeben durch

$$A = \frac{1}{l} \int_0^l \int_0^x f(x)\,dx\,dx, \qquad 3)$$

$$B = \int_0^l f(x)\,dx - A. \qquad 4)$$

Die Abszisse ξ des maximalen Biegungsmoments folgt aus

$$\int_0^\xi f(x)\,dx = \frac{1}{l} \int_0^l \int_0^x f(x)\,dx\,dx. \qquad 5)$$

Die Abszisse ζ der maximalen Durchbiegung folgt aus

$$\int_0^\zeta y(x)\,dx = \frac{1}{l} \int_0^l \int_0^x y(x)\,dx\,dx. \qquad 6)$$

Die Ausführung ist so:

Wir stellen das Momentenplanimeter nacheinander auf die Ordinaten $x = x_1$ bis $x = l$ ein und lesen an der Rolle J_2 die statischen Momente ab. Wir erhalten eine tabellarische Darstellung des Integrals $\int_0^x \int_0^x f(x)\,dx\,dx$, aus der die Momentenkurve und die Auflagerkräfte leicht zu gewinnen sind. Nachdem die Momentenlinie gewonnen ist, verfahren wir mit ihr genau so wie mit der Belastungskurve. Hier brauchen wir das Instrument aber nur auf solche Ordinaten einzustellen, die für ζ in Frage kommen. Wir erhalten ein Stück der elastischen Linie in der Gegend der maximalen Durchbiegung. Die Abszissen des maximalen Biegungsmoments und der maximalen Durchbiegung sind in der Regel wenig von Interesse. Sollen sie genauer bestimmt werden, so liest man außer an der Rolle J_2 für die Momente auch an der Rolle J_1 die Fläche ab, um das Integral $\int_0^\xi f(x)\,dx$ bzw. $\int_0^\zeta y(x)\,dx$ zu gewinnen. Durch Interpolation in der tabellarischen Darstellung folgen dann mit Hilfe von 5) und 6) die gewünschten Abszissen.

Die Einstellung des Momentenplanimeters von Hele-Shaw auf eine gegebene Achse geschieht sehr rasch, wenn man auf einem großen Laufbogen die Laufgerade zeichnet und die zu umfahrenden Figuren mit ihren Achsen auf einen kleineren Bogen, der zwischen die Laufräder des Instrumentes (Abstand der Laufräder voneinander 48 cm) paßt. Ohne das Instrument zu verschieben, kann man dann die Achsen des kleinen Bogens nacheinander auf die Laufgerade legen. Der kleine Bogen wird dabei zweckmäßig von einem Gewicht gehalten.

Beispiel.

Ein frei aufliegender Träger von 3 m Länge trage eine Dreieckslast von 600 kg (Abb. 16). Es sei $E = 2100000$ kg/cm^2 $J = 156{,}2$ cm^4. Gesucht sind Auflagerkräfte, maximales Biegungsmoment und maximale Durchbiegung.

Das Beispiel soll so behandelt werden, als läge ein allgemeinerer Belastungsfall vor.

In der Abb. 16 ist $w_x = 0{,}25$ m; $w_f = 40$ kg/m, wo w_x und w_f angeben, wieviel 1 cm der betreffenden Achse in Wirklichkeit bedeutet. (Reziproke Längeneinheiten.) Bezeichnen wir das statische Moment von dem auf der A-Seite liegenden Teil der Belastungsfläche in bezug auf die Ordinaten

$$x = 0{,}5\,;\ 1{,}0 \text{ usw.} \quad \text{mit} \quad S_{0,5}\,;\ S_{1,0} \text{ usw.},$$

dann ist

$$w_x^{\,2}\, w_f\, S_x = 2{,}5\, S_x = \int_0^x \int_0^x f(x)\, dx\, dx \quad \text{und} \quad y = 2{,}5 \left(\frac{x}{l}\, S_l - S_x \right).$$

Die Messungen ergeben:

x	=	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0 m	
S_x	=	20	69	150	251,5	363,5	481 cm³	$A = 400{,}8$ kg
y	=	150,2	228,2	226,2	173,7	92,5	0 mkg	$B = 199{,}2$ kg
S_x'	=	5	31,5	96,5	193	320	458,7 cm³	
Y	=	− 0,34	− 0,58	− 0,63	− 0,54	− 0,30	0,0 cm	

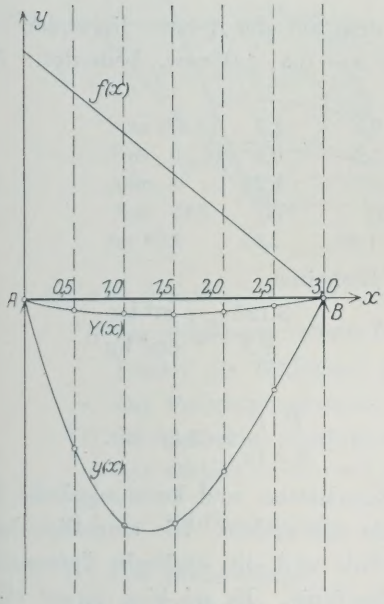


Abb. 16. (1/3 Originalgröße.)

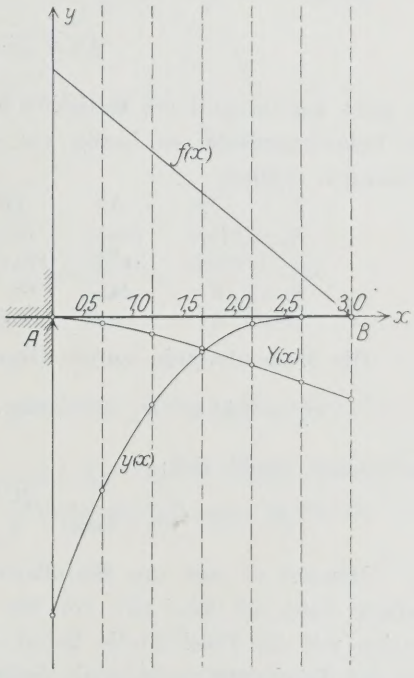


Abb. 17. (1/3 Originalgröße.)

Die y-Werte wurden dargestellt in den Einheiten $w_x = 0{,}25$ m, $w_y = 25$ mkg. Bezeichnen wir mit S_x' die statischen Momente, die in bezug auf die Momentenkurve die gleiche Bedeutung haben, wie die S_x in bezug auf die Belastungskurve, dann folgt

$$w_x^{\,2}\, w_y\, S_x' = 1{,}562\, S_x' = \int_0^x \int_0^x y(x)\, dx\, dx$$

und

$$Y = -\frac{1{,}562}{EJ} \left(\frac{x}{l}\, S_l' - S_x' \right) \frac{\text{m}^3\,\text{kg}}{\text{kg cm}^2}.$$

Rechnerisch ergibt sich (vgl. Hütte I, 1911. S. 551):

$$A = 400 \text{ kg}, \qquad \xi = 0{,}422 \cdot l = 1{,}27 \text{ m}, \qquad \zeta = 0{,}4807 \cdot l = 1{,}44 \text{ m},$$

$$B = 200 \text{ kg}, \qquad y(\xi) = 0{,}128 \cdot l = 230 \text{ mkg}, \qquad f = 0{,}01304 \cdot \frac{Pl^3}{EJ}$$

$$= 0{,}64 \text{ cm}.$$

Für den einseitig eingespannten Träger ist.

$$y = \int_0^l \int_0^x f(x)\, dx\, dx, \tag{1}$$

$$EJY = -\int_0^x \int_0^x y(x)\, dx\, dx, \tag{2}$$

$$A = \int_0^l f(x)\, dx. \tag{3}$$

Beispiel.

Wir wählen das gleiche Beispiel wie vorhin, wo wir aber jetzt den Balken an der Seite A einspannen und die Stütze B fortnehmen (Abb. 17).

$$E = 2\,100\,000 \text{ kg/cm}^2, \quad J = 156{,}2 \text{ cm}^4.$$

Es ist

$$2{,}5\, S_x = \int_x^l \int_x^l f(x)\, dx\, dx = y,$$

wo jetzt das Integral die statischen Momente von dem auf der B-Seite liegenden Teil der Belastungsfläche in bezug auf die Ordinaten $x = 0{,}5$, 1,0 usw. bedeutet. Die Messungen ergeben:

x =	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0 m
S_x =	240,2	139,5	70,5	28	5,5	0,5	0 cm³
y =	600,5	348,7	176,2	70	13,7	1,25	0 mkg
S_x' =	0	24,5	68	133,5	203	274	345 cm³
Y =	0	0,23	0,65	1,27	1,93	2,61	3,29 cm

Die Momentenlinie wurde dargestellt in den Einheiten

$$w_x = 0{,}25 \text{ m}; \; w_y = 50 \text{ mkg}, \quad \text{dann ist} \quad Y = -\frac{3{,}125}{EJ} S_x' \, \frac{\text{m}^3 \text{ kg}}{\text{cm}^2 \text{ kg}}.$$

Rechnerisch ergibt sich:

$$A = 600 \text{ kg}; \quad y_{\max} = \frac{P \cdot l}{3} = 600 \text{ mkg}; \quad f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{15} = 3{,}28 \text{ cm}.$$

Handelt es sich um Einzellasten oder um Einzellasten und kontinuierliche Belastung, dann tut man gut, von der Schubkraftlinie auszugehen. Die einmalige Integration mit der Flächenrolle liefert die Momentenlinie und die dreifache Integration mit der Trägheitsmomentenrolle liefert die elastische Linie. Es sei hier darauf ebensowenig eingegangen, wie auf die statisch unbestimmten Fälle.

Beitrag zur Hauptpunkt- und Bildweitenbestimmung aus Photogrammen.

Von
V. Theimer in Leoben.

In nachstehender Schrift soll gezeigt werden, wie man aus einem Photogramm die Lage des Hauptpunktes und die Größe der Bildweite ableiten kann, wenn die photographische Platte unter einem beliebigen Winkel σ gegen die Lotrichtung des

Beobachtungsortes geneigt war. Und zwar soll gezeigt werden, wie man vorgehen kann, wenn der Winkel σ in der Natur direkt gemessen wurde, ferner wie vorzugehen wäre, wenn der Winkel σ aus der Feldaufnahme nicht bekannt ist. — Voraussetzung ist, daß die Horizontalwinkel $\beta_{12}, \beta_{13}, \ldots, \beta_{1n}$, zwischen den Feldpunkten $P_1 P_2$, $P_1 P_3, \ldots, P_1 P_n$, mit dem optischen Mittelpunkte der Kamera als Winkelscheitel, in der Natur gemessen wurden, desgleichen die, auf denselben Winkelscheitel bezogenen Höhenwinkel $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ der Visuren nach $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

Die Messung der Horizontalwinkel β und Höhenwinkel α kann unterbleiben, wenn die Raumkoordinaten (X, Y, Z) $(Z = \text{Höhenkok})$ der Feldpunkte $P_1 \ldots P_n$ und des opt. Mittelpunktes C der Kamera, bekannt sind. Denn in diesem Falle können obengenannte Winkel aus den Koordinaten berechnet werden.

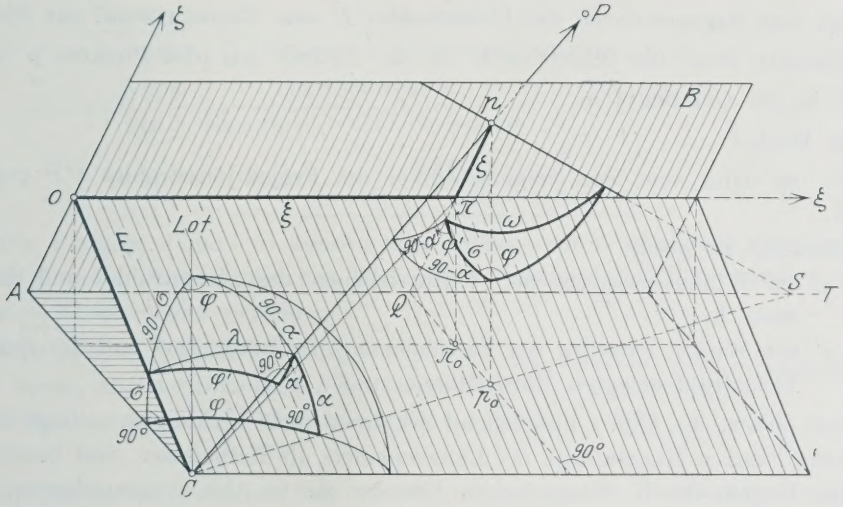


Abb. 1.

In Abb. 1 sei

B die Bildebene (Platte oder Positiv), wobei aus zeichnerischen Gründen das Positiv als Bildebene gewählt wurde,

C das Projektionszentrum = opt. Mittelpunkt der Objektivlinse,

O der gesuchte Hauptpunkt, also der Durchstoßpunkt der optischen Achse der Objektivlinse mit der Bildebene,

$\overrightarrow{O\xi}$ die Bildhorizontale,

$\overrightarrow{O\zeta}$ die Bildvertikale,

AT die Bildtrasse, also der Schnitt des Horizontes von C mit der Bildebene B.

Ferner sei

E jene Ebene, welche durch die Bildhorizontale $\overrightarrow{O\xi}$ und das Projektionszentrum C gelegt werden kann,

$\overline{CO} = b$ die gesuchte „Bildweite“ oder „Bilddistanz“,

P ein beliebiger Feldpunkt,

$\overrightarrow{CP}$ der Projektionsstrahl und p der Bildpunkt von P.

$\overrightarrow{pQ}$ sei die Fallinie der Bildebene B im Bildpunkte p,

π der Schnittpunkt dieser Fallinie mit der Bildhorizontale.

Denkt man sich durch den vorläufig noch unbekannten Hauptpunkt O ein kartesisches Achsenkreuz $(O; \xi, \zeta)$ gelegt, dessen Abszissenachse ξ mit der Bildhorizontalen zusammenfällt, dann sind die Strecken

$O\pi = \xi$
$\pi p = \zeta$ } die richtigen Koordinaten des Bildpunktes p im Photogramm.

Legt man durch den Lichtstrahl $\overline{CP}$ eine Vertikalebene, dann schneidet diese die Bildebene B in der Geraden $\overline{Sp}$, und den Horizont des optischen Mittelpunktes C in der Geraden $\overline{CS}$.

Der Winkel

$SCp = \alpha$ ist der Neigungswinkel des Lichtstrahles, bzw. Projektionsstrahles gegen den Horizont.

Legt man dagegen durch den Lichtstrahl $\overline{CP}$ eine Ebene normal zur Ebene E, dann schneidet diese die Bildebene B in der Fallinie $\overline{pQ}$ des Punktes p und die Ebene E in der Geraden $\overline{C\pi}$.

Der Winkel

$\pi Cp = \alpha'$ ist dann aber der Neigungswinkel des Projektionsstrahles $\overline{CP}$ gegen die Ebene E.

Schließlich ist noch

φ der Winkel zwischen den Vertikalebenen des Lichtstrahles und der Bildweite b,

φ' der Winkel zwischen der Vertikalebene der Bildweite b und der durch den Lichtstrahl gelegten Normalebene zu E.

Nach diesen, die Abb. 1 hinreichend erklärenden Bemerkungen, schlage man um die Punkte C und p Kugeln, mit der Längeneinheit als Halbmesser, und beachte, daß aus diesen Kugeln durch obengenannte Ebenen die in Abb. eingezeichneten sphärischen Dreiecke herausgeschnitten werden. Bezeichnet man auf der Kugel um C den Winkel zwischen Bilddistanz und Lichtstrahl mit λ, dann folgt aus den anstoßenden sphärischen Dreiecken die Beziehung:

$$\cos\lambda = \cos(90-\sigma)\cos(90-\alpha) + \sin(90-\sigma)\sin(90-\alpha)\cos\varphi$$
$$= \sin\sigma\sin\alpha + \cos\sigma\cos\alpha\cos\varphi$$

andererseits:

$$\cos\lambda = \cos\alpha'\cos\varphi'.$$

Setzt man die rechten Seiten dieser Ausdrücke einander gleich, so kommt:

$$\cos\alpha'\cos\varphi' = \sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cdot\cos\varphi. \qquad 1)$$

Dagegen findet man aus dem linken sphärischen Dreiecke um den Punkt p die Gleichung:

$$\cos(90-\alpha') = \cos(90-\alpha)\cos\sigma + \sin(90-\alpha)\sin\sigma\cos(180-\varphi),$$

oder

$$\sin\alpha' = \sin\alpha\cos\sigma - \cos\alpha\sin\sigma\cos\varphi; \qquad 2)$$

$\frac{2)}{1)}$ gibt: $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha'}{\cos\varphi'} = \dfrac{\sin\alpha\cos\sigma - \cos\alpha\sin\sigma\cos\varphi}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi} = (\text{nach Abb.}) = \dfrac{\zeta}{C\pi}\cdot\dfrac{1}{\cos\varphi'} = \dfrac{\zeta}{b}$,

daraus findet man:

$$\underline{\zeta = b\cdot\frac{\sin\alpha\cos\sigma - \cos\alpha\sin\sigma\cos\varphi}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi}.} \qquad 3)$$

Um eine analoge Formel für ξ zu finden, beachte man, daß nach Abb. 1:

$$\xi = AS - QS = \frac{b}{\cos\sigma}\operatorname{tg}\varphi - (\zeta + b\cdot\operatorname{tg}\sigma)\operatorname{tg}\omega .$$

Dabei ist aus dem rechtsseitigen sphärischen Dreieck um den Punkt p die Beziehung

$$\cos(90-\sigma) = \operatorname{cotg}\varphi\cdot\operatorname{cotg}(90-\omega) \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg}\omega = \sin\sigma\cdot\operatorname{tg}\varphi \qquad 4)$$

ablesbar; und diese Beziehung oben eingesetzt liefert:

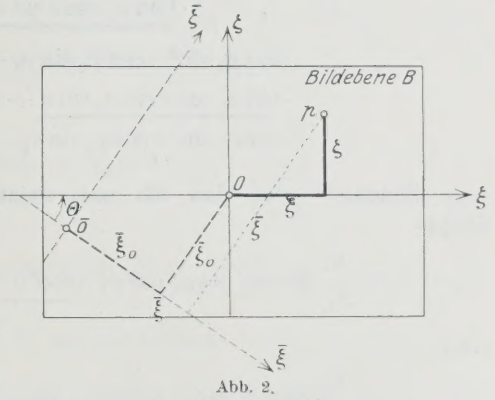
$$\begin{aligned}
\xi &= b\cdot\operatorname{tg}\varphi\cdot\left\{\frac{1}{\cos\sigma} - \left(\frac{\sin\alpha\cos\sigma - \cos\alpha\sin\sigma\cos\varphi}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi} + \operatorname{tg}\sigma\right)\sin\sigma\right\} \\
&= b\cdot\operatorname{tg}\varphi\cdot\left\{\frac{1}{\cos\sigma} - \frac{\sin\alpha\cos^2\sigma + \sin\alpha\sin^2\sigma}{(\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi)\cos\sigma}\sin\sigma\right\} \\
&= b\cdot\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos\sigma}\left\{1 - \frac{\sin\alpha\sin\sigma}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi}\right\} \\
&= \frac{b\operatorname{tg}\varphi}{\cos\sigma}\cdot\frac{\operatorname{ccs}\alpha\cos\sigma\cos\varphi}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi}
\end{aligned}$$

$$\underline{\xi = b\cdot\frac{\cos\alpha\sin\varphi}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\alpha\cos\sigma\cos\varphi}} ; \qquad 5)$$

Die Formeln 3) und 5) können nun indirekt zur Bestimmung der Lage des gesuchten Hauptpunktes O und der Bildweite b, sowie der Bildhorizontalen und Bildvertikalen herangezogen werden.

Man zeichne, wie dies in Abb. 2 angedeutet wurde, auf der Bildebene B ein ganz willkürliches, kartesische Aschsenkreuz $(\bar{O};\ \bar{\xi},\ \bar{\zeta})$.

In diesem Achsenkreuze hat der unbekannte Hauptpunkt O die Koordinaten $\bar{\xi}_0$, $\bar{\zeta}_0$, und der beliebige Bildpunkt p die Koordinaten $\bar{\xi}$, $\bar{\zeta}$, während derselbe Bildpunkt p in dem noch unbekannten Achsensystem $(O;\ \xi,\ \zeta)$, die Koordinaten ξ, ζ aufweist.



Zwischen den Koordinaten $\xi\zeta$ und $\bar{\xi}\bar{\zeta}$ desselben Bildpunktes p in den beiden Koordinatensystemen bestehen nachfolgende, aus Fig. 2 unmittelbar herauszulesende Transformationsformeln:

$$\left.\begin{aligned}\bar{\xi}_0 + \xi\cos\theta - \zeta\sin\theta - \bar{\xi} &= 0\\ \bar{\zeta}_0 + \xi\sin\theta + \zeta\cos\theta - \bar{\zeta} &= 0\end{aligned}\right\} \quad \text{bzw.} \quad \left.\begin{aligned}\bar{\xi} &= \bar{\xi}_0 + \xi\cos\theta - \zeta\sin\theta\\ \bar{\zeta} &= \bar{\zeta}_0 + \xi\sin\theta + \zeta\cos\theta\end{aligned}\right\} . \qquad 6)$$

Multipliziert man die erste der Gleichungen 6) mit $\cos\theta$, die zweite mit $\sin\theta$ und addiert sodann, multipliziert man hernach die erste der Gleichungen 6) mit $(-\sin\theta)$, die zweite mit $\cos\theta$ und addiert abermals, dann erhält man nachstehende Formeln:

$$\left.\begin{aligned}(\bar{\xi} - \bar{\xi}_0)\cos\theta + (\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_0)\sin\theta &= \xi\\ -(\bar{\xi} - \bar{\xi}_0)\sin\theta + (\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_0)\cos\theta &= \zeta\end{aligned}\right\} . \qquad 7)$$

Faßt man nun eine Reihe von Bildpunkten $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ ins Auge und bildet man die Tangenten der Richtwinkel zwischen den Punkten

$$(p_1\,p_2),\ (p_1\,p_3),\ \ldots,\ (p_1\,p_n)$$

nach der bekannten Formel

$$\operatorname{tg}\varrho_{1k}=\frac{\zeta_k-\zeta_1}{\xi_k-\xi_1}\overset{7)}{=}\frac{-(\bar{\xi}_k-\bar{\xi}_1)\sin\theta+(\bar{\zeta}_k-\bar{\zeta}_1)\cos\theta}{(\bar{\xi}_k-\bar{\xi}_1)\cos\theta+(\bar{\zeta}_k-\bar{\zeta}_1)\sin\theta};\qquad \text{für } k=2,3,\ldots,n. \quad 8)$$

Dann sind die Koeffizienten von $\sin\theta$ und $\cos\theta$ im rechtsseitigen Ausdrucke durch direkte Abmessungen aus dem Photogramm bestimmbar, während der Quotient $\frac{\zeta_k-\zeta_1}{\xi_k-\xi_1}$ im Mittelteile der Formel 8) durch die Gleichungen 3) und 5) ausgedrückt werden kann. Man findet so:

$$\zeta_k-\zeta_1=b\cdot\left\{\frac{\sin\alpha_k\cos\sigma-\cos\alpha_k\sin\sigma\cos\varphi_k}{\sin\alpha_k\sin\sigma+\cos\alpha_k\cos\sigma\cos\varphi_k}-\frac{\sin\alpha_1\cos\sigma-\cos\alpha_1\sin\sigma\cos\varphi_1}{\sin\alpha_1\sin\sigma+\cos\alpha_1\cos\sigma\cos\varphi_1}\right\}$$

$$\xi_k-\xi_1=b\cdot\left\{\frac{\cos\alpha_k\sin\varphi_k}{\sin\alpha_k\sin\sigma+\cos\alpha_k\cos\sigma\cos\varphi_k}-\frac{\cos\alpha_1\sin\varphi_1}{\sin\alpha_1\sin\sigma+\cos\alpha_1\cos\sigma\cos\varphi_1}\right\}.$$

Bezeichnet man der Kürze wegen den gemeinsamen Nenner der rechtsseitigen Ausdrücke mit N_k, setzt man also

$$N_k=(\sin\alpha_k\sin\sigma+\cos\alpha_k\cos\sigma\cdot\cos\varphi_k)\cdot(\sin\alpha_1\sin\sigma+\cos\alpha_1\cos\sigma\cos\varphi_1), \qquad 9)$$

dann wird aus den vorstehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}\zeta_k-\zeta_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{&\underline{\sin\alpha_k\cos\sigma\sin\alpha_1\sin\sigma}+\sin\alpha_k\cos^2\sigma\cos\alpha_1\cos\varphi_1\\&-\cos\alpha_k\sin^2\sigma\cos\varphi_k\sin\alpha_1-\cos\alpha_k\sin\sigma\cos\varphi_k\cos\alpha_1\cos\sigma\cos\varphi_1\\&-\underline{\sin\alpha_1\cos\sigma\sin\alpha_k\sin\sigma}-\sin\alpha_1\cos^2\sigma\cos\alpha_k\cos\varphi_k\\&+\cos\alpha_1\sin^2\sigma\cos\varphi_1\sin\alpha_k+\cos\alpha_1\sin\sigma\cos\varphi_1\cos\alpha_k\cos\sigma\cos\varphi_k\}.\end{aligned}$$

Beachtet man, daß die unterstrichenen Glieder sich gegenseitig aufheben, so bleibt:

$$\zeta_k-\zeta_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{\sin\alpha_k\cos\alpha_1\cos\varphi_1\cdot\underbrace{(\cos^2\sigma+\sin^2\sigma)}_{1}-\cos\alpha_k\sin\alpha_1\cos\varphi_k\underbrace{(\sin^2\sigma+\cos^2\sigma)}_{1}\}$$

oder

$$\zeta_k-\zeta_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{\cos\alpha_1\sin\alpha_k\cos\varphi_1-\sin\alpha_1\cos\alpha_k\cos\varphi_k\}. \qquad 10)$$

Analog findet man für die Abszissendifferenz den Ausdruck:

$$\begin{aligned}\xi_k-\xi_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{&\cos\alpha_k\sin\varphi_k\sin\alpha_1\sin\sigma+\cos\alpha_k\sin\varphi_k\cos\alpha_1\cos\sigma\cos\varphi_1\\&-\cos\alpha_1\sin\varphi_1\sin\alpha_k\sin\sigma-\cos\alpha_1\sin\varphi_1\cos\alpha_k\cos\sigma\cos\varphi_k\};\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}\xi_k-\xi_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{&\sin\alpha_1\cos\alpha_k\sin\sigma\sin\varphi_k+\cos\alpha_1\cos\alpha_k\cos\sigma\cdot(\sin\varphi_k\cos\varphi_1-\cos\varphi_k\sin\varphi_1)\\&-\cos\alpha_1\sin\alpha_k\sin\sigma\cdot\sin\varphi_1\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi_k-\xi_1=\frac{b}{N_k}\cdot\{&\sin\alpha_1\cos\alpha_k\sin\sigma\sin\varphi_k+\cos\alpha_1\cos\alpha_k\cos\sigma\cdot\sin(\varphi_k-\varphi_1)\\&-\cos\alpha_1\sin\alpha_k\sin\sigma\sin\varphi_1\}.\end{aligned} \qquad 11)$$

Beachtet man noch, daß

$$\varphi_k=\varphi_1+\beta_{1k}, \qquad 12)$$

so folgt aus 10):

$$\zeta_k - \zeta_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{\cos\alpha_1 \sin\alpha_k \cos\varphi_1 - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\varphi_1 \cos\beta_{1k} + \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\varphi_1 \sin\beta_{1k}\},$$

$$\zeta_k - \zeta_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{(\cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cdot \cos\beta_{1k})\cos\varphi_1 + \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k} \sin\varphi_1\}. \quad 13)$$

Und analog findet man aus 11):

$$\xi_k - \xi_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{\sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\sigma\cdot\sin\varphi_1 \cos\beta_{1k} + \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\sigma\cos\varphi_1 \sin\beta_{1k} + \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\sigma\cdot\sin\beta_{1k} - \cos\alpha_1 \sin\alpha_k \sin\sigma \sin\varphi_1\},$$

oder

$$\xi_k - \xi_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{(\sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k} - \cos\alpha_1 \sin\alpha_k)\sin\sigma\sin\varphi_1 + \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}\cdot\sin\sigma\cos\varphi_1 + \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}\cdot\cos\sigma\}. \quad 14)$$

Setzt man jetzt der kürzeren Schreibweise wegen:

$$\left.\begin{aligned} &\sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k} = A_k, \qquad \cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k} = B_k,\\ &(\sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k} - \cos\alpha_1 \sin\alpha_k)\cdot\sin\sigma = C_k,\\ &\sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}\sin\sigma = D_k, \qquad \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}\cos\sigma = E_k. \end{aligned}\right\} \quad 15)$$

Dann wird nach 13)

$$\left.\zeta_k - \zeta_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{A_k\cdot\sin\varphi_1 + B_k\cdot\cos\varphi_1\},\right.$$

und nach 14) $\quad 16)$

$$\left.\xi_k - \xi_1 = \frac{b}{N_k}\cdot\{C_k\cdot\sin\varphi_1 + D_k\cdot\cos\varphi_1 + E_k\}.\right.$$

Setzt man diese Werte 16) in die Gleichung 8) ein, so kommt:

$$\frac{A_k\sin\varphi_1 + B_k\cos\varphi_1}{C_k\sin\varphi_1 + D_k\cos\varphi_1 + E_k} = \frac{-(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\sin\theta + (\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\cos\theta}{(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\cos\theta + (\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\sin\theta};$$

oder anders geschrieben:

$$\{A_k\cdot(\bar\xi_k - \bar\xi_1) - C_k(\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\}\sin\varphi_1\cos\theta + \{C_k(\bar\xi_k - \bar\xi_1) + A_k(\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\}\sin\varphi_1\sin\theta + \{B_k\cdot(\bar\xi_k - \bar\xi_1) - D_k(\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\}\cos\varphi_1\cos\theta + \{D_k(\bar\xi_k - \bar\xi_1) + B_k(\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\}\cos\varphi_1\sin\theta + E_k\cdot(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\sin\theta - E_k\cdot(\bar\zeta_k - \bar\zeta_1)\cos\theta = 0.$$

Dividiert man diese Gleichung

$$(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\cdot\cos\Theta,$$

und beachtet man, daß $\frac{\bar\zeta_k - \bar\zeta_1}{\bar\xi_k - \bar\xi_1} = \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k}$ = Richtungstangente der Strecke $\overline{p_1 p_k}$ im willkürlich gewählten Achsensystem $(\bar O; \bar\xi, \bar\zeta)$, dann folgt:

$$(A_k - C_k\cdot\operatorname{tg}\bar\varrho_{1k})\sin\varphi_1 + (C_k + A_k\cdot\operatorname{tg}\bar\varrho_{1k})\sin\varphi_1\operatorname{tg}\theta + (B_k - D_k\operatorname{tg}\bar\varrho_{1k})\cos\varphi_1 + (D_k + B_k\operatorname{tg}\bar\varrho_{1k})\cos\varphi_1\operatorname{tg}\theta + E_k\cdot\operatorname{tg}\theta - E_k\cdot\operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} = 0$$

Setzt man jetzt noch der Kürze wegen:

$$\left.\begin{array}{rl} A_k - C_k \operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = a_k & \sin\varphi_1 = x_1 \\ C_k + A_k \operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = b_k & \sin\varphi_1 \operatorname{tg}\theta = x_2 \\ B_k - D_k \operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = c_k & \cos\varphi_1 = x_3 \\ D_k + B_k \operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = d_k & \cos\varphi_1 \operatorname{tg}\theta = x_4 \\ E_k = e_k & \operatorname{tg}\theta = x_5 \\ -E_k \cdot \operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = l_k & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \end{array}\right\} \quad 17)$$

dann geht die letzte Gleichung über in:

$$\underline{a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 + d_k \cdot x_4 + e_k \cdot x_5 + l_k = 0}. \quad 18)$$

Diese Gleichung gestattet aber die Berechnung von φ_1 und θ und führt dann weiter zur indirekten Bestimmung der Hauptpunktskoordinaten $\bar{\xi}_0\ \bar{\eta}_0$ und der Bildweite b.

Hat man nämlich für 6 Punkte $P_1 P_2 \ldots P_6$ im Felde die Winkel

$$\beta_{12}, \beta_{13}, \ldots, \beta_{16} \quad \text{und} \quad \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_6$$

durch direkte Winkelmessung festgestellt, oder hat man diese Größen aus den bekannten Raumkoordinaten dieser Punkte berechnet, hat man ferner aus direkten Abmessungen im Photogramm die Koordinaten $\bar{\xi}_1\ \bar{\eta}_1$, $\bar{\xi}_2\ \bar{\eta}_2$, …, $\bar{\xi}_6\ \bar{\eta}_6$ der Bildpunkte $p_1\ p_2 \ldots p_6$ ermittelt und mit diesen die Zahlenwerte von

$$\operatorname{tg} \bar{\varrho}_{1k} = \frac{\bar{\eta}_k - \bar{\eta}_1}{\bar{\xi}_k - \bar{\xi}_1}, \qquad \text{für} \quad k = 2, 3, 4, 5, 6 \quad 19)$$

errechnet, dann kann man unter Zuhilfenahme der Gleichungen 15) und 17) die Zahlenwerte von

$$a_k, b_k, \ldots, l_k \qquad \text{für} \quad k = 2, 3, 4, 5, 6$$

feststellen.

Mit diesen Zahlenwerten bildet man zur Bestimmung der Unbekannten

$$x_1, x_2, \ldots, x_5$$

nach Formel 18) das Gleichungssystem:

$$\left.\begin{array}{l} a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 + d_2 x_4 + e_2 x_5 + l_2 = 0 \\ a_3 x_1 + b_3 x_2 + c_3 x_3 + d_3 x_4 + e_3 x_5 + l_3 = 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_6 x_1 + b_6 x_2 + c_6 x_3 + d_6 x_4 + e_6 x_5 + l_6 = 0 \end{array}\right\} \quad 20)$$

Das sind nämlich 5 lineare, nichthomogene Gleichungen, die zur Berechnung der 5 Unbekannten $x_1, x_2, \ldots, x_5$ gerade ausreichen.

Als Rechenkontrollen ergeben sich mit Rücksicht auf 17) nachstehende Beziehungen:

$$\left.\begin{array}{l} \underline{\dfrac{x_1}{x_3} = \dfrac{x_2}{x_4} = \operatorname{tg}\varphi_1} \quad \text{und} \quad \underline{\dfrac{x_2}{x_1} = \dfrac{x_4}{x_3} = \operatorname{tg}\theta}, \\ \text{daraus die Zahlenwerte:} \\ \underline{\varphi_1 = \ldots}; \quad \text{und} \quad \underline{\theta = \ldots}. \end{array}\right\} \quad 21)$$

Hat man aber überschüssige Beobachtungen gemacht, d. h. hat man im Felde $n > 6$ Punkte $P_1 P_2 \ldots P_n$ direkt beobachtet, und die Winkel $\beta_{12}, \beta_{13}, \ldots, \beta_{1n}$ bzw. die Höhenwinkel $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ gemessen, oder hat diese Winkel aus den bekannten Koordinaten der Feldpunkte und des opt. Mittelpunktes der Kamera berechnet, dann kann man die Gleichungen 20) bis auf den Index n ausdehnen und erhält zur Berechnung der Unbekannten das System:

$$\left.\begin{aligned} a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 + d_2 x_4 + e_2 x_5 + l_2 &= 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot

aus; und zwar entweder direkt nach den Formeln 3) und 5), oder aber bequemer nach den folgenden, unmittelbar aus Abb. 1 folgenden Gleichungen:

$$\underline{\xi_k = b \cdot \operatorname{tg} \varphi_k'}, \qquad \underline{\zeta_k = \frac{b}{\cos \varphi_k'} \cdot \operatorname{tg} \alpha_k'}, \quad \text{für } k = 1, 2, \ldots, n. \quad 28)$$

Hernach liefern die Transforationsformeln 6):

$$\left.\begin{aligned} \underline{\bar{\xi}_0 = \bar{\xi}_k - \xi_k \cdot \cos\theta + \zeta_k \sin\theta} \\ \underline{\bar{\zeta}_0 = \bar{\zeta}_k - \xi_k \sin\theta - \zeta_k \cdot \cos\theta} \end{aligned}\right\} \quad \text{für} \quad k = 1, 2, \ldots, n. \quad 29)$$

Diese Gleichungen ergeben sowohl für $\bar{\xi}_0$ als auch für $\bar{\zeta}_0$ je n Zahlenwerte, deren Mittelwerte man wieder als die Endwerte dieser Größen betrachten kann.

Speziell für vertikale Bildebene, also horizontale Bilddistanz b, ist

$$\sigma = 0,$$

also

$$\sin\sigma = 0; \qquad \cos\sigma = 1.$$

Somit nach 15)

$$C_k = D_k = 0 \quad \text{und} \quad E_k = \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k},$$
$$A_k = \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}, \qquad B_k = \cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k}.$$

Damit findet man aus 17):

$$\left.\begin{aligned} a_k &= A_k = \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}, \\ b_k &= A_k \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k} = \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k} \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k}, \\ c_k &= B_k = \cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cdot \cos\beta_{1k}, \\ d_k &= B_k \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k} = (\cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k}) \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k}, \\ e_k &= E_k = \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \cdot \sin\beta_{1k}, \\ l_k &= -E_k \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k} = -\cos\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k} \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k}. \end{aligned}\right\} \quad 30)$$

Diese Koeffizienten sind in 18) einzusetzen und die weitere Behandlung der letztgenannten Gleichung zwecks Auswertung der Unbekannten $x_1, \ldots, x_5$, ist unverändert bis inklusive 23) beizubehalten.

Dagegen folgt aus 25) wegen $\sigma = 0$,

$$\sin\alpha_k' = \sin\alpha_k, \quad \text{also} \quad \alpha_k' = \alpha_k$$

und aus 26)

$$\cos\varphi_k' = \cos\varphi_k, \quad \text{also} \quad \varphi_k' = \varphi_k.$$

Mithin gehen die Gleichungen 27) über in:

$$\left.\begin{aligned} \underline{b = \{(\xi_k - \bar{\xi}_1)\cos\theta + (\bar{\zeta}_k - \bar{\zeta}_1)\sin\theta\} \frac{\cos\varphi_k \cos\varphi_1}{\sin\beta_{1k}}} \\ \underline{b = \{-(\xi_k - \bar{\xi}_1)\sin\theta + (\bar{\zeta}_k - \bar{\zeta}_1)\cos\theta\} \cdot \frac{\cos\varphi_k \cos\varphi_1}{\cos\varphi_1 \operatorname{tg}\alpha_k - \cos\varphi_k \operatorname{tg}\alpha_1}} \end{aligned}\right\} \quad k = 2, 3, \ldots, n. \quad 31)$$

Und die Gleichungen 28) gehen über in:

$$\underline{\xi_k = b \cdot \operatorname{tg}\varphi_k}, \qquad \underline{\zeta_k = \frac{b}{\cos\varphi_k} \cdot \operatorname{tg}\alpha_k}, \quad k = 1, 2, \ldots, n. \quad 32)$$

Die zur Bestimmung von $\bar{\xi}_0$ und $\bar{\zeta}_0$ dienenden Formeln 29) bleiben unverändert erhalten.

Bisher wurde angenommen, daß der Neigungswinkel σ der Bilddistanz b eine bekannte Größe sei, also durch direkte Messung am Instrumente bestimmt wurde.

In dem Falle, wo σ eine unbekannte Größe ist, setze man in den Gleichungen 13) und 14)

$$\left.\begin{aligned} A_k^0 &= \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}, \qquad B_k^0 = \cos\alpha_1 \sin\alpha_k - \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k}, \\ C_k^0 &= -B_k^0 = \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \cos\beta_{1k} - \cos\alpha_1 \sin\alpha_k, \\ D_k^0 &= A_k^0 = \sin\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}, \qquad E_k^0 = \cos\alpha_1 \cos\alpha_k \sin\beta_{1k}. \end{aligned}\right\} \quad 33)$$

Damit gehen die genannten Gleichungen 13) und 14) über in:

$$\zeta_k - \zeta_1 = \frac{b}{N_k} \cdot (A_k^0 \sin\varphi_1 + B_k^0 \cos\varphi_1),$$

$$\xi_k - \xi_1 = \frac{b}{N_k} \cdot (C_k^0 \sin\varphi_1 \sin\sigma + D_k^0 \cos\varphi_1 \sin\sigma + E_k^0 \cdot \cos\sigma).$$

Und es wird mit Rücksicht auf die Transformationsformeln 7):

$$\frac{\zeta_k - \zeta_1}{\xi_k - \xi_1} = \frac{-(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\sin\theta + (\bar\xi_k - \bar\xi_1)\cos\theta}{(\bar\xi_k - \bar\xi_1)\cos\theta + (\bar\xi_k - \bar\xi_1)\sin\theta}$$

$$= \frac{A_k^0 \sin\varphi_1 + B_k^0 \cos\varphi_1}{C_k^0 \sin\varphi_1 \sin\sigma + D_k^0 \cos\varphi_1 \sin\sigma + E_k^0 \cos\sigma}.$$

Oder entwickelt:

$$\begin{aligned} &-(\bar\xi_k - \bar\xi_1) C_k^0 \sin\theta \sin\varphi_1 \sin\sigma - (\bar\xi_k - \bar\xi_1) D_k^0 \sin\theta \cos\varphi_1 \sin\sigma - (\bar\xi_k - \bar\xi_1) E_k^0 \sin\theta \cos\sigma \\ &+ (\bar\xi_k - \bar\xi_1) C_k^0 \cos\theta \sin\varphi_1 \sin\sigma + (\bar\xi_k - \bar\xi_1) D_k^0 \cos\theta \cos\varphi_1 \sin\sigma + (\bar\xi_k - \bar\xi_1) E_k^0 \cos\theta \cos\sigma \\ &- (\bar\xi_k - \bar\xi_1) A_k^0 \cos\Theta \sin\varphi_1 - (\bar\xi_k - \bar\xi_1) B_k^0 \cos\theta \cos\varphi_1 - (\bar\xi - \bar\xi_1) A_k^0 \sin\theta \sin\varphi_1 \\ &- (\bar\xi_k - \bar\xi_1) B_k^0 \sin\theta \cos\varphi_1 = 0. \end{aligned}$$

Dividiert man diese Gleichung durch

$$(\bar\xi_k - \bar\xi_1) \cdot \cos\Theta \cos\varphi_1$$

und beachtet man, daß

$$\frac{\bar\zeta_k - \bar\zeta_1}{\bar\xi_k - \bar\xi_1} = \operatorname{tg} \bar\varrho_{1k}$$

ist, so kommt:

$$\begin{aligned} &- C_k^0 \cdot \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\varphi_1 \sin\sigma - D_k^0 \operatorname{tg}\theta \sin\sigma - E_k^0 \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot \frac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} + C_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 \sin\sigma \\ &+ D_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot \sin\sigma + E_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot \frac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} - A_k^0 \operatorname{tg}\varphi_1 - B_k^0 - A_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\varphi_1 \\ &- B_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \operatorname{tg}\theta = 0. \end{aligned}$$

Setzt man nun entsprechend den Gleichungen 33)

$$D_k^0 = A_k^0 \quad \text{und} \quad C_k^0 = -B_k^0,$$

dann kommt bei Zusammenfassung der gleichartig unterstrichenen Glieder nachstehender Ausdruck zum Vorschein:

$$\begin{aligned} &B_k^0 \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\varphi_1 \sin\sigma - A_k^0 \cdot (\operatorname{tg}\theta \sin\sigma + \operatorname{tg}\varphi_1) - E_k^0 \cdot \operatorname{tg}\theta \cdot \frac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} \\ &- B_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot (\operatorname{tg}\varphi_1 \sin\sigma + \operatorname{tg}\Theta) \\ &+ A_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot (\sin\sigma - \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\varphi_1) + E_k^0 \operatorname{tg}\bar\varrho_{1k} \cdot \frac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} - B_k^0 = 0. \end{aligned}$$

Setzt man jetzt in diesem Ausdruck:

$$\begin{array}{rcrl} B_k^0 = a_k^0 & & \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\varphi_1 \cdot \sin\sigma = x_1^0 & 1. \\ -A_k^0 = b_k^0 & & \operatorname{tg}\theta \sin\sigma + \operatorname{tg}\varphi_1 = x_2^0 & 2. \\ -E_k^0 = c_k^0 & & \operatorname{tg}\theta \cdot \dfrac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} = x_3^0 & 3. \\ -B_k^0 \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k} = d_k^0 & \text{und} & \operatorname{tg}\varphi_1 \sin\sigma + \operatorname{tg}\theta = x_4^0 & 4. \quad 34) \\ A_k^0 \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_{1k} = e_k^0 & & \sin\sigma - \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\theta = x_5^0 & 5. \\ E_k^0 \cdot \operatorname{tg}\bar{\varrho}_1 = f_k^0 & & \dfrac{\cos\sigma}{\cos\varphi_1} = x_6^0 & 6. \\ -B_k^0 = l_k^0 & & \cdots\cdots\cdots & \end{array}$$

so erhält man:

$$a_k^0 \cdot x_1^0 + b_k^0 \cdot x_2^0 + c_k^0 \cdot x_3^0 + d_k^0 \cdot x_4^0 + e_k^0 \cdot x_5^0 + f_k^0 \cdot x_6^0 + l_k^0 = 0. \qquad 35)$$

Das ist aber eine lineare, nichthomogene Gleichung mit 6 Unbekannten

$$x_1^0,\ x_2^0, \ldots, x_6^0,$$

welche zur Bestimmung dieser Unbekannten genau so behandelt werden kann, wie früher die Gleichung 18) mit nur 5 Unbekannten $x_1, x_2, \ldots, x_5$ behandelt wurde.

Hat man die Zahlenwerte von $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_6^0$ gefunden, dann erhält man die gesuchten Größen θ, σ und φ_1 aus den Gleichungen 34) wie folgt:

$$34)\ \frac{3.}{6.} \quad \text{gibt} \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{x_3^0}{x_6^0}, \quad \text{daraus} \quad \theta = \cdots. \qquad 36)$$

Aus 34) 5. folgt:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = (\sin\sigma - x_5^0)\operatorname{cotg}\theta = (\sin\sigma - x_5^0) \cdot \frac{x_6^0}{x_3^0},$$

dieses eingesetzt in 34) 2. gibt mit Berücksichtigung von 36)

$$\frac{x_3^0}{x_6^0} \cdot \sin\sigma + \frac{x_6^0}{x_3^0}(\sin\sigma - x_5^0) = x_2^0,$$

oder

$$\sin\sigma \cdot \frac{(x_3^0)^2 + (x_6^0)^2}{x_3^0 x_6^0} = x_2^0 + x_5^0 \cdot \frac{x_6^0}{x_3^0} = \frac{x_2^0 x_3^0 + x_5^0 x_6^0}{x_3^0},$$

also

$$\sin\sigma = x_6^0 \cdot \frac{x_2^0 x_3^0 + x_5^0 x_6^0}{(x_3^0)^2 + (x_6^0)^2}, \quad \text{daraus} \quad \sigma = \cdots. \qquad 37$$

Schließlich wird aus 34) 1.

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{x_1^0}{\operatorname{tg}\theta \cdot \sin\sigma} \overset{36)}{\underset{37)}{=}} x_1^0 \cdot \frac{x_6^0}{x_3^0} \cdot \frac{1}{x_6^0} \cdot \frac{(x_3^0)^2 + (x_6^0)^2}{x_2^0 x_3^0 + x_5^0 x_6^0},$$

oder

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{x_1^0}{x_3^0} \cdot \frac{(x_3^0)^2 + (x_6^0)^2}{x_2^0 x_3^0 + x_5^0 x_6^0}, \quad \text{daraus} \quad \varphi_1 = \cdots. \qquad 38)$$

Hat man auf die vorstehende Art die Größen θ, σ, φ_1 ermittelt, dann findet man die Bilddistanz b und die Hauptpunktskoordinaten ξ_0 ζ_0 durch sukzessive Auswertung der Formeln 24), 25), 26), 27), 28), 29).

Hat man die Hauptpunktsbestimmung durchgeführt und das für die Bildausmessung wesentliche Achsenkreuz $(O; \xi\zeta)$ ermittelt, dann können für jeden Bild-

punkt p die zugeordneten Koordinatenwerten ξ, ζ durch direkte Abmessungen gefunden werden.

In den allgemein gebräuchlichen Formeln für photogrammetrische Zwecke wird aber vertikale Plattenstellung bei der Aufnahme vorausgesetzt, bei der natürlich auch andere Bildpunktkoordinaten auftreten müssen. Bezeichnet man die letzteren mit $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{z}$, während man die Bildpunktkoordinaten für die geneigte Platte unter gleichem Azimut so wie bisher mit $\xi\,\zeta$ bezeichnet, dann ist es einfach, zu zeigen, wie $\mathfrak{x}, \mathfrak{z}$ aus ξ, ζ berechnet werden kann.

Offenbar hat man weiter nichts zu tun, als die Winkel φ und α für die einzelnen Bildpunkte p festzustellen.

Hierzu folgt aus Formel 1):

$$\cos\alpha\cos\varphi = \frac{\cos\alpha'\cos\varphi' - \sin\alpha\sin\sigma}{\cos\sigma}$$

und damit wird nach Gleichung 3):

$$\frac{\zeta}{b} = \frac{\sin\alpha\cos\sigma - \sin\sigma\cdot\dfrac{\cos\alpha'\cos\varphi' - \sin\alpha\sin\sigma}{\cos\sigma}}{\sin\alpha\sin\sigma + \cos\sigma\cdot\dfrac{\cos\alpha'\cos\varphi' - \sin\alpha\sin\sigma}{\cos\sigma}}$$

$$= \frac{\sin\alpha\cos^2\sigma - \cos\alpha'\cos\varphi'\sin\sigma + \sin\alpha\sin^2\sigma}{\sin\alpha\sin\sigma\cos\sigma + \cos\alpha'\cos\varphi'\cos\sigma - \sin\alpha\sin\sigma\cos\sigma} = \frac{\sin\alpha - \cos\alpha'\cos\varphi'\sin\sigma}{\cos\alpha'\cos\varphi'\cos\sigma}.$$

Oder wegen 28):

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\cos\varphi'} = \frac{\sin\alpha - \cos\alpha'\cos\varphi'\sin\sigma}{\cos\alpha'\cos\varphi'\cos\sigma} = \frac{\sin\alpha'}{\cos\alpha'\cos\varphi'},$$

daraus wird

$$\left.\begin{aligned} &\sin\alpha = \sin\alpha'\cos\sigma + \cos\alpha'\sin\sigma\cos\varphi', \\ &\text{wobei nach 28)} \\ &\operatorname{tg}\varphi' = \frac{\xi}{b} \qquad \text{und} \qquad \operatorname{tg}\alpha' = \frac{\zeta}{b}\cdot\cos\varphi'. \end{aligned}\right\} \quad 39)$$

Die erste Gleichung von 39) sagt aus, daß in Abb. 1 in dem linken sphär. Dreieck um den Punkt p der Winkel gegenüber der Seite $(90 - \alpha)$ gleich sein müsse dem Winkel φ', was auch durch rein geometrische Überlegung bestätigt wird. Nun folgt aus diesem sphär. Dreieck die Beziehung:

$$\left.\begin{aligned} &\sin(90-\alpha)\cos(180-\varphi) = \sin\sigma\cos(90-\alpha') - \cos\sigma\sin(90-\alpha')\cos\varphi' \\ &-\cos\alpha\cdot\cos\varphi = \sin\sigma\sin\alpha' - \cos\sigma\cos\alpha'\cos\varphi', \\ &\cos\varphi = -\frac{\sin\sigma\sin\alpha' - \cos\sigma\cos\alpha'\cos\varphi'}{\cos\alpha}, \\ &\text{daraus} \\ &\varphi = \cdots. \end{aligned}\right\} \quad 40)$$

Kennt man aber, so wie dies der Fall ist, die Größen b, φ, α, dann kann man die Bildpunktkoordinaten $(\mathfrak{x}, \mathfrak{z})$, die einer vertikal stehenden Platte mit horizontaler Bilddistanz unter gleichem Azimut entsprechen würden, wie folgt berechnen:

$$\mathfrak{x} = b\cdot\operatorname{tg}\varphi, \qquad \mathfrak{z} = \frac{b}{\cos\varphi}\cdot\operatorname{tg}\alpha. \qquad 41)$$

Reisetachymeter von 9 cm Kreisdurchmesser von F. W. Breithaupt & Sohn.

Von
Dr. **W. Uhink** in Kassel.

(Mitteilung aus den Werkstätten von F. W. Breithaupt & Sohn.)

Die Wünsche der praktisch tätigen Vermessungsingenieure gehen in ständig wachsendem Maße dahin, mit möglichst kleinen und leichten, aber auch gegen äußere Einflüsse geschützten Instrumenten zu arbeiten, die dabei doch die erforderliche Genauigkeit gewährleisten und die Handhabung bequem machen. In wieweit man diesen berechtigten Forderungen nachkommen kann, soll an einem 9-cm Bussolen-Tachymeter (siehe: F. W. Breithaupt & Sohn, Neue Tachymeter, 1924, Selbstverlag; ferner Marchand; Zeitgemäße Instrumente, *Ill. Kolon.-Zeitg.* **1.** *S. 1. 1926*) gezeigt werden, das von der Firma F. W. Breithaupt & Sohn-Kassel seit 1924 gebaut wird und weite Verbreitung gefunden hat.

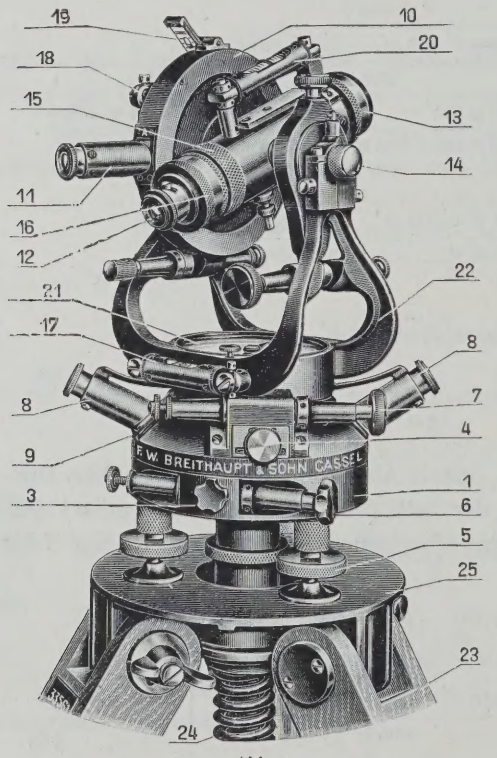


Abb. 1.

Als Grundlage der Konstruktion dienten folgende Gesichtspunkte:

Wie bei einem Tachymeter üblich, sollen alle Ablesungen von einem Standpunkt aus möglich sein, um Bequemlichkeit des Messungsvorgangs mit Schnelligkeit zu vereinen.

Zur Erhöhung der Stabilität sollte der Schwerpunkt des Instrumentes möglichst tief gelegt werden.

Alle empfindlichen Teile sollten verdeckt eingebaut sein, so daß äußere Einflüsse, wie Staub und Nässe, unschädlich bleiben.

Die Fernrohrleistung, Ablesegenauigkeit an den Kreisen und die Libellenempfindlichkeit sollen in angemessenem Verhältnis zueinander stehen.

Die Ausführung dieser Gedanken führte zu einer Konstruktion, die in mancher Hinsicht Neuerungen aufweist, weswegen sie hier näher besprochen werden soll. (Abb. 1.)

Der Dreifuß mit den drei verdeckten Stellschrauben (5) ist als zylindrische Buchse (1) aus Bronze ausgebildet, die in ihrem Inneren den dadurch vollständig geschützten Grundkreis aufnimmt. Außerdem befinden sich noch in der Buchse die beiden Klemmarme für den Kreis und für die Repetition. Die Teilung in $^1/_3{}^0 = 20'$ (oder $^1/_2{}^g$ zentesimal) ist auf einer um 45^0 geneigten Kegelfläche von 9 cm Durchmesser auf Feinsilber aufgetragen. Die mehrfach untersuchten hierbei verwandten Kreisteilmaschinen bieten Gewähr für höchste Genauigkeit der Teilung. Auf gute Zentrierung der Kreise wird größter Wert gelegt. Noch oben wird die Buchse (1) durch eine kegelförmige Hülle mit 2 Fenstern (9) bedeckt, durch welche die Nonien mit 30″ (bzw. 1′) Angabe mit den drehbaren Lupen (8) abgelesen werden können.

Der Nonius I ist 45° gegen die Visierlinie versetzt, so daß er bequem ohne wesentliche Stellungsänderung abgelesen werden kann. Ein einfacher Indexstrich (Puller, *Zeitschr. f. Vermess.* **25.** *S. 67. 1895*) erleichtert die Ablesung beim Tachymetrieren. Die Köpfe der sehr übersichtlich angeordneten verdeckten Klemm- und Feinbewegungsschrauben (3, 4 bzw. 6, 7) sind von verschiedener Form, um Verwechslungen der Zeigerkreis- und Grundkreisbewegung zu vermeiden. — Die eigenartige Anordnung des Unterbaues, bei der Grund- und Zeigerkreis gemeinsam in einem geschlossenen Gehäuse liegen, das aus der kegelförmigen Verdeckung einerseits und dem Dreifuß andererseits gebildet wird, ist durch Gebrauchsmuster Nr. 880293 Klasse 42 C, vom 17. Juli 1924 geschützt. Der Schutz erstreckt sich auch darauf, daß durch diese Anordnung der Schwerpunkt möglichst tief gelegt worden ist. — Mit der kegelförmigen Verdeckung verschraubt ist der Oberbau, bestehend aus dem Träger, der Bussole, dem Fernrohr und dem Höhenkreis. Die weitausladende Breithauptsche Form des Trägers (22) in Rippenkonstruktion gestattet, die hochkant gestellte 50 mm lange Balkennadel der Bussole (21) in jeder Lage abzulesen. Die Nadel besteht aus bestem, sorgfältig gehärtetem Magnetstahl, auf Wunsch auch aus Kobaltstahl. (s. Stäblein, *Physikal. Zeitschr.* **26.** *S, 700—707. 1925.*) Der ebenfalls vollständig verdeckte Höhenkreis (10) von 85 mm Teilungsdurchmesser besitzt eine Kantenteilung auf Feinsilber; die Nonien gestatten dieselbe Ablesegenauigkeit wie am Grundkreis. Zum Tachymetrieren dient auch hier wieder ein einfacher Indexstrich am Nonius *A*, der infolge der Kantenteilung besonders bequem ganz in der Nähe des Fernrohrokulares mit der Lupe (11) abgelesen werden kann. Die Fernrohrachse aus Hartbronze ruht in den *y*-förmigen Lagern des Trägers, deren einer bei (14) in Höhe justierbar ist. Außer den üblichen Lagerdeckeln kann auch noch ein neuartiger Achsenschutz angebracht werden, der die Achse völlig staubdicht umschließt und sie dadurch vor schnellem Verschleiß durch Staub und Schmutz schützt. Das Fernrohr (13) ist vollständig durchschlagbar, von unveränderlicher Länge und staub- und wasserdicht abgeschlossen. Die Scharfstellung auf die verschiedenen Zielweiten erfolgt durch die Bewegung einer inneren Schaltlinse, deren Antrieb durch die durchbohrte Horizontalachse mit dem Triebknopf (14) erfolgt. Diese Einrichtung gewährt Schutz gegen unbeabsichtigte Drehung des Fernrohres, da die Fokusierung ohne Berühren des Fernrohres selbst erfolgen kann und bei jeder beliebigen Fernrohrlage sehr bequem ist. Die Objektivöffnung beträgt 23 mm. Bei der 18 fachen Normalvergrößerung übersieht man ein Gesichtsfeld von ca. 2°. Hierbei hat also die Austrittspupille einen Durchmesser von 1,3 mm, womit sich als relative Helligkeit 1,6 ergibt. Mit einem besonderen euryskopischen Großfeldokular ist jedoch auch noch eine 24malige Vergrößerung erreichbar, ohne daß die Helligkeit zu gering würde. Ein gebrochenes Okular von 15maliger Vergrößerung gestattet Zielungen bis zum Zenit. Infolge der besonderen Ausbildung des Unterbaues sind Visuren nach unten bis zu 67° Neigung möglich. Ein Fadendistanzmesser im Verhältnis 1:100 oder in jedem anderen gewünschten Verhältnis ist vor dem Okular (12) angebracht. Die Justierschrauben für das Fadenkreuz sind durch die leicht abschraubbare Kappe (16) gegen unbeabsichtigte Verstellung gesichert. Die kürzeste Zielweite des Fernrohres beträgt ca. 10 m, was selbst in der Grube in den meisten Fällen ausreicht. Wenn das Instrument, wie es häufig verlangt worden ist, ohne Bussole ausgeführt werden soll, kann man auch die Stehachse durchbohren und das Fernrohr selbst zum Abloten über oder unter einem Punkt benutzen.

Zwei Kreuzlibellen (17) von 60″ und eine Höhenkreislibelle (18) von 30″ Empfindlichkeit mit Spiegelablesung (19) vervollständigen die Ausrüstung. Zur Ausführung

einfacher Einwägungen ist noch auf dem Fernrohr eine Wendelibelle (20) von 30″ Empfindlichkeit angebracht.

Für Nachtbeobachtungen z. B. bei geographischen Ortsbestimmungen ist ferner noch eine Gesichtsfeldbeleuchtung vorhanden, deren Fenster sich an der durchbohrten Horizontalachse gegenüber (14) befindet. Ein Knopf mit drehbarem Spiegelchen am Fernrohr erlaubt es, die günstigste Beleuchtung einzustellen.

Die Gesamthöhe des Instrumentes ist nur 185 mm. Das Gewicht beträgt 3,5 kg.

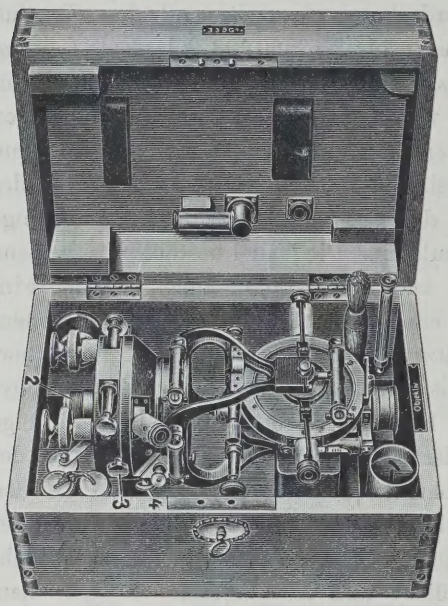


Abb. 2.

In der Abb. 2 ist die äußerst kompendiöse Verpackung dargestellt. Die üblichen Zubehör- und Ersatzteile sind in dem Kasten untergebracht. Auf Wunsch wird der Tachymeter auch stehend in einem Schrank verpackt, wobei er auf einem herausschiebbaren Brett festgeschraubt ist.

Das Instrument hat sehr vielseitige Anwendungsgebiete und ist wegen seiner tropensicheren Einkapselung aller empfindlichen Teile und der Möglichkeit sehr steiler Visuren namentlich im Auslande sehr beliebt und verwendet worden für:

Eisenbahn- und Wasserbauten,
Forst- und Gebirgsvermessungen,
Geographische Ortsbestimmungen auf Reisen,
Markscheiderische Vermessungen.

Die Genauigkeit, die mit dem Tachymeter zu erreichen ist, entspricht der Präzision der Serienherstellung. Eine eingehende Untersuchung des Instrumentes an der technischen Hochschule zu Charlottenburg und eine Diskussion der erhaltenen Resultate wird demnächst an anderer Stelle veröffentlicht werden. Hier mag die vorläufige Bemerkung genügen, daß die Ergebnisse in jeder Weise äußerst zufriedenstellend waren und die Genauigkeit der amtlichen Fehlergrenzen bei Polygonzugmessungen $(1',5\sqrt{n})$ um mehr als das 6fache übertrafen.

Dieses Ergebnis genügt vollauf selbst den höheren Ansprüchen einer Stadtvermessung.

Über den Gebrauch des Braceschen Halbschattenkompensators bei der gleichzeitigen Messung von Azimut und Elliptizität der Schwingungsellipse.

Von
G. Szivessy in Münster i. W.

§ 1. Allgemeines über den Braceschen Halbschattenkompensator. Der in der elliptischen Polarimetrie zur Messung kleiner Phasendifferenzen dienende Bracesche Halbschattenkompensator beruht bekanntlich auf folgender Anordnung[1]):

[1]) D. B. Brace, *Phil. Mag. (6)* **7.** *S. 320. 1904; Phys. Rev.* **18.** *S. 70. 1904;* **19.** *S. 218. 1904;* über die Theorie des Instruments vgl. O. Hebecker, Der elliptische Halbschattenkompensator von Brace. Ein Beitrag zur Kenntnis der elliptischen Reflexionspolarisation an durchsichtigen

Zwischen gekreuzten Nicol (Polarisator und Analysator) befinden sich senkrecht zum Gange der monochromatischen Parallelstrahlung zwei dünne Glimmerplatten. Die eine dieser Platten, die sogenannte Kompensatorplatte, ist in ihrer Ebene drehbar und bedeckt das ganze Gesichtsfeld; die zweite Platte, die sogenannte Halbschattenplatte, besitzt festes Azimut und nimmt nur das halbe Gesichtsfeld ein.

Bedeutet δ die Phasendifferenz der Kompensatorplatte, ϑ die (kleine) Phasendifferenz der Halbschattenplatte und ε das (auf die Schwingungsrichtung des Analysators bezogene) Azimut der letzteren, so muß die Bedingung erfüllt sein

$$\vartheta \sin 2\varepsilon < 2\delta .$$

Bei beliebiger Stellung der Kompensatorplatte besitzen dann die beiden Gesichtsfeldhälften im allgemeinen verschiedene Intensität; wird die Kompensatorplatte in ihrer Ebene gedreht, so erhält man bei einer vollen Umdrehung der Reihe nach vier Stellungen, bei welchen die Intensitäten der Gesichtsfeldhälften gleich dunkel werden. Diese Stellungen der Kompensatorplatte bezeichnen wir als Halbschattenstellungen, die ihnen entsprechenden (auf die Schwingungsrichtung des Analysators bezogenen) Azimute der Kompensatorplatte als Halbschattenazimute. Sind ϱ_{01}, ϱ_{02}, ϱ_{03}, ϱ_{04} die Halbschattenazimute, so ist

$$\varrho_{01} = \varrho_{01}, \quad \varrho_{02} = \frac{\pi}{2} - \varrho_{01}, \quad \varrho_{03} = \pi + \varrho_{01}, \quad \varrho_{04} = \frac{3}{2}\pi - \varrho_{01}. \qquad 1)$$

Um die Phasendifferenz Δ der Hauptkomponenten einer planparallelen, nicht absorbierenden, schwach doppelbrechenden Schicht mit Hilfe des Braceschen Kompensators zu messen, kann man folgendermaßen verfahren: Man bringt die Schicht senkrecht zum Gang der monochromatischen Parallelstrahlung im Azimut $\frac{\pi}{4}$ zwischen Polarisator und Braceschen Halbschattenkompensator, ohne das Azimut der Halbschattenplatte zu ändern; die auf den Bracesehen Halbschattenkompensator fallende Strahlung ist jetzt elliptisch polarisiert, das auf die Schwingungsrichtung A des Analysators (Abb. 1) bezogene Azimut der Schwingungsellipse beträgt bei dieser Anordnung $\frac{\pi}{2}$. Für die Kompensatorplatte existieren bei einer vollen Umdrehung wieder vier, von den vorigen verschiedene, Halbschattenazimute

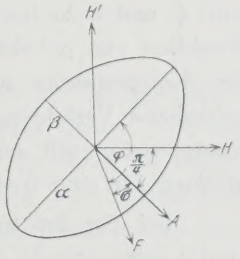


Abb. 1.

$$\varrho_1 = \varrho_1, \quad \varrho_2 = \frac{\pi}{2} - \varrho_1, \quad \varrho_3 = \pi + \varrho_1, \quad \varrho_4 = \frac{3}{2}\pi - \varrho_2; \qquad 2)$$

sind H und H' zwei Richtungen, die in bezug auf A die Azimute $\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{\pi}{4}$ besitzen, so fallen H und H' bei der beschriebenen Anordnung mit den Hauptschwingungsrichtungen der doppelbrechenden Schicht zusammen und man hat dann für die gesuchte Phasendifferenz Δ der nach H und H' genommenen Komponenten

$$\Delta = \sin\delta\,(\sin 2\varrho - \sin 2\varrho_0), \qquad 3)$$

wobei ϱ und ϱ_0 zwei einander entsprechende, d. h. nächst gelegene Werte der beiden

Körpern. *Dissert. Göttingen 1912;* C. Bergholm, *Ann. d. Phys. (4)* **43.** *S. 7. 1914; (4)* **44.** *S. 1053. 1914; Uppsala Univ. Årsskr. 1915. S. 5.* Über seinen Gebrauch G. Szivessy, *Zeitschr. f. Phys.* **6.** *S. 311. 1921* oder auch F. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Phys. 14. Aufl. S. 404, Leipzig 1923.

Reihen 1) und 2) sind. Δ ist somit durch 1), 2) und 3) bestimmt, falls δ für die betreffende Frequenz bekannt ist.

Erteilt man, ausgehend von der gekreuzten Nicolstellung, dem Polarisator eine beliebige Drehung, d. h. wird das (auf die Schwingungsrichtung des Analysaters bezogene) Azimut der Schwingungsrichtung des Polarisators beliebig geändert, so wird dadurch eine Änderung der Lage der Schwingungsellipse und damit auch der Halbschattenazimute 2) hervorgerufen. Die Halbschattenazimute 1) dagegen bleiben, unabhängig vom Azimut der Schwingungsrichtung des Polarisators, bestehen [1]); die gekreuzte Nicolstellung ist bei der Bestimmung von 1) nur deshalb vorzuziehen, weil dann bei den Halbschattenstellungen die Intensität des Gesichtsfeldes am geringsten und daher die Halbschattenempfindlichkeit am größten wird. Auch bei beliebiger Lage der Schwingungsellipse ergibt 3) die Phasendifferenz Δ der nach den Richtungen H und H' genommenen Komponenten mit den Azimuten $\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{\pi}{4}$.

In vielen Fällen reicht aber die Bestimmung der Phasendifferenz zweier zueinander senkrechter Komponenten der Schwingungsellipse nicht aus; das allgemeine Problem der elliptischen Polarimetrie besteht vielmehr darin, das (auf eine gegebene feste Richtung F bezogene) Azimut φ der Schwingungsellipse (Abb. 1), sowie die durch die Ellipsenhalbachsen α und β definierte Elliptizität $e = \frac{\beta}{\alpha} = \operatorname{tg} \psi$ zu ermitteln.

Ein erster Versuch, den Braceschen Halbschattenkompensator zur Bestimmung von φ und e zu benutzen, geht auf Perucca [2]) zurück; bei seiner Methode muß ψ als Funktion von ϱ bekannt sein, was eine ziemlich langwierige und umständliche Eichung des Kompensators zur Voraussetzung hat. Später hat Bergholm [3]) ein hiervon verschiedenes Verfahren angegeben; bei demselben wird der Bracesche Halbschattenkompensator mit einem Viertelwellenlängenblättchen kombiniert, dessen exakte Herstellung für eine bestimmte Frequenz mit den bekannten Schwierigkeiten verknüpft ist.

Bei der im folgenden beschriebenen Methode zur direkten Bestimmung von φ und e wird sowohl die bei Perucca erforderliche lästige Eichung des Kompensators, als auch die bei Bergholm nötige Benutzung eines Viertelwellenlängenblättchens vermieden; sie eignet sich bei kleinen Elliptizitäten, bei welchen die gewöhnliche Methode des Soleilschen Kompensators [4]) nicht mehr ausreicht.

§ 2. Bestimmung des Azimuts der Schwingungsellipse. Da zur Bestimmung des Azimuts φ der Schwingungsellipse ein Lippichsches Halbschattenprisma wegen der hierbei auftretenden systematischen Fehler nicht benutzt werden kann [5]), verwendet man [6]) zwei optisch aktive Schichten von entgegengesetzt gleichem Drehungsvermögen, von denen jede nur die eine Gesichtsfeldhälfte bedeckt, z. B. zwei nach Art der Soleilschen Doppelplatte zusammengesetzte, senkrecht zur optischen Achse geschnittene, gleich dicke Platten aus rechts- und linksdrehendem Quarz. Wir nennen diese Doppelplatte

[1]) C. Bergholm, *Uppsala Univ. Årsskr. 1915. S. 9.*

[2]) E. Perucca, *Atti di Torino.* **48.** *S. 201. 1913; Nuovo Cim. (6)* **5.** *S. 351. 1913.*

[3]) C. Bergholm, *Uppsala Univ. Årsskr. 1915. S. 24; Physikal. Zeitschr.* **21.** *S. 1. 1920.*

[4]) G. Szivessy, *diese Zeitschr.* **46.** *S. 454. 1926.*

[5]) L. B. Tuckerman, *Univ. Studies of the University of Nebraska* **9.** *S. 178. 1909;* E. Perucca, *Nuovo Cim. (6)* **5.** *S. 352. 1913.*

[6]) E. Perucca, *Nuovo Cim. (6)* **5.** *S. 364. 1913.*

im folgenden drehende Halbschattenplatte; zur Bestimmung von φ wird sie vor den Analysator senkrecht zur Richtung der zu analysierenden Parallelstrahlung gebracht.

Bezeichnen wir dann die von der drehenden Halbschattenplatte in den beiden Gesichtsfeldhälften hervorgerufenen kleinen, entgegengesetzt gleichen Drehungen mit ζ und $-\zeta$, das auf die feste Richtung F bezogene Azimut der Schwingungsrichtung des Analysators mit σ (Abb. 1) und die Intensitäten der aus dem Analysator austretenden Strahlungen in den beiden Gesichtshälften mit J_1 und J_2, so ist

$$J_1 = \tfrac{1}{2}(\alpha^2 \cos^2(\varphi - \zeta - \sigma) + \beta^2 \sin^2(\varphi - \zeta - \sigma)),$$
$$J_2 = \tfrac{1}{2}(\alpha^2 \cos^2(\varphi + \zeta - \sigma) + \beta^2 \sin^2(\varphi + \zeta - \sigma)).$$

Es wird $J_1 = J_2$ für $\varphi - \sigma = 0$ und $\varphi - \sigma = \frac{\pi}{2}$. Ist $\alpha > \beta$, so wird die Intensität (wegen der Kleinheit von ζ) am geringsten für

$$\varphi - \sigma = \frac{\pi}{2}; \qquad 4)$$

in dieser Stellung, bei der die beiden Gesichtsfeldhälften gleich dunkel erscheinen, liegt somit die Schwingungsrichtung des Analysators senkrecht zur großen Ellipsenachse.

§ 3. Bestimmung der Elliptizität der Schwingungsellipse. Nachdem der Analysator in diese Stellung gebracht ist, wird die drehende Halbschattenplatte durch den Braceschen Halbschattenkompensator ersetzt; dieser liefert die Phasendifferenz Δ der nach den Richtungen H und H' genommenen Komponenten mit den Azimuten $\frac{\pi}{4}$ und $-\frac{\pi}{4}$.

Bei geeignetem Azimut der Halbschattenplatte ergeben sich die Halbschattenazimute ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4 durch Drehen der Kompensatorplatte in ihrer Ebene. Um die Halbschattenazimute ϱ_{01}, ϱ_{02}, ϱ_{03}, ϱ_{04} zu erhalten, läßt man an Stelle der zu analysierenden elliptisch polarisierten Strahlung eine linear polarisierte Parallelstrahlung gleicher Frequenz auf den Braceschen Halbschattenkompensator fallen, ohne das Azimut der Halbschattenplatte, sowie das Azimut des Analysators zu ändern. Da ϱ_{01}, ϱ_{02}, ϱ_{03}, ϱ_{04} vom Azimut der auffallenden linear polarisierten Strahlung unabhängig sind (§ 1), so kann dasselbe beliebig gewählt werden; um aber die Empfindlichkeit der Einstellung bei den Halbschattenstellungen möglichst zu steigern, wählt man es am besten möglichst gleich $\frac{\pi}{2}$.

Sind die Halbschattenazimute ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4 und ϱ_{01}, ϱ_{02}, ϱ_{03}, ϱ_{04} bestimmt, so berechnet sich die Phasendifferenz Δ der nach H und H' genommenen Komponenten der Schwingungsellipse mit Hilfe von 3), wobei die Phasendifferenz δ der Kompensatorplatte als bekannt vorausgesetzt ist.

Um aus Δ die Elliptizität $e = \operatorname{tg}\psi$ zu erhalten, bedient man sich der bekannten Beziehung

$$\sin 2\psi = \sin 2\gamma \sin \Delta,$$

wobei $\operatorname{tg}\gamma$ das Amplitudenverhältnis der Komponenten mit der Phasendifferenz Δ darstellt; sind Δ und ψ klein, so kann man hierfür auch schreiben

$$2\psi = \Delta \sin 2\gamma.$$

Da in unserem Falle die Schwingungsrichtung des Analysators A gemäß 4) senkrecht zur großen Ellipsenachse liegt, so besitzen die nach H und H' genommenen

Komponenten gleiche Amplituden; es ist daher $\operatorname{tg}\gamma = 1$, somit auch $\sin 2\gamma = 1$, und folglich ergibt sich aus der letzten Gleichung

$$\psi = \frac{\Delta}{2}. \qquad 5)$$

§ 4. Ausführung des Instruments. Die Ausführung, in der das Instrument von der Firma Fr. Schmidt & Haensch in Berlin hergestellt wird, ist aus Abb. 2 zu ersehen. T, T_1 und T_2 sind mikrometrisch drehbare Teilkreise, deren Nonien die Ablesung von Drittelminuten gestatten. Die Grobeinstellung der Teilkreise erfolgt mit Hilfe ihrer gekordelten Ränder, die Feineinstellung nach Anziehen der Klemmen k, k_1, k_2 mittels der Mikrometerschrauben m, m_1, m_2. T trägt den Analysator-Nicol A; T_1 und T_2 besitzen je einen Ansatz mit Schwalbenschwanzführung zur Aufnahme der die betreffenden Platten tragenden Schlitten. Die drehende Halbschattenplatte und die Halbschattenplatte des Braceschen Halbschattenkompensators befinden sich jede in einem besonderen Schlitten S_1; sie können beliebig in den Strahlengang (an die Stelle H) gebracht oder aus ihm entfernt werden, und lassen sich in dieser Weise durch einfachen Handgriff miteinander auswechseln. Die Kompensatorplatte K des Braceschen Halbschattenkompensators befindet sich in dem Schlitten S_2 und läßt sich ebenfalls beliebig in den Strahlengang bringen oder aus ihm entfernen.

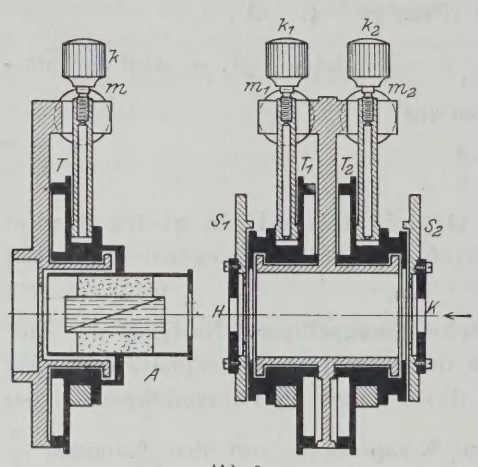


Abb. 2.

Die drehende Halbschattenplatte besteht, wie schon (§ 2) bemerkt, ähnlich wie die Soleilsche Doppelplatte, aus zwei senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatten gleicher Dicke, von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist und jede nur eine Gesichtsfeldhälfte bedeckt. Die Platte wurde von der Firma Dr. Steeg & Reuter in Homburg v. d. H. mit feiner Trennungslinie in vorzüglicher Ausführung geliefert[1]); die Plattendicke war so gering, daß der Halbschattenwinkel (für die Wellenlänge $\lambda = 589\ \mathrm{m}\mu$) rund $5{,}5^0$ betrug.

Die Halbschattenplatte des Braceschen Halbschattenkompensators besteht, wie üblich, aus einer nur das halbe Gesichtsfeld bedeckenden, sehr dünnen Glimmerplatte, die mit Kanadabalsam blasenfrei zwischen spannungsfreien Deckgläschen eingekittet ist; benutzt wurde eine Platte, deren (in Wellenlängen ausgedrückte) Phasendifferenz $\vartheta = 0{,}017$ (für $\lambda = 589\ \mathrm{m}\mu$) betrug.

Die Kompensatorplatte des Braceschen Halbschattenkompensators war ebenfalls von der Firma Dr. Steeg & Reuter geliefert und bestand aus zwei gekreuzten Glimmerblättchen; ihre (in Wellenlängen ausgedrückte) resultierende Phasendifferenz war $\delta = 0{,}038$ (für $\lambda = 589\ \mathrm{m}\mu$). Um δ als Funktion der Frequenz zu bestimmen, wird in der früher angegebenen Weise[2]) verfahren.

Das Instrumeut ist so gebaut, daß es, je nach Bedarf, in Verbindung mit einer optischen Bank oder einem Spektrometer benutzt werden kann.

[1]) Über diese Halbschattenplatte vgl. S. Nakamura, *Centralbl. f. Min. 1905. S. 267; Proc. Tokyo Math.-Phys. Soc. (2)* **4.** *S. 26. 1907.*

[2]) G. Szivessy, *Zeitschr. f. Phys.* **6.** *S. 313. 1921.*

§ 5. Meßverfahren und Meßgenauigkeit. Der Gang der Messung bei der Analyse einer schwach elliptisch polarisierten monochromatischen Parallelstrahlung mit Hilfe des Instruments ist folgender:

Man entfernt den Schlitten S_2 und führt nur den die drehende Halbschattenplatte tragenden Schlitten S_1 ein. Hierauf läßt man die zu analysierende monochromatische Parallelstrahlung senkrecht auf die drehende Halbschattenplatte fallen (Pfeilrichtung in Abb. 2), stellt mit einem Fernrohr (in Abb. 2 weggelassen) scharf auf die Trennungslinie der Halbschattenplatte ein und dreht den Analysatorteilkreis T, bis die Intensitäten der beiden Gesichtsfeldhälften gleich dunkel werden. Ist in dieser Stellung σ das Azimut der Schwingungsrichtung des Analysators gegen eine feste Richtung F (etwa die bekannte Schwingungsrichtung eines Polarisators), so ist das gesuchte Azimut φ der Schwingungsellipse gegen F gemäß 4)

$$\varphi = \sigma + \frac{\pi}{2}.$$

Bei hinreichender Intensität und geringer Elliptizität der zu analysierenden Welle läßt sich φ mit einer Genauigkeit von $\pm 1'$ feststellen.

Der die drehende Halbschattenplatte tragende Schlitten S_1 wird jetzt entfernt und mit dem die Halbschattenplatte des Braceschen Halbschattenkompensators tragenden Schlitten ausgewechselt; außerdem wird der die Kompensatorplatte K tragende Schlitten S_2 eingeschoben. Mit dem Fernrohr wird scharf auf die Trennungslinie der Halbschattenplatte des Kompensators eingestellt; da sich diese nahezu an derselben Stelle befindet, wie vorher die Trennungslinie der drehenden Halbschattenplatte, so ist eine merkliche Fernrohrverstellung nicht erforderlich. Durch Drehen des Teilkreises T_1 bringt man die Halbschattenplatte des Kompensators in das (auf die Schwingungsrichtung des Analysators bezogene) Azimut ε. Die Halbschattenempfindlichkeit des Braceschen Halbschattenkompensators ist bekanntlich bei einer im Azimut $\frac{\pi}{4}$ eingebrachten Halbschattenplatte mit der Phasendifferenz ϑ' proportional $\frac{\delta}{\vartheta'}$. Eine im Azimut ε eingebrachte Halbschattenplatte mit der Phasendifferenz ϑ ist aber äquivalent einer im Azimut $\frac{\pi}{4}$ eingebrachten Halbschattenplatte mit der Phasendifferenz $\vartheta' = \vartheta \sin 2\varepsilon$; man kann daher die Halbschattenempfindlichkeit dadurch variieren[1]), daß man das Azimut ε der Halbschattenplatte ändert. Der günstigste Wert von ε, dem die größte Halbschattenempfindlichkeit entspricht, hängt, außer von der Intensität und der Frequenz der auffallenden Strahlung, von der subjektiven photometrischen Empfindlichkeit des Beobachters ab und ist in jedem einzelnen Falle durch Ausprobieren zu ermitteln; Kenntnis des genauen numerischen Wertes von ε ist nicht erforderlich.

Nachdem ε geeignet gewählt ist, werden zwecks Bestimmung der Halbschattenazimute[2]) die vier Halbschattenstellungen der Kompensatorplatte durch Drehen des

[1]) N. Wedeneewa, *diese Zeitschr.* **43.** *S. 17. 1923;* dieses Verfahren, eine Halbschattenplatte variabler Empfindlichkeit herzustellen, ist bequemer als die von mir früher angegebene Methode des gepreßten Glasstreifchens.

[2]) G. Szivessy, *Zeitschr. f. Phys.* **6.** *S. 313. 1921.*

Teilkreises T_2 aufgesucht; sind p_1, p_2, p_3, p_4 die entsprechenden Teilkreisablesungen, so ist

$$2\varrho = \frac{\pi}{2} - (p_2 - p_1) = (p_3 - p_2) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - (p_4 - p_3) = (p_1 - p_4) - \frac{\pi}{2}. \qquad 6)$$

Um die Halbschattenazimute 1) zu bestimmen, läßt man jetzt an Stelle der zu analysierenden Strahlung eine linear palarisierte Parallelstrahlung gleicher Frequenz auf den Kompensator fallen, ohne die Azimute des Analysators und der Halbschattenplatte zu ändern. Das Azimut der Schwingungsrichtung dieser Strahlung ist prinzipiell belanglos (§ 1); um eine möglichst große Halbschattenempfindlichkeit zu erzielen, empfiehlt es sich jedoch, dasselbe möglichst gleich $\frac{\pi}{2}$ zu wählen. Durch Drehen des Teilkreises T_2 erhält man die vier neuen Halbschattenstellungen; sind p_{01}, p_{02}, p_{03}, p_{04} die entsprechenden Teilkreisablesungen, so ist wieder

$$2\varrho_0 = \frac{\pi}{2} - (p_{20} - p_{10}) = (p_{30} - p_{20}) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - (p_{40} - p_{30}) = (p_{10} - p_{40}) - \frac{\pi}{2}. \qquad 7)$$

Aus 6) und 7) ergibt sich mit Hilfe von 3) und 5)

$$\psi = \tfrac{1}{2} \sin\delta (\sin 2\varrho - \sin 2\varrho_0),$$

und die gesuchte Elliptizität der Schwingungsellipse folgt zu $e = \operatorname{tg}\psi$.

Für e kann unter günstigen Bedingungen bei kleinen Elliptizitäten ($e < 0{,}2$) eine Meßgenauigkeit von $5 \cdot 10^{-4}$ unschwer erzielt werden.

Mehrgliederige Aberrationen.

Von

Prof. Dr. **Strehl** in Hof.

Hiermit möchte ich eine einheitliche, durchsichtige wellenoptische Behandlung vielgliederiger Abweichungen an einem Spezialfall erläutern, insbesondere aus der Methode der kleinsten Quadrate von Väisälä die von Richter gefundenen Koeffizientenbeziehungen herleiten.

Sei Radius einer Zone $= r$; der Öffnung $= \mathfrak{r}$; $(r/\mathfrak{r})^2 = q$; axiale Bildweite (zugleich z-Achse) $= p$; axialer Bildpunkt $z = 0$; Längsabweichung $\Delta = \alpha q + \beta q^2 + \gamma q^3 + \cdots$ (praktisch meist α neg.).

Von der Öffnungsebene als Tangentenebene gemessen ist der Abstand der Normalkugel (Radius p; Zentrum $z = 0$) $= \mathfrak{r}^2 q/2p$,

Wellenfläche $= \mathfrak{r}^2 q/2p - \mathfrak{r}^2/2p^2$. $\int_0^q \Delta\, dq$; sei $\int_0^q \Delta\, dq = \mathfrak{a}q^2 + \mathfrak{b}q^3 + \mathfrak{c}q^4 + \cdots$,

Bezugskugel (Radius $p + e$; Zentrum $z = e + \delta$) $= \mathfrak{r}^2 q/2p - \mathfrak{r}^2 eq/2p^2 + \delta$,

Abstand (Wellenfläche − Bezugskugel) $= h_0 = -[u + vq + \mathfrak{a}q^2 + \mathfrak{b}q^3 + \mathfrak{c}q^4 + \cdots] \cdot \mathfrak{r}^2/2p^2$.

Hierbei ist $e = -v$ und δ sehr klein, demnach annähernd Einstellung $z = -v$.

Die wirklichen Fälle liegen zwischen theoretischen Grenzen:

1. Die Verbiegungen h sind sehr groß gegen die Wellenlänge λ:

Die Biegungskurve $(h;\ q) = 0$ muß sich längs einer beliebig gewählten Zone q der Bezugskugel möglichst eng anschmiegen oder

h_0 muß samt allen Ableitungen nach q verschwinden; z. B.

$$\begin{aligned} 0 &= u + vq + aq^2 + bq^3 + cq^4 + \cdots \\ 0 &= v + 2aq + 3bq^2 + 4cq^3 + \cdots \\ 0 &= 2a + 6bq + 12cq^2 + \cdots \\ 0 &= 6b + 24cq + \cdots \\ 0 &= 24c + \cdots \end{aligned}$$

Da sich der letzte Fall (außer bei aplanatischen Flächen) nicht verwirklichen läßt, so ergibt Beschränkung auf die vorletzten Gleichungen hier z. B.

$c = c \cdot 1$; $b = -4cq$; $a = 6cq^2$; $v = -4cq^3$; $u = cq^4$ als Glieder von $c(1-q)^4$.

Wenn man $q = 1/2$ wählt, dann erhält man die Werte von Richter.

2. Die Verbiegungen h sind sehr klein gegen die Wellenlänge λ:

Die Summe aller h_0^2 muß ein Minimum sein; hier z. B. ergibt

$$\int_0^1 h_0^2\, dq = \text{min unter Weglassung des Faktors } (r^2/2p^2)^2/1260,$$

daß folgender Ausdruck ein Minimum sein muß:

$$\begin{aligned} &1260u^2 + 1260uv + 420v^2 \\ &+ 840ua + 630ub + 504uc + 630va + 504vb + 420vc \\ &+ 252a^2 + 420ab + 180b^2 + 360ac + 315bc + 140c^2 = \text{min}. \end{aligned}$$

Da der Idealfall $c = b = a = v = u = 0$ sich meist nicht verwirklichen läßt, so kann dies nur den Sinn haben, daß man c als durch die Wahl des Systemtypus gegebene Konstante ansieht und die kurz mit $UVAB$ bezeichneten partiellen Ableitungen nach u; v; a; b annulliert bzw. die hieraus hergeleiteten Koeffizientenbeziehungen durch passende Linsendurchbiegungen zu verwirklichen sucht. Hier z. B.

$$\begin{aligned} U &\equiv 60u + 30v + 20a + 15b + 12c = 0 \\ V &\equiv 30u + 20v + 15a + 12b + 10c = 0 \\ A &\equiv 140u + 105v + 84a + 70b + 60c = 0 \\ B &\equiv 210u + 168v + 140a + 120b + 105c = 0 \end{aligned}$$

Hieraus folgt zunächst einfacher

$$30u = 5a + 6b + 6c; \quad -10v = 10a + 9b + 8c; \quad 14a + 21b + 24c = 0;$$
$$35a + 54b + 63c = 0.$$

Beim typischen Zonenfehler fällt c und B weg und wird b Konstante; beim reinen Kugelfehler fällt auch noch b und A weg und wird a Konstante.

Hier erhält man endlich noch einfacher

$$u = a/6 - c/5; \quad v = c - a; \quad b = -2c; \quad 7a = 9c$$

oder zuletzt

$$u = c/70; \quad v = -2c/7; \quad a = 9c/7; \quad b = -2c.$$

Hieraus entstehen durch Überleitung in α; β; γ die Beziehungen nach Richter.

Literatur:

Y. Väisälä, Neue Methoden zur Untersuchung der Objektive. (Helsinki 1922); Referat in *dieser Zeitschr.* **43.** *S. 198—199. 1926.*

R. Richter, Zur beugungstheoretischen Untersuchung optischer Systeme. *Diese Zeitschr.* **45.** *S. 1—15. 1925.*

Referate.

Pendelapparat für Schweremessungen.

(Pendulum apparatus for gravity determinations.)

Engineering **122.** *S. 271—272. 1926.*

Um den Pendelapparat bei weniger stabiler Aufstellung, vor allem auch für Messungen auf Schiffen, brauchbar zu machen, hat die *Cambridge Instrument Cy. Ltd.* in London für die Geodäten-

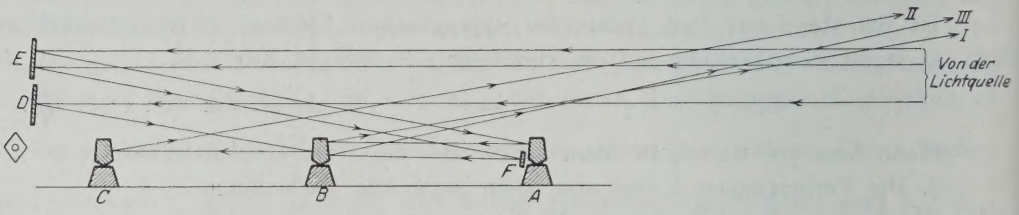


Abb. 1.

Schule in Cambridge einen Dreipendelapparat gebaut, der hier kurz beschrieben werden soll an Hand von Figuren, die von der genannten Firma in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt wurden.

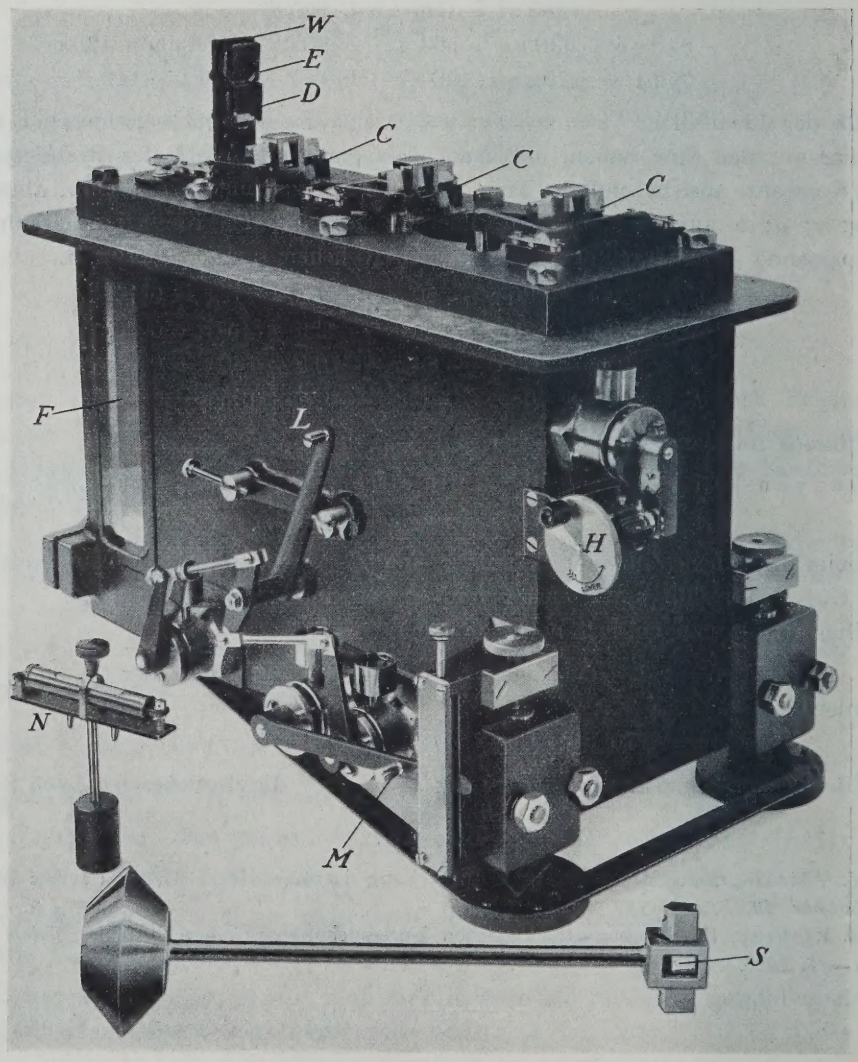


Abb. 2.

Drei identische Halbsekundenpendel sind auf gemeinsamer starrer Grundplatte derart montiert, daß sie in ein und derselben Ebene schwingen und ihre Schneiden somit parallel zueinander stehen. Die Seitenflächen der aus Stellit gefertigten Schneiden tragen Spiegelpolitur. Parallele Lichtstrahlen (Abb. 1) werden durch Vermittlung der Planspiegel E und D so auf die Schneidespiegel verteilt, daß A und B sowie B und C durch zweifache Reflexion zwei resultierende Schwingungsbewegungen I und II ergeben, deren Phasenwinkel jeweils der Differenz der Phasenwinkel der Schwingungskomponenten entsprechen. Die beiden „hypothetischen Pendel" I und II werden demnach gegen horizontal gerichtete Erschütterungen der Unterlage unempfindlich sein. An und für sich würde ein Pendelpaar genügen; das zweite soll zur Kontrolle und Sicherung der Messung dienen. Bei Beobachtungen an Land, also unter günstigeren Aufstellungsbedingungen, kann man den äußeren Pendeln A und C gleiche aber entgegengesetzte Amplitude erteilen; Pendel B, dessen Schneide durch Vermittlung des Spiegels F das Licht nach III reflektiert, bleibt dann in Ruhe. Die Beobachtung kann visuell erfolgen, in der Regel geschieht sie jedoch durch photographische Registrierung auf folgende Weise. Das Licht fällt nicht kontinuierlich auf die Pendelspiegel, sondern wird durch einen elektrischen Uhrenkontakt in jeder Sekunde einmal zum kurzen Aufleuchten gebracht. Da die Pendel eine um ein geringes längere Schwingungsdauer als 0,5″ haben, durchlaufen die reflektierten Lichtmarken alle Phasen der beiden hypothetischen Pendel. Die Registrierung erfolgt unter Zwischenschaltung einer Zylinderlinse auf einem langsam bewegten Film in Form einer Sinuskurve, deren Wellenlänge gleich der Schwingungsdauer des hypothetischen Pendels ist. Neben den Sinuskurven läuft die geradlinige Punktreihe des Pendels B (Abb. 1).

Die Pendel, von denen eines im Vordergrund der Abb. 2 mit seiner spiegelnden Schneide S sichtbar ist, sind aus Invar und aus dem Vollen gearbeitet. Sie sind in einer luftdichten Metallkammer (Abb. 2) montiert, und zwar ruhen die drei Schneiden auf je einer Achatplatte C, die mit der Hilfslibelle N sorgfältig horizontiert sind. An dem Winkelstück W sind die Spiegel E und D der Abb. 1 sichtbar. Mit dem Handrad H erfolgt die Arretierung der Pendel; mit dem Hebel L werden die Außenpendel, mit M das Mittelpendel in Bewegung gesetzt.

Auf dem in Abb. 2 oben sichtbaren geschabten Flansch wird ein luftdichter Deckel aufgesprengt, der an den Stirnseiten verglast ist. Durch Schlauchansätze auf ihrer Rückseite wird die Kammer evakuiert. Die Pendel bleiben dann 8 bis 10 Stunden ohne neuem Impuls in Bewegung. Durch das Fenster F, dem ein zweites auf der Rückseite der Kammer entspricht, wird die Kammertemperatur an einem Thermometer abgelesen, das in eine Pendel-Attrappe montiert ist. *G.*

Schallwellen-Photographie zur Untersuchung der Raum-Akustik.

(Sound pulse photographie as applied to the study of architectural acoustics.)

Von A. H. Davis und N. Fleming. *Journ. of Scient. Instr.* **3.** *S. 393—398. 1926.*

Die visuelle Beobachtung von Schallwellen geht auf die Töplersche Schlierenmethode (1867) zurück, die von E. Mach bei seinen Geschoßaufnahmen (1881) fortgebildet wurde und in abgeänderter Form von R. W. Wood (1899) zur Photographie von Schallwellen Verwendung fand. Im Jahre 1880 zeigte Dvořák bereits die Brauchbarkeit einer direkten Schattenmethode, bei der die Brechungsänderungen der Luft durch Schallwellen mittels einer punktförmigen Lichtquelle sichtbar gemacht wurden. Boys (1891) wendete diese Methode unter Benutzung der Funkenphotographie bei der Aufnahme fliegender Geschosse an. Auf dem gleichen Wege gewannen Foley und Souder (*Phys. Rev.* **35.** *S. 373. 1912*) gute Schallwellenbilder. Ihre Anwendung auf die Untersuchung der Raumakustik verdankt man W. C. Sabine (*Am. Architect* **104.** *S. 257. 1913*). Er benutzte auch zuerst Schnittmodelle des zu untersuchenden Raumes.

Die Verfasser des vorliegenden Aufsatzes haben jetzt im *National Physical Laboratory* der Foleyschen Anordnung eine praktisch anwendbare Form gegeben. Das kastenförmige Versuchs-Schnittmodell von der Größe $210 \times 15 \times 15$ cm³ nimmt an dem einen Längsende die photographische Platte, am anderen die punktförmige Lichtquelle, in der Mitte die Knallfunkenstrecke auf. Lichtquelle und Funkenstrecke werden durch den Entladungsstrom einer Leydener Batterie gespeist. Bezüglich der Einzelheiten muß auf die Quelle verwiesen werden, die auch wohlgelungene Aufnahmen in einem Auditorium-Modell bringt. *G.*

Vereinfachte Kurzzeitforschung.

Von Eggen, *Zeitschr. d. Ver. D. Ing.* **70.** *S. 1363—1364. 1926.*

Das hier beschriebene Elverson-Oszilloskop beruht auf stroboskopischer Grundlage, insofern die Messung von periodischen Vorgängen durch Steuerung der Beleuchtung bewirkt wird. Als Lichtquelle dient eine Glühlampe mit Argon-Neon-Quecksilber-Füllung, durch die ein besonders weißes und wenig nachglimmendes Licht erzeugt wird. Der Betriebsstrom der Lampe wird geliefert und gesteuert durch einen besonderen Getriebekasten mit Schaltscheibe, Unterbrechern und Induktor anordnung 4 zu 1200 V. Die Antriebswelle des Getriebes wird mit der Welle der zu untersuchenden Maschine gekuppelt. Die Beleuchtung erfolgt dann funkenartig genau nach Verlauf jeder Umdrehung, so daß die beobachtete Welle stillzustehen scheint. Visuell oder photographisch läßt die Bildschärfe erkennen, ob es sich um eine rein periodische Bewegung handelt oder ob ihr Schwingungsvorgänge überlagert sind. Durch geringe Änderung der Übersetzung im Getriebekasten oder durch Zusatzdrehungen des Getriebes von Hand kann man langsam laufende Bilder erhalten.

Die Feststellung von Schwingungsvorgängen wird ferner dadurch erleichtert, daß man die Lampe bei jeder Getriebeumdrehung zwei- oder viermal aufleuchten lassen kann. Noch wirksamer assen sich die Schwingungen beobachten, wenn man sie auf ein in seiner Länge verstellbares Stahlband überträgt und die an diesem auftretenden Resonanzerscheinungen mit dem Oszilloskop beleuchtet.

Ist eine direkte Kuppelung zwischen der zu beobachtenden Welle und dem Getriebekasten nicht möglich oder handelt es sich um andere schnellperiodische, nicht zyklische Bewegungsvorgänge, so wird das Steuergetriebe für die Lampe mit einem fein regulierbaren Elektromotor von $\frac{1}{10}$ PS und 2000 bis 3000 Umdr./min angetrieben. *G.*

Ein einfaches Rotoskop.

Zeitschr. d. V. D. Ing. **70.** *S. 1332—1333. 1926.*

Der von Ashdown angegebene Apparat besteht aus einem mit fünf Geschwindigkeitsstufen und verstellbarem Fliehkraftregler ausgestatteten Uhrwerk, durch das einer Walze mit Sehschlitzen bestimmte Drehgeschwindigkeiten im Bereiche von 400 bis 18000 Umdr./min erteilt werden können. Die Beobachtungen eines umlaufenden Maschinenteiles durch die Sehschlitze der umlaufenden Walze ergibt die bekannten stroboskopischen Erscheinungen zur Bestimmung der Drehzahl. *G.*

Bemerkungen zum Kosinussatz.

(Note on the cosine law.)

Von T. Smith. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 281—286. 1924/25.*

Nach der Aufstellung des Kosinussatzes durch Conrady und Smith ist häufig die Ansicht vertreten worden, daß mit der Gültigkeit dieses Satzes die Existenz kaustischer Flächen im Bild- und Objektraum in Widerspruch stände. Man schloß so, weil die Strahlen im Falle des Kosinussatzes zweifellos drei Freiheitsgrade haben, während anscheinend im Falle der Kaustik nur deren zwei vorhanden sein könnten. Diesem offenbaren Irrtum tritt der Verf. entgegen. Er zeigt, daß die Wurzel dieses Fehlschlusses durch die dimensionale Anschauung des aus Punkten zusammengesetzten Raumes bedingt ist. Zulässig aber ist nur die Betrachtung des aus Linien gebildeten Raumes, und dafür besitzen die raumerfüllenden Strahlen vier Freiheitsgrade, welche durch Einführung einer vorgeschriebenen Bedingung, wie sie die Kaustik fordert, auf drei vermindert werden. Dadurch ist der Anschluß an den Kosinussatz unmittelbar erhalten. *Flügge.*

Bemerkungen zur Staeble-Lihotzkyschen Bedingung.

(Note on the Staeble and Lihotzky condition.)

Von H. Boegehold. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 287—288. 1924/25.*

Es handelt sich um eine direkte Ableitung der Isoplanasiebedingung aus dem Kosinussatz. $PO_u O_0$ (s. Abb.) ist die Hauptachse im Objektraum, O_0 der paraxiale Objektpunkt eines axial symmetrischen Strahlenbündels, O_u der entsprechende Objektpunkt für einen Strahl der Neigung u. Im Bildraum entspricht diesem Strahlenverlauf ein ebenfalls axial symmetrisches, mathematisch in derselben Weise mit Strichindex bezeichnetes Bündel. Bei einer unendlich kleinen Ro-

tation um den Achsenpunkt P fällt die geneigte Achse in die Lage $PQ_u Q_0$. Bei Isoplanasie findet im Bildraum entsprechendes statt. Für einen Objektstrahl AO_u und den entsprechenden Bildstrahl $A'O_u'$ lautet der Kosinussatz:

$$n' O_u' Q_u' \cos A O_u' Q_u' - n O_u Q_u \cos A O_u Q_u = \text{const.}$$

Nun ist:

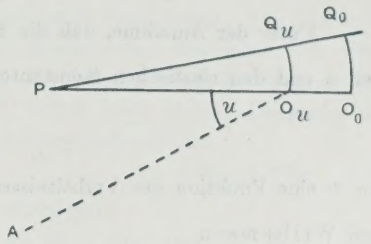
$$\cos A O_u Q_u = \sin u \cdot \cos \delta ,$$

wo δ das Azimut der Ebene $AO_u P$ bedeutet. Da $\delta = \delta'$ ist, gilt die Gleichung auch für $u = 0$, so daß:

$$n' O_u' Q_u' \sin u' - n O_u Q_u \sin u = 0$$

oder

$$n' O_0' Q_0' \frac{P' O_u'}{P' O_u'} \sin u' - n O_0 Q_0 \frac{P O_u}{P O_0} \sin u = 0 .$$



Dies ist die Isoplanasiebedingung. *Flügge.*

Die optischen Eigenschaften von Amethyst-Quarz.

(The optical properties of amethyst-quartz.)

Von C. V. Raman und K. Banerji. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 289—292. 1924/25.*

Zirkular polarisierte Lichtwellen werden beim Durchgang durch einen Schnitt von Amethyst-Quarz vermöge des Wechsels in Stellen links- und rechtsdrehender Aktivität ungleichmäßig verzögert. Infolgedessen treten Interferenzerscheinungen auf, welche tatsächlich, sogar in den meisten farblosen Varietäten des Quarz, beobachtbar sind. Der Schnitt verhält sich wie ein Beugungsgitter. Die Erscheinung ist nur unter Verwendung von Polarisator und Analysator sichtbar. Wenn nämlich das einfallende Licht unpolarisiert wäre, so ließe es sich in zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Komponenten ohne bestimmten Phasenunterschied zerlegen; die Beugungsspektren überlagern sich vollständig. Wenn jedoch das einfallende Licht polarisiert ist, so sind die beiden zirkular polarisierten Beugungsspektren in bestimmter Phasenbeziehung verbunden, verschieden von derjenigen des mittleren unabgelenkten Büschels, da ja die beschleunigten Teile der einen Welle den verzögerten Teilen der anderen entsprechen und umgekehrt. Infolgedessen wird durch die Einführung eines Analysators die Möglichkeit gegeben, das Intensitätsverhältnis zwischen zentralem Bild und Beugungsspektrum zu variieren, so daß in Einklang mit der Abbeschen Theorie die Erscheinung verläuft. *Flügge.*

Die Änderungen in der Gestalt der Kristallinse bei der Akkomodation.

(The changes in the form of the crystalline lens in accomodation.)

Von E. F. Fincham. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 239—269. 1924/25.*

Über die Akkomodationsvorgänge bestehen zwei Theorien: Nach Helmholtz bewirkt eine Zusammenziehung des Ziliarmuskels eine Anspannung der Choroidea; dieselbe wird vorwärts gezogen und verursacht dadurch eine Vor- und Einwärtsbewegung der inneren Fläche des Ziliarkörpers. Die Linse erfährt dadurch eine Entspannung, so daß die Linsenflächen vermöge ihrer natürlichen Elastizität stärker konvex werden. Nach Tscherning hingegen tritt bei der Kontraktion des Ziliarmuskels keine Entspannung der Linse ein. Vielmehr wird die Form der Linsenflächen durch den Druck der Glaskörpersubstanz auf die peripheren Teile der hinteren Linsenfläche bestimmt.

Verf. mißt die Krümmungen der vorderen und hinteren Linsenflächen, sowie die Bewegung der Scheitelpunkte während der Akkomodation durch Beobachtung der Reflexionsbilder. Dabei ergeben sich an zwei gleichaltrigen Männern derselben Sehgüte beträchtliche Unterschiede im Verhalten der Kristallinse. Bei einem bestimmten Akkomodationsvorgang zeigten die Linsenflächen nicht nur verschiedene Krümmungen, sondern auch eine entgegengesetzte Bewegung der Scheitelpunkte. Im allgemeinen jedoch besaß die Fläche, welche die größte Krümmungsveränderung erfahren hatte, eine ausgeprägte hyperbolische Form, sowohl bei ausgeruhtem als auch bei angestrengtem Auge. Die elastische Kapsel der Linse ist stets entspannt. Vereinbar mit den Untersuchungen des Verf. scheint demnach nur die Helmholtzsche Theorie der Akkomodation zu sein. *Flügge.*

Das Grundgesetz der Glas-Kühlung.

(The fundamental law of annealing.)

Von F. W. Preston. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 270—273. 1924/25.*

Unter der Annahme, daß die Spannungsabnahme $-\frac{df}{dt}$ von der Spannung f, der Zähigkeit η und den elastischen Konstanten abhängt, gelangt Verf. zu der Beziehung

$$-\frac{df}{dt}=\frac{f^2}{\eta}\,\Phi\left(\frac{f}{G}\right),$$

wo Φ eine Funktion des Verhältnisses $\frac{f}{G}$ und G der Schermodul sind. Die Gleichung von Adams und Williamson

$$\frac{1}{\Delta_n}-\frac{1}{(\Delta_n)_0}=A\cdot t,$$

wo Δ_n die Doppelbrechung bedeutet, ist mit obiger Beziehung nur vereinbar, wenn f/G eine Konstante ist, jedenfalls unter den Bedingungen, auf denen die Adams-Williamsonsche Gleichung basiert. Demnach scheint nur die Zähigkeit η, nicht aber der Schermodul G für den Abkühlungsprozeß von Bedeutung zu sein. Andererseits scheint jedoch G bei niederen Temperaturen wirksam zu sein, womit die Abweichungen des Adams-Williamsonschen Gesetzes für diese Temperaturen erklärbar wären. Würde man jedoch entgegen der ersten Annahme die Größe $-df/dt$ nur als von f und η abhängig voraussetzen, wie Twyman und Maxwell es taten, so würde sich die Adams-Williamsonsche Beziehung unmittelbar ergeben, wohingegen die Maxwellsche Funktion nur dann richtig wäre, wenn η proportional der Spannung wäre, ein sehr unwahrscheinliches, aber nicht unmögliches Ergebnis. *Flügge.*

Die dimensionale Berichtigung der Hamptonschen Arbeit über die Glaskühlung.

(The dimensional accuracy of Mr. Hampton's paper on „The Annealing of Glass".)

Von F. W. Preston. *Transact. Opt. Soc.* **26.** *S. 274—280. 1924/25.*

Die von Hampton benutzte mathematische Größe S, gemessen in Wellenlängen pro cm und physikalisch verstanden als Doppelbrechung, ist dimensionslos. Es wird gezeigt, daß die Größe λ in der Gleichung $\frac{dS_t}{dt}=-\lambda S_t^2$ die Dimension Zeit^{-1} besitzt und äquivalent $\frac{1}{\eta\cdot\sigma}$ ist, wo $\sigma=\frac{S_t}{f}$. Die Temperatur Θ_0, für welche $\lambda_0=1$ ist, ist daher diejenige Temperatur, bei welcher σ dem reziproken Wert der Zähigkeit η gleich ist. Da λ keine dimensionslose Größe ist, ändert sich Θ_0 im Werte, je nachdem die Zeit in Sekunden oder Minuten gemessen ist. Dies ist eine Tatsache, die bei der Verwertung der Hamptonschen Resultate nicht übersehen werden darf. Verf. spricht aus, daß die Hamptonschen Ergebnisse sonst korrekt sind, und daß die Unhaltbarkeit seiner Gleichung nur bedingt ist durch willkürliche Wahl des Nullpunktes der Temperatur Θ_0 als derjenigen Temperatur, bei welcher $\lambda=1$ ist. Die Hamptonsche Gleichung lautet richtiggestellt folgendermaßen:

$$\frac{S}{S_0}=\frac{\frac{D\,b^2\,d\,\lambda_0}{\ln 2}\cdot 2^{n/d}}{1+\frac{D\,b^2\,d\,\lambda_0}{\ln 2}\cdot 2^{n/d}},$$

wo λ_0 numerisch gleich Eins ist. *Flügge.*

Eine Kombination des Kreuztisches und des Pendeltisches, nebst einigen Bemerkungen über die Kreuztische der Mikroskope überhaupt.

Von F. K. Studnička, *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **43.** *S. 172. 1926.*

Von den zwei Arten von beweglichen Objekttischen gestatten die einen nur kleine Verschiebungen von wenigen Millimetern, die anderen größere von mehreren Zentimetern. Zu den letzteren gehören die „Kreuztische" mit Verschiebungsmöglichkeit der Präparate in zwei aufeinander

senkrecht stehenden Richtungen und die „Pendeltische", die nur eine geradlinige Bewegung gestatten, während die andere im Halbkreis geschieht. Verf. beschreibt nun eine Kombination des Kreuztisches und des Pendeltisches. Diese Kombinationsmöglichkeit ist bei dem „großen Kreuztisch" der Firma Carl Zeiss gegeben, indem man ihn in eine bestimmte exzentrische Lage bringt. Die Vor- und Nachteile dieser Kombination werden aufgezeigt und auch die Möglichkeiten angegeben, wie trotz der Verwendung des Kreuztisches als Pendeltisch der Tisch um die optische Achse des Mikroskopes gedreht und die Nonien benutzt werden können. Schließlich folgen noch einige allgemeine Bemerkungen, insbesondere über die Lage und Anordnung der Triebschraubenköpfe.

J. Kisser-Wien.

Drei praktische Mikroskopierlampen.

Von E. Lehmann, *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **43**. *S. 246. 1926.*

Verf. beschreibt drei, ursprünglich als Lichtquellen im physikalischen Unterricht bestimmte Lampen, die für mikroskopische Arbeiten sehr geeignet sind. Bei ihrer Konstruktion wurden alle Kompliziertheiten vermieden und auf zweckmäßige Ausmaße geachtet. Die Gehäuse sind allseitig lichtdicht abgeschlossen und tragen an der Vorderseite eine verschiebbare Sammellinse zur Herstellung von parallelem und konvergentem Licht. Das erste ist eine für Gleich- und Wechselstrom (5 A) in gleichem Maße geeignete Bogenlampe und besitzt ein würfelförmiges Gehäuse von 10 cm Kantenlänge. Als zweites wurden die so bewährten und wegen ihres geringen Stromverbrauches gegenüber den Bogenlampen beliebten Punktlichtlampen mit einem passenden Gehäuse versehen und so eine handliche, vielseitig verwendbare Lichtquelle geschaffen. Als dritte Lampe wird eine Glühlampe für Schwachstrom beschrieben, bestehend aus kugelförmiger Birne ohne Spitze mit einem Glühdraht, der in Form eines Zylinders von ca. 3 mm Länge und 0,5 mm äußerem Durchmesser ganz dicht gewickelt ist, so daß bei Abbildung des Fadens durch eine Linse ein lückenloser Streifen entsteht. Das für diese Lampen geschaffene Gehäuse besteht aus einem Metallzylinder, in dem die Lampe verschiebbar und drehbar ist. Diese Lampen verbrauchen bei der normalen Betriebsspannung von 4 V einen Strom von 3,7 A.

J. Kisser-Wien.

Das Kreisschnittmikrotom und die Mikrotomie gewölbter, zylindrischer, kegelmantel- und kugelschalenförmiger Körper.

Von P. Vonwiller und W. Löw, *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **43**. *S. 215. 1926.*

Wenn auch in den weitaus meisten Fällen planparallele Schnitte für die mikroskopische Untersuchung benötigt werden, so gibt es doch eine Reihe von Objekten, bei denen die Möglichkeit einer Gewinnung von Bogenschnitten von größter Wichtigkeit wäre. Da ein Mikrotom für diese Zwecke bisher vollkommen fehlte, haben Verff. bei der Firma R. Jung G. m. b. H. in Heidelberg ein Mikrotom bauen lassen, bei dem sich das Objekt um eine horizontale Achse dreht, so daß bei paralleler Stellung der Messerschneide und der Objektachse Zylindermantel-, bei schiefer Stellung Kegelmantelschnitte entstehen. Durch Verwendung kreissegmentartig gebogener Messer lassen sich auch sphärische Schnitte herstellen. Mittels einer Kurbel und Zahnradübersetzung wird das leicht verstell- und orientierbare Objekt in eine horizontale, um seine Achse rotierende Bewegung versetzt. Diese Vorrichtung ist an der rechten Seite des Gestelles angebracht, während auf dem linken Träger der Messerhalter und die Mikrometerschraube nebst der Schnittdickeneinstellung untergebracht ist. Der Messerhalter, der eine beliebige Verstellung und Neigung des Messers gestattet, sitzt am oberen kürzeren Teil eines um eine horizontale Achse drehbaren zweiarmigen Hebels, dessen unterer viel längerer Teil als Kreissegment ausgebildet und an seiner Peripherie mit einem Gewinde versehen ist, in das die Mikrometerschraube eingreift. Die Einstellung auf die Schnittdicken kann mit der Hand oder automatisch geschehen, wobei die Begrenzung nach unten 1 μ beträgt. Eingehend besprochen wird schließlich das Bogenmesser und an Hand von mikroskopischen Bildern wird die Leistungsfähigkeit des Mikrotomes vorgeführt. Auf Grund der beigegebenen Abbildungen ist die konstruktive Seite des Mikrotoms glücklich gelöst, doch wäre zu erwägen, ob die Vorwärtsbewegung des Messers auf einem horizontalen Schlitten nicht zweckmäßiger wäre als die mittels des zweiarmigen Hebels, da in ersterem Falle während des ganzen Schneidens die Messerschneide in derselben Höhe bleibt und sich auch der Anstellwinkel des Messers nicht ändert, während in letzterem Falle infolge der

kreisförmigen Bewegung die Schneide nach jedem Schnitt tiefer zu liegen und das Messer dadurch immer steiler zum Objekt zu stehen kommt. In welchem Ausmaße sich dadurch Nachteile ergeben können, müßte an Hand des Instrumentes praktisch erprobt werden. *J. Kisser-Wien.*

Ein neues registrierendes Psychrometer.

(A new relative humidity recorder.)

Von L. Behr, *Journ. of Opt. Soc. of Am.* **12**. *S. 623—653. 1926.*

E. B. Wheeler hat 1924 in dem *Bell System Technical Journal* (Aprilheft) ein Registrierinstrument für relative Feuchtigkeit beschrieben, das zwar eine hohe Anzeigegenauigkeit besitzt, trotzdem aber noch Mängel aufweist, die sehr der Abhilfe bedürfen. Als solche Mängel stellten sich hauptsächlich die Unübersichtlichkeit der Schaltung der verwendeten Stromkreise und die Gefahr der Verunreinigung einiger Kontakte heraus. Hier zu verbessern hat der Verfasser anscheinend mit Erfolg versucht. Wie weit ihm das praktisch gelungen ist, läßt sich nach seinen Ausführungen, die hinsichtlich der Angaben über konstruktive Einzelheiten der Apparatur ziemlich spärlich sind, und nach den beigefügten Abbildungen nicht genügend beurteilen. Die mathematisch-physikalischen Voraussetzungen, auf denen die Verbesserungen in der Schaltung beruhen, sind jedoch sehr ausführlich dargelegt.

Wie üblich wird die „feuchte" und „trockene" Temperatur gemessen. Es werden Widerstandsthermometer benutzt, die je in einem Zweig einer Wheatstonschen Brücke liegen, ohne daß die Einzelwerte der Temperaturen zur Anzeige gelangen. Vielmehr wird die Feuchtigkeit unmittelbar ermittelt und zwar mit Hilfe einer Nullmethode. Die beiden Thermometerbrücken werden nämlich geschickt, sicherlich in einer noch anderweit anwendbaren Weise, zusammengeschaltet. Hierzu berechtigt die vom Verfasser ermittelte Beziehung:

$$\frac{\text{trockene Temp.} - A}{\text{feuchte Temp.} - B} = \text{relative Feuchtigkeit.}$$

Dabei ist $B = \text{const.}$ und A eine Funktion der relativen Feuchtigkeit, die sich mit dieser nur wenig ändert. Die korrespondierenden Temperaturen der Widerstandsthermometer lassen einen Brückenstrom entstehen, der automatisch ausbalanciert wird. Dies wird bewirkt dadurch, daß der auf einer Kreisscheibe angebrachte Ausgleichswiderstand, dessen Drehung ein Motor besorgt, gegenüber einem festen Abgriff sich dreht, gesteuert durch den Brückenstrom selbst. Das Maß der Drehung des Ausgleichswiderstandes ist demnach ein Maß für die Feuchtigkeitsänderung. Mit der Scheibe, die den Ausgleichswiderstand trägt, ist die in Schlittenführung laufende, auf einem von Uhrwerkstrommel vorgeschobenen Vordruck schreibende Feder mechanisch gekoppelt und wird von dieser verstellt.

Die Wirklichkeitstreue der aufgezeichneten Kurven — der Verfasser gibt zwei sehr überzeugende Abdrucke — hängt zweifellos von der Empfindlichkeit der Steuerung des die Verstellkräfte liefernden Motors ab und von der Trägheit des mechanischen Systems: Kreisscheibe-Registrierfeder.

Nach dem Verfasser ist die Meßgenauigkeit eine sehr große und die Anzeigefehler nicht größer als die bei der Ermittlung der Feuchtigkeit aus den gemessenen Temperaturen bei Verwendung der bekannten Feuchtigkeitstafeln. *W. Keil.*

Bücherbesprechungen.

B. Gutenberg, Lehrbuch der Geophysik, I. Lief. 8°, 176 S. mit 52 Abb. Berlin 1926. Gebrüder Borntträger. 9,75 M.

Unter Mitwirkung einer größeren Zahl von Fachgelehrten erscheint mit dem Werk eine zusammenfassende Darstellung der ganzen Geophysik, soweit man dem bisher erschienenen Inhaltsverzeichnis und der ersten vorliegenden Lieferung entnehmen kann.

Die bisher erschienenen Abschnitte geben ein äußerst konzentriertes und reich mit Literaturangaben versehenes ausgezeichnetes Bild des heutigen Standes der wissenschaftlichen Forschung geophysikalischer Art.

Im ersten Abschnitt gibt A. Born, Berlin, in ca. 60 Seiten einen Überblick über die Entwicklung der Erde und ihren geologischen Aufbau. Nach einer die astronomische Entwicklungs-

periode der Erde behandelnden Einführung gibt er ein Bild des geologischen Aufbaus, das in einer Besprechung des Permanenzproblems mit einem Hinweis auf die Wegenersche Hypothese der Kontinentalverschiebung ausläuft. Im zweiten Abschnitt werden von E. A. Ansel, Freiberg, alle die Gravitation und Schwerkraft und ihre Störungen behandelnden Fragen referiert, ohne allerdings auf instrumentelle Fragen einzugehen. Der dritte Abschnitt behandelt von H. Born ausführlich den Bewegungsmechanismus der Erdkruste. Die verschiedenen Arten und Theorien der Gebirgsbildung sind in den Vordergrund gestellt. Wie hier hauptsächlich die Bewegungen der Erdkruste und deren Einflüsse untersucht werden, schildert im nächsten Abschnitt derselbe Verfasser den Einfluß von Wasser, Eis und Wind auf die äußere Gestaltung der Kontinente und speziell Gebirge. Abschnitt V bildet mit der Besprechung des Vulkanismus das letzte abgeschlossene Kapitel.

Der Inhalt dieses ersten Teiles läßt hoffen, daß das Lehrbuch geeignet ist, einen umfassenden Überblick über die gesamte Geophysik zu geben. *P. Duckert.*

A. Sonnefeld, Die Hohlspiegel. Mit 95 Abbildungen. 8°. X, 154 S. m. 95 Abb. Abgeschlossen Jahreswende 1925/26. Union Deutsche Verlagsgesellschaft, Zweigniederlassung Berlin. Preis geb. 9.50 RM.

Das Buch wendet sich sowohl an den Fachmann als auch an den Praktiker. Ersterer findet im ersten Teil eine ausführliche theoretische Erörterung über den Strahlengang und die Photometrie der Hohlspiegel. Nachdem die optischen Grundgesetze der Spiegelung und Brechung behandelt worden sind, wird eine Darstellung der Abbildungslehre, spezialisiert vor allem auf die Spiegelung, gegeben. Besprochen werden bei dieser Gelegenheit die theoretischen Eigenschaften der idealen Hohlspiegel, nicht nur mit sphärischen, sondern auch mit Rotationsflächen zweiten Grades, sowie der Hohlspiegellinsen mit sphärischen oder sphäroidischen Flächen und mit Rotationsflächen zweiten Grades und ähnlichen Rotationsflächen. Sodann folgt ein Abschnitt über die trigonometrische Bestimmung des Strahlengangs im Meridianschnitt der Hohlspiegel, in welchem die Durchrechnungsformeln für die verschiedenartigen Flächen mitgeteilt werden, jedoch ohne besondere Rechenschemata. Ein Abschnitt für sich behandelt die Fehler dritter Ordnung der Hohlspiegel. Soweit geometrisch-optisch schließt der erste Teil mit einigen Bemerkungen zu den photometrischen Eigenschaften der Hohlspiegel, wo außer den bekannten photometrischen Grundgesetzen auch das Stefan-Boltzmannsche Energiestrahlungsgesetz und die Absorptionseigenschaften des Spiegelmaterials zur Sprache kommen.

Der zweite Teil ist praktisch eingestellt. Dort findet neben dem Fachmann vor allem auch der Praktiker viel Wertvolles. Dieser Teil ist der ausführlichste (über 100 Seiten). Ausgegangen wird hier von den Fehlern des sphärischen Spiegels, wobei eine sehr eingehende Tabellierung der Durchmesser der Zerstreuungskreise der sphärischen Aberration, der Streuung durch Bildwölbung und durch Koma für verschiedene Öffnungsverhältnisse auffällt. Sodann werden die Spiegel mit Oberflächenversilberung besprochen, wobei die Namen Herschel, Newton, Gregory und Cassegrain erwähnt werden. Es folgt eine Beschreibung der Zeiss-Fernrohre auf der Hamburger und Babelsberger Sternwarte. Begrüßenswert ist, daß auch die Verwendung der Kugelspiegel für Spektralapparate erörtert wird. Berücksichtigt werden ferner die Vorteile und Nachteile der Metallhohlspiegel, wobei eine Tabelle für das Reflexionsvermögen verschiedener Spiegelmetalle beachtenswert ist. Der Abschnitt über Spiegellinsen bringt u. a. besonders eingehend eine Besprechung des Manginspiegels und seiner mannigfachen Verwendungszwecke. Derselbe Abschnitt behandelt die Parabolspiegel und ihre Verwendung in Blinkgeräten, Spiegellampen, Automobilscheinwerfern und Projektionsapparaten. Der dritte Abschnitt des zweiten Teils ist ganz besonders für den Praktiker bestimmt, insofern er sich mit der Herstellung der Hohlspiegel befaßt. Alle Stadien der Herstellung von der Herstellung des Glases an finden Berücksichtigung. Von zahlreichen Abbildungen begleitete Ausführungen über die Schleifmaschinen und deren Prinzipien beanspruchen größtes Interesse. Von bekannten Maschinen werden u. a. die Schuckertsche Maschine für Parabolflächen, ferner die für dieselben Zwecke bestimmte Maschine von Wiederer & Co., schließlich die Maschine zum Schleifen konvexer Kegelschnittflächen nach Gullstrand besprochen. Ein Abschnitt für sich ist den Prüfungsmethoden für Hohlspiegel gewidmet, wobei die Methoden von Tschikolew,

Schuckert, Goerz und Zeiss dargelegt werden. Im letzten Abschnitt werden die Hohlspiegel vom verwendungstechnischen Standpunkt betrachtet. Eine Zusammenfassung über die an Hohlspiegel zu stellenden Anforderungen, ein Literatur-, Namens- und Sachverzeichnis schließen die Monographie ab. Historisch interessierte Leser finden eine Darstellung des Entwicklungsganges der Spiegelinstrumente seit Archimedes.

Kritisch zu urteilen über den Wert des besprochenen Buches scheint hinsichtlich der Spezialkenntnisse des Verf nicht am Platze, zumal Verf. sich das große Verdienst erworben hat, als erster ein Sammelwerk über die Spiegelinstrumente veröffentlicht zu haben. *Flügge.*

Geodesist (Der Geodät). Russische geodätische Zeitschrift. Schriftleitung: Moskau, Rasinastr. 26.

Auf dem Wege über Wandzeitungen und im Vervielfältigungsverfahren hergestellte kleine Zeitschrifthefte ist die russische geodätische Wissenschaft mit dem „Geodesist" wieder in den Besitz einer Fachzeitschrift gekommen, die seit August 1925 monatlich mit einer Doppelnummer erscheint. Die Zeitschrift ist das offizielle Organ der militärtopographischen und der obersten geodätischen Verwaltung. Sie behandelt in erster Linie alle wissenschaftlich-technischen Fragen der niederen und höheren Geodäsie und ihrer Hilfswissenschaften. Besondere Aufmerksamkeit wird augenblicklich den Fragen der Photogrammetrie gewidmet, mit der man sich zur Zeit in Rußland wohl stärker als in irgend einem anderen Land befaßt. Daneben behandelt die Zeitschritt Fragen des beruflichen Lebens und der Politik, auch weist sie einige der Unterhaltung gewidmete Seiten auf. Die Ausstattung ist gut, abgesehen von den Abbildungen, die oft zu wünschen übrig lassen. Vorbildlich ist die gelegentliche Anwendung des Mehrfarbendruckes dort, wo dies, wie oft bei graphischen Darstellungen und Nomogrammen, der Klarheit der Darstellung förderlich ist. Von bisher erschienenen — nicht ausländischen Zeitschriften entnommenen — Aufsätzen berühren das Gebiet der Instrumentenkunde ein Aufsatz von Prof. N. M. Alexapolski über die Entzerrung von Fliegerbildnern (1925 Heft 6/7), in dem er auf das Entzerrungsgerät des Prof. Sokoloff hinweist, das, obwohl vorläufig nur in einer provisorischen Ausführung vorhanden, das Entzerren eines Bildes in 5 Minuten gestattet, während mit dem Roussilhetchen Gerät und mit dem von Luftbild-Stereographik 10 bis 20 Minuten erforderlich sind. (Eine ausführliche Beschreibung dieses Gerätes und seiner Theorie findet sich in einem Aufsatz, den der Erfinder selbst in der Zeitschrift „Woina i Technika" 1925, Heft 226/227 veröffentlicht hat.) Professor Tschebotareff beschreibt im Heft 3/4 1926 außer einer Reihe in Deutschland bekannter Tachymeter einen von der russischen staatlichen Fabrik Geodäsia soeben fertiggestellten Tachymeter, dessen Hauptvorzug mir in seiner sehr stabilen Bauart zu bestehen scheint. Das neueste Heft 11/12 1926 bringt einen Aufsatz über die Zeissische Reihenbildmeßkammer aus der Feder des Professors D. S. Jerschoff, der sich große Verdienste um die Einführung der Photogrammetrie in Rußland erworben hat.

Otto Lacmann-Moskau.

R. Lang, Experimentalphysik IV, Lehre vom Licht. Kl.-8°. 110 S. mit 90 Textabb. Sammlung Göschen Nr. 614. Berlin und Leipzig 1925, Walter de Gruyter & Co.

Der vorliegende Abriß der Lehre vom Licht, im wesentlichen für Schüler und Studenten bestimmt, ist geeignet, auch dem angehenden Feinmechaniker als Einführung in die Grundbegriffe der Optik zu dienen. Das Wissensgebiet der geometrischen und physikalischen Optik kommt in gedrängter aber doch klarer Form an Hand guter Abbildungen zur Darstellung. *G.*

Franz Maria Feldhaus, Tage der Technik. Illustrierter technisch-historischer Abreißkalender für 1927. München und Berlin, R. Oldenbourg.

Der schöne Kalender, jetzt im 6. Jahrgang erschienen, wurde bereits in *dieser Zeitschr. 45. S. 592. 1925* unserem Leserkreis warm empfohlen. Die neue Ausgabe ist gleich den früheren eine reiche Fundgrube geschichtlicher Erinnerungen und interessanter bildlicher Darstellungen.

G.

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **April 1927.** Viertes Heft.

Beiträge zur Sextanten-Theorie.

Von
Viktor Theimer in Leoben.

Die theoretischen Arbeiten über die Fehlereinflüsse des Sextanten sind wohl recht zahlreich, allein wie ich glaube, nicht ganz den tatsächlichen Verhältnissen am Instrument entsprechend.

Sie stützen sich meist auf nicht ganz zutreffende Voraussetzungen und lassen aus diesem Grunde schließlich ein etwas verzerrtes Bild über die Wirkung der Fehlereinflüsse auf die Winkelmessung entstehen.

Es mag die Erklärung dieser Erscheinung in dem Umstande liegen, daß sich beim Sextanten die eigentlichen Instrumentalfehler im allgemeinen erst in zweiter Kleinheitsordnung in den Winkelmessungen bzw. Kreisablesungen äußern, und daß man der theoretischen Durcharbeitung dieses Instrumentes aus obengenanntem Grunde nicht die notwendige Aufmerksamkeit schenkte.

Ich glaube aber, daß es aus rein wissenschaftlichen Gründen angezeigt ist, auch für den Sextanten eine richtige und leichtverständliche Theorie aufzustellen, trotzdem dieselbe infolge der sehr günstigen Fehlerfortpflanzung auf die praktische Ausführung von Winkelmessungen bei weitem nicht dieselbe Bedeutung haben kann wie bei anderen Instrumenten, deren Fehler die Messungsergebnisse schon in erster Kleinheitsordnung beeinflussen.

Es möge mir daher gestattet sein, in nachstehender Schrift eine Theorie des Sextanten zu erbringen, von der ich glaube, daß sie den tatsächlichen Verhältnissen am Instrumente wirklich Rechnung trägt, und überdies den Vorteil der Einfachheit besitzt.

Und da diese Theorie auch für jene Leser, die den Sextanten gar nicht kennen, verständlich sein soll, möge man es entschuldigen, wenn ich in dem einleitenden Abschnitte eine kurzgefaßte Beschreibung des Instrumentes bringe und auch seine Anwendung bei Winkelmesungen bespreche.

Beschreibung und Anwendung des Sextanten.

Der Sextant ist ein Instrument, welches die Messung von Winkeln in beliebigen Ebenen des Raumes gestattet. Seine Anwendung ist namentlich in der Nautik von größter Bedeutung.

Bestandteile des Instruments, Abb. 1:

1. Ein Sechstel-Kreisbogen-Limbus mit einer Normalbezifferung von 0^0 bis 60^0 oder einer dasselbe Intervall umspannenden Doppelwinkelbezifferung von 0^0 bis 120^0.

2. Ein um das Limbuszentrum C drehbarer Alhidadenarm mit einem Nonius N, einer Klemmschraube Kl und einer Feinstellschraube F.
3. Ein am Alhidadenarm montierter drehbarer Spiegel II (Alhidadenspiegel).
4. Ein am Limbus montierter fester Spiegel I.
5. Ein am Limbus montiertes Zielfernrohr gegenüber dem festen Spiegel I, derart gelagert, daß die untere Hälfte des Gesichtsfeldes vom festen Spiegel verdeckt wird, während die obere Hälfte, über den Spiegel hinweg, die Visur ins Freie gestattet.

Beide Spiegel sind mit Berichtigungsschräubchen ausgestattet, die es ermöglichen, kleine Neigungsänderungen der Spiegelflächen gegenüber der Limbusebene vorzunehmen.

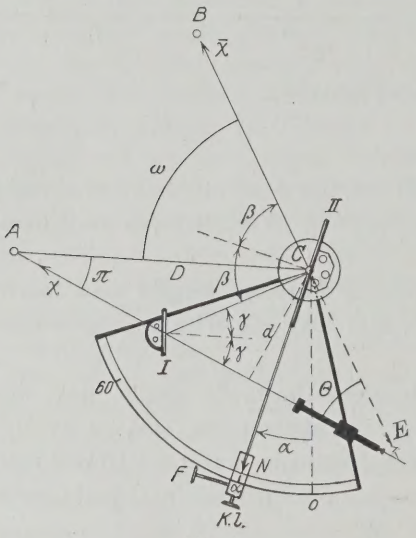


Abb. 1.

Speziell der feste Spiegel I ist auch noch mitsamt seiner Unterlage durch kleine Korrektionsschräubchen ein wenig verdrehbar.

Die Spiegelflächen I und II sollen so montiert sein, daß, von ihrer Normalität zur Limbusebene ganz abgesehen, bei Einstellung des Alhidadenarmes auf die Kreisablesung 0, die Schnittgeraden der spiegelnden Ebenen mit der Limbusebene zu einander parallel sind.

Die Zielachse des Fernrohrs soll zur Limbusebene parallel sein.

Sind alle diese Bedingungen restlos erfüllt, dann wird bei Einstellung des Alhidadenarms auf die Kreisablesung 0, die direkte Zielachse x parallel zur doppelt reflektierten Zielachse $\bar{x}$.

Prinzip der Winkelmessung mit dem Sextanten.

Soll man einen Winkel $ACB = \omega$ mit dem Sextanten messen, dann stellt man zunächst einmal das Fernrohr bzw. die direkte Zielachse x auf den Punkt A ein und dreht sodann den Alhidadenarm und damit auch den Alhidadenspiegel II so lange um die Drehungsachse C, bis die doppelt reflektierte Zielachse $\bar{x}$ den Punkt B trifft.

Ist α die zugeordnete Alhidadendrehung bzw. Kreisablesung, dann wird nach Abb. 1:

$$\beta = \gamma + \alpha. \qquad 1)$$

Als Außenwinkel des Dreieckes CAE ist $\omega = \pi + \theta$
„ „ „ „ CIE „ $2\beta = 2\gamma + \theta$ } also $\theta = \omega - \pi = 2(\beta - \gamma)$.

Oder mit Rücksicht auf 1):

$$\underline{\theta = \omega - \pi = 2\alpha;} \qquad 2)$$

Daraus wird umgekehrt

$$\underline{\omega = \theta + \pi = 2\alpha + \pi,} \qquad 3)$$

wobei $\sin \pi = \frac{d}{D}$, also $\pi'' = \varrho'' \cdot \frac{d}{D}$ (π heißt die „Schiefenparallaxe“).

Wie man sieht, muß man zur Berechnung von π die Entfernung D des direkt angezielten Punktes und den Abstand d der Alhidadenachse C von der direkten Zielachse x kennen.

Da d immer nur recht ungenau durch direkte Messung gewonnen werden kann und auch D bei geodätischen Messungen meist nicht bekannt ist, so wird die Schiefenparallaxe π die Ursache für die Beschränkung des Anwendungsbereiches des Sextanten auf rein astronomische Winkelmessungen.

Denn für die letzteren, bei denen Sterne als Zielpunkte dienen, ist $D = \infty$, also $\pi = 0$; mithin

$$\omega = \theta = 2\,\alpha. \qquad 4)$$

Höhenwinkelmessung mit dem Sextanten. a) Mit natürlichem Horizonte. b) Mit künstlichem Horizonte.

Zu a): Unter dem natürlichen Horizonte versteht man die scheinbare Trennungslinie zwischen der Meeresoberfläche und der Himmelskugel,

Der Winkel, den die Zielachse x bei Visur nach dem natürlichen Horizonte mit der zur Lotrichtung des Beobachtungsortes normalen Horizontalebene einschließt, heißt der „Kimmungswinkel“ oder kurzweg die „Kimmung“ K. Der gesuchte, scheinbare Höhenwinkel des Gestirns Θ ist h'.

Der wahre Höhenwinkel desselben ist

$$h = h' - r + p,$$

wenn r die Refraktion, p die Parallaxe bedeutet.

Nach Abb. 2 wird

$$\theta = K + h' \overset{4)}{=} 2\,\alpha; \qquad \text{also} \qquad h' = 2\,\alpha - K.$$

Mithin wird die richtige Höhe des Gestirns

$$h = 2\,\alpha - K - r + p. \qquad 5)$$

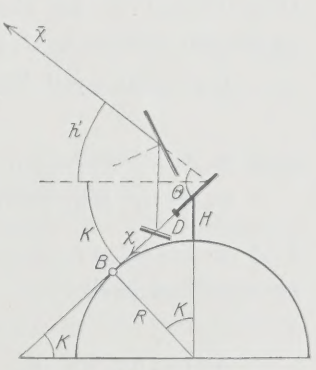


Abb. 2.

α wird am Teilkreise des Sextanten abgelesen und r bzw. p den astronomischen Tabellen als Funktion von $h' = 2\,\alpha$ entnommen. Mithin auf der rechten Seite von 5) lediglich die Kimmung K vorläufig unbekannt. Man kann aber ihren Wert sehr leicht auf folgendem Wege ermitteln: Es ist

$$(R + H)\cos K = R,$$

also

$$H \cdot \cos K = R \cdot (1 - \cos K) = 2\,R \cdot \sin^2 \frac{K}{2} = H \cdot \left(\cos^2 \frac{K}{2} - \sin^2 \frac{K}{2}\right),$$

daraus

$$(2\,R + H) \cdot \sin^2 \frac{K}{2} = H \cdot \cos^2 \frac{K}{2};$$

also

$$\operatorname{tg} \frac{K}{2} = \sqrt{\frac{H}{2\,R + H}}; \qquad K'' \doteq \varrho'' \cdot \sqrt{\frac{4\,H}{2\,R + H}} \doteq \varrho'' \cdot \sqrt{\frac{2\,H}{R}}. \qquad 6)$$

Dieser Kimmungswinkel wäre noch wegen Refraktion nach Tabellen zu korrigieren.

Zu b): Unter einem künstlichen Horizonte versteht man entweder einen stark reflektierenden Flüssigkeitsspiegel in einem entsprechenden Gefäße oder aber eine spiegelnde Metall- oder Glasfläche, welche mit 3 Fußstellschrauben und einer feinen Setzlibelle genau horizontiert werden kann.

Nach Abb. 3 wird, wenn P den Zielpunkt und P' sein Spiegelbild bedeutet,

$$2\,h' = \theta + \xi = 2\,\alpha + \xi; \qquad \text{also} \qquad h' = \alpha + \frac{1}{2}\,\xi;$$

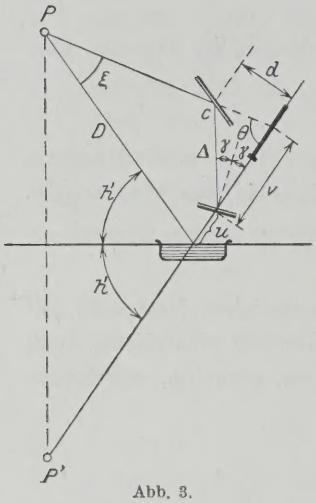


Abb. 3.

$$\sin\xi = \sin\theta \cdot \frac{u+v}{D};$$

$$v = \Delta\,\frac{\sin(180 - 2\,\gamma - \theta)}{\sin\theta} = \Delta \cdot \frac{\sin 2\,(\gamma+\alpha)}{\sin(2\,\alpha)},$$

also

$$\sin\xi = \sin(2\,\alpha) \cdot \frac{u\sin(2\,\alpha) + \Delta\sin 2\,(\gamma+\alpha)}{D\sin(2\,\alpha)} = \frac{u\sin(2\,\alpha) + \Delta\sin 2\,(\gamma+\alpha)}{D}.$$

Oder, weil ξ klein ist,

$$\left.\begin{aligned} \xi'' &= \varrho'' \cdot \frac{u\sin(2\,\alpha) + \Delta\cdot\sin 2\,(\gamma+\alpha)}{D}, \\ &\text{wobei } \gamma \text{ berechnet wird aus} \\ \sin(2\,\gamma) &= \frac{d}{\Delta}; \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

Damit findet man

$$h' = \alpha + \varrho'' \cdot \frac{u\sin(2\,\alpha) + \Delta\cdot\sin 2\,(\gamma+\alpha)}{2\,D}. \qquad 8)$$

Diese Formel ist im allgemeinen sehr unpraktisch und ungenau, weil die direkt zu messenden Größen u, Δ, d, D alle nur sehr mangelhaft bestimmt werden können.

Dagegen wird für Sternbeobachtungen

$$\underline{D = \infty}, \qquad \text{also} \qquad \underline{h' = \alpha}$$

und der von Refraktion und Parallaxe befreite Höhenwinkel ist

$$\underline{h = \alpha - r + p} \qquad 9)$$

Und diese beiden Gleichungen lassen weder an Einfachheit noch an Genauigkeit etwas zu wünschen übrig.

Vorgang bei der Höhenwinkelmessung. Man stellt die direkte Visur auf den gewählten Stern ein und bringt durch Alhidadendrehung das doppelt reflektierte Bild mit dem direkten Bilde zur Deckung. Hernach senkt man die direkte Visur langsam gegen den Horizont herab unter gleichzeitiger Alhidadenbewegung derart, daß das doppelt gespiegelte Sternbild beständig sichtbar bleibt.

Hierdurch wird man vor Irrtümern (Sternverwechslungen) bewahrt.

Schließlich bringt man durch Alhidadenfeinbewegung das doppelt gespiegelte Sternbild mit dem direkten Bilde des natürlichen Horizontes zur Deckung und macht am Teilkreise die Ablesung α.

Sodann wird:

der scheinbare Höhenwinkel $h' = 2\,\alpha - K$

und der wahre Höhenwinkel $h = 2\,\alpha - K - r + p.$ 10)

Speziell bei Sonnenbeobachtungen werden Randkoinzidenzen hergestellt, weil die Anzielung des Sonnenmittelpunktesnur schätzungsweise gemacht werden könnte, also zu ungenau wäre. Dasselbe gilt für den Mond.

Für astronomische Sextantenfernrohre erhält der Beobachter am Okulare die in Abb. 4 dargestellten Ansichten, je nachdem er den unteren oder oberen Gestirnrand anvisiert.

Ist α der Verdrehungswinkel des Nonienarmes, also bei normal bezifferter Limbusteilung die Kreisablesung, dann wird

die scheinbare Höhe des beobachteten Gestirnrandes

$$h' = 2\alpha - K$$

und die wahre Höhe des Gestirnmittelpunktes

$$h = h' - r + p \pm R = 2\alpha - K - r + p \pm R, \qquad 11)$$

wobei R den aus den astronomischen Tabellen zu entnehmenden Gestirnsradius vorstellt.

Dabei ist rechterhand $\pm$ zu wählen, je nachdem der $\begin{pmatrix}\text{untere}\\ \text{obere}\end{pmatrix}$ Gestirnrand anvisiert wurde.

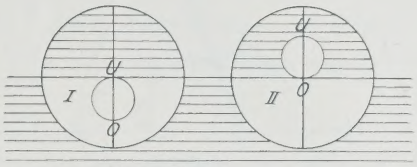


Abb. 4.

Forderungen für die Richtigkeit des Sextanten.

1. Die Zielachse des Sextantenfernrohres soll zur Limbusebene parallel sein. Eine diesbezügliche Abweichung heißt **„Kollimationsfehler“**: (δ_0).
2. Der dem Fernrohre gegenüberstehende feste Spiegel *I* soll zur Limbusebene normal sein. Eine eventuelle Abweichung heißt **„Neigungsfehler des festen Spiegels“**: (σ_1).
3. Der Alhidadenspiegel *II* soll durch die Alhidadenachse gehen oder zu ihr parallel sein. Eine eventuelle Abweichung heißt **„konstanter Neigungsfehler des Alhidadenspiegels“**: (σ_0).
4. Die Alhidadenachse *C* soll genau normal zur Limbusebene stehen. Ein diesbezüglicher Fehler heißt der **„Alhidadenachsenfehler“**: (ζ).
   Die Folge dieses Fehlers ist ein **„veränderlicher Neigungsfehler des Alhidadenspiegels“**: (σ).
   Die aus dem konstanten Neigungsfehler σ_0 und dem veränderlichen Neigungsfehler σ des Alhidadenspiegels resultierende Spiegelneigung ist der **„tatsächliche Neigungsfehler des Alhidadenspiegels“**: (σ_2).
5. Die Alhidadenachse *C* soll genau durch den Teilkreismittelpunkt hindurchgehen. Abweichungen heißen **„Exzentrizitätsfehler der Alhidade“**.
6. Die Schnittgerade des festen Spiegels *I* mit der Limbusebene soll zur Schnittgeraden des Alhidadenspiegels *II* mit der Limbusebene parallel sein, wenn der Alhidadenarm auf die Kreisablesung 0 eingestellt wird. Eine diesbezügliche Abweichung heißt der **„Indexfehler des Sextanten“**: (ν).

Alle diese Instrumentalfehler bedingen gewisse Fehler in den Teilkreisablesungen bzw. Winkelmessungen. Allein es wäre ein Irrtum, zu glauben, daß die partiellen Ablesefehler, die man erhält, wenn der Einfluß jedes einzelnen Instrumentalfehlers für sich allein bestimmt wird, durch ihre Summierung den Gesamtablesefehler ergeben müßten, wie dies bei den meisten anderen Instrumenten der Fall ist.

Und zwar ist dieses Verfahren deshalb unzulässig, weil Kollimationsfehler und Spiegelneigungsfehler Winkelverbesserungen bedingen, in denen die Instrumentalfehler

quadratisch auftreten, was zur Folge hat, daß in den so entwickelten Formeln die oft sich gegenseitig aufhebende Wirkung der einzelnen Instrumentalfehler nicht zum Ausdruck gelangt.

Es ergibt sich mithin beim Sextanten die Notwendigkeit, den Gesamteinfluß des Kollimationsfehlers und der Spiegelneigungsfehler auf die Winkelmessung im Zusammenhange festzustellen, und bloß den Einfluß des Index- und des Exzentrizitätsfehlers, welche beide lineare Winkelmessungsfehler erzeugen, gesondert zu betrachten.

Ehe wir an die Untersuchung der Winkelmessungsfehler herantreten, mögen einige vorbereitende Fragen beantwortet werden:

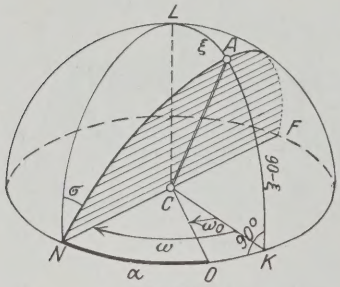


Abb. 5.

1. Frage: Wie groß ist der tatsächliche Neigungsfehler σ_2 des Alhidadenspiegels bei einer beliebigen Einstellung des Alhidadenarmes, und wie bestimmt man die zugeordneten Spiegelkonstanten?

Zum Zwecke der Beantwortung dieser Frage wolle man zunächst einmal annehmen, daß lediglich ein Alhidadenachsenfehler ζ vorhanden sei, und der konstante Neigungsfehler des Alhidadenspiegels $\sigma_0 = 0$ ist.

Unter dieser Voraussetzung findet man aus Abb. 5, in welcher:

C = Limbusmittelpunkt,
CA = Alhidadenachse,
ζ = Alhidadenachsenfehler,
CK = Orthogonalprojektion der Alhidadenachse auf den Limbus,
CN = Alhidadenarm,
N = Nonien-Nullpunkt,
$\overrightarrow{C\emptyset}$ = Nullrichtung des Teilkreises,
$\emptyset$ = Nullpunkt des Teilkreises,
(NAF) = Spiegelebene,
σ = veränderlicher Spiegelneigungsfehler.

Bezeichnet man noch mit α die zugeordnete Teilkreisablesung und setzt man $\sphericalangle(\overrightarrow{KCN}) = \omega$, bzw. $\sphericalangle(\overrightarrow{KC\emptyset}) = \omega_0$, dann folgt aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck (NAK) die Beziehung:

$$\cos(90 - \omega) = \operatorname{cotg}(90 - \sigma) \cdot \operatorname{cotg}\zeta,$$

$$\sin\omega = \operatorname{tg}\sigma \cdot \operatorname{cotg}\zeta,$$

$$\underline{\operatorname{tg}\sigma = \operatorname{tg}\zeta \cdot \sin\omega} \quad \text{bzw.} \quad \underline{\sigma \doteq \zeta \cdot \sin\omega}. \qquad 12)$$

Beachtet man noch, daß nach Abb. 5 $\omega = \omega_0 + \alpha$, so kommt:

$$\underline{\operatorname{tg}\sigma = \operatorname{tg}\zeta \cdot \sin(\omega_0 + \alpha)} \quad \text{bzw.} \quad \underline{\sigma \doteq \zeta \cdot \sin(\omega_0 + \alpha)}. \qquad 13)$$

Speziell für $\alpha = -\omega_0$ ist $\operatorname{tg}\sigma = 0$, $\sigma = 0$;

d. h.: Fällt die Spiegelebene mit jener limbusprojizierenden Ebene zusammen, welche durch die geneigte Alhidadenachse bestimmt wird, dann ist der variable Spiegelneigungsfehler $\sigma = 0$.

Daraus folgern wir aber, daß gerade in dieser Stellung ein eventuell vorhandener konstanter Spiegelneigungsfehler σ_0 voll zur Geltung kommen müßte, d. h.:

Ist ein konstanter Spiegelneigungsfehler σ_0 vorhanden, dann wird in jener limbusprojizierenden Ebene, welche durch die geneigte Alhi

dadenachse bestimmt ist, der tatsächliche Neigungsfehler des Alhidadenspiegels $\sigma_2 = \sigma_0$.

In jeder anderen Stellung des Alhidadenarmes tritt eine algebraische Addition des konstanten Spiegelneigungsfehlers σ_0 und des jeweilig vorhandenen variablen Spiegelneigungsfehlers σ ein, so daß man für den allgemeinen Neigungsfehler des Alhidadenspiegels den Ausdruck findet:

$$\sigma_2 = \sigma_0 + \sigma = \sigma_0 + \zeta \sin(\omega_0 + \alpha) = \sigma_0 + \zeta \sin\omega_0 \cdot \cos\alpha + \zeta \cos\omega_0 \cdot \sin\alpha. \quad 14)$$

Aus dieser Gleichung kann σ_2 für jede Kreisablesung (α) berechnet werden, wenn die Spiegelkonstanten σ_0, ζ, ω_0 bekannt sind.

Um diese Spiegelkonstanten zu ermitteln, klemme man den Sextanten an einer mit 3 Fußstellschrauben versehenen stabilen Unterlage fest und horizontiere die Limbusebene mit Benutzung der Fußstellschrauben und einer sehr empfindlichen Setzlibelle von 10″ bis 20″ Winkelwert auf das genaueste.

Sodann stelle man gegenüber dem Alhidadenspiegel ein genau berichtigtes Nivellierinstrument auf, dessen Instrumentenhorizont bei einspielender Nivellierlibelle angenähert die Spiegelmitte trifft.

Zwischen Nivellierinstrument und Spiegel befestige man auf einer ungefähr horizontalen Stange eine Papier-Hängelatte, auf welcher beiderseitig und zwar in gleicher Höhe eine Doppelmillimeterteilung mit Zentimeterbezifferung aufgetragen ist, etwa so, wie in Abb. 6 angedeutet wurde.

Abb. 6.

Hernach drehe man den Alhidadenspiegel so lange um die Alhidadenachse, bis durch das Nivellierinstrument gesehen das direkte Skalenbild mit dem gespiegelten Skalenbilde koinzidiert bzw. nebeneinander zu liegen kommt.

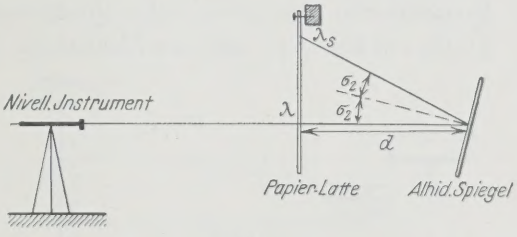


Abb. 7.

Macht man in dieser Stellung bei einspielender Nivellierlibelle, also horizontaler Visur, die direkte Ablesung λ und die gespiegelte Ablesung λ_s, notiert man ferner die zugeordnete Kreisablesung (α) und die Entfernung d der Papierlatte von der Spiegel mitte, dann wird nach Abb. 7

$$\operatorname{tg}(2\sigma_2) = \frac{\lambda_s - \lambda}{d}; \quad \text{daraus} \quad \sigma_2 = \ldots \quad 15)$$

Da σ_2 ebenfalls ein kleiner Winkel ist, so kann man genähert auch die Formel

$$\sigma_2'' = \varrho'' \cdot \frac{\lambda_s - \lambda}{2d}, \qquad (\varrho'' = 206\,265'') \quad 16)$$

verwenden.

Zwischen dem so ermittelten Werte σ_2 und der zugeordneten Kreisablesung (α) besteht dann die Gleichung 14).

Macht man diesen Versuch für drei verschiedene Spiegeleinstellungen bzw. Kreisablesungen α_1, α_2, α_3 und rechnet man nach 15) oder 16) die zugeordneten Spiegelneigungen $(\sigma_2)_1$, $(\sigma_2)_2$, $(\sigma_2)_3$, dann erhält man wegen 14) nachstehende 3 lineare Gleichungen mit 3 Unbekannten:

$$\left.\begin{aligned}(\sigma_2)_1 &= \sigma_0 + \zeta \sin\omega_0 \cdot \cos\alpha_1 + \zeta \cos\omega_0 \cdot \sin\alpha_1 \\ (\sigma_2)_2 &= \sigma_0 + \zeta \sin\omega_0 \cdot \cos\alpha_2 + \zeta \cos\omega_0 \cdot \sin\alpha_2 \\ (\sigma_2)_3 &= \sigma_0 + \zeta \sin\omega_0 \cdot \cos\alpha_3 + \zeta \cos\omega_0 \cdot \sin\alpha_3\end{aligned}\right\} \quad 17)$$

Aus diesen findet man durch Elimination die Zahlenwerte von σ_0, $\zeta \sin \omega_0$, $\zeta \cos \omega_0$.

Bezeichnet man diese Zahlenwerte mit A, B, C, d. h. ist

$$\sigma_0 = A, \qquad \zeta \sin \omega_0 = B, \qquad \zeta \cos \omega_0 = C, \tag{18}$$

dann wird

und

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\operatorname{tg} \omega_0 = \frac{B}{C}}, \quad \text{daraus} \quad \omega_0 = \dots \\ &\underline{\zeta = \frac{B}{\sin \omega_0} = \frac{C}{\cos \omega_0} = \sqrt{B^2 + C^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Damit aber sind die Spiegelkonstanten σ_0, ζ, ω_0 des Alhidadenspiegels gefunden.

Bemerkung: In ganz derselben Art und Weise kann man durch eine einzige Beobachtung den Spiegelneigungsfehler σ_1 des festen Spiegels ermitteln, und es soll deshalb bei den folgenden Betrachtungen auch σ_1 als bekannt vorausgesetzt werden.

---

2. Frage: Wie bestimmt man den Kollimationsfehler δ_0 der direkten Zielachse?

Um den Kollimationsfehler δ_0 der direkten Zielachse zu finden, beobachte man entsprechend der Abb. 8 mit dem noch immer auf der Unterlage festgeklemmten, gut horizontierten Sextanten eine Nivellierlatte in angemessener Entfernung von etwa 50 bis 100 Meter je nach der Lichtstärke des Fernrohres und notiere die sich ergebende Lattenablesung l_s.

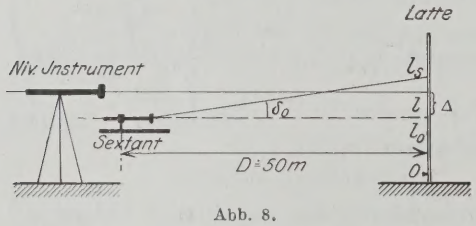


Abb. 8.

Sodann beobachte man dieselbe Latte am gleichen Standorte mit dem in unmittelbarer Nachbarschaft des Sextanten aufgestellten Nivellierinstrumente bei einspielender Nivellierlibelle und notiere abermals die zugeordnete Ablesung l.

Ferner messe man noch ziemlich genau den Höhenunterschied Δ zwischen den Zielachsen des Sextantenfernrohrs und des Nivellierfernrohres und wähle $\Delta \gtrless 0$, je nachdem das Nivellierfernrohr $\begin{pmatrix}\text{höher}\\ \text{tiefer}\end{pmatrix}$ liegt als das Sextantenfernrohr.

Sodann wird nach Abb. 8:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{l_s - l_0}{D}}; \quad \text{oder genähert:} \quad \underline{\delta_0 = \varrho'' \frac{l_s - l_0}{D}}, \\ &\underline{l_0 = l - \Delta}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

wobei

3. Frage: Wie groß ist der Kollimationsfehler δ der austretenden, doppelt reflektierten Zielachse $\bar{x}$, wenn die eintretende direkte Zielachse den Kollimationsfehler δ_0 hat und die beiden Spiegel mit den Neigungsfehlern σ_1 bzw. σ_2 behaftet sind?

Um diese Frage richtig zu beantworten, treffe man zunächst nachstehende Festsetzungen:

Ein Kollimationsfehler ist $\gtrless 0$, je nachdem die Zielachse in der Zielrichtung vom Auge zum Zielpunkte hin $\begin{pmatrix}\text{aus der Limbusebene emporsteigt}\\ \text{gegen die Limbusebene fällt}\end{pmatrix}$.

Analog ist ein Spiegelneigungsfehler $\gtrless 0$, je nachdem das Spiegellot auf der Spiegelseite $\left(\begin{array}{l}\text{aus der Limbusebene steigt}\\ \text{gegen die Limbusebene fällt}\end{array}\right)$.

Die bisher durchgeführten Bestimmungen der Spiegelneigungsfehler σ_2 und σ_1 bzw. des Kollimationsfehlers δ_0 ergeben die gesuchten Größen mit ihrem richtigen Vorzeichen, so daß keine weiteren Überlegungen notwendig werden.

Nach diesen Festsetzungen betrachte man Abb. 9, in welcher der Strahlengang so dargestellt ist, wie er beim Auftreten lauter positiver Fehler verläuft. Es ist also in Fig. 9 $\delta_0 > 0$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$.

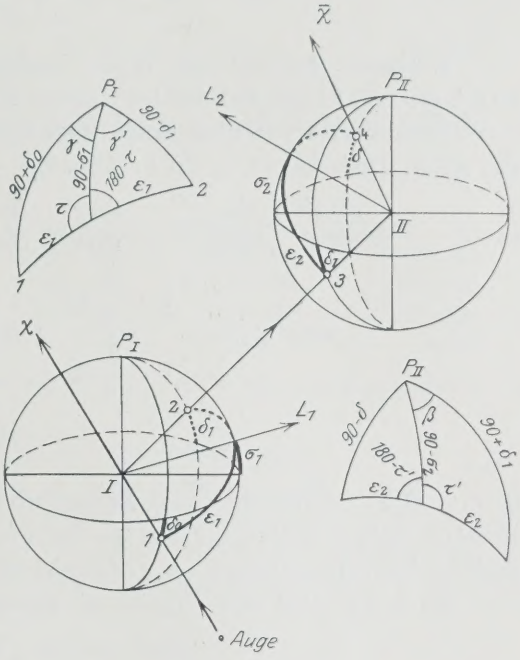


Abb. 9.

Denkt man sich um den Treffpunkt I der direkten Zielachse mit dem festen Spiegel *I* und ebenso um den Treffpunkt II der einfach reflektierten Zielachse mit dem Alhidadenspiegel *II* je eine Einheitskugel geschlagen, dann bestimmen die Visierstrahlen

auf der Kugel um I ein sphär. Dreieck $(1, 2, P_I)$,

auf der Kugel um II ein sphär. Dreieck $(3, 4, P_{II})$.

Diese beiden sphärischen Dreiecke sind in ihrer Vorderansicht noch separat herausgezeichnet und gestatten die Ablesungen von nachstehenden Beziehungen:

Aus $\Delta(1, 2, P_I)$:

$$\cos(90 - \delta_1) = \cos(90 - \sigma_1)\cos\varepsilon_1 + \sin(90 - \sigma_1)\sin\varepsilon_1\cos(180 - \tau)$$

und

$$\cos(90 + \delta_0) = \cos(90 - \sigma_1)\cos\varepsilon_1 + \sin(90 - \sigma_1)\sin\varepsilon_1\cos\tau\,.$$

Oder anders geschrieben:

$$\left\{\begin{array}{l} \sin\delta_1 = \sin\sigma_1\cos\varepsilon_1 - \cos\sigma_1\sin\varepsilon_1\cos\tau \\ -\sin\delta_0 = \sin\sigma_1\cos\varepsilon_1 + \cos\sigma_1\sin\varepsilon_1\cos\tau\,. \end{array}\right.$$

Daraus:

$$\sin\delta_1 - \sin\delta_0 = 2\sin\sigma_1\cos\varepsilon_1\,. \qquad 21)$$

Nun ist aber

$$\begin{aligned}\cos\varepsilon_1 &= \cos(90 - \sigma_1)\cos(90 - \delta_0) + \sin(90 - \sigma_1)\sin(90 + \delta_0)\cos\gamma \\ &= -\sin\sigma_1\sin\delta_0 + \cos\sigma_1\cos\delta_0\cos\gamma\,.\end{aligned}$$

Also wird

$$\sin\delta_1 - \sin\delta_0 = -2\sin^2\sigma_1\sin\delta_0 + 2\sin\sigma_1\cos\sigma_1\cos\delta_0\cos\gamma\,;$$

oder

$$\begin{aligned}\sin\delta_1 &= \sin\delta_0(1 - 2\sin^2\sigma_1) + 2\sin\sigma_1\cos\sigma_1\cos\delta_0\cos\gamma \\ &= \sin\delta_0\cdot\cos(2\sigma_1) + \sin(2\sigma_1)\cos\delta_0\cdot\cos\gamma\,. \qquad 22)\end{aligned}$$

Aus dieser Formel könnte man δ_1 genau berechnen; es genügt jedoch für die praktische Anwendung die Näherungsformel:

$$\delta_1 \doteq \delta_0 + 2\sigma_1\cdot\cos\gamma\,. \qquad 23)$$

Analog folgt aus dem zweiten sphär. Dreiecke $(3, 4, P_{II})$ zur Berechnung des Kollimationsfehlers δ der doppelt reflektierten Zielachse die strenge Formel:

$$\sin\delta = \sin\delta_1 \cos(2\sigma_2) + \sin(2\sigma_2)\cdot\cos\delta_1\cdot\cos\beta \qquad 24)$$

bzw. die Näherung:

$$\delta \doteq \delta_1 + 2\sigma_2\cdot\cos\beta = \delta_0 + 2\sigma_1\cos\gamma + 2\sigma_2\cos(\gamma+\alpha). \qquad 25)$$

---

4. Frage: In welcher Weise beeinflußt ein Spiegelneigungsfehler die Limbusprojektion des reflektierten Strahles?

Beantworten wir diese Frage etwa mit Hilfe des festen Spiegels unter Benutzung des sphär. Dreieckes $(1, 2, P_I)$ in Abb. 9. — Aus diesem Dreiecke folgt:

$$\frac{\sin\gamma'}{\sin\tau} = \frac{\sin\varepsilon_1}{\cos\delta_1}; \qquad \frac{\sin\gamma}{\sin\tau} = \frac{\sin\varepsilon_1}{\cos\delta_0}; \qquad \text{also} \qquad \frac{\sin\gamma'}{\sin\gamma} = \frac{\cos\delta_0}{\cos\delta_1} \qquad 26)$$

$$\sin\gamma' \doteq \sin\gamma\cdot\frac{1-\frac{1}{2}\delta_0^2}{1-\frac{1}{2}\delta_1^2} \doteq \sin\gamma\left(1-\frac{1}{2}\delta_0^2\right)\left(1+\frac{1}{2}\delta_1^2\right)$$

$$= \sin\gamma\cdot\left[1-\frac{1}{2}(\delta_0^2-\delta_1^2)\right], \qquad 27)$$

d. h.: Die Änderung der Limbusprojektion des reflektierten Strahles infolge Spiegelneigungsfehlers ist eine Größe zweiter Kleinheitsordnung; mithin im allgemeinen zu vernachlässigen.

Nach 27) wird also hinreichend genau:

$$\sin\gamma' \doteq \sin\gamma \qquad \text{oder} \qquad \gamma' = \gamma. \qquad 28)$$

Und nun erst kann man daran gehen, den Winkelmessungsfehler zu bestimmen, welcher durch das Zusammenwirken des ursprünglichen Kollimationsfehlers δ_0 und der beiden Spiegelneigungsfehler σ_1 und σ_2 entsteht.

Zuvor aber soll noch an einem Beispiele die Bestimmung der Spiegelkonstanten σ_0, ζ, ω_0 erläutert werden und für den hierzu verwendeten Sextanten die tabellarische Zusammenstellung des Spiegelneigungsfehlers σ_2 und des Kollimationsfehlers δ als Funktion von α erfolgen. Ich benutze hierzu den bei der Lehrkanzel für Geodäsie und Markscheidekunde an der Montanistischen Hochschule in Leoben vorhandenen etwas verbrauchten und nicht rektifizierten Sextanten der Firma Brüder Rospini in Graz.

Wie aus der Beobachtungs- und Rechnungstabelle auf Seite 175 o. ersichtlich ist, wurden 4 Beobachtungen gemacht, obzwar nur 3 notwendig gewesen wären. Die vierte Beobachtung dient dem Zwecke einer Rechenkontrolle, indem sie die Gelegenheit bietet, den aus den gefundenen Spiegelkonstanten σ_0, ζ, ω_0 errechneten Wert $(\sigma_2)_4$ mit den aus direkter Beobachtung gefundenen Werte zu vergleichen.

Setzt man die Beobachtungswerte und die gefundenen Werte von σ_2 aus den ersten drei Kolonnen in das Gleichungssystem 17), dann kommt:

$$6{,}233' = \sigma_0 + \zeta\sin\omega_0\cdot 0{,}999\,729 + \zeta\cos\omega_0\cdot 0{,}023\,269. \qquad 1)$$

$$12{,}417' = \sigma_0 + \zeta\sin\omega_0\cdot 0{,}924\,213 + \zeta\cos\omega_0\cdot 0{,}381\,877. \qquad 2)$$

$$22{,}650' = \sigma_0 + \zeta\sin\omega_0\cdot 0{,}661\,966 + \zeta\cos\omega_0\cdot 0{,}749\,534. \qquad 3)$$

Beobachtungstabelle.

	1	2	3	4
Gespiegelte Lattenablesg. $\lambda_s =$	7,45 cm	10,88 cm	12,08 cm	10,92 cm
Direkte Lattenablesung $\lambda =$	7,08 „	10,14 „	10,92 „	9,70 „
Differenz der Ablesungen $\Delta\lambda = \lambda_s - \lambda =$	0,37 „	0,74 „	1,16 „	1,22 „
Distanz der Latte vom Spiegel $d =$	102,00 „	102,50 „	88,00 „	103,20 „
Kreisablesung am Sextanten $\alpha =$	1° 20′	22° 27′	48° 33′	42° 35′
Berechnung von σ_2 aus $\operatorname{tg}(2\sigma_2) = \frac{\Delta\lambda}{d}$				
$\log \Delta\lambda =$	0,568 202 — 1	0,869 232 — 1	0,064 458	0,086 360
$\log d =$	2,008 600	2,010 724	1,944 483	2,013 680
$\log \operatorname{tg}(2\sigma_2) =$	7,559 602 — 10	7,858 508 — 10	8,119 975 — 10	8,072 680 — 10
$\sigma_2 =$	6′ 14″	12′ 25″	22′ 39″	20′ 19″

Die näherungsweise Auflösung dieser Gleichung mit Tafeln und Logarithmen hat ergeben:

2) — 1) $\quad 6{,}184' = -0{,}075516 \cdot \zeta \sin\omega_0 + 0{,}358608 \cdot \zeta \cos\omega_0 .$ 4)

3) — 1) $\quad 16{,}417' = -0{,}337763 \cdot \zeta \sin\omega_0 + 0{,}726265 \cdot \zeta \cos\omega_0 .$ 5)

4) $\times$ 0,726265 gibt:

$$4{,}4912' = -0{,}054845 \cdot \zeta \sin\omega_0 + 0{,}260444\,\zeta \cos\omega_0 .$$ 6)

5) $\times$ 0,358608 gibt:

$$5{,}8873' = -0{,}121125 \cdot \zeta \sin\omega_0 + 0{,}260444\,\zeta \cos\omega_0 .$$ 7)

6) — 7) $\quad 1{,}3961' = -0{,}066280 \cdot \zeta \sin\omega_0 .$

Daraus

$$\zeta \sin\omega_0 = -\frac{1{,}3961'}{0{,}06628} = -21{,}064'.$$ 8)

8) in 6) eingesetzt gibt:

$$4{,}4912' = 1{,}1289' + 0{,}260444 \cdot \zeta \cos\omega_0 ;$$

daraus

$$\zeta \cos\omega_0 = \frac{3{,}3623'}{0{,}260444} = 12{,}91'.$$ 9)

8) und 9) eingesetzt in 1) gibt:

$$6{,}233' = \sigma_0 - 21{,}058' + 0{,}300' = \sigma_0 - 20{,}758',$$

daraus

$$\underline{\sigma_0 = 26{,}991'.}$$ 10)

$$\operatorname{tg}\omega_0 = \frac{\zeta \sin\omega_0}{\zeta \cos\omega_0} = \frac{-21{,}064}{12{,}910};$$

also ist ω_0 im 4. Quadranten!

Man erhält durch Auswertung:

$$\underline{\omega_0 = 301^\circ\,30'\,19''.}$$ 11)

$$\zeta = \frac{-21{,}0637}{\sin\omega_0} = \frac{12{,}9106}{\cos\omega_0} = 24{,}7055' \doteq \underline{24{,}706' = \zeta}.$$ 12)

Wie man sieht, ist für den verwendeten Sextanten der Alhidadenachsenfehler sehr bedeutend!

Als Rechenkontrolle bestimmen wir nun nach Formel 14) mit den gefundenen Spiegelkonstanten den Wert von σ_2 für die der vierten Beobachtung entsprechende Kreisablesung $\alpha_4 = 42^0\,35'$. Wir erhalten:

$$(\sigma_2)_4 = 26{,}991' - 21{,}064' \cdot \cos 42^0\,35' + 12{,}910' \cdot \sin 42^0\,35' = 20{,}218'.$$

Die unmittelbare Bestimmung aus der Beobachtungstabelle (Kolonne 4) gibt

$$(\sigma_2)_4 = 20{,}317'.$$

Mithin stimmt der beobachtete Wert mit dem errechneten Werte auf 6″ überein!

Mit den gefundenen Spiegelkonstanten σ_0, ζ, ω_0 stellen wir nun σ_2 als Funktion von α tabellarisch zusammen:

Tabelle für σ_2 als Funktion von α.
Formel: $\sigma_2 = \sigma_0 + \zeta \sin \omega_0 \cos \alpha + \zeta \cos \omega_0 \cdot \sin \alpha$.

σ_0	$\zeta \sin \omega_0 \cdot \cos \alpha$	$\log \zeta \sin \omega_0 \cdot \cos \alpha$	$\log \cos \alpha$	α	$\log \sin \alpha$	$\log \zeta \cos \omega_0 \sin \alpha$	$\zeta \cos \omega_0 \sin \alpha$	σ_2
	— 21,064′	1,323 535	0,000 000	0°	— ∞	— ∞	0	5,927′
	— 21,061′	1,323 469	9,999 934	1°	8,241 855	9,352 800	0,225′	6,155′
	— 21,034′	1,322 939	9,999 404	3°	8,718 800	9,829 745	0,676′	6,633′
	— 20,948′	1,321 149	9,997 614	6°	9,019 235	0,130 180	1,349′	7,392′
26,991′	— 20,743′	1,316 886	9,993 351	10°	9,239 670	0,350 615	2,242′	8,490′
	— 19,794′	1,296 521	9,972 986	20°	9,534 052	0,644 997	4,416′	11,613′
	— 18,242′	1,261 066	9,937 531	30°	9,698 970	0,809 915	6,455′	15,204′
	— 16,136′	1,207 789	9,884 254	40°	9,808 067	0,919 012	8,299′	19,154′
	— 13,539′	1,131 602	9,808 067	50°	9,884 254	0,995 199	9,890′	23,342′
	— 10,532′	1,022 505	9,698 970	60°	9,937 531	1,048 476	11,181′	27,640′

Am selben Sextanten wurde $\delta_0 = -2'$ und $\sigma_1 = 6'$ ermittelt und $\gamma = 19^0\,20$ gefunden. Mithin kann man unter Anwendung der Formel 25) den Kollimationsfehler δ der doppelt reflektierten Zielachse als Funktion von α tabellarisch zusammenstellen:

Tabelle für δ als Funktion von α.
Formel: $\delta = \delta_0 + 2\,\sigma_1 \cos \gamma + 2\,\sigma_2 \cdot \cos(\gamma + \alpha)$.

$\delta_0 + 2\,\sigma_1 \cdot \cos \gamma$	$2\,\sigma_2$	$\gamma + \alpha$	$\log 2\,\sigma_2$	$\log \cos(\gamma + \alpha)$	$\log 2\,\sigma_2 \cdot \cos(\gamma + \alpha)$	$2\,\sigma_2 \cos(\gamma + \alpha)$	δ	α
	11,854′	19° 20′	1,073 865	9,974 792	1,048 657	11,186′	20,509′ = 20′ 31″	0°
	12,310′	20° 20′	1,090 258	9,972 058	1,062 316	11,543′	20,866′ = 20′ 52″	1°
	13,266′	22° 20′	1,122 740	9,966 136	1,088 876	12,271′	21,594′ = 21′ 36″	3°
	14,784′	25° 20′	1,169 792	9,956 089	1,125 881	13,362′	22,685′ = 22′ 41″	6°
9,323′	16,980′	29° 20′	1,229 938	9,940 409	1,170 347	14,807′	24,130′ = 24′ 08″	10°
	23,226′	39° 20′	1,365 974	9,888 444	1,254 418	17,965′	27,288′ = 27′ 17″	20°
	30,408′	49° 20′	1,482 988	9,814 019	1,297 007	19,816′	29,139′ = 29′ 08″	30°
	38,308′	59° 20′	1,583 289	9,707 606	1,290 895	19,539′	28,862′ = 28′ 52″	40°
	46,684′	69° 20′	1,669 168	9,547 689	1,216 857	16,476′	25,799′ = 25′ 48″	50°
	55,280′	79° 20	1,742 568	9,267 395	1,009 963	10,232′	19,555′ = 19′ 33″	60°

Diese Tabelle ergibt die Möglichkeit, für jeden Wert von α, also jede Einstellung des Alhidadenarmes, den zugeordneten Wert von δ durch Interpolation zu finden.

Und nun erst wollen wir daran gehen, die allgemeine Formel zur Berechnung des Winkelmessungsfehlers aufzustellen, welcher durch Zusammenwirkung des Kollimationsfehlers δ_0 der direkten Zielachse und der beiden Spiegelneigungsfehler σ_1 bzw. σ_2 entsteht.

Wir haben gesehen, daß die Folge des Kollimationsfehlers δ_0 und der Spiegelneigungsfehler σ_1 und σ_2 ein Kollimationsfehler δ der doppelt reflektierten Zielachse ist, der aus einer Tabelle entnommen werden kann.

Mithin handelt es sich um die Beantwortung nachstehender Frage:

Wie groß ist der Winkel θ zwischen zwei Strahlen mit den Kollimationsfehlern δ_0 und δ, wenn die orthogonale Limbusprojektion dieses Winkels, $\theta' = 2\alpha$, bekannt ist?

In Abb. 10 sei:

C der Teilkreismittelpunkt.

$\overrightarrow{Cx}$ die direkte Zielrichtung mit dem Kollimationsfehler δ_0,

$\overrightarrow{Cx}$ die doppelt reflektierte Zielrichtung mit dem Kollimationsfehler δ,

θ der zu bestimmende Winkel,

$\theta' = 2\alpha$ dessen orthogonale Limbusprojektion.

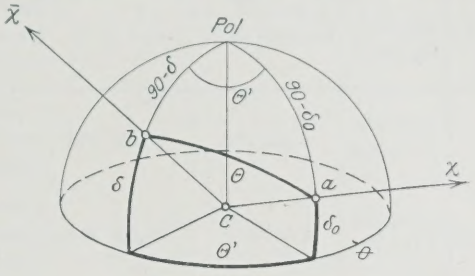


Abb. 10.

Aus dem sphärischen Dreiecke $(a\,b\,Pol)$ folgt unmittelbar:

$$\cos\theta = \cos(90-\delta)\cos(90-\delta_0) + \sin(90-\delta)\sin(90-\delta_0)\cos\theta',$$

oder

$$\underline{\cos\theta = \sin\delta \quad \sin\delta_0 \quad + \cos\delta \quad \cos\delta_0 \quad \cos\theta'.} \qquad 29)$$

Diese exakte Formel ist zur Berechnung von θ sehr bequem, da ja δ_0 und δ bereits bekannte Winkel sind und $\theta' = 2\alpha$ aus der Teilkreisablesung α folgt.

Hat man aber θ gefunden, dann wird die durch δ_0, σ_1 und σ_2 bedingte Winkelverbesserung

$$\underline{v = \theta - \theta'.} \qquad 30)$$

Zieht man es aber vor, v nach einer Näherungsformel direkt zu bestimmen, dann setze man 30) linkerhand in 29) ein und entwickle:

$$\cos\theta = \cos(\theta' + v) = \cos\theta' - \bar{v}\cdot\sin\theta' = \sin\delta\sin\delta_0 + \cos\delta\cos\delta_0\cdot\cos\theta'$$

$$= \bar{\delta}\cdot\bar{\delta}_0 + \left(1 - \frac{\bar{\delta}^2}{2}\right)\left(1 - \frac{\bar{\delta}_0^2}{2}\right)\cdot\cos\theta'$$

$$= \bar{\delta}\cdot\bar{\delta}_0 + \cos\theta' - \frac{1}{2}(\bar{\delta}_0^2 + \bar{\delta}^2)\cos\theta'.$$

Und daraus wird:

$$\underline{v = -\frac{\delta_0''\,\delta''}{\varrho''\sin\theta'} + \frac{\delta_0''^2 + \delta''^2}{2\,\varrho''\,\mathrm{tg}\,\theta'}.} \qquad 31)$$

Diese Näherungsformel wird unbrauchbar, wenn $\theta' = 0$ ist, d. h.:

Die Näherungsformel 31) darf für sehr kleine Werte von θ' bzw. α nicht verwendet werden. Übrigens ist sie im allgemeinen unbequemer auszuwerten als 29).

Anschließend an diese kurze theoretische Betrachtung möge jetzt für den schon früher verwendeten Sextanten von Rospini eine Tabelle aufgestellt werden, in welcher die Winkelverbesserung v als Funktion der Kreisablesung α dargestellt ist.

Dazu will ich bemerken, daß ich zur Berechnung der Tabelle die strengen Formeln 29) und 30) verwendete, daß ich aber hinterher die gefundenen Resultate mit Hilfe der Näherungsformel 31) kontrollierte und hierbei feststellen konnte, daß die Näherungsformel 31) sogar noch für die Kreisablesung $\alpha = 1^0$ ein recht gutes Resultat ergab, das mit dem Tabellenwert auf 1″ übereinstimmte.

Für noch kleinere Werte von α wird die Näherungsformel immer rascher und rascher unbrauchbar.

Tabelle der Winkelverbesserung v.

Formeln: $\begin{cases} v = \theta - \theta', \\ \cos\theta = \sin\delta \sin\delta_0 + \cos\delta \cos\delta_0 \cos\theta'. \end{cases}$

$\theta' = 2\alpha$	$\log\sin\delta_0$ $\log\sin\delta$	$\log\sin\delta\sin\delta_0$	$\sin\delta\sin\delta_0$	$\log\cos\delta_0$ $\log\cos\theta'$ $\log\cos\delta$	$\log\cos\delta_0 \cdot$ $\cdot\cos\delta\cos\theta'$	$\cos\delta_0 \cdot$ $\cdot\cos\delta\cos\theta'$	$\cos\theta$ θ	v
0°	6,764756 7,775830	4,540586	− 0,000003	0,000000 0,000000 9,999992	9,999992	0,999982	0,999979 22′ 31″	22′ 31″
2°	6,764756 7,783177	4,547933	− 0,000004	0,000000 9,999735 9,999992	9,999727	0,999372	0,999368 2° 02′ 12″	2′ 12″
6°	6,764756 7,798177	4,562933	− 0,000004	0,000000 9,997614 9,999991	9,997605	0,994500	0,994496 6° 00′ 50″	50″
12°	6,764756 7,819430	4,584186	− 0,000004	0,000000 9,990404 9,999991	9,990395	0,978126	0,978122 12° 00′ 26″	26″
20°	6,764756 7,846340	4,611096	− 0,000004	0,000000 9,972986 9,999989	9,972975	0,939670	0,939666 20° 00′ 16″	16″
40°	6,764756 7,899619	4,664375	− 0,000005	0,000000 9,884254 9,999986	9,884240	0,766020	0,766015 40° 00′ 10″	10″
60°	6,764756 7,928111	4,692867	− 0,000005	0,000000 9,698970 9,999984	9,698954	0,499981	0,499976 60° 00′ 05″	5″
80°	6,764756 7,924118	4,688874	− 0,000005	0,000000 9,239670 9,999985	9,239655	0,173642	0,173637 80° 00′ 02,3″	2,3″
100°	6,764756 7,875342	4,640098	− 0,000004	0,000000 9,239670 9,999988	9,239658	− 0,173643	− 0,173647 99° 59′ 59,7″	− 0,3″
120°	6,764756 7,754871	4,519627	− 0,000003	0,000000 9,698970 9,999993	9,698963	− 0,499992	− 0,499995 119° 59′ 58,8″	− 1,2″

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß für $\alpha > 10^0$ bzw. $\theta' > 20^0$, der Winkelmessungsfehler kleiner bleibt als die 20″ betragende Nonienangabe. Mithin kann für solche Werte von α die Korrektion v vernachlässigt werden. Dagegen kommt die Gefährlichkeit der Instrumentalfehler für kleine Werte von α deutlich zum Ausdruck.

Nun betrachten wir noch den Einfluß des Indexfehlers und der Alhidadenexzentrizität unter der Annahme eines sonst fehlerfreien Instruments, weil ja der Gesamteinfluß der anderen Instrumentalfehler bereits bekannt und tabellarisch zusammengestellt ist.

Ist ein Indexfehler vorhanden, dann sind bei Einstellung des Alhidadenarmes auf die Kreisablesung Null die Schnittgeraden der beiden Spiegelebenen mit der Limbusebene zueinander nicht parallel.

In Abb. 11 ist dieser Fall angenommen und die Nullrichtung des Teilkreises

schließt mit der Parallelen $\overline{CP}$ zum festen Spiegel den Indexfehler ν ein. Stellt man den Alhidadenspiegel auf eine beliebige Kreisablesung α ein, dann wird das Spiegellot

$$\left.\begin{array}{ll} & \overline{CL_2} \perp \overline{C\alpha} \\ \text{ferner} & \overline{CL_2{}^0} \perp \overline{C\theta} \\ \text{und} & CP \perp \overline{Cp} \end{array}\right\} \quad \text{also ist} \quad \left\{\begin{array}{l} \sphericalangle ICp = \gamma \\ \sphericalangle pCL_2{}^0 = \nu \\ \sphericalangle L_2{}^0 CL_2 = \alpha \end{array}\right. \quad \text{als Normalwinkel.}$$

Mithin wird

$$\beta = \gamma + \alpha + \nu \quad \text{und} \quad 2\beta = \theta + 2\gamma = 2\gamma + 2\alpha + 2\nu;$$

daraus folgt

$$\underline{\theta = 2\alpha + 2\nu = \theta' + 2\nu.} \qquad 32)$$

Dabei ist $\nu \gtrless 0$, je nachdem der feste Spiegel $\left(\begin{array}{c}\text{im Sinne}\\ \text{entgegen dem Sinne}\end{array}\right)$ der Kreisteilungsbezifferung verdreht werden müßte, um in die richtige Lage zu gelangen.

Geht die Alhidadenachse C nicht durch den Teilkreismittelpunkt M, so wie dies in Abb. 12 angenommen wurde, dann ist eine Exzentrizität der Alhidade vorhanden.

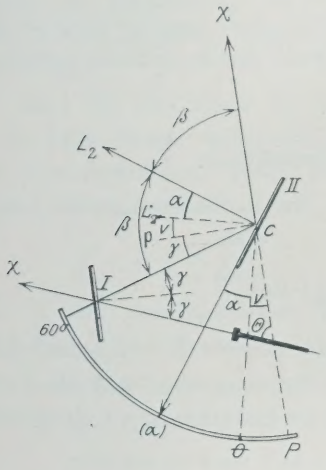


Abb. 11.

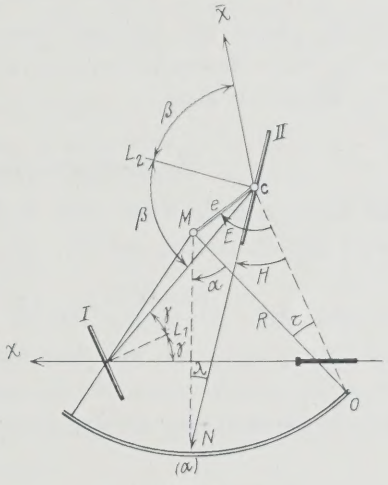


Abb. 12.

Man nennt $\overline{CM} = e$ die lineare Exzentrizität und E ihren Richtwinkel gegen die fehlerfreie Nullrichtung $\overrightarrow{C0}$.

Ist A die richtige Ablesung, die sich ergeben müßte, wenn $e = 0$ wäre, α die falsche, tatsächlich auftretende Ablesung am Teilkreise, dann wird:

$$\frac{e}{R} = \frac{\sin\tau}{\sin E}; \qquad \sin\tau = \frac{e}{R}\sin E; \qquad \tau'' = \varrho''\frac{e}{R}\sin E$$

$$\frac{e}{R} = \frac{\sin\lambda}{\sin(E-A)}; \quad \sin\lambda = \frac{e}{R}\sin(E-A); \quad \lambda'' = \varrho''\frac{e}{R}\sin(E-A)$$

$$\lambda'' - \tau'' = \varrho''\frac{e}{R}\cdot\{\sin(E-A) - \sin E\};$$

$$\lambda'' - \tau'' = \varrho''\frac{e}{R}\cdot\{\sin E\cos A - \cos E\sin A - \sin E\}$$

$$= -\varrho''\frac{e}{R}\cdot\{\sin E\cdot(1-\cos A) + \cos E\sin A\}$$

$$= -\varrho''\frac{e}{R}\cdot\left\{\cos E\sin A + 2\sin E\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)\right\}.$$

Und da nach Fig. 12

$$A + \tau = \alpha + \lambda ,$$

so wird

$$A = \alpha + \lambda - \tau .$$

Mithin:

$$\theta = 2A = 2\alpha + 2(\lambda - \tau) = 2\alpha - 2\varrho'' \frac{e}{R} \cos E \sin A - 4\varrho'' \frac{e}{R} \sin E \sin^2\left(\frac{A}{2}\right).$$

Oder angenähert:

$$\theta = 2\alpha - 2\varrho'' \frac{e}{R} \cos E \sin\alpha - 4\varrho'' \frac{e}{R} \sin E \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Setzt man jetzt:

$$-\varrho'' \frac{e}{R} \cos E = X; \qquad -2\varrho'' \frac{e}{R} \sin E = Y; \tag{33}$$

dann wird:

$$\theta = 2\alpha + 2X \sin\alpha + 2Y \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{34}$$

Damit wären die Fehlereinflüsse der eigentlichen Instrumentalfehler endgültig festgestellt, deren Zusammenwirkung sich jetzt sehr wohl durch einfache Addition der Teilfehler darstellen läßt.

Zusammenfassung aller Fehlereinflüsse.

Ist θ der richtige Wert eines Winkels, $\theta' = 2\alpha$ der Beobachtungswert desselben, dann wird mit Rücksicht auf 30), 32), 34):

$$\theta = \theta' + v + 2\nu + 2X \sin\alpha + 2Y \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{35}$$

Diese Gleichung gestattet, aus dem falschen Beobachtungswerte $\theta' = 2\alpha$ den richtigen Wert θ zu berechnen, wenn die Konstanten ν, X, Y bekannt sind, und die Verbesserung v, wie schon früher gezeigt wurde, tabellarisch als Funktion von α dargestellt ist.

Zur Berechnung der Konstanten ν, X, Y schreibe man dio Gleichung 35) zunächst einmal so:

$$\nu + X \sin\alpha + Y \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{2}(\theta' + v - \theta) = 0 . \tag{36}$$

Werden nun 3 bekannte Winkel θ_1, θ_2, θ_3 mit dem Sextanten gemessen, und sind θ_1', θ_2', θ_3' bzw. α_1, α_2, α_3 die zugeordneten Beobachtungswerte, dann erhält man wegen 36) nachstehende 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten:

$$\left.\begin{aligned} \nu + X \sin\alpha_1 + Y \sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) + \frac{1}{2}(\theta_1' + v_1 - \theta_1) = 0 \\ \nu + X \sin\alpha_2 + Y \sin^2\left(\frac{\alpha_2}{2}\right) + \frac{1}{2}(\theta_2' + v_2 - \theta_2) = 0 \\ \nu + X \sin\alpha_3 + Y \sin^2\left(\frac{\alpha_3}{2}\right) + \frac{1}{2}(\theta_3' + v_3 - \theta_3) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Daraus findet man durch einfache Elimination die Größen $\nu = \ldots$, $X = \ldots$, $Y = \ldots$. Hat man aber mehr als 3 Beobachtungen gemacht, dann wird eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate (vermittelnde Beobachtungen) am Platze sein.

Als Nebenresultat findet man aus den Zahlenwerten von X und Y die Elemente der Alhidadenexzentrizität. Es wird nämlich

$$\frac{Y}{2X} = \operatorname{tg} E; \qquad \text{daraus} \quad E = \ldots;$$

und

$$e = \frac{-X}{\varrho'' \cos E} \cdot R = \frac{-Y}{2\varrho'' \sin E} \cdot R.$$

Erwähnenswert ist vielleicht noch der Vollständigkeit wegen, daß sich als bekannte Winkel am besten die Winkel zwischen den Visierstrahlen nach bekannten Fixsternen eignen.

Nur darf man nicht vergessen, bei den Winkelmessungen mit dem Sextanten die Lufttemperatur und den Barometerstand zu beobachten, um die Refraktion berücksichtigen zu können, ferner die Zeit der Beobachtung zu notieren, um aus dieser die Stundenwinkel der benutzten Sterne berechnen zu können.

Denn in den Sternverzeichnissen sind die von der Refraktion befreiten Sternkoordinaten, Deklination δ und Rektaszension α angegeben und ihre unmittelbare Benutzung zur Berechnung der Winkel zwischen diesen Sternen würden die refraktionsfreien Winkel ergeben, während man tatsächlich die mit der Refraktion behafteten Winkel mißt.

Man hat also zuvor die wahren Sternkoordinaten α, δ auf die scheinbaren, mit Refraktion behafteten Koordinaten α', δ' zurückzuführen. Nach bekannten Formeln der sphärischen Astronomie ist:

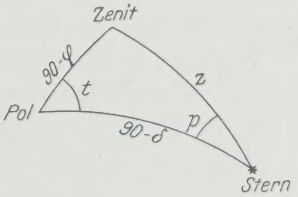


Abb. 13.

$$\alpha' = \alpha + r \cdot \frac{\sin p}{\cos \delta}; \qquad \delta' = \delta + r \cdot \cos p, \qquad 38)$$

wenn p den parallaktischen Winkel und r die Refraktion für den Augenblick der Beobachtung bedeuten.

Aus dem Positionsdreiecke Abb. 13 folgt:

$$\sin z \cos p = \sin(90 - \delta)\cos(90 - \varphi) - \cos(90 - \delta)\sin(90 - \varphi)\cos t,$$
$$\sin z \cos p = \cos\delta \sin\varphi - \sin\delta \cos\varphi \cos t,$$
$$\sin z \sin p = \sin t \cos\varphi,$$

$$\operatorname{tg} p = \frac{\sin t \cos\varphi}{\sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos t}; \qquad \text{daraus} \quad p = \ldots. \qquad 39)$$

Der rechterhand auftretende Stundenwinkel t ist aus der beobachteten Uhrzeit abzuleiten.

Zeigt die Uhr etwa mittlere Zeit des Beobachtungsortes und ist

u die abgelesene Uhrzeit,
Σ der bekannte Stand der Uhr,
S_0 die Sternzeit im mittleren Mittag des Ortes,

dann wird

$$t = (u + \Sigma) \cdot \frac{366{,}2422}{365{,}2422} + S_0 - \alpha. \qquad 40)$$

Hat man aus 40) und 39) den Stundenwinkel t und den parallaktischen Winke p errechnet, dann findet die Zenitdistanz des beobachteten Sternes aus

$$\sin z = \frac{\sin t}{\sin p} \cdot \cos\varphi; \qquad \text{daraus} \quad z = \ldots. \qquad 41)$$

Mit dem gefundenen z aber rechnet man entweder aus Refraktionstabellen, oder aber nach der von mir aufgestellten, bis zu $z = 85^0$ gültigen Refraktionsformel (vgl. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1919, Heft 7) die Refraktion:

$$r'' = 21 \cdot \operatorname{tg} z \cdot \frac{B}{273 + T}; \quad \text{wobei} \quad \begin{cases} B = \text{Barometerstand in mm}, \\ T = \text{Lufttemperatur in } {}^0\text{C}. \end{cases} \qquad 42)$$

Die gefundenen Werte von r und p in 38) eingesetzt ergeben α' und δ' für den betreffenden Stern.

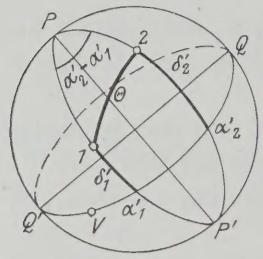


Abb. 14.

Kennt man aber diese scheinbaren Sternkoordinaten für 2 anvisierte Sterne, dann findet man den zugeordneten Winkel θ aus Abb. 14, in welcher $\overline{PP'}$ die Weltachse, $\overline{QQ'}$ den Äquator, 1 und 2 die scheinbaren Sternörter bedeuten. Es wird:

$$\cos\theta = \sin\delta_1' \sin\delta_2' + \cos\delta_1' \cos\delta_2' \cos(\alpha_2' - \alpha_1') \qquad 43)$$

daraus $\theta = \ldots.$

Bemerkungen über die Sonnengläser bzw. Blendgläser des Sextanten.

Jedem Sextanten sind einige Blenden beigegeben, welche teils hinter dem festen Spiegel, teils vor dem Alhidadenspiegel montiert sind, und bei Visuren nach lichtstarken Objekten, je nach Gutdünken, eingeschaltet werden.

Diese Blenden sollen genau planparallele Glasplatten sein, widrigenfalls sie auch wieder Winkelmessungsfehler bedingen. Die Planparallelität der Blenden ist leicht zu prüfen, indem man mit dem auf der früher erwähnten Unterlage festgeklemmten Sextanten einen ruhenden Lichtpunkt, z. B. eine von rückwärts grell beleuchtete, transparente Signalscheibe ohne Blende scharf anvisiert und dann hinterher vorsichtig die Blende einschaltet.

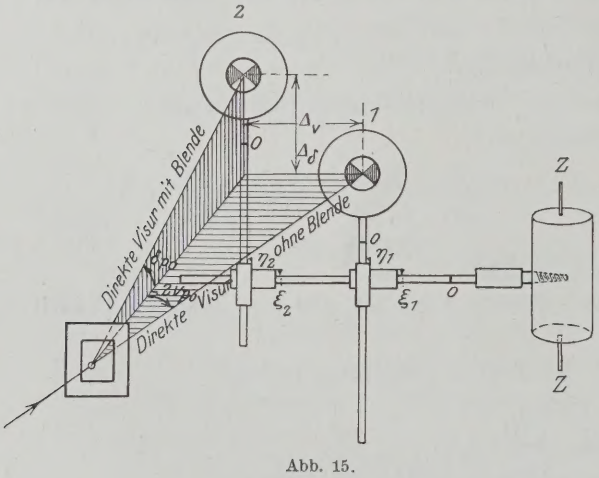


Abb. 15.

Bleibt die scharfe Einstellung trotz der Blende erhalten, dann ist dieselbe planparallel.

Geht dagegen die scharfe Einstellung nach Einschaltung der Blende verloren, dann ist dieselbe keilförmig oder gekrümmt, keinesfalls aber planparallel. — In diesem Falle ist es am bequemsten, die betreffende Blende nicht zu benutzen, sondern gegen eine andere, planparallele, umzutauschen. Will man aber trotzdem die schlechte Blende beibehalten, dann kann man zur mathematischen Feststellung ihres Fehlereinflusses nachstehendes Verfahren anwenden, das zunächst einmal für die hinter dem festen Spiegel in die direkte Visur einzuschaltenden Blenden unmittelbar Geltung hat.

Man macht entsprechend der Abb. 15 bei genau horizontierter Limbusebene und auf der stabilen Unterlage festgeklemmten Sextanten eine direkte Visur auf eine von rückwärts grell beleuchtete Zielscheibe 1 und liest an den Zeigern des Scheibengestänges die Abszisse ξ_1 und Ordinate η_1 ab. Sodann wird die zu untersuchende

Blende eingeschaltet, wodurch die Zielachse eine Ablenkung erfährt, so daß sie nicht mehr wie früher den Scheibenmittelpunkt trifft.

Nun wird durch Einrücken der Signalscheibe der Scheibenmittelpunkt abermals genau in die Zielrichtung gebracht und sodann am Scheibengestänge ξ_2 bzw. η_2 abgelesen.

Ist dann

ν_{p_0} der Plattenindexfehler,
δ_{p_0} der Plattenkollimationsfehler,
E die Entfernung der Blende von der Signalscheibe,

dann wird nach Abb. 15:

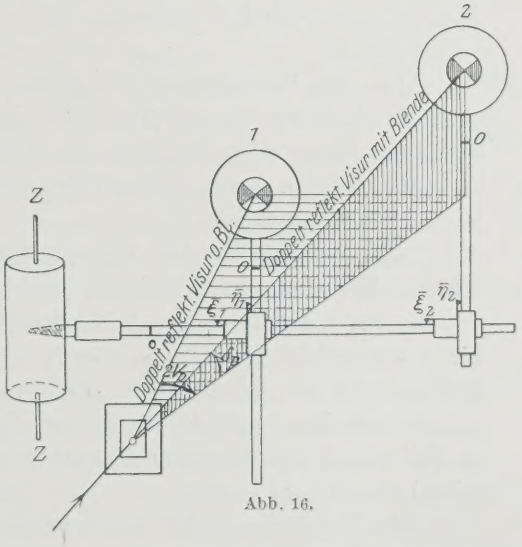
$$\left.\begin{aligned} \Delta_\nu &= \xi_2 - \xi_1 = 2\widehat{\nu_{p_0}} \cdot E; \quad \text{also} \quad \underline{(\nu_{p_0})'' = \varrho'' \cdot \frac{\xi_2 - \xi_1}{2E}} \\ \Delta_\delta &= \eta_2 - \eta_1 = \widehat{\delta_{p_0}} \cdot E; \quad \text{also} \quad \underline{(\delta_{p_0})'' = \varrho'' \cdot \frac{\eta_2 - \eta_1}{E}} \end{aligned}\right\} \quad 44)$$

Die Winkel $2\nu_{p_0}$ und δ_{p_0} sind die Fehler, welche infolge der Blendeneinschaltung entstehen. Ihre rechnungsmäßige Berücksichtigung ist ungemein einfach; es wird nämlich ν_{p_0} zum Indexfehler ν und δ_{p_0} zum Kollimationsfehler δ_0 der direkten Zielachse algebraisch addiert.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Der resultierende Indexfehler wird dann:} && \nu_B = \nu + \nu_{p_0} \\ &\text{Der resultierende kollimatische Fehler der direkten Zielachse wird:} && \delta_{0_B} = \delta_0 + \delta_{p_0} \end{aligned}\right\} \quad 45)$$

Ganz analog kann man den Einfluß der Blenden ermitteln, welche vor dem Alhidadenspiegel eingeschaltet werden; nur ist bei diesen Blenden zweierlei zu beachten:

I. daß je nach der Stellung des Alhidadenspiegels, respektive der Ablesung α, die doppelt reflektierte Zielachse $\bar{x}$, die Blende nicht nur an verschiedenen Einfallspunkten, sondern auch unter verschiedenen Einfallswinkeln trifft, daß also im allgemeinen sowohl der Plattenindexfehler ν_p als auch der Plattenkollimationsfehler δ_p Funktionen von α sein werden;



II. daß der Plattenindexfehler ν_p dann winkelvergrößernd wirkt, also positiv ist, wenn er nach der entgegengesetzten Seite ablenkt, wie vorhin in Fig. 15 für die Blenden der direkten Zielachse angenommen wurde.

Die unter I. angegebenen Umstände werden dadurch berücksichtigt, daß man die Plattenfehler nicht nur für einen einzigen Wert von α, also für eine einzige Einstellung experimentell mißt, sondern für mehrere Einstellungen; z. B. für $\alpha = 0^0$, 20^0, 40^0, 60^0. Die gefundenen Werte sind dann in einer Tabelle als Funktion von α zusammenzustellen, und für die Zwischenwerte von α sind die zugeordneten Plattenfehler aus den Tafelwerten durch Interpolation zu gewinnen.

Der unter II. bemerkte Umstand findet seine mechanische Berücksichtigung, wenn man bei Ermittelung der Plattenfehler der Alhidadenspiegelblenden das in Abb. 15

dargestellte Signalscheibengestänge in einer um die Standsäule z um 180^0 verdrehten Lage verwendet (vgl. Abb. 16). Nach dieser Abbildung wird analog wie früher bei Abb. 15:

$$(\nu_p)'' = \varrho'' \frac{\bar{\xi}_2 - \xi_1}{2E}; \qquad (\delta_p)'' = \varrho'' \frac{\bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_1}{E}. \tag{46}$$

Die Berücksichtigung dieser Fehler erfolgt ganz analog, wie vorhin für die direkte Visur gezeigt wurde. Es ist

$$\left.\begin{array}{ll} \text{der resultierende Indexfehler:} & \nu_B = \nu + \nu_p \\ \text{der resultierende Kollimationsfehler der doppelt reflektierten Zielachse:} & \delta_B = \delta + \delta_p \end{array}\right\} \tag{47}$$

Werden aber vor beiden Visierstrahlen eine oder mehrere Blenden eingeschaltet und bedeutet Σ das über alle gleichartigen Glieder erstreckte Summenzeichen, dann wird

$$\left.\begin{array}{ll} \text{der resultierende Indexfehler:} & \underline{\nu_B = \nu + \Sigma(\nu_{p_0} + \nu_p)} \\ \text{der resultierende Kollimationsfehler der direkten Zielachse:} & \underline{\delta_{0_B} = \delta_0 + \Sigma\delta_{p_0}} \\ \text{der resultierende Kollimationsfehler der doppelt reflektierten Zielachse:} & \underline{\delta_B = \delta + \Sigma\delta_p} \end{array}\right\} \tag{48}$$

Der aus δ_{0_B} und δ_B folgende Winkelmessungsfehler v_B ist nach Formel 29) aus

$$\left.\begin{array}{l} v_B = \theta_B - \theta', \\ \text{wobei} \quad \cos\theta_B = \sin\delta_B \sin\delta_{0_B} + \cos\delta_B \cos\delta_{0_B} \cdot \cos\theta' \quad (\theta' = 2\alpha) \end{array}\right\} \tag{49}$$

zu berechnen. Und der endgültige, richtige Winkelwert θ des zu messenden Winkels ist in Übereinstimmung mit 35) bestimmt durch die Gleichung:

$$\text{Richtiger Winkel:} \quad \theta = \theta' + v_B + 2\nu_B + 2X\sin\alpha + 2Y\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right), \tag{50}$$

$$\text{wobei} \quad \theta' = 2\alpha, \qquad \alpha = \text{Ablesung am Teilkreise.}$$

Über die Berichtigung des Sextanten kann eigentlich nicht viel gesagt werden, weil die derzeitige Konstruktion des Instrumentes eine theoretisch einwandfreie Berichtigung ausschließt, da einer der Hauptfehler, der Alhidadenachsenfehler ζ nicht berichtigt werden kann und gerade dieser, wie der benutzte Sextant von Rospini zeigt, oft sehr groß ist.

Man beschränkt sich im allgemeinen darauf, den Kollimationsfehler δ_0 der direkten Zielachse gleich Null zu machen und weiter die Parallelität der spiegelnden Ebenen bei Einstellung des Alhidadenarmes auf „Null“ zu erzwingen. Dadurch wird der ursprüngliche Indexfehler $\nu = 0$; diese Berichtigungen sind vor der Fehleruntersuchung und der tabellarischen Fehlerzusammenstellung durchzuführen. — Dabei hat man zuerst den Alhidadenspiegel bei Kreisablesung „Null“ normal zur Limbusebene zu stellen und erst hinterher den festen Spiegel zu berichtigen, d. h. zum Alhidadenspiegel parallel zu machen.

Die Berichtigung des Alhidadenspiegels erfolgt an dem auf der Unterlage festgeklemmten und gut horizontierten Sextanten mit Hilfe des Nivellierinstrumentes und der Papierlatte, entsprechend der Fig. 7.

Man stellt den Alhidadenarm auf „Null“ ein, postiert das Nivellierinstrument gegenüber dem Alhidadenspiegel derart, daß direktes Lattenbild und gespiegeltes Lattenbild koinzidieren und macht einerseits die direkte Lattenablesung λ, andererseits die gespiegelte Lattenablesung λ_S bei einspiegelnder Nivellierlibelle, also horizon-

taler Visur. — Ist $\lambda \neq \lambda_S$, dann hat man den Alhidadenspiegel mit seinen Korrektionsschräubchen so lange zu verstellen, bis $\lambda = \lambda_S$ wird. Hernach ist der Alhidadenspiegel für die „Kreisablesung Null" zur Limbusebene normal.

Nun erst erfolgt die Parallelstellung des festen Spiegels mit Hilfe seiner Berichtigungsschräubchen und der kleinen Drehbewegung, die er gestattet, unter Zuhilfenahme eines Sternes. Man hat nämlich die Berichtigungsvorrichtungen so lange zu betätigen, bis das direkte Sternbild mit dem doppelt reflektierten Sternbilde koinzidiert, bei „Kreisablesung Null". Ist dies gelungen, dann ist der Alhidadenspiegel bei Kreisablesung Null zum festen Spiegel parallel, also der ursprüngliche Indexfehler $\nu = 0$.

Bei Anwendung von Blenden treten aber neuerlich Indexfehler auf, wenn die Blenden nicht ganz planparallel sind!

Leoben, im November 1926.

Planimetrische Integration mit Nullkurven.

Von
Dr. **Jan Groeneveld** in Clausthal.

1. Nullkurvenbetrachtungen bei Planimetern.

Wenn man den Fahrstift eines Planimeters längs eines beliebigen Kurvenstückes von einem Punkte A nach einem anderen Punkte B führt, dann zeigt das Instrument im allgemeinen eine Abwickelung an. Es ist daher die Frage berechtigt, welche Fläche (bzw. welches Moment) gemessen worden ist. Die Frage ist leicht mit Hilfe von Nullkurven zu beantworten, wo wir unter einer Nullkurve eine Kurve verstehen wollen, die die Eigenschaft hat, daß keine Abwickelung der Integrierrolle eintritt, wenn der Fahrstift längs dieser Kurve geführt wird. Es zeigt sich nun, daß die gebräuchlichen Linearplanimeter alle eine Nullgerade besitzen, die Laufgerade (Bahn der Projektion des Anfangspunktes des Fahrarms auf die Unterlage). Außer dieser Nullgeraden besitzen die Linearplanimeter eine unendliche Schar von Nullkurven, die durch Parallelverschiebung in x-Richtung ineinander überführt werden können. Von jedem Punkte der x-y-Ebene, der von dem Fahrstift erreichbar ist, kann man längs einer Nullkurve zur x-Achse gelangen. Bevor wir diese Nullkurven an Beispielen erläutern, wollen wir die Konsequenz in bezug auf die oben gestellte Aufgabe ziehen. Nachdem der Fahrstift von A aus längs der gegebenen Kurve nach B geführt worden ist, kann man längs der durch B gehenden Nullkurve zur x-Achse weiterfahren und dann längs der x-Achse bis zum Schnitt mit der durch A gehenden Nullkurve und schließlich längs der durch A gehenden Nullkurve nach A zurückkehren, ohne daß die in B gefundene Abwickelung sich ändert. Wir haben so eine geschlossene Randlinie konstruiert, deren Fläche bei der Führung des Fahrstiftes von A nach B längs der gegebenen Kurve gemessen worden ist. Bei den Polarplanimetern liegen die Verhältnisse ganz analog. Statt einer Nullgeraden haben wir hier einen Nullkreis mit dem Radius R. Die übrigen Nullkurven der unendlichen Schar lassen sich hier durch Drehung um den Pol ineinander überführen.

Haben wir nun die gegebene Kurve AB mit einem Polarplanimeter umfahren, dann können wir wieder von B aus längs einer Nullkurve zum Nullkreis gelangen, eine kurze Strecke längs des Nullkreises weiterfahren und dann längs der durch A gehenden Nullkurve nach A zurückkehren.

Bei der Führung von A aus längs der gegebenen Kurve nach B mißt man also eine eindeutig durch Nullkurven bestimmte Fläche, die aber je nach dem benutzten Planimeter und nach der Aufstellung des Planimeters verschieden ausfällt.

Betrachten wir nun die Nullkurven der gewöhnlichen Linear- und Polarplanimeter. In Abb. 1 stellt AS den Fahrarm des Planimeters, J die Integrierrolle dar. Es bedeutet

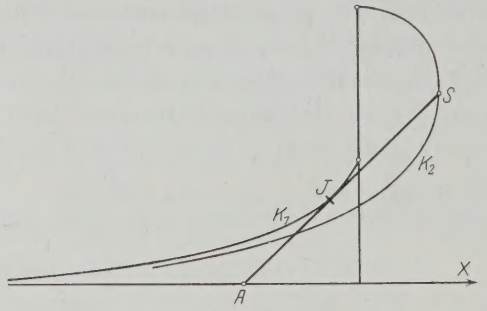


Abb. 1.

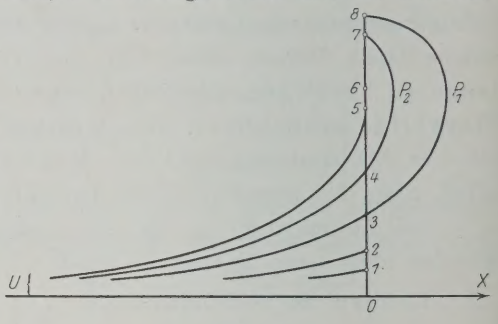


Abb. 2.

keine Einschränkung der Allgemeinheit, wenn die Achse der Integrierrolle mit der Stabachse zusammenfallend angenommen wird (vgl. *diese Zeitschr.* **47**. *S. 2. 1927*). Wenn die Integrierrolle bei einer Bewegung des Fahrstiftes keine Abwickelung zeigen soll, muß sie die Zugkurve K_1 (Huygenssche Traktrix) beschreiben. Der Fahrstift beschreibt dann die eigentliche Nullkurve K_2, die sich der x-Achse asymptotisch nähert. Interessant ist die Bewegung der Integrierrolle, wenn der Fahrstift längs einer Senkrechten zur x-Achse geführt wird (Abb. 2). Führt man den Fahrstift von 0 nach 3, so mißt man die Fläche 0 3 U 0 (mit neg. Vorzeichen, weil im Antiuhrzeigersinn um-

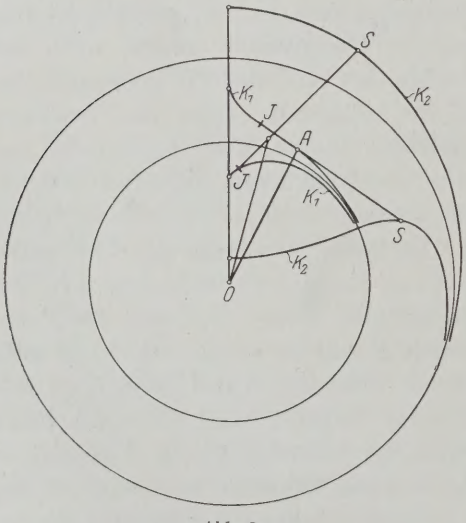


Abb. 3.

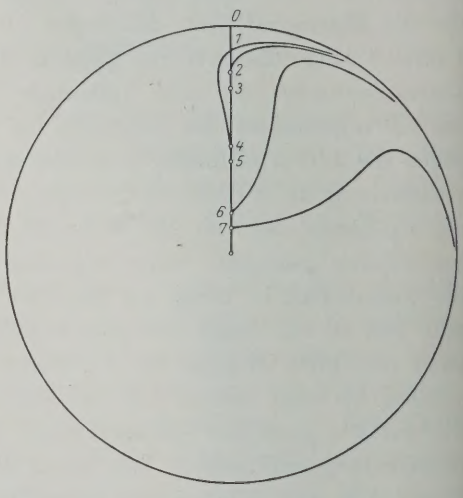


Abb. 4.

fahren wird), führt man ihn weiter, so wächst die Fläche absolut genommen bis zu dem Werte 0 6 U 0 an. Von hier ab kommt eine Fläche mit positivem Vorzeichen hinzu. Die von dem Planimeter angegebene Fläche wird also von dem Punkte 6 ab absolut genommen kleiner, erreicht in einem bestimmten Punkte den Wert Null und wird dann positiv. Es hängt von der Größe JS ab, ob der Wert Null erreicht wird oder nicht. Führt man den Fahrstift von 1 nach 2, so mißt man die Fläche 1 2 U, führt man den Fahrstift von 7 nach 8, so mißt man die Fläche 7 8 P_1 3 U 4 P_2 7,

die sehr viel größer ist als die Fläche 1 2 U. Führt man schließlich den Fahrstift den Weg von 5 nach 6, so tritt überhaupt keine merkliche Abwickelung ein, da die Nullkurve durch 6, nahezu auch durch 5 geht. Diese Verschiedenheit der Abwickelung besteht, obwohl Strecke 1 2 gleich 7 8 gleich 5 6 ist.

Bei den Integrierrollen für die höheren Momente gibt es ebenfalls Nullkurven, die nicht mit den Nullkurven der Flächenrolle zusammenzufallen brauchen, wie bei dem Momentenplanimeter von Amsler-Laffon. (Vgl. meine Dissertation „Neue Verwendung der Planimeter", Göttingen 1923, Referent C. Runge.) Betrachten wir nun die Nullkurven bei den gewöhnlichen Polarplanimetern (Abb. 3 und 4). In Abb. 3 ist das Planimeter durch den Polarm $OA = r$, den Fahrarm $AS = a$ und die Integrierrolle J angedeutet. Eine Abwickelung der Integrierrolle tritt nicht ein, wenn die Integrierrolle längs der Zugkurven K_1 gleitet. Der Fahrstift beschreibt dann die Nullkurven K_2, die sich in unendlich vielen Windungen dem Nullkreis anschmiegen. Auch hier werde die Bewegung der Integrierrolle untersucht für den Fall, daß der Fahrstift längs einer durch 0 gehenden Geraden geführt wird (Abb. 4). Führt man den Fahrstift von 0 nach 7, so mißt man die Fläche, die zwischen dem Grundkreis, der Strecke 0 7 und der Nullkurve liegt, mehrfach überdeckte Flächen entsprechend oft gezählt. Führt man ihn von i nach k, wo i und k eine der Zahlen 0 bis 7 bedeuten, so mißt man die Fläche, die begrenzt ist von der Strecke ik einerseits und den durch i und k gehenden Nullkurven andererseits. Längs der Strecken 2 bis 3 und 4 bis 5 findet eine kaum merkliche Abwickelung statt, längs der Strecke 6 bis 7 eine recht erhebliche. Im Punkte 5 erreicht der positive Teil der gemessenen Fläche den größten Wert.

Bei allen Coradischen Präzisionsplanimetern bilden die Nullkurven eine Kreisschar, deren Radien gleich der Fahrarmlänge sind und deren Mittelpunkte bei den Linearplanimetern auf der x-Achse, bei den Polarplanimetern auf dem Nullkreis mit dem Radius R, dem Hauptnullkreis, liegen.

Diese Nullkurvenbetrachtung ist wichtig für die Beurteilung des Abschlußfehlers. Wenn man bei der Umfahrung einer Kurve irrtümlich in einem Punkte B abliest, statt in dem Ausgangspunkte A, dann bestimmen die x-Achse (bzw. der Nullkreis) und die durch A und B gehenden Nullkurven die Fehlerfläche.

Aus der Nullkurvenbetrachtung wollen wir noch eine andere Folgerung ziehen.

2. Integration mit Linearplanimetern.

In Abb. 5 bedeuten K_1 und K_2 zwei Nullkreise, die sich auf ein Linearplanimeter beziehen, das auf die x-Achse eingestellt ist. Wir wollen nun die Funktion $y = f(x)$ einmal durch die Kurve AB in gewöhnlichen rechtwinkligen Koordinaten darstellen, das andere Mal durch die Kurve $A'B'$, wo die Ordinaten die gleichen sind wie vorhin, die Abszissen aber so verändert sind, daß die Punkte P_i auf die zugehörigen Nullkreise mit dem Radius a fallen nach P_i' (vgl. Abb. 5). Offenbar schließen beide Kurven die gleiche Fläche ein. Es ist Fläche $aA'B'b$ = Fläche $aABb$. Die Fläche $aA'B'b$ ist bis auf die Kurve $A'B'$ nur von Nullkurven begrenzt. Es genügt also eine Führung des Fahrstiftes von A' nach B' längs der Kurve, um die Fläche $aA'B'b$ = Fläche $aABb$ zu messen. Weiter

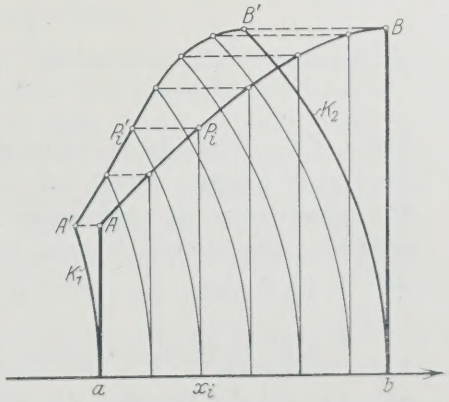


Abb. 5.

ergibt sich hier die Annehmlichkeit, daß die unbestimmte Integration ohne weiteres möglich ist.

Stellt man zu Beginn der Umfahrung das Momentenplanimeter von Hele-Shaw (das als Beispiel für ein Präzisionsplanimeter gewählt werden soll) auf die x-Achse ein, den Fahrstift auf A' und die Integrierrollen auf Null, dann liefern die Ablesungen an den Integrierrollen in den Punkten P_i' unmittelbar die Flächen aAP_ix_i und deren Momente in bezug auf die x-Achse. Bei der Integration mit der statischen Momentenrolle ist natürlich auch hier das additive Glied $p \cdot (x_i - a) \cdot lx$ zu berücksichtigen. Ist eine analytisch oder empirisch gegebene Funktion zu integrieren, dann kann man unmittelbar die zugehörige Kurve $A'B'$ darstellen. Die Darstellung AB braucht man nicht für die Integration. Zur Darstellung von $A'B'$ stellt man am besten auf einer Normalen zur x-Achse die Integrandenfunktion skalar dar und bringt die Parallelen zur x-Achse durch die Teilpunkte der skalaren Darstellung mit den entsprechenden Nullkreisen zum Schnitt.

Für die gewöhnlichen Linearplanimeter kann man das gleiche Integrationsverfahren anwenden. Um aber die Nullkurven bequem zeichnen zu können, sind entsprechende Kurvenlineale erforderlich.

3. Integration mit Polarplanimetern.

Mit den Polarplanimetern kann man in analoger Weise polar integrieren. Die Abb. 6 bezieht sich auf ein Präzisionsplanimeter, das einen Nullkreis mit dem Radius R hat und dessen übrige Nullkurven Kreise sind mit Fahrarmlänge als Radien. Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen auf dem Hauptnullkreis mit dem Radius R. Auf der Strecke $OA = R$ wird in A eine Normale errichtet und die zu integrierende Funktion $y = f(x)$ skalar darauf dargestellt. (Vgl. *diese Zeitschr.* **47**. *S. 116. 1927.*) Auf dem Nullkreis mit dem Radius R werden die Abszissen x_i markiert und durch diese Punkte werden Kreise gezogen, die die Fahrarmlänge als Radius haben und deren Mittelpunkte auf dem Kreise um 0 liegen. Die Abszissenpunkte x_i der Geraden AX werden nun mit dem Zirkel, dessen eine Spitze in 0 steht, nach den Punkten P_i' übertragen. Das Integral $\int_0^{x_i} y^2\,dx$ bestimmen wir nun dadurch, daß wir mit dem Fahrstift die Kurve $A'B'$ überstreichen, während der Pol des Planimeters auf O steht und in den Punkten P_i' ablesen. Stand das Planimeter zu Beginn der Führung im Punkte A' auf Null, dann liefern die Ablesungen in den Punkten P_i' unmittelbar die gesuchten Integralwerte. Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist leicht einzusehen, wenn man beachtet, daß wir die Funktion $\varrho = \sqrt{R^2 + y^2}$ polar dargestellt haben.

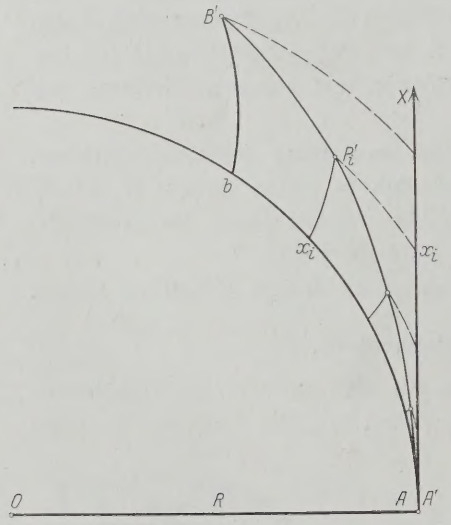


Abb. 6.

Um die einfache Integration $\int_a^x f(x)\,dx$ auszuführen, stellt man die Funktion $\sqrt{f(x)}$ statt $f(x)$ auf der Geraden AX skalar dar.

4. Ein ideales Momentenplanimeter.

Für die Integration ganz besonders geeignet sind Planimeter, deren Nullkurven Normalen zur x-Achse sind.

Mit dem harmonischen Analysator von Henrici-Coradi (vgl. Galle, Mathematische Instrumente) kann man die Integrale $\int \sin \lambda \eta \, dx$ und $\int \cos \lambda \eta \, dx$ bestimmen, wo λ eine der Zahlen 1,2 bis 50 (neueste Konstruktion) bedeutet, und η eine graphisch gegebene Funktion von x ist. Für die Bestimmung dieser Integrale ist der harmonische Analysator auf die x-Achse einzustellen. Setzen wir $\eta = \arcsin y$, dann ist

$$\int \sin \eta \, dx = \int y \, dx, \qquad \int \cos \eta \, dx = \int \sqrt{1 - y^2} \, dx,$$

$$\int \cos 2\eta \, dx = x - 2 \int y^2 \, dx, \qquad \int \sin 2\eta \, dx = 2 \int y \sqrt{1 - y^2} \, dx,$$

$$\int \sin 3\eta \, dx = 3 \int y \, dx - 4 \int y^3 \, dx, \qquad \int \cos 3\eta \, dx = \int \sqrt{1 - y^2} \cdot dx - 4 \int y^2 \sqrt{1 - y^2} \, dx,$$

$$\int \cos 4\eta \, dx = x - 8 \int y^2 \, dx + 8 \int y^4 \, dx, \qquad \int \sin 4\eta \, dx = 4 \int y \sqrt{1 - y^2} \cdot dx - 8 \int y^3 \sqrt{1 - y^2} \, dx,$$

usw. usw.

Der harmonische Analysator von Henrici-Coradi ist ein Momentenplanimeter wenn man die zu integrierende Funktion $y(x)$ nicht direkt, sondern $\eta = \arcsin y$ als Ordinaten aufträgt. Hier ergibt sich weiter die Annehmlichkeit, daß die Nullkurven Normalen zur x-Achse sind. Die unbestimmte Integration ist also ohne Umzeichnung direkt durchführbar. Die Erläuterung von Beispielen muß der Zukunft überlassen bleiben, da ein bestellter Analysator vorläufig nicht fertiggestellt ist.

Umgekehrt sind die Momentenplanimeter harmonische Analysatoren, wenn man nicht y direkt, sondern $\eta = \sin y$ als Ordinaten aufträgt. In der üblichen Ausführung der Momentenplanimeter sind aber nur zwei sin-Glieder und ein cos-Glied bestimmbar, weil die weiteren Integrierrollen fehlen.

Ich schließe meine hier und in zwei vorhergegangenen Aufsätzen mitgeteilten planimetrischen Untersuchungen mit ergebenstem Dank an Herrn Prof. Dr. H. König, der meine Arbeiten durch manche Anregung besonders gefördert hat.

Die Verzerrungsfehler eines nicht senkrecht aufgenommenen Luftbildes bei ebenem Gelände.

Von

Oberingenieur **K. Hoecken** in Berlin-Schöneberg.

Bei Reihenaufnahmen, wie solche im Kriege von größeren Geländeabschnitten gemacht worden sind, bei denen sich also die einzelnen Bilder am Rande überdecken, war die Beantwortung der Frage von Bedeutung, wie diese Bilder im Falle nicht lotrechter Kameraachse bei der Entzerrung zu behandeln sind, indem nicht ohne weiteres ersichtlich war, ob es einerlei ist, wenn unter Voraussetzung der gleichen Neigung bei allen die Bilder erst aneinander geklebt und dann zusammen entzerrt werden, oder ob zuvor jedes einzelne Bild zu entzerren ist, und dann erst ihre Zusammensetzung zu erfolgen hat.

Um diese Frage beantworten zu können, ist die Kenntnis der Größe und Richtung der Verzerrungsfehler jedes Bildpunktes erforderlich. Die nachfolgende Untersuchung soll hierüber Aufschluß gewähren.

In Abb. 1 sei E ein Punkt der ebenen Erdoberfläche und bei gleichbleibender Fliegerhöhe h sei O' der Standort desselben bei senkrechter und O derjenige bei schräger Aufnahme, so daß $EO' = h = LO$, wenn L der Lotpunkt von O ist. Bei der schrägen Aufnahme bilde die Richtung der optischen Achse OE mit der Vertikalen den Winkel $O'EO = \alpha$. Ferner sei die Lage der photographischen Platte bei senk-

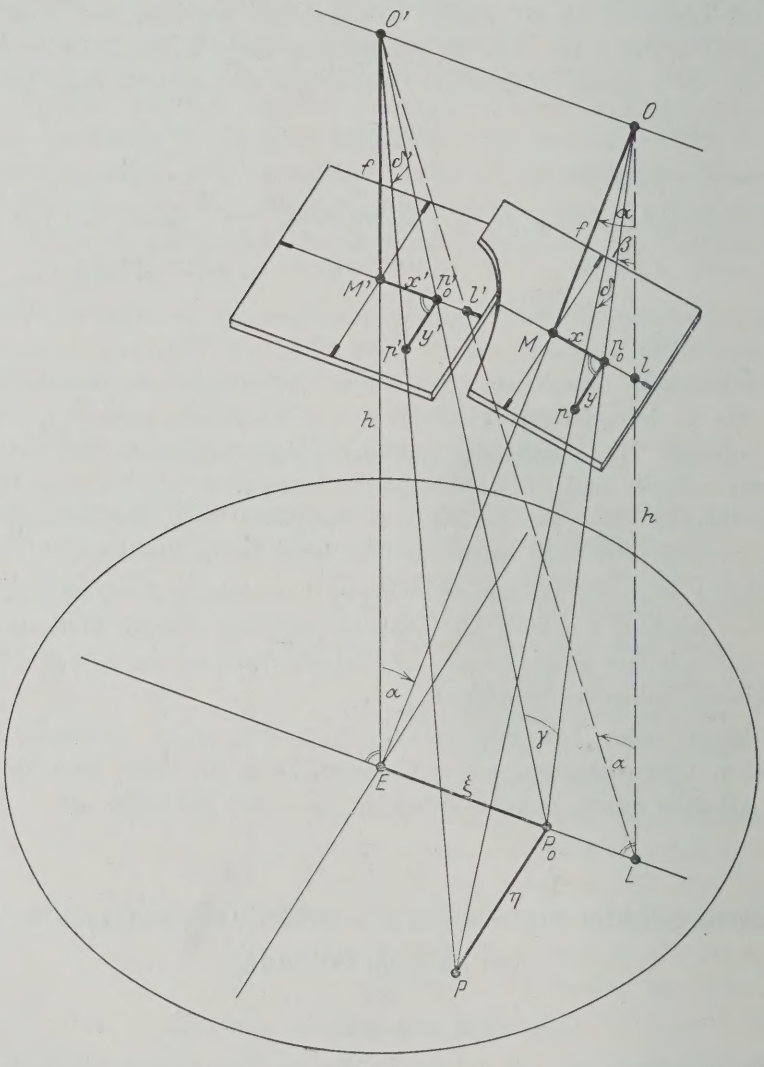


Abb. 1.

rechter Aufnahme in M' und bei geneigter Aufnahme in M rechtwinklig zur optischen Achse, und ihre Entfernung vom Objektivmittelpunkt O' bzw. O jedesmal gleich der Brennweite f. Irgendein Punkt P der Erdoberfläche bildet sich dann in p' bzw. p ab. Die rechtwinkligen Koordinaten dieser Bildpunkte seien x', y' und x, y und bezogen auf das Plattenzentrum M' und M als Ursprung und die Blickrichtung als X-Achse. In der Figur ist der Punkt P im dritten Quadranten angenommen, was für die bildliche Darstellung günstig ist; seine Koordinaten ξ und η sowie auch diejenigen seiner Bildpunkte sind daher in der Rechnung negativ einzuführen. Es bestehen dann folgende Beziehungen, deren Zusammenhang man am leichtesten übersehen kann, wenn

man sich das System O aus der geneigten Lage in die senkrechte Lage O' derart überführt denkt, daß der Punkt O die zur Erdoberfläche parallele Gerade OO' beschreibt. Das Dreieck OPP_0 dreht sich dann um die Seite $PP_0 = \eta$ um den Winkel γ, bis es die Lage $O'PP_0$ einnimmt, wenn OE mit $O'E$ zusammenfällt. Die notwendig dabei eintretenden Änderungen der Bildpunktkoordinaten x, y lassen sich nun folgendermaßen ermitteln.

In dem bei L rechtwinkligen Dreieck OLP_0 ist

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{LP_0}{LO} = \frac{EL - EP_0}{LO} = \frac{h\operatorname{tg}\alpha + \xi}{h} = \operatorname{tg}\alpha + \frac{\xi}{h};$$

ferner erhält man aus dem Dreieck $O'EP_0$

$$\frac{\xi}{h} = \frac{x'}{f},$$

so daß damit

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha + \frac{x'}{f}$$

wird.

Weiterhin ist im Dreieck OMp_0 der Winkel $MOp_0 = \alpha - \beta$, und somit

$$-x = f \cdot \operatorname{tg}(\alpha - \beta),$$

oder

$$-x = f \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta} = f \cdot \frac{-\frac{x'}{f}}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha + \frac{x'}{f}\operatorname{tg}\alpha},$$

und hieraus

$$+x = \frac{x' f \cos^2\alpha}{f + x' \sin\alpha\cos\alpha},$$

und schließlich

$$x' = \frac{xf}{(f\cos\alpha - x\sin\alpha)\cos\alpha}. \qquad 1)$$

Ebenso erhält man aus dem Dreieck OPP_0

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{PP_0}{OP_0} = \frac{-\eta}{h/\cos\beta};$$

da aber im System O' $\frac{\eta}{y'} = \frac{\xi}{x'} = \frac{h}{f}$, so ist

$$\operatorname{tg}\delta = -\frac{y'}{f}\cos\beta.$$

Ferner ist im Dreieck Opp_0

$$\frac{pp_0}{Op_0} = \operatorname{tg}\delta = \frac{-y}{f/\cos(\alpha - \beta)},$$

und mithin

$$-y = \frac{f\cdot\operatorname{tg}\delta}{\cos(\alpha-\beta)} = \frac{-y'\cos\beta}{\cos(\alpha-\beta)},$$

oder

$$y = \frac{y'}{\cos\alpha + \sin\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$

Es ist aber nach dem vorhergehenden $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha + \frac{x'}{f}$, so daß

$$y = \frac{y'}{\cos\alpha + \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha + \frac{x'}{f}\sin\alpha}$$

und

$$y' = y \cdot \frac{f + x' \sin\alpha \cos\alpha}{f\cos\alpha};$$

in Verbindung mit 1) erhält man dann

$$y' = y \frac{f + \frac{x\sin\alpha}{f\cos\alpha - x\sin\alpha}}{f\cos\alpha}$$

oder schließlich

$$y' = \frac{yf}{f\cos\alpha - x\sin\alpha}. \qquad 2)$$

Bildet man nun mit den Ergebnissen 1) und 2) die Differenzen $x' - x = v_x$ und $y' - y = v_y$, so erhält man die Verzerrungsgrößen in den Koordinatenrichtungen, und zwar

$$\left.\begin{aligned} v_x &= x\frac{f\operatorname{tg}\alpha + x}{f\operatorname{tg}\alpha - x} \\ v_y &= y\frac{f\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + x}{f\operatorname{cotg}\alpha - x} \end{aligned}\right\}, \qquad 3)$$

mittels dieser ergibt sich dann der Verzerrungsfehler v aus

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2,$$

oder

$$v^2 = x^2\left(\frac{f\operatorname{tg}\alpha + x}{f\operatorname{cotg}\alpha - x}\right)^2 + y^2\left(\frac{f\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + x}{f\operatorname{cotg}\alpha - x}\right)^2. \qquad 4)$$

Betrachtet man in dieser Gleichung v als konstant, so kann man nach derselben die Kurven gleicher Verzerrungsbeträge ermitteln. Zu diesem Zweck löst man die Gleichung nach y auf und erhält

$$y = \frac{1}{f\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} + x}\sqrt{v^2(f\operatorname{cotg}\alpha - x)^2 - x^2(f\operatorname{tg}\alpha + x)^2}. \qquad 5)$$

Hiernach sind in Abb. 2 die ausgezogenen Kurven ermittelt für den Fall $\alpha = 10^0$ und $f = 250$ mm. Die beigeschriebenen Werte geben die Verzerrungsfehler in Millimeter an für eine Plattengröße 13×18 cm; die Plattengröße 9×12 cm ist ebenfalls eingezeichnet.

Setzt man in 5) zunächst $y = 0$, so erhält man

$$v = x\frac{f\operatorname{tg}\alpha + x}{f\operatorname{cotg}\alpha - x}, \qquad 6)$$

oder

$$x = -\frac{1}{2}(f\operatorname{tg}\alpha + v) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(f\operatorname{tg}\alpha + v)^2 + fv\operatorname{cotg}\alpha} \qquad 7)$$

für die Schnittpunkte der Fehlerkurven mit der X-Achse. Für $v = 0$ ergeben sich hieraus die beiden Werte $x_1 = 0$ und $x_2 = -f \operatorname{tg} \alpha$; es gibt somit zwei Punkte in der

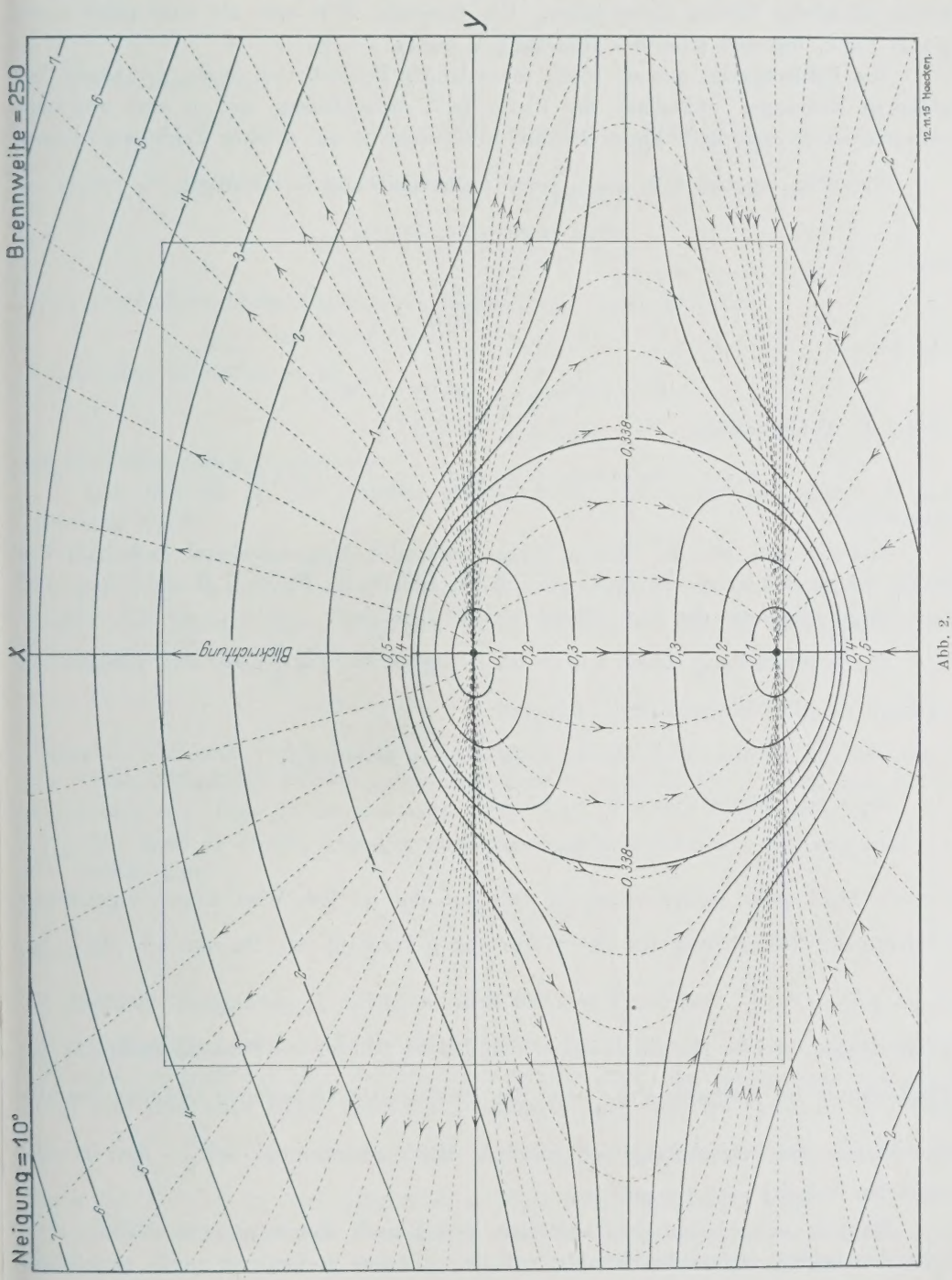


Abb. 2.

Bildebene, für die auch bei geneigter Aufnahme die Abbildung fehlerfrei bleibt. Diese Tatsache läßt sich auch unmittelbar an Hand der Fig. 1 erkennen. Der erste fehlerfreie Punkt liegt, wie ohne weiteres erhellt, in der optischen Achse bei M als Bild des Punktes E, während der zweite das Bild l des Punktes L ist, denn die Strahlen

OL und $O'L$ bilden in beiden Fällen mit der optischen Achse den gleichen Winkel $EO'L = EOL = \alpha$, da $O'ELO$ ein Rechteck ist, in dem die Diagonalen mit den Seiten dieselben Winkel einschließen. Die Strecken $M'l'$ und Ml sind somit beide gleich $f \operatorname{tg} \alpha$, wie sich auch aus Gleichung 7 ergibt.

Die Fehlerkurven müssen somit diese beiden Punkte, von denen der zweite bei größeren Neigungen außerhalb der Platte fällt, umschließen, und es muß weiterhin zwischen sowie außerhalb dieser Punkte mindestens je ein größter Fehlerwert liegen.

Dieselben ergeben sich aus $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ nach Gleichung 6 wie folgt:

$$x^2 - 2\,x\,f \operatorname{cotg} \alpha - f^2 = 0$$

oder

$$x = f \cdot \frac{\cos \alpha \pm 1}{\sin \alpha},$$

und hieraus

$$x_1 = f \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}, \qquad x_2 = -f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \tag{8}$$

denen die Fehlerbeträge

$$v_1 = -f \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg}^2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{und} \quad v_2 = -f \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \tag{9}$$

entsprechen.

Ersterer fällt für die hier in Frage stehenden Neigungswinkel außerhalb der Platte, während letzterer zwischen den beiden fehlerfreien Punkten M und l liegt und dem Strahl zukommt, der den Winkel $MOl = \alpha$ halbiert.

Zur Vereinfachung setzen wir in Gl. 4) $f \operatorname{tg} \alpha = a$, $f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = b$ und $f \operatorname{cotg} \alpha = c$, wodurch dieselbe folgende Form annimmt:

$$v^2 (c - x)^2 = x^2 (a + x)^2 + y^2 (b + x)^2. \tag{10}$$

Setzt man hierin $x = -b$, so bleibt

$$\pm v (c - x) = x (a + x), \tag{11}$$

worin y nicht mehr enthalten ist, so daß auf der zu dem Wert $x = -b$ gehörigen Ordinate der Fehlerbetrag für alle Werte von y konstant ist. Da nun $b = f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ ist, so ist $x = -f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, welcher Wert mit dem in 8) für x_2 gefundenen identisch ist. Infolgedessen erreicht für die zwischen den beiden fehlerfreien Punkten senkrecht zur Blickrichtung im Abstande $f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ von der Plattenmitte verlaufende Ordinate für alle ihre Punkte der Fehlerbetrag den relativen Maximalwert $f \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$, der im vorliegenden Beispiel $= 0{,}338$ mm ist.

Da nun auch je ein dem absoluten Betrag nach diesem gleicher Fehler außerhalb der beiden fehlerfreien Punkte auf der X-Achse vorkommen muß, so wird es eine Fehlerkurve geben müssen, die die beiden Punkte kreisförmig umschließt, und innerhalb der die Fehler $< \left| f \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \right|$ sind, während sie außerhalb derselben bis zum Betrage $\left| f \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} \right|$ ansteigen.

Um die Schnittpunkte dieser Trennungskurve mit der Ordinate im Punkte $x = -b$ zu finden, lösen wir Gleichung 10) nach y auf und erhalten

$$y^2 = \frac{v^2 (c - x)^2 - x^2 (a + x)^2}{(b + x)^2}.$$

Setzt man hierin

$$x = -b = -f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad \text{und} \quad v = v_2 = -f \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2},$$

so nimmt y^2 die Form $\frac{0}{0}$ an. Der wahre Wert ergibt sich daher aus

$$y^2 = \lim \left[\frac{v^2 (c - x)^2 - x^2 (a + x)^2}{(b + x)^2} \right]_{x = -b,\ v = v_2}.$$

Nach zweimaliger Differentiation von Zähler und Nenner gibt dies

$$y^2 = \lim \left[v^2 - (a + x)^2 - 4 x (a + x) - x^2 \right]_{x = -b,\ v = v_2},$$

woraus man schließlich findet

$$y = \pm f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{2}{\cos \alpha}} \qquad 12)$$

als Ordinaten der Schnittpunkte.

Löst man Gl. 11), die identisch mit Gl. 6) ist, nach x auf, so erhält man entsprechend Gl. 7)

$$x = -\frac{a + v}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a + v}{2}\right)^2 + c v}.$$

Ersetzt man hierin v durch $\pm v_2$ nach Gl. 9), so ergeben sich die Schnittpunkte der Trennungskurve auf der X-Achse aus

$$x = f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\pm \sqrt{1 + \cos^2 \alpha} - 1}{\cos \alpha}. \qquad 13)$$

Weiterhin sind noch von Interesse die Schnittpunkte der Fehlerkurven mit den durch die beiden fehlerfreien Punkte gehenden Ordinaten, nämlich der Y-Achse und der im Abstande $x = -f \operatorname{tg} \alpha$ zu ihr parallelen.

Um diese zu finden, setzt man in Gleichung 10) einmal $x = 0$ und einmal $x = a$. Man erhält dann

$$y_0 = \pm v \operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2}$$

und

$$y_a = \mp v \operatorname{cosec} \alpha \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2},$$

woraus einerseits erhellt, daß die Schnittpunkte der Fehlerkurven auf diesen beiden Ordinaten proportional zum Fehlerwert v verteilt sind, und andererseits ersichtlich wird, wie dies auch schon Formel 13) erkennen läßt, daß die Ordinate im Punkte $x = -f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ keine Symmetrielinie der gesamten Kurvenschar ist, diese vielmehr nur durch die X-Achse in zwei spiegelbildlich liegende Hälften geteilt wird.

Durch die vorstehende Betrachtung sind die Bildpunktfehler ihrer Größe nach festgelegt; um nun auch die jeweilige Richtung derselben zu finden, gehen wir von den Fehlerbeträgen in den Koordinatenrichtungen nach Gl. 3) aus und erhalten als Tangente des Richtungswinkels τ

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{v_y}{v_x} = \frac{y}{x} \cdot \frac{f \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + x}{f \operatorname{tg} \alpha + x} = \frac{y}{x} \cdot \frac{b + x}{a + x}.$$

Aus der Bedeutung von τ als Winkel der geometrischen Tangente an der Richtungskurve ergibt sich somit die Differentialgleichung derselben zu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \cdot \frac{b+x}{a+x}$$

und hieraus

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{b+x}{a+x} \cdot \frac{dx}{x} + C,$$

oder

$$\lg y = \frac{b}{a} \lg x - \left(\frac{b}{a} - 1\right) \lg (a+x) + C,$$

$$y = p\, x \left(1 + \frac{a}{x}\right)^{1-\frac{b}{a}}$$

und schließlich

$$y = p\, x \left(1 + \frac{f \operatorname{tg} \alpha}{x}\right)^{1-\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \qquad 14)$$

als Gleichung der Richtungskurve, wobei der die Integrationskonstante enthaltende Parameter p ihre jeweilige Lage bestimmt. Um diese genauer anzugeben, kann p als Tangente des Winkels σ definiert werden, den die Asymptote der Richtungskurve mit der X-Achse bildet; es ist dann $\operatorname{tg} \sigma = p$. Sind $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$ die Koordinaten der Asymptote, so findet man aus deren Gleichung

$$\mathfrak{y} = p \left(\mathfrak{x} + f \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}\right), \qquad 15)$$

für ihre Schnittpunkte mit den Achsen

$$\mathfrak{x} = -f \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha} \quad \text{und} \quad \mathfrak{y} = p\, f \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}.$$

Wie die an Hand dieser Betrachtungen in Abb. 2 wiedergegebene Darstellung der punktiert eingetragenen Richtungskurven erkennen läßt, verläuft die Richtung der für eine Entzerrung notwendigen Verschiebung der Bildpunkte eines geneigt aufgenommenen Bildes von dem ersten fehlerfreien Punkt fort und auf den zweiten fehlerfreien Punkt zu.

Würden somit zwei Reihenbilder im unentzerrten Zustande mit ihren Längsseiten aneinander geklebt werden, so würde in den Ecken ein Punktfehler in dem gewählten Beispiel von + 7,5 mm mit einem solchen von — 2,5 mm mit fast zueinander senkrecht stehenden Richtungen zusammentreffen, so daß die lineare Abweichung fast 8 mm beträgt.

Die letzte Berliner Tagung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie gab dem Verfasser Veranlassung, den verschiedentlich geäußerten Wünschen, die vorstehende im wesentlichen bereits vor 11 Jahren angestellte Untersuchung zu veröffentlichen, endlich nachzukommen. Wenn auch durch die hervorragenden Fortschritte, die die Photogrammetrie nach dem Kriege gemacht hat, und die ohne die Kriegsanregung und -erfahrung wohl nie in solchem Umfange zustande gekommen wären, eine punktweise Bildauswertung als überholt zu betrachten ist, so dürfte trotzdem der Einblick, den die gewonnene Darstellung in die Fehlerverteilung einer nicht lotrecht gemachten Aufnahme gibt, von bleibendem Wert sein.

Eine auf Interferenzen sich gründende Abänderung der Hartmannschen Extrafokal-Prüfmethode für Objektive[1].

(A modified Hartmann test based on interference.)

Von

I. C Gardner und **A. H. Bennet.**

Übersetzt nach dem Original in *Journ. Opt. Soc. Amer.* **11**. *S. 441—452. 1925.*
von Dr. Heinrich Keßler in Jena.

Inhalt: Es wird eine Methode zur Bestimmung der sphärischen Aberrationen angegeben, die nur einen verhältnismäßig einfachen Apparat erfordert, und die die Verzögerung verschiedener Teile der Wellenfläche auf einen Achsenpunkt bezogen und in Wellenlängen des benutzten Lichts ausgedrückt ergibt. Es werden die Unterlagen gegeben, nach denen ein brauchbarer, alle notwendigen Teile enthaltender Apparat gebaut werden kann, der auf einer der gebräuchlichen optischen Bänke Verwendung finden kann. Die Methode gründet sich auf eine Interferenzerscheinung. Die Bank braucht nicht mit einer Teilung oder einer mikrometrischen Meßeinrichtung versehen zu sein. Zusammen mit den Dimensionen des nach den Angaben gebauten Apparats ergibt die Ausmessung der photographischen Platte alle gewünschten Daten und die einzige noch notwendige Aufnahme liefert eine dauernde und vollständige Urkunde über die Prüfung.

Bei der Hartmannschen Blendenmethode zur Ermittelung der sphärischen Aberration, wie sie im allgemeinen beschrieben wird, wird nie Bezug genommen auf Erscheinungen, die außerhalb des Bereichs der geometrischen Optik liegen. Die Prüfmethode ist die folgende: Die zu prüfende Linse befindet sich in L (Abb. 1). In D ist die Hartmannsche Blende, die aus einer Serie von Löchern besteht, die passenderweise in gleichen Abständen entlang eines Linsendurchmessers angebracht sind. Als Lichtquelle wird ein entfernter Lichtpunkt oder ein durch einen Kollimator geliefertes Parallelstrahlenbündel benutzt. Auf eine photographische Platte werden nacheinander in den Stellungen P_1 und P_2 zwei Aufnahmen gemacht. Im Sinne der geometrischen Optik wird jedes schmale Lichtbündel, das durch eine Öffnung der Lochblende abgesondert wird, auf der photographischen Platte ein schwarzes Bildscheibchen verursachen. Für einen von einem bestimmten Loch herausgeblendeten Strahl seien a und b die bei beiden Aufnahmen ausgemessenen Abstände des schwarzen Bildscheibchens von der optischen Achse. Wenn dann d, die Entfernung zwischen den beiden Aufnahmestellungen der Platte, bekannt ist, ist der Abstand V des Schnittpunktes des entsprechenden Strahles einer bestimmten Einfallshöhe mit der optischen Achse gegenüber der Plattenlage P_1 durch die Gleichung

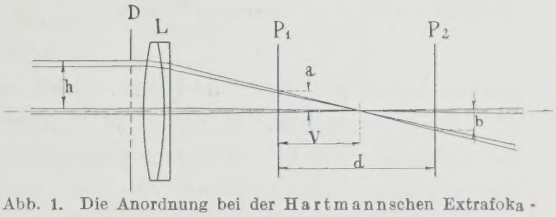


Abb. 1. Die Anordnung bei der Hartmannschen Extrafokalmethode.

$$V = \frac{a \cdot d}{a + b} \qquad 1)$$

gegeben. Aus diesen Werten V für die verschiedenen Löcher der Blende kann die sphärische Längsaberration als eine Funktion der Einfallshöhe h bestimmt werden.

Wir wollen nun eine abgeänderte Form dieses Prüfverfahrens beschreiben, wie sie sich als eine Weiterbildung der Hartmannschen Methode entwickelt hat, und die in

[1]) Veröffentlicht mit Genehmigung des Direktors des *Bureau of Standard of the U. S. Department of Commerce.*

einigen Einzelheiten der von Michelson[1]) beschriebenen und später von Cotton[2]) und Merland[3]) abgeänderten Methode vergleichbar ist. Es wird dabei keine weitere Apparatur als die gewöhnlich für das Hartmannsche Verfahren verwendete verlangt. Dabei werden die sphärischen Aberrationen unmittelbar als in Wellenlängen gemessene Verzögerung der verschieden Teile der von dem System ausgehenden Wellenfläche bestimmt. Dies ist von großem Vorteil, da dadurch die Möglichkeit gegeben ist, das Ergebnis mit der für sphärische Abberationen zulässigen Toleranz, wie sie von Rayleigh festgelegt worden ist, zu vergleichen. Bei dieser Prüfung wird die Lochblende, die von der Hartmannschen Form ist, hinter der Linse in *D* anstatt zwischen Linse und Lichtquelle aufgestellt (vgl. Abb. 2). Es wird nur eine Aufnahme gemacht, wobei die photographische Platte sich in *P* befindet. Im allgemeinen liefern die schmalen Strahlenbündel der Hartmannschen Lochblende auf der photographischen Platte nicht ein einfaches schwarzes Kreisscheibchen, wie es die geometrische Optik verlangt, sondern die Scheibchen sind von Beugungsringen umgeben.

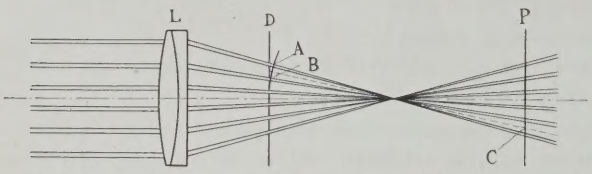


Abb. 2. Die Anordnung bei der abgeänderten Hartmannschen Extrafokalmethode.

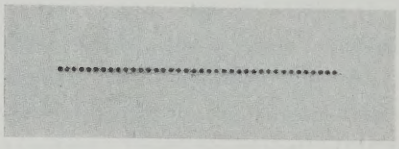


Abb. 3. Extrafokalaufnahme bei Verwendung einer Hartmann-Blende mit kreisrunden Löchern. Nat. Größe.

Wir nehmen an, daß die Löcher der Blende gleichen Abstand voneinander besitzen, und daß die Platte in eine solche Entfernung vom Brennpunkt gebracht wird, daß die beiden ersten Beugungsringe, die von einem Paar benachbarter Öffnungen herrühren, sich überlagern. Eine solche Aufnahme ist ohne Vergrößerung in Abb. 3 wiedergegeben. In desem Falle empfängt die Stelle der photographischen Platte, die zwischen zwei benachbarten geometrischen Bildern dieser Öffnung liegt, Licht von nahezu gleicher Intensität von den benachbarten Löchern der Blende und wir erhalten die bekannten Interferenzstreifen des Youngschen Versuchs. Dies ist in Abb. 4, welche eine vergrößerte Wiedergabe eines Teils der Platte der Abb. 3 ist, besser zu erkennen.

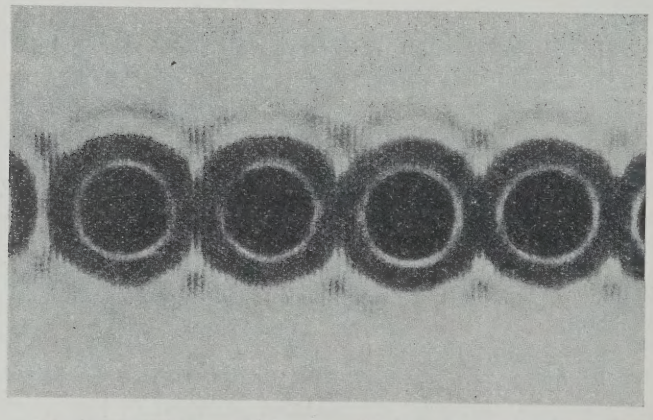


Abb. 4. Ein Teil der Aufnahme von Abb. 3 bei starker Vergrößerung.

In Abb. 2 ist der Fall abgebildet, in welchem diese Prüfung auf eine Linse, die frei von sphärischen Aberrationen ist, angewandt wird. Ohne die Blende ist die Wellenfläche sphärisch. Bei vorhandener Blende stellen *A* und *B* Punkte gleicher Phase der Teilwellenfläche vor, die von den beiden obersten Blendenlöchern ausgesandt werden. Um die Lage des mittleren Streifens der Interferenzerscheinung

[1]) Michelson, *Astrophys. Journ.* **47.** *S. 283. 1918.*
[2]) Cotton, *Physica* **1.** *S. 274. 1921.* [3]) Merland, *Rev. d'Optique* **3.** *S. 401. 1924.*

festzustellen, verbinden wir die Punkte A und B miteinander und ziehen die die Sehne AB halbierende Senkrechte. Diese schneidet die Platte D bei C, wo der mittlere Interferenzstreifen liegt. Dies kann nacheinander für alle Paare benachbarter Öffnungen der Blende durchgeführt werden. Da aber die Wellenfläche sphärisch ist, gehen alle Sehnenhalbierende durch den Mittelpunkt der Wellenfläche und die mittleren Interferenzstreifen der gesamten Interferenzerscheinung werden auf der Platte in gleichem Abstand voneinander auftreten.

Für den Fall, daß sphärische Aberration auftritt, gilt Abb. 5. Durch sphärische Aberration wird bei der Ankunft des Lichtes in I ein Phasenunterschied bedingt. Eine sphärische Wellenfläche mit ihrem Zentrum in I ist in Abb. 5 durch den gestrichelten Kreisbogen dargestellt. Alle Teile dieser Wellenfläche kommen in I in gleicher Phase an. Der durch die in Abb. 5 ausgezogene Kurve dargestellte Bogen stellt die wirkliche Wellenfläche vor, wie sie durch die sphärische Aberration bedingt ist, und deshalb von der Kreisform abweicht. (In Abb. 5 wird Unterkorrektion angenommen.) Die Randstrahlen sind beschleunigt worden. Die Phasenbeschleunigung, die ein Punkt der gegebenen Wellenfläche bei seiner Ankunft in I gegenüber dem entsprechenden Punkte der idealen sphärischen Wellenfläche erfahren hat, wird durch den Radiusabschnitt gemessen, der zwischen den beiden Wellenflächen liegt. Es seien A und B zwei Stellen

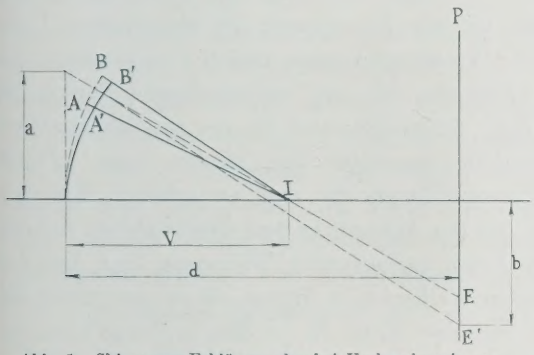


Abb. 5. Skizze zur Erklärung der bei Vorhandensein von sphärischen Abweichungen auftretenden Interferenzerscheinung.

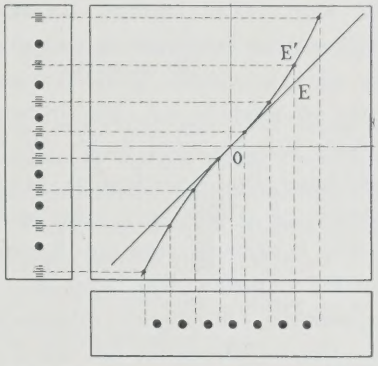


Abb. 6. Skizze des zur Ermittlung der Abweichungen verwendeten graphischen Verfahrens.

der idealen sphärischen Wellenfläche, die von benachbarten Öffnungen der Blende herrühren. In gleicher Weise seien A' und B' die entsprechenden Punkte der deformierten Wellenfläche. Für die ideale, sphärische Wellenfläche würden wir, wie dies bereits oben ausgeführt wurde, für die beiden Löcher einen mittleren Interferenzstreifen E bekommen, der auf der photographischen Platte P in dem Durchstoßungspunkte des Durchmessers durch die Sehnenmitte von AB liegt. Für die tatsächlich vorhandene, etwas deformierte Wellenfläche liegt der mittlere Streifen, der auf den photographischen Platten zu Ausmessungen verwendet werden kann, bei E'. Dieser Punkt liegt auf der photographischen Platte dort, wo die sehnenhalbierende Senkrechte auf $A'B'$ die Platte P durchstößt. Da die Elementarwellen von A und B in I in gleicher Phase ankommen, ist die Phasendifferenz der von A' und B' in I eintreffenden Wellen, gemessen in Wellenlängen:

$$\frac{AA' - BB'}{\lambda}. \qquad 2)$$

Ist w die Streifenbreite auf der photographischen Platte und ist EE' die von der sphärischen Aberration herrührende Verschiebung des Mittelstreifens, so gilt:

$$\frac{AA' - B \cdot B'}{\lambda} = \frac{EE'}{w}. \qquad 3)$$

Demgemäß sind die Phasendifferenzen bestimmt, wenn EE' für jedes Blendenloch bekannt ist.

Für die Bestimmung von EE' sei hier eine graphische Methode mitgeteilt, aus welcher eine analytische Lösung abgeleitet werden kann. Als Abszissen (Abb. 6) werden die Abstände der Mitten zweier benachbarter Blendenlöcher von dem Blendenmittelpunkt verwendet, vorausgesetzt, daß bei der Aufnahme die optische Achse des Objektivs durch diesen Mittelpunkt der Blende geht. Als Ordinaten werden die Abstände der entsprechenden mittleren Interferenzstreifen verwendet. Die Methode des Auswertens ist ausAbb. 6 klar ersichtlich, wenn wir beachten, daß in Abb. 6 unter der Abszissenachse eine Aufsichtsskizze der Blende und links von der Ordinatenachse eine Aufsichtsskizze des photographisch festgehaltenen Interferenzbildes eingezeichnet ist. Führen wir diese graphische Darstellung durch, so erhalten wir ein Kurvenbild ähnlich dem in der Fig. 6 als Beispiel angenommenen, bei dem im Koordinatensprung O ein Wendepunkt auftritt. Eine durch den Ursprung O gezogene gerade Linie OE ist das entsprechende graphische Bild für die gleichweit voneinander abstehenden mittleren Interferenzstreifen, die von der idealen, sphärischen Wellenfläche herrühren. Gerade Linien von verschiedenen Neigungen entsprechen sphärischen Wellenflächen mit auf der Achse an verschiedenen Stellen liegenden Mittelpunkten. Die gerade Linie OE, die im Ursprung die Kurve OE' berührt, ist das Bild von Interferenzstreifen, die einer sphärischen Wellenfläche entsprechen, deren Mittelpunkt mit dem Brennpunkt der untersuchten Linse für die achsennahen Strahlen zusammenfällt. Wir setzen voraus, daß OE im vorliegenden Falle so gezogen sei. Die Differenz der Ordinaten für zwei entsprechende Punkte der beiden Kurven wird durch die Strecke EE' dargestellt und ist die tatsächliche Verschiebung des betreffenden Interferenzstreifens gegenüber der idealen Lage. Durch Gleichung 3) läßt sich dann leicht die Phasendifferenz für zwei benachbarte Blendenlöcher berechnen. Um die Phasendifferenz bei der Ankunft in dem ausgewählten Achsenpunkte zwischen dem längs der optischen Achse verlaufenden Wellenzug und dem von irgendeiner Öffnung der Blende herrührenden Wellenzug zu finden, ist es nur notwendig, die Phasendifferenzen für alle Lochpaare von der Mitte bis zu dem in Frage kommenden Loch zu addieren. Wenn die Neigung der geraden Linie OE in Fig. 6 geändert wird, ändern sich auch die Phasendifferenzen, da eine Änderung der Neigung dieser Geraden der Absicht entspricht, die Phasendifferenz in bezug auf andere ausgewählte Punkte der optischen Achse zu ermitteln. Wenn die Neigung der geraden Linie gerade gleich 1 ist, gilt für den dadurch ausgewählten Bezugspunkt

$$\frac{d - v}{v} = 1. \qquad 4)$$

Der Punkt der geringsten Phasendifferenz, d. h. der günstigste Brennpunkt, liegt im allgemeinen näher an der Linse als der Brennpunkt der achsennahen Strahlen und entspricht deshalb einer geraden Linie, die eine größere Neigung besitzt als die in Abb. 6 gezeichnete. Es ist dabei aber festzuhalten, daß der Punkt geringster Phasendifferenz nicht notwendig der geraden Linie entspricht, welche sich sehr eng an die Kurve anlegt. Dies wird uns klar, wenn wir uns daran erinnern, daß wir alle Zwischen-Phasendifferenzen addieren müssen, um die gesamte Phasendifferenz für einen beliebigen Punkt in bezug auf den Achsenstrahl zu bekommen. Etwas Erfahrung wird uns jedoch befähigen, die gerade Linie geringster Phasendifferenz ohne große Schwierigkeiten zu finden. Im folgenden sind die Versuchsdaten mitgeteilt, wie sie für die in Abb. 3 und 4 wiedergegebene Aufnahme Verwendung fanden:

Durchmesser der Löcher in der Hartmannschen Blende:	1,0	mm
Abstand zwischen den Mittelpunkten zweier Löcher:	2,961	„
Abstand zwischen den geometrischen Lochbildern auf der Platte:	1,096	„
Breite der Interferenzstreifen auf der photographischen Platte:	0,140	„
Abstand der Hartmannschen Blende vom Brennpunkt:	519,5	„
Abstand zwischen Blende und photographischer Platte:	711,8	„
Durchlässigkeitsmaximum des benutzten Filters:	580	mμ

Wenn die Lage der Blendenöffnungen und der mittleren Interferenzstreifen auf der photographischen Platte mit einem Fehler von nicht mehr als 3 μ gemessen werden, was einer ohne große Schwierigkeiten zu erreichenden Genauigkeit entspricht, so ist der entsprechende Fehler bei der Ermittlung der Phasendifferenz für ein Paar der Löcher ungefähr 0,02 λ. Die Blende wurde in einer Form verwendet, wie sie ursprünglich als gewöhnliche Hartmannsche Blende Verwendung finden sollte.

Der Gebrauch der oben beschriebenen Lochblende ist wegen des großen Abstandes der Blende vom Brennpunkt unvorteilhaft. Eine Linse, die eine Brennweite von weniger als 500 mm hat, kann nicht damit geprüft werden. Außerdem macht der große Abstand zwischen Blende und photographischer Platte die Konstruktion eines großen und unhandlichen Zusatzapparates notwendig, der dazu dient, das diffuse Licht zu beseitigen. Eine leicht ersichtliche Änderung, welche große Vorteile hat, ist in Abb. 7 dargestellt. Die Blende und die photographische Platte befinden sich hinter dem Brennpunkt. An Stelle von kreisförmigen Löchern werden Spalte benutzt. Ein Aufnahme-Beispiel zusammen mit einer vergrößerten Ansicht eines Teils der Photographie ist in Abb. 8 und 9 wiedergegeben. Abb. 8 ist die natürliche Größe.

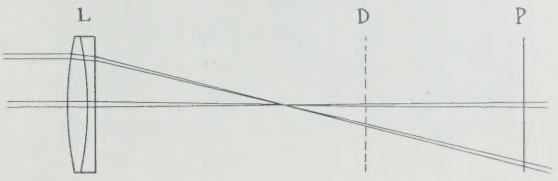


Abb. 7. Zweite Form der abgeänderten Hartmannschen Extrafokalmethode.

Bei diesem Diaphragma sind die Dimensionen die folgenden:

Breite der Blendenspalte	0,163	mm
Länge der Blendenspalte	3,0	„
Abstand der Spaltmitten voneinander	0,815	„
Abstand der geometrischen Spaltbilder auf der Platte voneinander	1,278	„
Streifenbreite auf der photographischen Platte	0,085	„
Blendenabstand vom Linsenbrennpunkt	244,5	„
Blendenabstand von der Platte	139,0	„
Durchlässigkeitsmaximum des benutzten Filters	500	mμ

Mit einer solchen Spaltblende, die hinter dem Brennpunkt aufgestellt wurde, wurde die eben besprochene Prüfung an einem $F:4{,}5$ Photo-Anastigmaten durchgeführt. Die Phasendifferenz wurde in bezug auf zwei Achsenpunkte ermittelt, einmal in bezug auf einen nahe an dem Brennpunkt der achsennahen Strahlen gelegenen Bezugspunkt und dann zweitens in bezug auf den Achsenpunkt, in dem die Achse von einem Strahl geschnitten wird, der die halbe Einfallshöhe besitzt wie der Randstrahl.

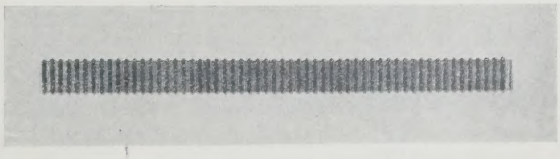


Abb. 8. Aufnahme nach der zweiten Form der Methode, erhalten bei Verwendung paralleler Spalte. Nat. Größe.

Die folgende Tabelle gibt in der ersten Kolonne die Einfallshöhe des Strahls geteilt durch die Brennweite der Linse, also die reziproke relative Öffnung, für jede Einfallshöhe wieder. In der zweiten Kolonne stehen die Phasendifferenzen in bezug auf den nahe dem Brennpunkt der achsennahen Strahlen gelegenen Bezugspunkt. Die dritte Kolonne enthält die Phasendifferenzen für den zweiten oben definierten Brennpunkt der in halber Einfallshöhe einfallenden Strahlen. Eine Vergleichung der beiden Kolonnen 2 und 3 zeigt, daß dieser letztere Punkt der Ebene der besten Abbildung viel näher liegt, als dies der Brennpunkt der achsennahen Strahlen tut. Es ist zu bemerken, daß die in der Tabelle wiedergegebenen Phasendifferenzen die Gesamtphasendifferenzen vom Zentralstrahl bis zum gegebenen Strahl und nicht etwa die Teilphasendifferenzen zwischen zwei benachbarten Spaltöffnungen vorstellen. Ein positiver Wert zeigt eine Beschleunigung des betreffenden Strahls gegenüber dem Achsenstrahl an. Im vorliegenden Beispiel ist die Linse sphärisch überkorrigiert. Die Ergebnisse sind graphisch in Abb. 10 wiedergegeben.

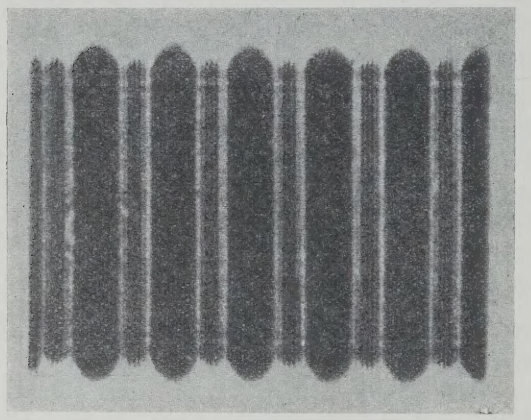


Abb. 9. Ein Teil der Aufnahmen in Fig. 8 in vergrößertem Maßstabe.

Da die Blende hinter dem Brennpunkt, wie dies in Abb. 7 dargestellt ist, liegt, macht es keine Schwierigkeiten, selbst Linsen von kürzester Brennweite zu prüfen. Bei einer Öffnung von $F:5$ leuchtet der Lichtkegel alle Spaltöffnungen der im vorhergehenden Falle benutzten Blende aus. Dabei sind 60 Punkte auf der photographischen Platte auszumessen. Dies ist mehr, als im allgemeinen verlangt wird. Bei der Untersuchung eines Linsensysems von solcher Öffnung genügt es meist, jedes dritte Bild

Tabelle 1.

Strahleneinfallshöhe in Einheiten der Brennweite	Phasendifferenz bezogen auf den paraxialen Brennpunkt in λ	Phasendifferenz bezogen auf den Brennpunkt der in halber Einfallshöhe einfallenden Strahlen in λ
0,011	0,00	+ 0,01
0,016	— 0,01	+ 0,01
0,022	— 0,01	+ 0,01
0,027	— 0,03	+ 0,02
0,033	— 0,04	+ 0,02
0,038	— 0,06	+ 0,03
0,044	— 0,08	+ 0,03
0,049	— 0,12	+ 0,03
0,054	— 0,16	+ 0,03
0,059	— 0,19	+ 0,03
0,065	— 0,22	+ 0,04
0,070	— 0,26	+ 0,05
0,076	— 0,32	+ 0,04
0,081	— 0,38	+ 0,03
0,087	— 0,46	+ 0,01
0,092	— 0,56	— 0,03
0,098	— 0,67	— 0,08
0,104	— 0,83	— 0,18

nur zur Messung heranzuziehen. Dadurch, daß so viele Spalten vorhanden sind, sind wir jedoch auch andererseits in der Lage, Fernrohrobjektive mit dieser gleichen Blende zu prüfen. Im Falle eines $F:15$ Objektivs liefern z. B. 10 Punkte nach jeder Seite von der Mitte aus die auf der photographischen Platte festzuhaltende und zur Ausmessung kommende Interferenzerscheinung. Als Lichtquelle wird ein kleines kreisrundes Loch benutzt, auf das das Bild des Kraters einer Bogenlampe entworfen wird.

Es wird von Vorteil sein, die Blende und den Kassettenschlitten an den Enden eines Rohrstutzens anzubringen, wodurch das Einhalten eines geeigneten Abstandes der beiden gesichert ist. Wir haben dann eine sehr bequem zu handhabende, in sich geschlossene Apparatur für die Messung der Längsaberrationen, die auf jeder optischen Bank benutzt werden kann. Haben wir auf der optischen Achse des Instruments auch noch einen einfachen Sucher, durch welchen der Brennpunkt der zu prüfenden Linse stets in die gleiche Lage gegenüber der geänderten Hartmannschen Blende gebracht werden kann, so wird jeder Spalt der Blende immer wieder einer Zone von der gleichen bekannten relativen Öffnung entsprechen. Infolgedessen braucht die Bank gar nicht mit einer Teilung versehen zu sein, da alle Längen, die bekannt sein müssen, entweder unmittelbar auf der photographischen Platte ausgemessen werden oder Apparatkonstante des Prüfgeräts sind. Die Vorteile des Vorhandenseins einer solchen photographischen Urkunde über die an einer Linse gemachten Beobachtungen sind ganz offenbar.

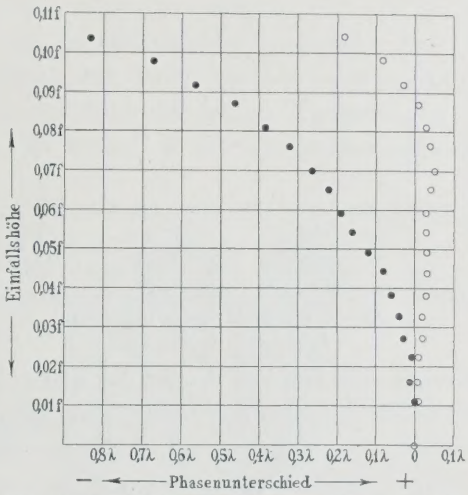


Abb. 10. Graphisches Bild der Phasendifferenzen bei verschiedenen Einfallshöhen für einen Photo-Anastigmaten.
● Phasendifferenz bezogen auf den Brennpunkt der achsennahen Strahlen.
o Phasendifferenz bezogen auf den Brennpunkt der in halber Einfallshöhe einfallenden Strahlen.

Die Blende kann auf einer gewöhnlichen Drehbank hergestelltwerden, auf deren Spindel eine kleine Kreissäge, die dazu dient, die Spalte einzusägen, eingespannt ist. Die Abstände der durch diese Methode erhaltenen Spalte werden im allgemeinen nicht so gleichförmig sein, als daß ihre Unregelmäßigkeiten vernachlässigt werden dürften. Der Mittenabstand zwischen zwei benachbarten Spalten wird sorgfältig bestimmt und die so ermittelten Werte werden als Abszissen bei der graphischen, in Abb. 6 wiedergegebenen Darstellung benutzt. Dann wird das Ergebnis richtig werden und nicht mehr durch die ungleichförmigen Abstände der Spalte gefälscht sein.

Das Aufstellen der Blende hinter dem Brennpunkt wurde zuerst aus dem Grunde versucht, um dadurch die Möglichkeit, kurzbrennweitige Linsen zu prüfen, zu erhalten. Es ist aber diese Aufstellung auch von Vorteil für sehr langbrennweitige Linsen, da die Anordnung auch den Ausbau des Verfahrens zu einer Autokollimationsmethode zuläßt. Für ein langbrennweitiges Fernrohrobjektiv kann im Laboratorium bei Verwendnng der üblichen Hartmannschen Blende eine genügend große Entfernung nicht erreicht werden. Auch ist eine Autokollimationsmethode damit nicht ausführbar. Wie in Abb. 11 gezeigt ist, bereitet es jedoch keine Schwierigkeiten, zu einer Autokollimationsmethode überzugehen, wenn die Blende hinter dem Brennpunkt aufgestellt wird. Die Lichtquelle, das Autokollimationsprisma und die Lochblende sind in Abb. 11 durch gestrichelte Linien angedeutet. Im Bilde müssen wir sie uns so gelegt denken, als ob sie über

der Zeichenebene stünden und zwar genügend weit davon ab, damit sie für die zurückkehrenden Strahlen kein Hindernis bilden. Eine versilberte Planfläche, die die aus dem Objektiv L kommenden Strahlen wieder in dieses zurückschickt, befindet sich in M.

Bei der Herstellung einer derartigen für den Gebrauch bei Linsenprüfungen zu benutzenden Spaltblende sind gewisse Bedingungen einzuhalten, wenn befriedigende Interferenzbilder sicher erhalten werden sollen[1]). Wie aus Abb. 4, der Erscheinung bei Verwendung von Lochblenden, deutlich zu erkennen ist, haben wir es mit der Überlagerung von zwei Beugungsfransensystemen zu tun. Die Durchstoßungspunkte auf der photographischen Platte der von den einzelnen Löchern kommenden Strahlen sind zunächst von den von der einzelnen Öffnung herrührenden Beugungsringen umgeben, Darüber gelagert ist das von der Gesamtheit der Löcher herrührende Beugungsstreifensystem. In ähnlicher Weise gestaltet sich die Erscheinung bei Verwendung von feinen Spalten an Stelle der Löcher, wobei die Ringe in Streifen übergehen.

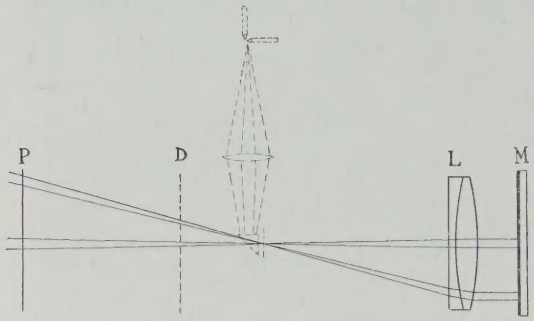


Abb. 11. Zweite Form der besprochenen Prüfmethode als Autokollimationsverfahren ausgebildet.

Betrachten wir den Fall der Spaltblende, so erscheint die Breite des ersten Beugungsstreifens unter dem Winkel λ/s, wenn s die Breite des Spaltes ist. (Für eine kreisförmige Öffnung stimmt das nicht genau; dann lautet der Ausdruck etwas anders; er nähert sich aber mit wachsendem Radius des Ringes dem angegebenen Wert.) Andererseits ist die angulare Breite eines Streifens des überlagerten Beugungsstreifensystems λ/e, wenn e den Abstand der Mitten zweier Spalte wiedergibt. Wünschen wir, daß jedes Fransensystem zwischen zwei Spaltbildern aus n Einzelstreifen besteht, so muß folglich

$$\frac{\lambda}{s} = n \cdot \frac{\lambda}{e} \quad \text{oder} \quad e = n \cdot s. \tag{5}$$

sein. Nach dem Rande der Spaltbilder zu verblassen aber die Streifen einer solchen Überlagerung von Beugungsfransen, und die Erfahrung lehrt, daß die beiden äußersten Streifen für eine normale Aufnahmezeit zu schwach werden, um zu Messungen gebraucht werden zu können. Wenn wir drei gebrauchsfähige Streifen wünschen, dann wird es deshalb gut sein, $n = 5$ zu setzen. Eine Streifenbreite w auf der Platte ist gegeben durch die Gleichung

$$w = \frac{\lambda}{e} \cdot d \tag{6}$$

und der Abstand e' zwischen den geometrischen Spaltbildern ist gegeben durch die Gleichung[2])

$$e' = 3 \cdot \frac{\lambda \cdot d}{S} = 3 \cdot w \cdot n\,. \tag{7}$$

Die Gleichung 1) wird zu

$$V = \frac{a \cdot d}{b \pm a}, \tag{8}$$

wo das positive Zeichen zu verwenden ist, wenn die Blende innerhalb des Brennpunkts und das negative Zeichen, wenn die Blende außerhalb desselben liegt.

---

[1]) Für den nachfolgenden Teil bis zu Gleichung 5) wurde von der Originalarbeit abgewichen, um für das Verständnis deutlicher zu sein. Der Übersetzer.

[2]) Wenn kreisförmige Löcher an Stelle der Spalte gebraucht werden, besitzen die geometrischen Bilder den Abstand

$$3{,}24 \cdot \frac{\lambda \cdot d}{S} = 3{,}24 \cdot w \cdot n.$$

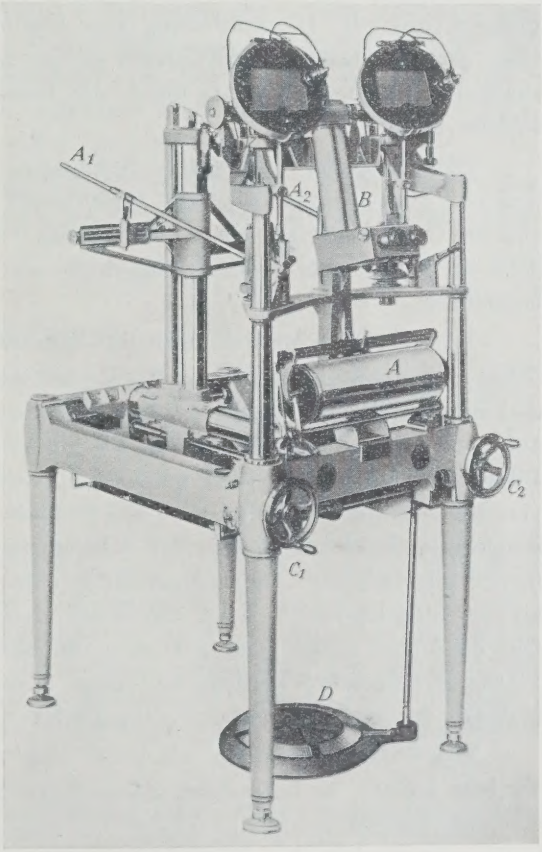
Der Aerokartograph von Hugershoff-Heyde.

Von

P. Werkmeister in Dresden.

Die Zahl der photogrammetrischen Auswerteinstrumente ist um ein besonders beachtenswertes, als Aerokartograph bezeichnetes, nach den Angaben von R. Hugershoff von der Firma G. Heyde in Dresden gebautes Instrument vermehrt worden. Das neue Instrument ist ein Zweibildinstrument und dient demnach zur Lösung der Aufgabe: Von einem Stück der Erdoberfläche wurde von zwei Punkten aus je ein Bild aufgenommen; das betreffende Gebiet soll mit Hilfe der beiden Bilder nach Lage und Höhe dargestellt werden.

Das Instrument gestattet bei beliebiger Lage der Bildebenen punktweise und linienweise Auswertung in einem bestimmten Maßstab auf Grund des bei zweiäugiger Betrachtung entstehenden räumlichen Bildes; die im Bild gemachten Einstellungen werden selbsttätig in die Zeichnung übertragen. In bezug auf die Anwendungsmöglichkeit und Leistungsfähigkeit ist der Aerokartograph demnach zu vergleichen mit dem Hugershoff-Heydeschen Autokartographen, dem Bauersfeld-Zeissschen Stereoplanigraphen und dem Wildschen Autographen; im Vergleich zu diesen Instrumenten weist aber der Aerokartograph wesentliche Vorteile auf, so daß er einen bedeutenden Fortschritt im Bau von photogrammetrischen Zweibild-Auswerteinstrumenten vorstellt.



Bei der Auswertung eines mit bekannter innerer Orientierung aufgenommenen Bildes mit Hilfe eines aus Bildträger und Einstellfernrohr bestehenden Meßbildtheodolits sind drei Fälle möglich. Im ersten Fall wird das Bild mittels des Bildträgers in diejenige Lage gebracht, die es im Augenblick der Aufnahme im Raum hatte; die Einstellung von Bildpunkten geschieht dann bei feststehendem Bild durch Bewegen des Fernrohres. Diese Möglichkeit hat W. Bauersfeld bei dem Zeissschen Stereoplanigraphen benutzt. Im zweiten Fall bleibt das Fernrohr fest stehen, und der Bildträger wird bewegt; diese Möglichkeit wurde von H. Wild bei seinem Autographen verwendet. Im dritten Fall werden die Ziellachse des Fernrohrs und der Bildträger beweglich angeordnet; diese Möglichkeit hat R. Hugershoff bei dem Heydeschen Autokartographen und auch bei dem neuen Instrument angewandt, und zwar in der Weise, daß die Ziellinie um eine horizontale Achse gekippt und der Bildträger um eine vertikale Achse gedreht wird.

Die beiden Hugershoff-Heydeschen Instrumente unterscheiden sich insbesondere in der Art der Übertragung der Bildeinstellungen mit dem Fernrohr in die Zeichnung. Bei dem älteren Instrument erfolgt diese Übertragung für jedes Bild mit Hilfe von zwei horizontal liegenden Linealen, deren Kanten den beiden Projektionen der Zielachse des Fernrohrs entsprechen. Bei dem neuen Instrument werden die beiden Zielachsen oder Bildstrahlen nicht mittelbar durch ihre Projektionen, sondern unmittelbar im Raume durch zwei Stäbe A_1 und A_2 dargestellt; mit Hilfe dieser die jeweilige Lage der Bildstrahlen körperlich zeigenden Stäbe werden die Einstellungen in dem räumlichen Bilde in die Zeichnung übertragen.

Um den Stäben A_1 und A_2 jede beliebige Lage im Raum geben zu können, sind sie je um eine horizontale und eine vertikale Achse drehbar; dabei stimmen die vertikalen Achsen mit den vertikal stehenden Drehachsen der Bildträger überein. Die vertikalen Bewegungen von A_1 und A_2 werden durch eine sinnreiche Vorrichtung in der Weise auf zwei vor den Bildträgerobjektiven liegende Spiegel übertragen, daß diese bei jeder Kippbewegung der Stäbe sich um eine horizontale Achse drehen; die beiden Spiegel dienen zur Übertragung der Bildstrahlen auf das periskopartig wirkende Doppelfernrohr B. Die Einstellung eines bestimmten Bildpunktes oder einer bestimmten Lage der Zielachsen geschieht durch entsprechendes Bewegen der die Bildstrahlen darstellenden Stäbe A_1 und A_2 durch die beiden Handräder C_1 und C_2 und die Fußscheibe D.

Die Bildträger können für Neigungen zwischen $+30^0$ und -100^0 eingestellt und um $\pm 30^0$ gegen die Basis verschwenkt werden; das Instrument reicht also für alle bei Aufnahmen aus dem Luftfahrzeug vorkommenden Fälle aus. Für die räumliche Einstellung der beiden Endpunkte der Basis sind entsprechende Vorrichtungen vorhanden.

Die aus den Einstellungen in dem räumlich gesehenen Bild sich ergebende Zeichnung erfolgt im allgemeinen auf einer innerhalb des Instrumentes liegenden ebenen und horizontalen Zeichenfläche mit Hilfe eines Bleistiftes. Dieser Zeichenstift kann auf zwei Arten gekoppelt werden; die eine Koppelung entspricht der Auswertung von Bildern mit horizontalen und schrägen Bildachsen, die andere entspricht der Auswertung von Bildern mit vertikalen und steilen Bildachsen und der Herstellung von Vertikalschnitten parallel zur Basis. Der Arbeitsbereich des Zeichenstiftes beträgt 7 bis 42 cm in der Blickrichtung; durch Anschließen eines seitlich aufgestellten Koordinatographen an die Antriebsspindeln kann die Zeichenfläche in einfacher Weise vergrößert werden. Die Zeichnung kann auch auf einer unterhalb der Okulare liegenden zylindrischen Fläche A ausgeführt werden, und zwar entweder in demselben oder im zweifachen Maßstab wie auf der ebenen Zeichenfläche.

Die Raumkoordinaten eines in dem räumlich gesehenen Bilde eingestellten Punktes können an besonderen Zählwerken unmittelbar abgelesen werden.

Mit Rücksicht auf die infolge von thermischen und mechanischen Einflüssen entstehenden Veränderungen der inneren Orientierung der Kammer bei den Aufnahmen sind die Bildträger bzw. Plattenhalter mit besonderen Vorrichtungen versehen, mit deren Hilfe Veränderungen in der Bildweite, in der Lage des Hauptpunktes und in der Stellung der Bildebene zur optischen Achse berücksichtigt werden können.

Das Doppelokular des Aerokartographen hat zwei Triebe, von denen der eine zur Einstellung des horizontalen und der andere zur Einstellung des vertikalen Augenabstandes dient.

Die Lösung des für jedes Bildpaar auszuführenden gemeinsamen Rückwärtseinschneidens von zwei Punkten im Raum kann mit dem neuen Instrument wie beim Autokartographen und Stereoplanigraphen mechanisch ausgeführt werden; sie erfordert bei Vertikalaufnahmen $1^1/_2$ bis 2 Stunden und bei Schrägaufnahmen 4 bis 6 Stunden.

Das Doppelfernrohr ist mit einer besonderen Vorrichtung zur Auswertung von Bildreihen versehen. Der Grundgedanke dieser Vorrichtung besteht darin, daß man nach Auswertung des — z. B. von rechts nach links gezählt — ersten und zweiten Bildes nur das erste Bild aus dem rechten Bildhalter entfernt und an seine Stelle das dritte Bild bringt; die dann erforderliche Vertauschung der Bilder zwei und drei von links und rechts in rechts und links geschieht durch Verschieben zweier Prismen des Fernrohrs durch Umlegen eines kleinen Hebels. Durch diese Vorrichtung wird einerseits beim Einspannen und Einrichten der Bilder Zeit gespart und andererseits die Genauigkeit erhöht.

Der Aerokartograph wird in zwei Ausführungen gebaut; die eine für 12 cm Brennweite und die Plattengröße 9×12 cm, die andere für 21 cm Brennweite und die Plattengröße 18×18 cm. Außerdem wird ein besonderes Instrument hergestellt zum Umphotographieren von Aufnahmen mit der einen Brennweite auf die andere.

Im Vergleich mit den seitherigen Auswerteinstrumenten zeichnet sich der Aerokartograph besonders aus in den Abmessungen, im Gewicht und im Preis; das Instrument ist nicht zu groß, bequem zu befördern und überall aufstellbar. Das Instrument ist übersichtlich gebaut und einfach zu bedienen.

Beigefügt möge noch sein, daß das Instrument während der Tagung der internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie im November 1926 in Berlin ausgestellt war.

Referate.

Bemerkungen zu Chalmers Anwendungen der Hartmannschen Methode.

(Note on Chalmer's applications of the Hartmann test.)

Von T. Smith. *Transact. Opt. Soc.* **27**. *S. 242—248. 1925/26.*

Chalmer machte die beiden extrafokalen Aufnahmen auf ein und derselben Platte unter geringer Verschiebung der letzteren. Die Ausmessung der Durchstoßpunkte beschränkte sich dann auf eine Messung der Verschiebuugen der einzelnen Punkte in sich. Verf. zeigt, daß die Theorie dieser Prüfmethode sowohl für das axiale als auch das außeraxiale Gebiet mittels der charakteristischen Funktion erfaßt werden kann. Ferner werden die Tragweite und Verallgemeinerungsfähigkeit der Conradyschen Beobachtung diskutiert, daß Strahlen von einer zur Achse zentrierten Zone ihre sagittalen Brennpunkte auf einer Geraden liegen haben. Hinsichtlich der weiteren Arbeiten Chalmers auf dem Gebiete der Objektivprüfung ist interessant, daß die nach Michelson benannte Doppelspaltmethode schon sechs Jahre vor Michelsons Veröffentlichung von Chalmer angewandt wurde. *Flügge.*

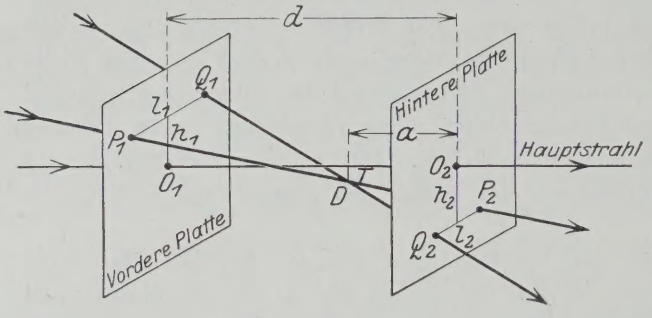
Anwendung der Hartmannschen Prüfmethode auf die Bestimmung der außeraxialen Abweichungen.

(Application of the Hartmann test to the measurement of oblique aberrations.)

Von R. Kingslake. *Transact. Opt. Soc.* **27**. *S. 221—241. 1925/26.*

Durch erweiterte Anwendung der Hartmannschen Extrafokalmethode auf das außeraxiale Gebiet ermöglicht es Verf. (keinesfalls als erster), auf recht einfache Art und mit beträchtlicher Genauigkeit Koma und Astigmatismus zu bestimmen. Als Diaphragma wird ein System von konzentrisch kreisförmig angeordneten Löchern mit einem Zentralloch empfohlen. In zwei zueinander senkrechten Schnitten, entsprechend dem Meridional- und Sagittalschnitt, müssen ebenfalls Löcher

vorhanden sein. Besondere Sorgfalt erfordert Einhaltung der Bedingung, daß zu jedem Loch in allen vier Quadranten genau entsprechend gelegene Löcher vorhanden sind. Die Lochblende wird so angebracht, daß der Hauptstrahl durch das Zentralloch ausgeblendet wird, also bei Linsen ohne größere Luftabstände durch Anbringung des Diaphragmas an der vordersten Linsenfläche, bei Systemen mit Aperturblende in der Blendenebene. Lochgröße und Abstände entsprechen den Hartmannschen Vorschriften. Als Lichtquelle kann sowohl eine monochromatische als auch eine von kontinuierlich spektraler Verteilung benutzt werden, nur muß sie punktförmig sein. Die relative Stellung von Lichtquelle und Linse erfolgt je gemäß der benötigten Hauptstrahlneigung. Die beiden photographischen Platten zur Aufzeichnung der Durchstoßpunkte der ausgeblendeten Strahlen werden beiderseits des Brennpunktes senkrecht zum bildseitigen Hauptstrahl gestellt. Die außeraxialen Abweichungen des Brennpunktes zweier Strahlen werden durch seine Abstände von der hinteren Platte und dem Hauptstrahl gemessen, und zwar auf Grund der Beziehungen (Abb.)



$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2} d; \qquad T = (h_2 - h_1)\frac{a}{d} - h_2 .$$

Hier bedeuten die Indizes 1 und 2 die vordere und hintere Plattenstellung, l die Abstände der Durchstoßpunkte der beiden Strahlen mit der Platte, h die Entfernung der Verbindungslinie der beiden Durchstoßpunkte vom Durchstoßpunkt des Hauptstrahls, d die Entfernung der beiden photographischen Platten voneinander. Schwierigkeiten bereitet eigentlich nur die Identifizierung der markierten Durchstoßpunkte mit den zugehörigen Diaphragmen. Die Ausmessung der Aufnahmen unter dem Meßmikroskop ist einfach, da lediglich die Abstände l und h zu bestimmen sind. Die erreichbare Genauigkeit soll 1 % betragen. Verf. erläutert noch als Beispiel die außeraxiale Prüfung eines Fernrohrobjektivs. *Flügge.*

Die Lichtverteilung in den optischen Bildelementen.

(The distribution of light in elementary optical images.)

Von L. C. Martin. *Transact. Opt. Soc.* **27.** *S. 249—264. 1925/26.*

Nach einem kurzen Abriß der schon von anderen Verf. ausgeführten beugungstheoretischen Rechenmethoden zur Ermittlung der Intensitätsverteilung im Zerstreuungskreis der sphärischen Aberration werden die Ergebnisse solcher Berechnungen für verschiedene Einstellungen der Bildebene im Brennraum bei Zugrundelegung der drei wichtigsten Aberrationstypen, Aberrationsfreiheit, Aberration mit einem Koeffizienten und Aberration mit zwei Koeffizienten, zusammengestellt. Die Größe der Randabweichung im Falle der Aberration mit einem Koeffizienten wird so angenommen, daß im paraxialen Fokus die Randwelle gegen die paraxiale Welle eine Phasendifferenz vom Betrage $\pi/2$ besitzt. Der weitere Fall der sphärischen Aberration mit zwei Koeffizienten behandelt die völlige Randkorrektion mit einer Zonenabweichuug desselben Betrages $\pi/2$ bezogen auf den paraxialen Fokus. Die Ergebnisse der Rechnung über die Lichtverteilung im Zerstreuungskreis lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Keine Aberration: Im Fokus ist die Lichtverteilung ein Optimum, bekannt als Airysches System. Zu beiden Seiten dieser Einstellung herrscht vollkommene Symmetrie; es findet eine Energiestreuung von der Mitte des Beugungsbildchens zu den Ringen hin statt, und zwar so, daß die Ausbreitung nacheinander auf alle Ringe stattfindet, jedoch unter periodischem Wechsel, wobei sogar Ringe höherer Ordnung intensiver sein können als mehr nach innen gelegene Ringe.

2. Aberration mit einem Koeffizienten: Beiderseits des paraxialen Fokus herrscht völlige Unsymmetrie, insofern auf der einen Seite ausgeprägte Ringsysteme, auf der anderen Seite verwaschene Bilder auftreten. Die maximale Intensität im Fokus beträgt nur 80 % der bei Aberra-

tion mit einem Koeffizienten überhaupt erreichbaren Maximalintensität. Letztere ergibt sich in einer Einstellung zwischen dem paraxialen Fokus und der engsten Einschnürung des bildseitigen Lichtbündels, und zwar genau in der Mitte zwischen den beiden äußersten Brennpunkten der Achse und des Randes. In dieser Stellung ist die Energieverteilung sehr ähnlich derjenigen im Airyschen System. Zu beiden Seiten dieser Einstellung der Bildebene herrscht Symmetrie in der Energiestreuung. Die Auflösung von Doppelsternen ist hier besser als im Airyschen System.

3. Aberration mit zwei Koeffizienten: Die Stelle maximaler Kernintensität liegt sehr nahe dem Umkehrpunkt der sphärischen Aberration. Hier besteht wieder äußerlich große Ähnlichkeit mit dem Airyschen System. Beiderseits dazu ist Unsymmetrie in der Lichtausbreitung. Die Auflösung ist zwar weniger kontrastreich, aber praktisch mit derjenigen bei Aberrationsfreiheit identisch. Besonders charakteristisch ist auf der einen Seite dieser besten Einstellung ein auffallend heller Ring, auf der anderen ein sehr dunkler. *Flügge.*

Die Zuverlässigkeit von Messungen mit dem Flimmerphotometer in der heterochromatischen Photometrie.

Von A. H. Taylor. *Journ. Optic. Soc. Am.* **13**. *S. 193. 1926.*

Die Zuverlässigkeit von fünf Filtern mit ziemlich gesättigtem Farbton, und zwar einem rubinroten, roten, braunen, grünen und blauen Filter, wurde mit dem Flimmerphotometer von Kingsbury bestimmt; die Lichtquelle war eine Nitrolampe, deren Farbtemperatur durch besondere Messungen zu 2680° abs. bestimmt worden war. Ferner wurde spektralphotometrisch die Durchlässigkeitskurve d_λ dieser fünf Filter aufgenommen und die Durchlässigkeit D berechnet als

$$D = \frac{\int d_\lambda \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}{\int \varepsilon_\lambda E_\lambda d\lambda}$$

(E_λ Energieverteilung des schwarzen Körpers für 2680° abs.; ε_λ die jeweils benutzte Empfindlichkeitskurve). Wird der mit dem Flimmerphotometer bestimmte Wert der Durchlässigkeit gleich 100 gesetzt, so ergeben sich spektralphotometrisch unter Benutzung der verschiedenen Empfindlichkeitskurven folgende Werte:

Empfindlichkeitskurve	Rubinrot	Rot	Braun	Grün	Blau
Coblentz und Emerson	125,5	113,3	105,6	90,4	89,7
Hyde, Forsythe und Cady	109,3	103,9	101,6	94,8	93,6
Gibson und Tyndall	120,5	109,3	103,3	92,4	93,6
J. E. S.-Kurve	118,0	108,2	103,3	92,8	93,0
Mit dem Flimmerphotometer gemessen . . .	100	100	100	100	100

Die Abweichungen, die einen ganz systematischen Charakter tragen, erschüttern das Ergebnis der Messungen von Ives und Priest, wonach das Gesetz von der Additivität der Helligkeitsempfindungen für das Flimmerphotometer mit einer Genauigkeit von $\pm 1\%$ gelten soll. *Dz.*

Ein Apparat zur Bestimmung der Ökonomie elektrischer Glühlampen.

Von C. G. Eden und N. R. Campbell. *Journ. of Scient. Instr.* **6**. *S. 38. 1926.*

Campbell und Gardiner haben bereits im vorigen Jahre über eine Methode berichtet, die es gestattet, mit Hilfe photoelektrischer Zellen die Farbtemperatur elektrischer Glühlampen mit größerer Genauigkeit zu bestimmen, als es die visuelle Beobachtung gestattet (*Journ. of Scient. Instr.* **2**. *S. 177. 1925*).

In der vorliegenden Arbeit wird über einen Apparat berichtet, der, auf den Prinzipien dieser Methode beruhend, zur Überwachung der Fabrikation elektrischer Glühlampen dienen soll.

Bekanntlich wird die Lebensdauer einer Glühlampe im wesentlichen durch die Ökonomie $\left(\frac{\text{Watt}}{\text{Kerze}}\right)$ bestimmt, mit der die Lampe brennt. Der vorliegende Apparat erlaubt zu prüfen, ob

eine Lampe, die z. B bei 220 V mit einer bestimmten Ökonomie brennen soll, die zulässige Toleranz für die Spannung, bei der die Lampe diese Ökonomie tatsächlich besitzt, einhält.

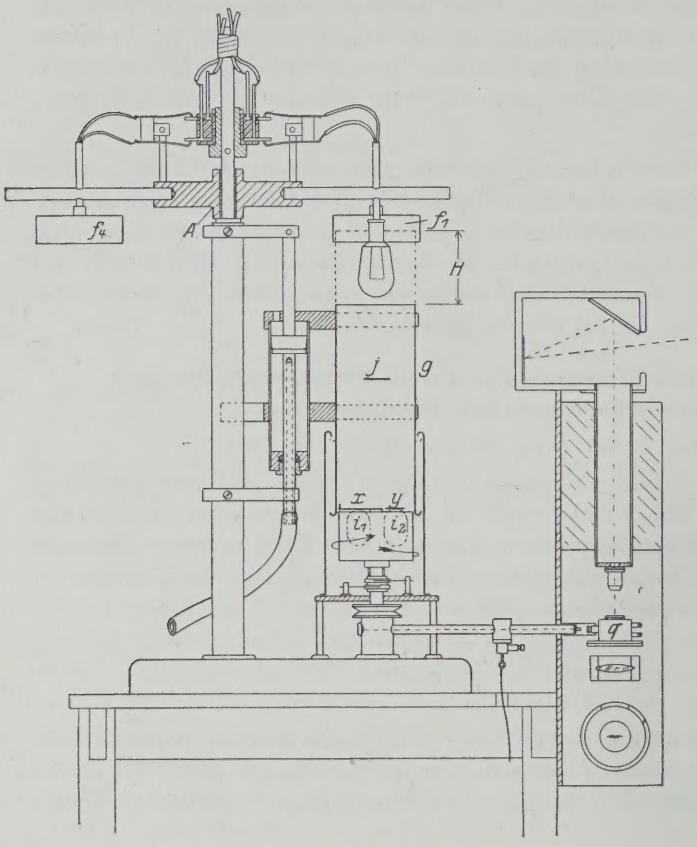


Abb. 1.

Sechs Lampen sind um die Achse A drehbar angeordnet (siehe Abb. 1). Die Kappen $f_1 \ldots f_6$ sind dazu bestimmt, wenn die Lampe über das Gehäuse g gedreht wird, die Lampe lichtdicht abzuschließen, nachdem das die Lampenhalter tragende Gestell pneumatisch um die Strecke H gesenkt worden ist. Das Gehäuse g ist innen weiß angestrichen. Der Schirm j dient dazu, direktes Licht von den photoelektrischen Zellen i_1 und i_2 fernzuhalten, die also nur durch diffuses Licht von den Wänden des Gehäuses g beleuchtet werden.

Die Zellen i_1 und i_2 sind Photozellen verschiedener Selektivität (Kalium und Rubidium); das Verhältnis der Photoströme beider Zellen wird also durch die Energieverteilung der Strahlung der Lampe, d. h. durch ihre Farbtemperatur bedingt sein. Bei Lampen gleichartigen Typs ist aber die Ökonomie eine eindeutige Funktion der Farbtemperatur Durch Vorsetzen entsprechender Blenden (x und y) und eventuell noch von Filtern kann erreicht werden, daß für eine bestimmte Farbtemperatur bzw. Ökonomie die Photoströme beider Zellen gleich werden.

Die Schaltung zeigt Abb. 2. Sind die Photoströme gleich, so wird beim Umlegen des Schalters von E (Erde) auf M das Elektroskop keinen Ausschlag zeigen. Die Ablesung des Elektroskops q erfolgt in der in Abb. 1 gezeichneten Weise.

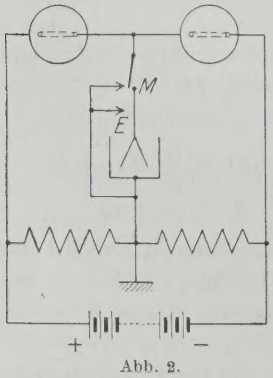


Abb. 2.

Damit die i_1 und i_2 treffenden Lichtströme unabhängig von der Stellung der Lampe sind, müßte die Lampe sich in einer Ulbrichtschen Kugel befinden; bei der getroffenen Anordnung besteht die Gefahr, daß eine geringe Seitwärtsverschiebung der Lampe bereits Abweichungen hervorruft. Um derartige Fehler zu vermeiden, läßt Campbell die Zellen in der in Abb. 1 gezeichneten Weise um die Achse des Gehäuses g rotieren.

Die Prüfung erfordert in der Praxis folgende Handgriffe:

1. Heben des Lampenhalters.
2. Drehen des Lampenhalters bis zur nächsten Stellung.
3. Senken des Lampenhalters.
4. Anlegen der Nennspannung plus oberer Toleranz.
5. Umlegen des Schalters von E auf M für eine Sekunde unter Beobachtung des Ausschlages.
6. Anlegen der Nennspannung minus unterer Toleranz.
7. Wiederholung von 5.

Liegen die Ausschläge bei 5. und 7. in verschiedenen Richtungen, so hält die Lampe die Toleranzen inne.

Wenn die zulässige Toleranz für die Spannung $\pm 2\%$ beträgt und ein Gehilfe die Auswechselung der Lampen besorgt, können in einer Stunde 300 bis 350 Lampen den Prüfstand passieren. *Dz.*

Bücherbesprechungen.

Technische Mechanik, Ergänzungsheft der Zeitschr. d. Ver. D. Ing. Bd. 69. Gr. 8°. 74 S. mit 166 Abb. VDJ-Verlag. Berlin 1925.

Dieses Ergänzungsheft der *Zeitschr. d. V. D. J.* ***69*** verdankt seine Entstehung dem Wunsch der Schriftleitung, eine Reihe wichtiger und wertvoller Beiträge zur Schwingungs-, Strömungs- und Wärmelehre sowie über Meßgeräte in einem besonderen Heft zu vereinigen, um ihr Erscheinen noch vor Ablauf des vergangenen Jahres zu ermöglichen. Ob dieser an sich sehr anerkennenswerte Entschluß allein den Titel rechtfertigt, ist freilich nicht ganz klar, denn die Zusammenstellung der in dem Heft vereinigten Aufsätze vermag es nicht zu tun, wenn auch der Inhalt für den wenig glücklichen Titel vollauf entschädigt.

Man muß also schon im einzelnen wissen, was das Heft bringt, um danach ermessen zu können, ob die eine oder andere Arbeit seine Anschaffung wünschenswert erscheinen läßt. Jedenfalls sichern ihm Fülle und Güte des Gebotenen einen umfangreichen Leserkreis.

Ein kurzer Überblick über die veröffentlichten Aufsätze möge dafür werben.

W. Hort, Grundzüge der technischen Schwingungslehre.

Da die Arbeit eine gedrängte Übersicht gibt über den allgemeinen Begriff der Schwingung, über die Schwingungsformen und die damit verbundenen Sonderbegriffe, wie Freiheitsgrad, Eigenschwingung, Dämpfung, Resonanz, und an einfachen Beispielen zeigt, was, und wie sich damit rechnen läßt, spricht sie zu einem größeren Leserkreis als nur zu jenem, der sich ohnehin schon mit dem Gebiet der technischen Schwingungsvorgänge vertraut gemacht hat. Das mitgegebene Literaturverzeichnis stellt es dem Leser anheim, tiefer in das genannte Gebiet einzudringen, dessen Wichtigkeit schon lange über den Rahmen eines „Sondergebietes" hinausgewachsen ist. Möge die Arbeit dazu beitragen, die „Furcht" vor den Schwingungserscheinungen zu überwinden.

K. Memmler und A. Schob, Versuche über Schwingungsfestigkeit.

Die im staatl. Materialprüfungsamt Berlin-Dahlem unternommenen Versuche erstrecken sich auf die Klärung der Frage, ob die sogenannte „Schwingungsfestigkeit" eines Werkstoffes eine selbständige Eigenschaft ist, und ob Aussicht besteht, diese Eigenschaft zahlenmäßig kennzeichnen zu können. Zu diesem Zwecke wurden Vorrichtungen verschiedener Bauart ausgebildet, mit denen Dauertorsionsversuche ausgeführt wurden. Konnte auch eine restlose Klärung mit genannten Vorrichtungen noch nicht erzielt werden, so läßt sich doch erkennen, in welcher Richtung das voraussichtliche Ergebnis liegen wird, so daß hier Vorversuchsmaterial geliefert wird, dessen vollständige Auswertung späteren Versuchen vorbehalten bleibt.

W. Hahnemann, H. Hecht und E. Wilckens, Eine neue Materialprüfmaschine für Dauerbeanspruchungen.

Es handelt sich um die Beschreibung von Dauerversuchen mit Probestäben, die wechselnden Druck- und Zugbeanspruchungen unterworfen werden. Die Maschine, die von der Firma Carl Schenck G. m. b. H. Darmstadt, in den Handel gebracht worden ist, gestattet, den zu untersuchenden Stab 500 Lastwechseln je Sekunde auszusetzen. Die vorliegende Arbeit bringt sowohl die theoretischen Gesichtspunkte, nach denen die Maschine entworfen ist, wie auch die Beschreibung ihrer Ausführung. Anschließend werden Versuche besprochen, die mit ihr im Laboratorium der Signal-Gesellschaft Kiel im Auftrage des Schwingungausschusses des V. D. I. ausgeführt wurden. Diese Versuche werden mit den Ergebnissen verglichen, die bei früheren Versuchen im Materialprüfungsamt in Lichterfelde bei nur einem sekundlichen Lastwechsel erhalten worden waren.

Von besonderem Interesse ist die dabei beobachtete Analogie zwischen Proportionalitätsgrenze und Temperaturzunahme infolge Mehrbelastung bei konstantem Lastwechsel: Wird die Proportio-

nalitätsgrenze überschritten, so tritt plötzlich eine erhebliche Erwärmung des Materials ein, die gleichbedeutend ist mit großen Verlusten im Innern des Materials. Schaubilder lassen diese Erscheinung besonders deutlich zutage treten.

E. Oehler, Berechnung von Biegungsschwingungen stabförmiger Körper.

Gümbel veröffentlichte im Jahre 1901 ein zeichnerisches Verfahren zur Ermittlung von Eigenschwingungen. Ebenso wie sein Verfahren auch eine rechnerische Ermittlung von Verdrehungsschwingungen erlaubt, entwickelt der Verfasser ein solches zur Ermittlung von Biegungsschwingungen, dessen Anwendung sich seiner Einfachheit wegen vornehmlich da empfiehlt, wo man es nur mit einer beschränkten Anzahl schwingender Massen zu tun hat.

Dieses Verfahren wird nach seiner allgemeinen Darstellung durchgeführt für die Einzelfälle des freischwingenden Stabes allein, des freischwingenden Stabes, an dem zug- und druckelastisch weitere Massen angebracht wird, und des freischwingenden Stabes mit senkrechten Schenkeln.

Es darf nicht verschwiegen werden, daß die richtige und sinngemäße Anwendung der Gleichungen, so einfach auch letzten Endes ihre Lösung sich gestaltet, bei dem Ingenieur, der mit ihnen arbeiten will, viel Erfahrung und Vorarbeit voraussetzt.

J. Havliček, Kritik der Wärmekraftmaschinen.

Eine Kritik an Wärmekraftmaschinen hinsichtlich ihrer thermischen Ausnützung des zur Verfügung stehenden Wärmegefälles wählt stets den Carnotschen Kreisprozeß als Idealfall. Von ihm ausgehend beweist der Verfasser die Möglichkeit, den bisher erreichten thermischen Wirkungsgrad der Dampfturbine um ein beträchtliches zu erhöhen, sobald man den kritischen Druck des Wasserdampfes (224 at, 723° abs) als Anfangsspannung wählt und bis zu 0,05 at (wie bisher) expandiert. Mit einer solchen Anordnung könnte ein thermischer Wirkungsgrad von 43,3 v. H., bei Zwischenüberhitzung und Vorwärmung des Kondensats durch Anzapfdampf sogar ein solcher von 48,8 v. H. erzielt werden (gegenüber 33,8 v. H. bei $p_1 = 15$ at, $T_1 = 723°$). Ein Anfangsdruck von 100 at bei $T_1 = 723$ erbringt sogar noch gegenüber den heute vorherrschenden Anfangsspannungen und -temperaturen erhebliche Ersparnis an Wärmeaufwand. Da nach dem jetzigen Stande der Technik dem Bau solcher Turbinen für höchstgespannten Dampf kein Hindernis mehr im Wege steht, erhellt aus der Betrachtung die weitere Verbesserungsfähigkeit der Dampfturbine.

Nicht so liegen die Verhältnisse bei der Dampfmaschine oder Verbrennungsmaschine. An Hand der Entropie-Diagramme wird der Nachweis erbracht, daß es mit den bisher praktisch bekanntgewordenen Betriebsstoffen wie Wasser oder Gas unmöglich erscheint, unter den technisch möglichen Verhältnissen den thermischen Wirkungsgrad über 43 bis 50 v. H. hinaus zu steigern. Es bleibt nachzuprüfen, ob nicht andere Betriebsstoffe gefunden werden können, die eine Verbesserung erlauben.

Ein besonderer Abschnitt ist der Aufstellung des Entropiediagramms in korrespondierenden Zuständen nach dem Gesetz von van der Waals gewidmet, welches erlaubt, ein einmal festgelegtes Entropiediagramm für einen beliebigen Stoff, z. B. Wasser, zur Aufstellung eines analogen Diagramms für andere Stoffe zu benutzen. Mit seiner Hilfe wird der Nachweis geführt, daß es beispielsweise theoretisch möglich wäre, eine Quecksilberdampfturbine zu betreiben, die gegenüber der Wasserdampfturbine den Vorzug eines größeren thermischen Wirkungsgrades hätte.

Möchte die interessante Arbeit nicht zuletzt zur Erkenntnis weitester Kreise beitragen, daß die in Angriff genommene und noch weiter zu führende experimentelle Bestimmung der für eine einwandfreie Aufstellung des Entropiediagramms des Wasserdampfes notwendigen Größen von weittragender technischer Bedeutung ist.

E. Heinrich und R. Stückle, Wärmeübergang von Öl an Wasser und Druckabfall in Kühlapparaten.

In unseren Tagen, da täglich neue physikalische Erkenntnisse gewonnen und die Meßmethoden verfeinert werden, erscheint es als großes Wagnis, eine vor nunmehr 12 Jahren abgeschlossene Untersuchung, die kaum über den Rahmen einer gelegentlichen Messung an Kühlapparaten für Öl hinausgeht, zu veröffentlichen. Wenn auch die vorliegende Arbeit nur einen Auszug aus Forschungsheft 271 bringen soll, so läßt sie doch erkennen, daß da, wo der Versuch gemacht ist, die Arbeit über den Wert einer speziellen Maschinenmessung zu erheben, die angewandte Versuchseinrichtung (Art der

Temperaturmessung, Nichtberücksichtigung von Abstrahlung) dazu nicht ausreichend erscheint. Auch läßt die Untersuchung der Strömungswiderstände eine allgemeine Kennzeichnung unter Berücksichtigung von Ähnlichkeitsbetrachtungen vermissen.

H. Jeschke, Wärmeübergang und Druckverlust in Rohrschlangen.

Verfasser beschreibt die Durchführung systematischer Versuche zur Ermittlung der Wärmeübergangszahl und des Druckverlustes von strömender Luft in Rohrschlangen. Da entsprechende Versuche bisher nur für gerade Rohre vorlagen, ist die sorgsam durchgeführte Arbeit als willkommene Erweiterung unserer Kenntnis von dem Zusammenhang genannter Größen sehr zu begrüßen, umsomehr als das Ergebnis mit den bisher darüber gemachten Annahmen gut übereinstimmt. Ferner wird gezeigt, wie die aufgestellten Gleichungen sinngemäß erweiterungsfähig sind zur Berechnung von Wärmeübergang und Druckverlust in anderen als den untersuchten Rohrformen.

Wissenschaftler wie Praktiker werden gleichviel Nutzen aus dieser Arbeit ziehen.

H. Lorenz, Parallelströmung und Turbulenz im Kreisrohr.

Die Erfahrung hatte bis jetzt dazu geführt, laminare und turbulente Strömung hinsichtlich des Aufbaus ihrer Widerstandsgleichungen als streng voneinander geschiedene Probleme zu behandeln, obwohl dem Wissenschaftler eine solche Behandlungsweise nur als Notbehelf erscheinen kann zur Beschreibung einer Erscheinung, deren restlose Klärung noch immer offen steht. Hat auch Reynolds schon im Jahre 1883 eine nach ihm benannte Kenngröße gefunden, die als Kriterium anzusprechen ist zur Beurteilung der Anwendbarkeit des einen oder des anderen Widerstandsgesetzes, so bleibt noch immer die Brücke zu schlagen zwischen diesen beiden durch die Auffindung der allgemein gültigen Gleichung zur Beschreibung des Strömungsbildes wie der Strömungswiderstände.

Verfasser hat nun in vorliegender Arbeit den Versuch unternommen, diese Brücke zu schlagen. Seinen Gedankengängen dabei zu folgen, ist ebenso gewinnbringend wie genußreich. Die Ergebnisse führen zu Werten, die in guter Übereinstimmung stehen mit der bisherigen Erfahrung, und es bleibt zu wünschen, daß der nun einmal unternommene erste Schritt zu einer baldigen restlosen theoretischen Klärung dieser für die Praxis ungemein wichtigen Fragen der Strömungslehre führen möge.

Anm. des Referenten: Inzwischen hat Lorenz seine weitere sehr wertvolle Arbeit veröffentlicht: „Die kritische Stromgeschwindigkeit im Kreisrohr", *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 533. 1926.*

B. Eck, Betrachtungen über Ventilströmungen.

Nachdem die von Schrenk angestellten Versuche über Strömungsarten, Ventilwiderstand und Ventilbelastung gezeigt hatten, daß im Spalt von Ebensitzventilen zwei sprungweise ineinander übergehende Strömungsformen sich ausbilden, macht der Verfasser diese Ergebnisse der theoretischen Betrachtung zugänglich unter Zuhilfenahme der Theorie der Diskontinuitätsflächen. Es werden Austrittswinkel, Druckverluste, Geschwindigkeitsverlauf, Kontraktion und die auf den Ventilteller wirkenden Kräfte nach der Potentialtheorie berechnet und graphisch dargestellt. Auf diese Weise werden Einblicke gewonnen in die physikalischen Vorgänge der Ventilströmungen und Anregungen gegeben zu weiteren planmäßigen Versuchen.

R. Biel, Strömungswiderstand in Rohrleitungen.

Die Bielsche Arbeit möchte anmuten wie der Versuch, eine von ihm 1907 aufgestellte empirische Formel für die Berechnung des Druckverlustes den heutigen wissenschaftlichen Erkenntnissen anzupassen. Daß er dazu die neuesten Formeln von Jakob und Erk heranzieht und seine Ergebnisse mit den ihrigen in Einklang zu bringen versucht, spricht für das Zutrauen, das man den Ergebnissen der zuletzt genannten Forscher allgemein entgegenbringt. Bedauerlich erscheint überhaupt in der Frage der Aufstellung von Widerstandsgleichungen eine gewisse Art von Spiegelfechterei, mit der ein Forscher dem anderen Bruchteile einer Genauigkeit zur Berechnung von Größen abzuringen versucht, deren experimentelle Bestimmung kaum so weit getrieben werden kann, wie es zur Nachprüfung erforderlich wäre. Stets aber wird sich der Praktiker an die einfachere empirische Formel halten, solange — namentlich auch bezüglich der Frage des Einflusses der Wandrauhigkeit — die Theorie noch keine einwandfreien Vorstellungen und Gesetze zu geben vermag, die Wissenschaftler wie Praktiker restlos befriedigen.

So bleibt auch die Bielsche Arbeit im Gebäude der Strömungslehre ein Verlegenheitsstein, solange der rechte Baustoff noch fehlt.

H. Reiher und K. Cleve, Temperaturmeßfehler bei strömenden Gasen.

Nach einer eingehenden theoretischen Betrachtung über die bei Temperaturmessung strömender Gase auftretenden und zu erwartenden Meßfehler werden praktische Untersuchungen besprochen, welche die Verfasser an einer im Lab. f. techn. Phys. der Tech.-Hochschule München eigens dazu gebauten Versuchsanordnung vorgenommen haben. An ihr wurden verschiedene Ausführungsformen von Thermometern und Thermoelementen bei verschiedenen Einbauarten hinsichtlich ihrer Anzeigegenauigkeit untersucht. Als wichtigstes Ergebnis dürfte wohl die Tatsache zu verbuchen sein, daß der Praktiker sich hinsichtlich der Zuverlässigkeit von Temperaturmessungen bei strömenden Gasen keinen übertriebenen Vorstellungen hingeben soll, wofern er sich dabei nicht einer Anordnung bedient, wie sie sich bei den vorliegenden Versuchen als praktisch fehlerfrei erwies, nämlich eines Thermometerstutzens, auf dessen unterem Teil des eintauchenden Stückes zur Vergrößerung der Oberfläche und der dadurch ausgetauschten Wärme Rippen senkrecht zur Rohrachse aufgelötet sind. Nicht zuletzt liegt der große Wert der Arbeit auch in ihrer Genauigkeit und Übersichtlichkeit, so daß sie jeder gerne zur Hand nehmen wird, der mit einiger Sicherheit Temperaturmessungen vorzunehmen wünscht.

E. Schmidt, Zweckmäßige Bauart von Thermometerrohren für strömende Gase.

Hat die von Reiher und Cleve durchgeführte Untersuchung gezeigt, daß mit Rippenrohren bewehrte Thermometer sich zu praktischen Temperaturmessungen vorzüglich eignen, so bringt der Verfasser vorliegender Arbeit die theoretische Rechtfertigung und Begründung dieser auf seinen Vorschlag gewählten Anordnung. Er zeigt, wie die durch Strahlung und Ableitung bedingten Meßfehler an einem glatten Thermometerrohr sich rechnerisch erfassen lassen, wie dagegen die an einem Rippenrohr zu erwartenden Meßfehler bedeutend geringer sind. Die Arbeit ist der schönste Beweis dafür, wie fortschreitende wissenschaftliche Erkenntnis der Praxis neue Wege weist.

E. Schütz, Versuch zur Ermittlung des Strahlungseinflusses auf Pyrometermessungen.

Es ist eine bekannte Tatsache, daß Pyrometermessungen zu fehlerhaften Temperaturangaben überall da führen, wo die Wandtemperatur eine andere ist als die Gastemperatur, wie z. B. in Winderhitzern, Flammrohren usw., sofern man nicht mit Absaugepyrometern arbeitet. Der Verfasser hat es sich nun zur Aufgabe gemacht, an einer geeigneten Apparatur die Einflüsse zu untersuchen, denen der Strahlungsfaktor bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten unterliegt. Als Ergebnis werden Kurvenscharen aufgezeichnet, die Temperaturmeßfehler infolge Strahlung zu berücksichten gestatten, und es wird an Hand von praktischen Beispielen gezeigt, wie Pyrometermessungen zu berichtigen sind. Möge auch diese Arbeit dazu beitragen, daß der Betriebsmann sich nicht nur mit der Ablesung seiner eingebauten Instrumente begnüge, sondern seinen Ablesungen auch das notwendige — Mißtrauen entgegenbringe.

J. Geiger, Feinmeßgerät für Spannungsmessungen an Maschinenteilen.

Verfasser hat ein neues, kleines und handliches Gerät entworfen, das die Untersuchung von Zug-, Druck- und Verdrehungsspannungen an fertigen Maschinenteilen erlaubt, und so langwierige Spannungsrechnungen erspart, die bei komplizierten Gebilden oft nicht mit genügender Sicherheit durchgeführt werden können. Das Instrument selbst zeigt die Abstandsänderungen zweier 15 mm voneinander entfernter Körner vermittels Hebelübertragung und Spiegel-Fernrohrablesung an und ermöglicht die einfache Aufzeichnung von Spannungsdiagrammen. Die hierzu erforderlichen Angaben erläutert der Verfasser an zwei Beispielen. Von besonderer Wichtigkeit scheint die Schlußbemerkung über gemessene Temperaturspannungen an Kolbenböden, von denen Geiger bemerkt, „daß die gefundenen Werte bei manchen Kolbenböden nicht nur hoch, sondern geradezu erschreckend hoch sind. . . Sache weiterer systematischer Versuche wäre es, in dieses noch recht dunkle Gebiet der Wärmespannungen Licht zu bringen."

R. Berger, Versuche über Durchlässigkeit von Wänden gegen Luftschall.

Verfasser gibt eine Übersicht über die bisher auf diesem Gebiete gemachten Versuche, insbesondere über die neuesten schwedischen Ergebnisse. Da genannte Laboratoriumsversuche leider noch keine befriedigende Klärung der Frage der Schallisolation ergaben, gibt Berger Ratschläge zu erfolgreicher Bearbeitung des genannten Gebietes, inbesondere unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Wände durch den Schalldruck in Biegungsschwingungen versetzt werden und so

selbst als Schallstrahler wirken. Dieser mittelbare Anteil des hindurchgehenden Schalles erfordert Untersuchungen, über die Versuche an Platten keinen Aufschluß mehr bringen können, da — wie gezeigt — nicht allein der Baustoff maßgebend ist für die Schalldurchlässigkeit einer Wand, sondern auch die Art ihrer Einspannung und Aufstellung im Raume. Mögen des Verfassers Anregungen auf fruchtbaren Boden fallen.

Ch. Rieckhof, Lösung statisch unbestimmter Systeme mit dem Nupubest-Gerät.

Das Gerät dient zur Untersuchung statisch unbestimmter Systeme. Indem ein Modell des zu untersuchenden Systems aus Stäben, Gelenken und Lagern auf dem Reisbrett aufgebaut wird, läßt sich durch einfache Kunstgriffe die elastische Linie des Gebildes aufzeichnen, die hinwiederum erlaubt, das ganze System in einfache, statisch bestimmbare Teilsysteme zu zerlegen, deren Untersuchung alsdann nach den Elementargesetzen der Statik vorzunehmen ist.

Der Verfasser erläutert die Prinzipien des Gerätes an Hand von Anwendungsbeispielen, deren Anschaulichkeit durch reichliches Figurenmaterial erhöht wird. *Franz Levy, München.*

Katalog (Liste D 7) der Optischen Werke C. Reichert in Wien.

Anläßlich des 50 jährigen Bestandes haben die Optischen Werke C. Reichert, Wien, einen Katalog herausgegeben (Liste D 7), der den stattlichen Umfang von 130 Seiten besitzt und ein beredtes Zeugnis von der Leistungsfähigkeit und Vielseitigkeit dieser bewährten und bekannten Firma gibt. An Hand von etwa 150 Abbildungen, teils die ganzen Instrumente, teils konstruktive Einzelheiten zeigend, werden die einzelnen Erzeugnisse vorgeführt, so daß sich auf Grund dessen und dem oft ausführlichen beigegebenen Text ein anschauliches Bild gewinnen läßt. Grundsätzlich umfaßt der Katalog zwei große Gruppen, die Mikroskope und die Mikrotome mit ihren Nebenapparaten und Zubehör.

Der den Objektiven und Okularen gewidmete Teil unterrichtet weitgehendst über ihre Einteilung, Bauart und Leistungsfähigkeit (Achromate, Apochromate, numerische Apertur, Vergrößerung usw., und alles Wissenswerte, wie Eigenvergrößerung, num. Apertur, Brennweite, Mikrometerwerte, freier Objektabstand, Verwendung, Vergrößerungen in Kombination mit den einzelnen Okularen ist in einer übersichtlichen Tabelle zusammengestellt. Ebenso finden sich in einer Tabelle die wichtigsten Angaben über die Beleuchtungsapparate. Verschiedene Arten von beweglichen Objekttischen, Gleitlineal und Revolver vervollständigen die notwendige Ausrüstung des Mikroskopes. Bei den Mikroskopen finden wir die verschiedensten Stative, von den großen Universalstativen bis zu den gewöhnlichen Kurs- und Laboratoriumsstativen. Von speziellen Mikroskopen sei genannt: das Reisemikroskop, Kapillarmikroskop, Trichinenmikroskop und das Exkursionsmikroskop, das ungemein leicht gebaut und zum Mitnehmen auf Exkursionen bestimmt ist. Besonders hervorzuheben ist das neue monobinokulare Stereomikroskop, das beidäugiges Sehen, verbunden mit räumlicher Wahrnehmnng auch bei den stärksten Vergrößerungen gestattet und durch einen einfachen Handgriff in ein monokulares verwandelt werden kann und umgekehrt. Dazu kommt noch, daß dieses Instrument durch seine Art der Strahlenteilung allen anderen Arten der Strahlenteilung überlegen ist, da es räumliche Wahrnehmung unter strengster Wahrung der Orthoskopie vermittelt, Lichtverluste vermieden werden und die Auflösungsfähigkeit für feine Strukturen voll erhalten bleibt. Außer den binokularen stereoskopischen Mikroskopen nach Greenough, die nur relativ geringe Vergrößerungen zulassen (7,5 bis 180), führt die Firma C. Reichert auch Stereoaufsätze (nach Heimstädt), die an Stelle des Okulares in den Tubus eingeschoben werden und so die Umwandlung eines jeden Mikroskopes in ein binokulares ermöglichen. Der Stereoaufsatz allein kann als Stereolupe verwendet werden und gestattet so Vergrößerungen bis 200 fach bei relativ großem Objektabstand. In Verbindung mit einer automatisch zentrierten Beleuchtungsvorrichtung eröffnen sich weite Verwendungsmöglichkeiten, besonders auch für klinische und ambulatorische Zwecke. Von Nebenapparaten wären noch zu nennen die Lupen, Lupenstative, Hand- und Präpariermikroskope, Apparate und Behelfe für mikroskopische Untersuchungen im polarisierten Lichte, mikroskopische Meß-, Zeichen- und Hilfsapparate, Opak-Illuminatoren, die zur Untersuchung undurchsichtiger Objekte im auffallenden Lichte dienen, Spiegelkondensoren für Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie, verschiedene Typen von Beleuchtungsquellen für die verschiedensten Zwecke und Apparate zur Blutuntersuchung. Eine sehr bewährte und sinnreiche Neuerung stellt die Mikrozeichen- und Projektionsvorrichtung nach Vasiliu dar, die

als Beleuchtungsquelle ein Niedervoltlämpchen besitzt, das am Arm des Mikroskopspiegels aufgeklemmt wird. Der am Tubusauszug befestigte verstellbare Projektionsspiegel gestattet Projektion des Bildes auf einen Wandschirm für Demonstrationszwecke oder auf eine horizontale Zeichenfläche, wo die Konturen des Objektes nur nachgezeichnet werden brauchen. Neu ist ferner der mikrophotographische Universalapparat, der nicht nur Mikroaufnahmen, sowohl in vertikaler als auch horizontaler Anordnung gestattet, sondern auch Makroaufnahmen ohne Mikroskop von durchsichtigen (Diamakrophotographie) und undurchsichtigen Objekten, ferner Wiedergabe von Drucken, Abbildungen und dgl. Dabei ist der Apparat bequem zu handhaben, leicht und rasch zu zentrieren und umzustellen. Neu ist ferner die auf jedes Mikroskop aufsetzbare Mikrokamera nach Cerny für Zeit- und Momentaufnahmen. Eine ausführliche Beschreibung unter Beigabe von Abbildungen über den Strahlengang hat das große Epidiaskop nach Reimann erfahren. Schließlich werden noch verschiedene Polarimeter für allgemeine und spezielle Zwecke vorgeführt. Auf den zweiten Abschnitt, betreffend die Mikrotome und ihre Zubehör, kann hier kurz verwiesen werden, da Ref. in nächster Zeit über einige Neuerungen getrennt berichten wird. Gegenüber älteren Katalogen haben die einzelnen Mikrotomtypen infolge einer weitgehenden Durcharbeitung bedeutende Veränderungen erfahren. Die Schlittenmikrotome umfassen die zwei prinzipiellen Typen, einerseits mit direkter Hebung des Objektes, anderseits mit Hebung auf einer schiefen Ebene. Beide werden sowohl in kleinerer als auch größerer Ausführung hergestellt. Daneben findet sich noch ein neues ganz großes Spezialmikrotom nach Kisser zum Schneiden sehr harter und ausgedehnter Objekte von größter Leistungsfähigkeit. Beim Serienschnitt-Mikrotom nach Minot und dem Gefriermikrotom sind nunmehr alle empfindlichen Teile in einem Metallgehäuse eingekapselt und so vor jeglicher Verunreinigung geschützt. Die Nebenapparate umfassen: Gefrierapparat, Messer- und Objektklemmen, Spiritustropfapparat, Stabilithklötzchen, Mikrotommesser, Vorrichtungen und Zubehör zum Abziehen und Schleifen der Messer und die neue Dämpfvorrichtung nach Kisser, mit Hilfe derer es möglich ist, selbst von den härtesten Objekten, soweit die Härte nicht durch mineralische Einlagerungen bedingt ist, dünne und ausgedehnte Schnitte herzustellen. *J. Kisser-Wien.*

P. Luckey, Einführung in die Nomographie. Mathematisch-physikalische Bibliothek. Herausgegeben von W. Lietzmann und A. Witting. Band 28 und 37. 59 und 63 S. Leipzig und Berlin. B. G. Teubner. Kart. je 1 M.

Von diesen beiden, einfach und anregend geschriebenen Bändchen liegt das erste in zweiter Auflage vor. In dem ersten Bändchen — mit dem Untertitel „Die Funktionsleiter“ — wird insbesondere die einfachste, wohl aber noch nicht genügend Verwendung findende Form einer graphischen Tafel für eine Gleichung mit zwei Veränderlichen behandelt; im Zusammenhang damit findet man eine kurze Anleitung für den logarithmischen Rechenschieber. Im Anschluß an diesen beschreibt der Verfasser verschiedene „Sonderschieber“ an Hand von gut gewählten Beispielen; mit Recht weist er dabei darauf hin, daß solche Schieber für viele Zwecke mit ausreichender Genauigkeit selbst hergestellt werden können.

In dem zweiten Bändchen — mit dem Untertitel „Die Zeichnung als Rechenmaschine“ — werden in der Hauptsache die einfachsten Tafelformen für Gleichungen mit drei Veränderlichen vorgeführt; dabei wird im Anschluß an die Tafeln mit Kurvenskalen auch die Verwendung von „funktionalen Papieren“ behandelt. Bei den Tafeln mit Punktskalen kommen hauptsächlich solche mit einer Geraden als Ablesekurve zur Anwendung; an einem Beispiel wird eine Tafel mit einem Kreis als Ablesekurve gezeigt.

Den zahlreichen Bezeichnungen von Tafelformen hat der Verfasser zwei weitere beigefügt, „kartesisches Nomogramm“ und „Stechzirkelnomogramm“; beide wären besser nicht verwendet worden. Außerdem hat der Verfasser das doch längst eingebürgerte Wort „Skala“ in „Leiter“ übersetzt.

Für eine erste Einführung in das Rechnen mit Hilfe von graphischen Tafeln können die beiden Bändchen bestens empfohlen werden. *P. Werkmeister.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Mai 1927.** Fünftes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1926[1]).

Allgemeines.

Der Direktor der Abteilung III, Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Ludwig Holborn verstarb nach kurzem Krankenlager am 19. September 1926.

Der Direktor der Abteilung II, Geh. Regierungsrat Prof. Dr. E. Grüneisen hat einen Ruf als ordentlicher Professor für Physik an die Universität Marburg zum 1. April 1927 erhalten und angenommen.

Oberregierungsrat und Mitglied Prof. Dr. Schering hat zum 1. April 1927 einen Ruf als ordentlicher Professor für Elektrotechnik und Hochspannungstechnik von der Technischen Hochschule in Hannover erhalten und angenommen.

Der Verlust der beiden ältesten und erfahrensten Direktoren, die zugleich hoch angesehene Gelehrte sind, und dazu noch der Verlust des um die elektrischen Aufgaben der Anstalt hoch verdienten und für dieselben fast unentbehrlich zu bezeichnenden Herrn Prof. Schering trifft die Reichsanstalt außerordentlich schwer.

Oberregierungsrat und Mitglied Zingler ist infolge Erreichung der Altersgrenze mit Ablauf des Monats Juli 1926 in den dauernden Ruhestand getreten.

Der infolge Einstellung von Mitteln in den Haushalt für 1926 bewilligte Bau eines Kälteiaboratoriums ist so weit vorgeschritten, daß mit der Inbetriebnahme im Frühjahr gerechnet werden kann.

Präsidialabteilung.

1. Forschungslaboratorium des Präsidenten.

Die bisherigen Räume des Laboratoriums für Feinmechanik und Akustik wurden mit elektrischen Leitungen versehen und zunächst für spektroskopische Untersuchungen eingerichtet.

1. Großes Gitter. Neonspektrum[2]).

Das dem Berliner Physikalischen Institut gehörige Rowlandsche Konkavgitter von 14 cm breiter geteilter Fläche und 4 m Krümmungsradius wurde in derselben Weise wie das Tübinger Gitter fest aufgestellt. Das Gitter zeichnet die Spektrallinien nicht mit der Schärfe wie erstklassige Rowlandgitter. Aber es hat den Vorteil großer Lichtstärke besonders im Rot und Infrarot erster Ordnung. In Ausnutzung dieses Vorzuges soll es besonders zur Erforschung des langwelligen Spektralgebietes dienen. Das Neonspektrum, welches zur Justierung und Untersuchung des Gitters diente, konnte in diesem Gebiete vervollständigt und sein Termschema in einigen Einzelheiten ergänzt werden.

2. Feinstruktur von Spektrallinien[3]).

Herr Dr. G. Hansen, Assistent am Physikalischen Institut d. Universität Jena, arbeitete als Gast an der Feinstruktur von Spektrallinien. Es wurde zunächst festgestellt, daß es möglich ist, die Balmer-

[1]) Auszug aus dem an das Kuratorium der Reichsanstalt im März 1927 erstatteten Bericht.
[2]) Paschen, Gremmer. [3]) Hansen.

Linien des Wasserstoffs auch bei Kühlung der Entladungsröhre mit flüssigem Wasserstoff zur Messung der Feinstruktur hinreichend hell zu erzeugen. Eine Untersuchung über die Eigenschaften der verschiedenen Interferenzapparate zeigte, daß für den Fall der roten Wasserstofflinie der Perot-Fabry günstigere Ergebnisse erwarten läßt, als die zur Verfügung stehende Lummer-Gehrcke-Platte; es wurde deshalb diese Untersuchung zunächst zurückgestellt, bis einwandfreie Spiegel zum Perot-Fabry erzeugt werden können. — Bei der Beobachtung der Hg-Linien erwies sich die bisher für einfach gehaltene Linie 4916 als fünffach. Sie ist zu beiden Seiten von je zwei schwachen Trabanten begleitet. Eine eingehende Untersuchung der Linien des Neons zeigte, daß auch diese Linien eine Feinstruktur aufweisen. Alle Linien vom Typus $s - p$ haben einen Trabanten nach kurzen Wellen. Die Struktur gehört offenbar den verschiedenen s-Termen an. — Auf Anregung von Herrn Präsident Paschen wurden die Bogenlinien des Heliums untersucht. Es gelang, die von der Theorie erwartete und verschiedentlich vergeblich gesuchte Triplettstruktur des Orthoheliumspektrums an verschiedenen Linien klar aufzulösen.

3. Bleifunkenspektrum[1]).

Die Linien des Bleifunkenspektrums wurden mit Hilfe einer Schülerschen Lampe untersucht. Es ließ sich ein einfaches Dublettspektrum analysieren, dessen Grenze der ^1S-Term von Pb III ist. (Anordnung der äußeren Elektronen $^1/_2$, $^1/_2$; K.) Dem tiefsten Term dieses Spektrums entspricht ein ^2P-Term mit der Aufspaltung 14070 cm^{-1}, damit ist auch der Abstand der beiden Grenzen im Pb I gegeben. Außerdem zeigten sich im Pb II-Spektrum noch einige anomale Terme, Größenordnung 50000—60000 ν, die vermutlich einem Spektrum mit der Grenze ^3P angehören (Anordnung der äußeren Elektronen: $^1/_2$, $^3/_2$; K).

Herr Prof. R. A. Sawyer von der Universität Ann Arbor arbeitet als wissenschaftlicher Gast des Präsidenten über das kurzwellige (Schumann-)Spektralgebiet.

2. Laboratorium für Radioaktivität.

4. Prüfungen radioaktiver Präparate[2]).

Im Berichtsjahre wurden 99 Radium- und 18 Mesothor- und Radiothorpräparate nach der Gammastrahlenmethode geprüft; der Gesamtgehalt dieser Präparate war 2128 mg Radium-Element äquivalent (1899 mg im Vorjahre).

An schwach radioaktiven Präparaten und Materialien wurden geprüft:

1 Probe radiumhaltige Tabletten,
1 Radiumkompresse,
6 Emanatoren,
2 Erzproben,
1 Quellwasser,
5 künstliche Emanationswässer.

An den chemischen Vorarbeiten war das Chemische Laboratorium beteiligt.

Es wurden 28 Radium-Normalampullen zur Eichung von Emanationsinstrumenten abgegeben.

5. Kopplung zwischen elementaren Strahlungsvorgängen[3]).

Eine im Vorjahre begonnene Untersuchung hatte zum Ziel, festzustellen, ob zwischen Elementarakten der Emission und Reabsorption von Strahlung ein nur statistischer Zusammenhang besteht (Wellentheorie, Hypothese von Bohr, Kramers und Slater), oder ob jedem Emissionsakt genau ein Absorptionsakt in bestimmter Strahlenrichtung zugehört (Lichtquantentheorie). Der Versuch wurde in der Weise ausgeführt, daß eine dünne Kupfer- oder Eisenfolie zur K-Fluoreszenz erregt und die Fluoreszenzstrahlung in zwei beiderseits der Folie aufgestellten Spitzenzählern registriert wurde. Da das Ansprechen eines Zählers jedesmal einen Absorptionsakt anzeigte, so hätten im ersterwähnten Falle zeitliche Koinzidenzen zwischen den beiderseitigen Zählerausschlägen auftreten müssen, im anderen Falle nicht. Die theoretische Häufigkeit dieser Koinzidenzen war proportional der Empfindlichkeit der Zähler, so daß diese erheblich gegenüber der bisher erreichten gesteigert werden mußte. Dies gelang durch große Dimensionierung der Zähler, Argonfüllung und Anwendung positiven statt des bisher üblichen negativen Spitzenpotentials so weit, daß der Zähler bei günstigen geometrischen Bedingungen auf jedes 2. bis 3. einfallende Fe$K\alpha$-Quant ansprach. Nach experimenteller Ermittlung dieses Nutzfaktors konnte mit genügender Genauigkeit voraus-

[1]) Gieseler. [2]) Bothe, Fränz. [3]) Bothe.

gesagt werden, mit welcher Häufigkeit im Falle statistischer Kopplung Koinzidenzen hätten auftreten müssen. Die Versuche ergaben, daß nach Beseitigung gewisser Störungsursachen, welche Koinzidenzen vortäuschten, solche nicht mehr nachweisbar waren. Hieraus konnte geschlossen werden, daß der Elementarakt der Emission sich beschreiben läßt als Aussendung eines Lichtquants in bestimmter Richtung (Anh. Nr. 10).

6. Comptoneffekt in der diffusen Strahlung[1]).

Nach der klassischen Theorie fließt in der diffusen Strahlung die Energie in der Richtung des Poyntingschen Vektors, und zwar im allgemeinen mit Unterlichtgeschwindigkeit. Es ist daher vielfach vermutet worden, daß auch die Lichtquanten in einem solchen Strahlungsfelde sich mit wechselnder Geschwindigkeit und Richtung bewegen, so daß ihr Impuls im allgemeinen kleiner als $h\nu/c$ wäre (z. B. Null in einer stehenden Welle). Zur Entscheidung dieser Frage kann der Comptoneffekt dienen, dessen Größe ja durch den Lichtquantenimpuls bestimmt ist. Die Messungen wurden in der Weise ausgeführt, daß ein Paraffinprisma gleichzeitig aus zwei entgegengesetzten Richtungen mit Röntgenstrahlen bestrahlt und die Härte der unter 90° gestreuten Strahlung gemessen wurde. Um sicher zu sein, daß die beiden Primärstrahlungen im Streustrahler stets gleiche Intensität hatten, wurden sie selbst durch Streuung der Röhrenstrahlung an zwei symmetrisch aufgestellten Paraffinkörpern erzeugt. Es ergab sich, daß sowohl die Bremsstrahlung als auch die K-Strahlung des Anodenmaterials (Wolfram) dieselbe Härteänderung bei der Streuung erfährt wie bei einseitiger Bestrahlung des Streustrahlers. Dies bedeutet, daß im diffusen Strahlungsfelde die Lichtquanten denselben Impuls $h\nu/c$ besitzen wie in der gerichteten Strahlung, daß also die Lichtquanten den gerichteten Elementarbündeln zuzuordnen sind. Dieses Ergebnis ist in vollständiger Übereinstimmung mit der Einsteinschen Theorie der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie, so daß die gegenüber dieser Theorie erhobenen Zweifel (Breit, Jordan) nunmehr auch experimentell entkräftet sind. Allerdings kann hiernach bei einem Interferenzfelde nicht mehr von einer stetigen und kontinuierlichen Bewegung der Lichtquanten gesprochen werden.

7. Richtungsverteilung sekundärer β-Strahlen[2]).

Nachdem die Frage der Asymmetrie der durch harte γ-Strahlen ausgelösten β-Strahlen zugunsten der Theorie und gegen die früheren Befunde entschieden war (s. vorj. Tätigkeitsber.), ging das Bestreben dahin, möglichst genau die ganze Verteilungsfunktion der Emissionsrichtungen aufzunehmen. Hierzu wurde die als Sekundärstrahler dienende Folie nicht mehr wie früher senkrecht zur Primärrichtung, sondern zur jeweiligen Sekundärrichtung eingestellt, weil so die Absorptionsverhältnisse im Strahler günstiger waren. Mit Kohle als Sekundärstrahler ergab sich als häufigste Emissionsrichtung die Primärrichtung selbst. Im einzelnen zeigte die Verteilungskurve etwa die Form, die man erwarten mußte, wenn nur Rückstoßelektronen und keine Photoelektronen ausgelöst werden. Dagegen ergab sich mit Blei als Sekundärstrahler das Häufigkeitsmaximum bei einem Winkel von etwa 40° gegen die Primärrichtung. Dies ist so zu deuten, daß in hochatomigen Substanzen noch Photoelektronen den Rückstoßelektronen übergelagert sind; die Photoemission verschwindet nämlich für den Emissionswinkel 0, wie aus Versuchen mit Röntgenstrahlen bekannt ist. Auch durch Absorptionsmessungen konnten die schnelleren Photoelektronen von den langsameren Rückstoßelektronen unterschieden werden (Anh. Nr. 12).

8. Umladungen von α-Teilchen[3]).

Zur Klärung der verschiedenen mit der Umladung von α-Teilchen zusammenhängenden Fragen wurde versucht, statt der bisher allgemein benutzten Szintillationsmethode die bequemere und genauere Geigersche Zählmethode anzuwenden. Die Methode hat sich als gut brauchbar erwiesen, so daß genauere Messungen in Angriff genommen werden können, sobald genügend starke Strahlenquellen zur Verfügung stehen.

9. Weitere Arbeiten über Höhenstrahlung[4]).

An den Instrumenten zur Messung der Höhenstrahlung wurden einige Abänderungen vorgenommen, die sich aus den früher gewonnenen Erfahrungen ergaben. Ferner wurde nunmehr zur Registrierung geschritten; es wurde ein kleiner transportabler Apparat hierfür gebaut, dessen Beschreibung demnächst in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde erfolgt. Die im Berichtsjahre vorgenommenen Untersuchungen im Jungfraugebiet, insbesondere auf dem Mönchsgipfel in 4100 m Höhe, ergaben wiederum die tägliche Periode der Höhenstrahlung, und zwar in Übereinstimmung mit der Sternzeit. Auch die Registrierungen zeigten diese Periode. Abblendungen durch den Berg selbst wurden vorgenommen und ergaben, daß gewisse Himmelsgegenden bevorzugt strahlen.

[1]) Bothe. [2]) Fränz. [3]) Bothe, Fränz. [4]) Kolhörster.

3. Chemisches Laboratorium.

10. Hohlglas[1]. Die Untersuchungen für die Glasindustrie wiesen eine starke Zunahme auf. Es kamen besonders Gläser für chemische und medizinische Zwecke in Frage.

Untersucht wurden 68 (28) verschiedene Glasarten, sowohl auf Alkaliabgabe an Wasser als auch auf Löslichkeit in Alkalien und Säuren. Bei Gläsern für bakteriologische Zwecke kommt auch das Verhalten beim Sterilisieren im Autoklaven unter 6—7 Atm. Druck in Frage. Von amerikanischen Firmen werden in dieser Hinsicht besondere Anforderungen gestellt. Es konnte ermittelt werden, daß jetzt auch eine Lausitzer Hütte derartiges Glas herstellt, das bedeutend billiger sein soll als das amerikanische.

Um auch Glasproben, die nicht in Form von Hohlkörpern vorliegen, untersuchen zu können, ferner um den inneren Kern zu prüfen, für den Fall, daß die Oberfläche durch Nachbehandlung, wie besondere Kühlung, verändert ist, war eine eingehende Untersuchung über das Verhalten des gekörnten Glases gegen Wasser zwecks Einreihung in die hydrolytischen Klassen erforderlich. Die Ergebnisse sind in einer besonderen Arbeit von Fischer und Tepohl veröffentlicht. (Anh. Nr. 11.)

11. Optisches Glas[1]. Zur Bestimmung der Verwitterungsalkalität waren 7 Proben für mikroskopische Objektive eingegangen. Bei 2 Proben handelte es sich um den Nachweis von Spuren von Blei.

12. Arbeiten für andere Abteilungen[1]. Vorarbeiten für radioaktive Untersuchungen. Aufschluß von Luvos-Heilerde. Ferner Quarzanalysen, Untersuchung von Adsorptionskohle, Legierungen von Thermoelementen u. dgl.

13. Besondere Gutachten[1]. Vom Berliner Polizeipräsidium war ein Gutachten über einen „Gasschutzapparat“ eingefordert worden. Nach Angabe des Erfinders sollte der Apparat bei mit Leuchtgas gemischter Luft ein Warnungssignal geben, *bevor* die Explosionsgrenze des Gemisches erreicht war. Eine Platinzündpille sollte durch das Gasgemisch zum lebhaften Erglühen kommen, durch die Erwärmung eine Selenzelle betätigen, die dann ein elektrisches Signal auszulösen hätte. Praktische Versuche mit Platinzündpillen und verschiedenartigen Gemischen von Luft und Leuchtgas ergaben, daß die Zündpille beim Optimum des Explosionsgemisches (etwa 17 Vol.-% Gas) wohl zu lebhafter Rotglut kam, daß sie jedoch auf Gemische, die noch nicht explosiv waren, überhaupt nicht reagierte, so daß bereits die erste Anforderung, die an den Apparat zu stellen war, nicht erfüllt wurde.

14. Kugelnickel[2]. Nach dem Mond-Langer-Prozeß aus Nickelkarbonylgas — $Ni(CO)_4$ — hergestelltes Nickel in Form erbsengroßer Kugeln enthielt als Verunreinigungen 0,21% Fe und 0,05% Cu. Si und Co waren nicht nachweisbar. Beim Lösen in Salpetersäure hinterblieb jedoch Kohlenstoff, der durch Verbrennung im Sauerstoffstrom noch besonders bestimmt wird. Die Kugeln ließen sich leicht auf eine Stärke von einigen Zehntel-Millimeter aushämmern.

15. Fein-Nickel[3]. Nach Angaben der Industrie ist es bisher nicht möglich gewesen, hämmerbares Nickel „hoher Reinigungsstufen“ in den Handel zu bringen. Auch das als „Fein-Nickel“ zu bezeichnende gekörnte Nickel „Kahlbaum“ (der dritten Reinigungsstufe angehörend) enthält noch so viel Verunreinigungen mancherlei Art, daß dadurch der Mangel an Hämmerbarkeit erklärt wird.

Dagegen werden — Merica und Waltenberg (*Met. Eng.* **71**. *S. 709. 1925*) — dicke Schichten aus besonders reinem elektrolytischen Nickel als hämmerbar bezeichnet.

16. Osmium-Iridium[4]. Die Analyse eines Osmium-Iridium-Minerals ergab:

	%		%
Ir	62,5	Fe	3,5
Pt	15,0	Ni	1,8
Os	14,5	Cu, Au	Spuren
Rh	2,0		
Ru	1,0	SiO_2	0,2

[1]) Fischer, Tepohl.
[2]) Fischer. [3]) Mylius a. Gast.
[4]) W. Noddack.

17. Anorganische Arbeiten (Neue Elemente)[1].

Die Arbeiten über die 1925 aufgefundenen Elemente Masurium und Rhenium wurden fortgesetzt. Infolge einer größeren Unterstützung der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft konnten diese Untersuchungen in größerem Umfang vorgenommen werden.

Da die meisten Ausgangsmaterialien, in denen die neuen Elemente chemisch angereichert wurden, aus Norwegen stammten, wurde eine Reise nach dorthin unternommen, um an Ort und Stelle das geochemische Verhalten der Ekamangane kennen zu lernen. Dabei ergaben sich Gesichtspunkte über das Vorkommen der beiden Elemente in der Gesteinsrinde der Erde, so daß Mineralien von besonders günstigen Ekamangangehalt (1×10^{-6}) mitgebracht werden konnten. Die Aufarbeitung führte bisher in bezug auf das Rhenium zu 10—20%igen Präparaten, so daß nunmehr mit der Reindarstellung von Rhenium begonnen wurde[2]).

18. Photochemische Arbeiten[3]).

1. Bei der Untersuchung der photochemischen Zersetzung des Bromsilbers wurde neben der Titration des gebildeten Silbers auch die quantitative Bestimmung des freiwerdenden Broms vorgenommen und festgestellt, in Form welcher Verbindungen sich die photolytisch entstehenden Bromatome bei Gegenwart von Wasser, Gelatine und anderen Akzeptoren wiederfinden lassen. Diese Untersuchungen wurden sowohl an emulsioniertem wie an bindemittelfreiem AgBr vorgenommen.

2. Das weitere Studium der Einwirkung von Röntgenstrahlen auf Bromsilber zeigte neben dem bereits früher festgestellten Ergebnis, daß primär ein absorbiertes $h\nu$ der Röntgenstrahlung von der Wellenlänge 0,4 Å etwa 1000 Silberatome bildet, daß diese 1000 Atome stets zur Entwicklung eines Bromsilberkorns führen, so daß ein $h\nu$ absorbierter Röntgenstrahlung bei Entwicklung ein Silberkorn liefert. Auf Grund dieses Befundes läßt sich eine einfache Methode zur Energiemessung der Röntgenstrahlen ausbilden.

3. Neben dem bereits untersuchten Herscheleffekt wurden auch andere photochemische Ausbleicheffekte an photographischen Platten studiert. Dabei ergab sich, daß meist trotz des Ausbleichens eine Vermehrung des primär gebildeten Silbers eintritt. Das Ausbleichen erklärt sich bei einfacher Kopierwirkung durch eine verminderte Deckkraft des Silbers, bei Entwicklung durch verringerte Keimwirkung der größeren, vom ausbleichenden Licht gebildeten Silberpartikel.

19. Kolloidchemische Arbeiten[4]).

Die Messung der elektrischen Ladung von Kolloidteilchen einiger schwerlöslicher Silberverbindungen ergab, daß jedes Kolloidteilchen mehr Ionen trägt, als einer einfachen Oberflächenbesetzung entspricht, und daß Koagulation eintritt, wenn die Ladungsgröße unter den Betrag der einfachen Oberflächenbedeckung sinkt.

4. Laboratorium für Feinmechanik und Akustik[5]).

Die Neueinrichtung des Laboratoriums konnte infolge Mangels an technischen Hilfskräften erst im August des Berichtsjahres vollendet werden durch Aufstellung des 1000-W-Umformer-Aggregates, das den für viele Zwecke notwendigen, bisher fehlenden Gleichstrom liefert, und durch Fertigstellung der Zeitregistrieranlage sowie des Röhrenempfängers für die Nauener Zeitsignale. Die beiden Normaluhren wurden vor der Neuaufstellung einer Reinigung unterzogen und neu einreguliert. Die bisher vorgenommenen Signalvergleichungen lassen noch keinen sicheren Schluß zu, ob die zeitweise erheblichen Erschütterungen, denen die neuen Räume ausgesetzt sind, den Gang der Uhren unzulässig beeinflussen und eine andere Unterbringung derselben notwendig machen.

20. Prüfungsarbeiten.

Die Anzahl der Prüfungsanträge ist zwar von 177 im Vorjahre auf 73 zurückgegangen, die Zahl der zu prüfenden Gegenstände aber nur von 359 auf 311 gesunken. Die Tätigkeit des Laboratoriums war indessen in kaum vermindertem Maße durch Prüfungen in Anspruch genommen, zumal eine Arbeitskraft wegen Erkrankung auf längere Zeit ausfiel.

Die Prüfungen erstreckten sich im einzelnen auf folgende Gegenstände:

Leitspindeln 54 (74),	Rachenlehren 7 (77),	Kegellehren 38 (2),
Normalgewinde 63 (47),	Innenringe 2,	Schiebelehren 3,
Lehren versch. Art 11,	Sphärometerringe 2 (19),	Stimmgabeln 123 (105),
Messungen für die Reichsanstalt 8.		davon a-Gabeln 66.

[1]) W. und I. Noddack.
[2]) Anm. bei der Korrektur: Inzwischen ist es gelungen, das Rhenium in kleiner Menge rein darzustellen. S. I. und W. Noddack, *Zeitschr. f. physik. Chemie* **125**. *S. 264. 1927.*
[3]) W. Noddack, Eggert. [4]) W. Noddack und A. Strehlow.
[5]) Göpel, Werner, Conrat.

Der Ausfall an Rachenlehren ist darauf zurückzuführen, daß ihre Prüfung, wie im vorigen Bericht erwähnt, aus technischen Gründen von der Miteinsendung passender Vollkörper abhängig gemacht werden mußte. Unter den Messungen für die Reichsanstalt nahm die unter Nr. 86, *d* erwähnte Bestimmung des Innendurchmessers eines Kondensatorschutzringes besonders viel Zeit in Anspruch, da im ganzen 200 Einzelmessungen vorzunehmen waren.

21. Vergleichsmessungen an Gewinden.

Die Firma Zeiss hat dem Laboratorium ein großes Universalmeßmikroskop im Austausch gegen ein älteres ähnliches Instrument in dankenswerter Weise leihweise zur Verfügung gestellt. Zur Erhärtung der Übereinstimmung der mit dem Flankenmeßgerät der Reichsanstalt und mit dem Zeiss-Instrument vorgenommenen Gewindeprüfungen wurden auf beiden Apparaten die Flankendurchmesser einer Reihe von Gewindenormalen bestimmt, und zwar an 7 metrischen Gewinden nach Din 14 und an 2 Whitworth-Rohrgewinden nach Din 260. Die Messungen erfolgten in 4 Durchmessern unter 90° und je an 2 anstoßenden Flanken. Die in nachfolgender Tabelle 1 unter a und b gegebenen Messungszahlen sind also Mittel aus je 8 Einzelbeobachtungen.

Tabelle 1.

Gewinde	Flankendurchmesser in mm			
	Gemessen auf			Sollwert
	Zeiss-Komp. a	PTR-Gerät b	Mittel $\frac{a+b}{2}$	
M 45	42,073	42,070.	42,072	42,077
M 33	30,710	30,717	30,713.	30,727
M 24	22,049	22,051	22,050	22,051
M 20	18,370	18,375	18,372.	18,376
M 12	10,852	10,852	10,852	10,863
M 8	7,182	7,187	7,184.	7,188
M 6	5,343	5,345	5,344	5,350
W 1″	31,758	31,754	31,756	31,771
W 7/8″	29,047	29,040	29,043.	29,040

Die Übereinstimmung der Resultate beider Meßmethoden ist befriedigend, da sich bei 7 von 9 Messungen die Differenzen innerhalb 5 μ halten. Systematische Unterschiede in beiden Meßmethoden sind kaum erkennbar.

22. Leitspindelprüfungen.

Zur Prüfung von Leitspindeln wurde bisher ausschließlich die Komparatormethode verwandt, deren Ergebnisse als zuverlässig gelten können, während in der Industrie vielfach der Zeisssche Steigungsmesser wegen seiner bequemeren Handhabung Eingang gefunden hat. Aus Anlaß gewisser Unstimmigkeiten in den Messungsergebnissen der Reichsanstalt einerseits und einer Werkzeugmaschinenfabrik in Chemnitz andrerseits erwies sich die Feststellung als notwendig, ob bei Leitspindelprüfungen der Zeisssche Untersuchungsapparat mit der Komparatormethode der Reichsanstalt vergleichbare Werte liefert. Durch die von einem Beamten der Reichsanstalt in Chemnitz vorgenommenen Messungen konnten die Unstimmigkeiten im wesentlichen auf dort vernachlässigte Temperaturkorrektionen zurückgeführt werden. Gewisse unvermeidbare, in der Verschiedenartigkeit beider Methoden begründete Abweichungen in den Messungsergebnissen bleiben aber bestehen.

Um nun an der Reichsanstalt die Möglichkeit zu haben, zweifelhafte Ergebnisse nach einer anderen Methode nachprüfen zu können, wurde ein Zeissscher Steigungsmesser beschafft, der im wesentlichen auf dem Abbeschen Prinzip aufgebaut ist. Die Herstellung des erforderlichen Unterbaues von 4 m Schienenlänge nebst den Zubehörteilen, wie Reitstöcke und Lünetten, ist der Firma Schuchardt & Schütte, Berlin, übertragen worden; die Hauptwerkstatt der Reichsanstalt wird sich in gewissem Umfange an diesen Arbeiten beteiligen.

23. Eignung Kruppscher nichtrostender Stähle als Material für Stimmgabeln und Strichmaße.

Da der Kruppsche nichtrostende Stahl alle übrigen Stahlsorten, auch die mit hohem Nickel gehalt, in der Widerstandsfähigkeit gegen Rosten und Korrosion ganz bedeutend übertrifft, wurden Versuche unternommen, seine Eignung als Material namentlich für Stimmgabeln und Strichmaße festzustellen. Diese nichtrostenden Stähle werden bekanntlich in zwei Gruppen, VA- und VM-Stähle,

mit wesentlich verschiedenen physikalischen und chemischen Eigenschaften sowie verschiedener Struktur hergestellt. Erstere sind im austenitischen Zustande vollständig rostsicher und bleiben auch in feuchter Luft blank; sie sind säurefest, vollkommen unmagnetisch, aber nicht härtbar. Letztere sind nur bei hochglanzpolierter Oberfläche nichtrostend, ferner magnetisierbar und härtbar (V 3 M).

Für den vorliegenden Zweck wurden als am geeignetsten zunächst je zwei Proben der Stahlproben V 2 A und V 3 M in Form zylindrischer Stäbe von etwa 100 mm Länge und 8 mm Durchmesser beschafft und untersucht. Die Volumenbeständigkeit beider Stähle erwies sich als gut. Eine zweimalige, je 5 stündige Temperung der 4 Versuchskörper im Palminbad von 50° C bewirkte eine geringfügige Verkürzung ihrer Länge um 1 bzw. 2 μ im Mittel. Die Untersuchungen über die Abhängigkeit der elastischen Eigenschaften der Stähle von der Temperatur und die thermische Ausdehnung, deren Ergebnisse erst ein endgültiges Urteil ermöglichen, stehen vor dem Abschluß.

24. Winkelmesser für Unterrichtszwecke.

Auf Anregung von Geh. Regierungsrat Prof. Dr.-Ing. e. h. Haußmann, em. Ordinarius für Geodäsie an der Technischen Hochschule Berlin, wurde ein einfacher Winkelmesser für den Schulunterricht in angewandter Geometrie entworfen und in der Hauptwerkstatt ausgeführt. Der Winkelmesser erlaubt mit einem Kreis und Kreuzdiopter durch beliebiges Umstecken auf einen der beiden senkrecht zueinander angeordneten Zapfen Horizontal- und Vertikalwinkel zu messen.

25. Laboratorium für Uhrentechnik.

Die Gesellschaft für Zeitmeßkunde und Uhrentechnik E. V. in Berlin hat bei der Reichsanstalt die Angliederung eines Laboratoriums für Uhrentechnik angeregt. Die Reichsanstalt hat sich grundsätzlich dazu bereit erklärt sowie einen generellen Plan ausgearbeitet und der Gesellschaft übersandt, der vor allem die finanziellen Voraussetzungen behandelt. Die Angelegenheit ist noch unentschieden, da die gleiche Anregung auch einigen Technischen Hochschulen zugegangen ist, deren Stellungnahme abzuwarten ist.

26. Neu- und Nachbestimmung von Stimmgabelnormalen.

Die im Berichtsjahr besonders zahlreichen Stimmgabelprüfungen, darunter besonders ein Ende 1926 eingegangener Antrag auf Abstimmung von 31 Präzisionsstimmgabeln in chromatischer Tonfolge, für die das Laboratorium nur zum kleinsten Teil geeignete Vergleichsnormale besitzt, gab Veranlassung, unter Verwendung der früher beschriebenen Anordnung sowie des Tonsenders (siehe Tätigkeitsbericht 1925, Ziff. 138 und 139) die temperierte Skala der Normale zu vervollständigen und bereits vorhandene erneut zu bestimmen.

27. Vorarbeiten zur Neufestsetzung des internationalen Stimmtons; Einfluß der Temperatur auf die Stimmung von Musikinstrumenten.

Der Normenausschuß der deutschen Industrie hat aus dem Kreise der Fabrikanten von Musikinstrumenten die Anregung erhalten, „dahin zu wirken, daß die im Jahre 1885 festgesetzte Normalschwingungszahl von 870 bei 15° C sowohl in Deutschland als auch im Ausland von den Orchestern und Musikern eingehalten wird, da die Instrumentenindustrie infolge der vielfach üblichen höheren Stimmung Schwierigkeiten bei der Lieferung von Musikinstrumenten hat".

So sind z. B. die Klaviere der Staatsoper in Berlin auf 884 Schw., das Leipziger Gewandhaus-Orchester auf 885—890 Schw. gestimmt, während in Amerika der Stimmton seit 1925 auf 880 Schw. normiert ist.

Bei einer vom Normenausschuß abgehaltenen Besprechung mit Vertretern der Fabrikanten- und Musikerverbände ergab sich, daß die Festlegung einer Normalstimmung allein nicht genüge, sondern hierzu nähere Ausführungsbestimmungen, insbesondere zur Berücksichtigung des Einflusses der Temperatur auf die Schwingungszahl, aufgestellt werden müßten. Daher wurde beantragt, daß die Physikalisch-Technische Reichsanstalt grundlegend untersuche, in welchem Umfang sich die Stimmung der wichtigsten Instrumente mit der Temperatur ändert.

Obwohl zur Einführung der Normalstimmung im wesentlichen bereits alles Nähere, auch hinsichtlich der Temperatur, in den Beschlüssen der Wiener Konferenz von 1885 geregelt ist, für deren Verbreitung aber offenbar nicht genügend gesorgt worden ist, hat sich das Laboratorium mit Vertretern der Blasinstrumentenindustrie zwecks Überlassung geeigneter Instrumente zur Bestimmung des Temperaturkoeffizienten in Verbindung gesetzt, in erster Linie der beim Einstimmen benutzten Oboe. Zunächst wurden mit Hilfe selbstregistrierender Thermometer, die hierzu bereitwilligst von der Inspektion für Waffen und Gerät leihweise überlassen wurden, die Temperaturschwankungen in Räumen für musikalische Aufführungen festgestellt, und zwar vorerst in der Städtischen Oper Berlin-Charlottenburg und in der Philharmonie in Berlin.

Die weiteren Versuche und die danach notwendigen Maßnahmen zur Stabilisierung des Stimm-

tons werden in Zusammenarbeit mit den ausübenden Musikern erfolgen. Das Laboratorium hat sich zu diesem Zweck mit Dozenten und Künstlern der Berliner Hochschule für Musik in Beziehung gesetzt.

5. Hauptwerkstatt[1]).

28. Allgemeines. Im Jahre 1926 blieb die Organisation der Hauptwerkstatt unverändert; auch der Personalstand ist derselbe geblieben seit Ende des Vorjahres. Mehr und mehr macht sich jedoch die Verringerung des Personalstandes gegenüber der Vorkriegszeit, ebenso wie das Altern der seit 1914 nur unwesentlich erneuerten maschinellen Anlagen bemerkbar.

29. Stempelungen. Stempelungsarbeiten an Stimmgabeln, Hefnerlampen und magnetischen Materialien lagen ungefähr in dem Umfange vor wie in den letzten vergangenen Jahren.

30. Herstellung von Apparaten usw. An größeren Arbeiten wurden u. a. vollendet:

1 Wolframofen nach Pirani.
1 Schalttafel für die Uhrenanlage des Laboratoriums für Feinmechanik und Akustik.
15 Abstandsringe für Etalons.
1 Kontakteinrichtung mit rotierendem Kontaktgeber und zwischen 1 und 5 Kontakten wählbarer Kontaktzahl pro Umdrehung für stroboskopische Messungen.
1 Vorgelege für Oszillographen.
1 Entmagnetisierungsapparat.
1 Salpeterapparat zur Thermometerprüfung.
2 Prismentische mit verschiedenen Feinjustiermöglichkeiten.
2 Belastungswiderstände für hohe Belastung.
1 rotierender, verstellbarer Sektor.
1 Schutzringkondensator mit Untersatz.

In Angriff genommen wurden u. a.:

1 Druckapparat für hohe Temperaturen zum Abschmelzen von Quarzthermometern.
1 Vakuumspektrograph (mechanische Teile).
1 Vakuumbogenlampe.
4 Kurbelwiderstandskästen (fast fertiggestellt).
1 Registriereinrichtung für Höhenstrahlungsmeßgerät.

Außerdem wurden verschiedene Teilungen ausgeführt, Endmaße angefertigt, an einem Photometer eine Indexfeinbewegung angebracht, ein Heiztransformator und ein Winkelmeßgerät (vgl. Nr. 24) gebaut. Auch im Berichtsjahre war die Hauptwerkstatt häufig mit Hilfsarbeiten zu Apparaten und Einrichtungen und mit Verbesserungen an Maschinen verschiedener Laboratorien beschäftigt. Ebenfalls lagen Reparaturen wieder in größerer Zahl vor.

Eingehendere Erwähnung erheischen auch die Arbeiten an dem Schutzringkondensator (vgl. Nr. 86*d*). Da dieser Kondensator hinsichtlich der Einhaltung der vorgeschriebenen Maße das Äußerste verlangte, was mechanisch mit den besten Maschinen erreicht werden kann, stellten die einzelnen Arbeitsgänge in Anbetracht der veralteten Werkstatteinrichtungen Aufgaben, deren Lösung erst nach wiederholten Versuchen in befriedigendem Maße gelang. Der Flächenschliff konnte auf rein mechanischem Wege über alle Erwartungen gefördert werden mit einer nur behelfsmäßigen Einrichtung, die sich aber gut bewährt hat.

Ähnliche Aufgaben stellte die Bearbeitung des schweren Bronzegußkörpers für den Druckapparat für hohe Temperaturen.

Besonders in Anspruch genommen wurde die Hauptwerkstatt auch als Beratungsstelle in Material- und Bearbeitungsfragen, wie überhaupt in technischen Dingen.

Die Klempnerei war dauernd über die Leistungsfähigkeit, die Tischlerei zeitweise, immer aber sehr stark mit Aufträgen beschäftigt. In der Tischlerei wurde Entlastung durch Aufstellung einer kombinierten Hobel- und Abrichtemaschine geschaffen.

---

[1]) Göpel, Keil.

Abteilung I.

Unterabteilung Ia.

31. Allgemeine Angelegenheiten des Maß- und Gewichtswesens[1].

Außer der Bearbeitung der laufenden, die Maß- und Gewichtsordnung betreffenden Fragen wurden folgende Arbeiten zum Abschluß gebracht:

a) Zwei Verordnungen betreffend Übergangsbestimmungen für die Neueichung von Meßgeräten, die den geltenden Bestimmungen nicht mehr entsprechen, wohl aber nach den vorher geltenden Vorschriften zulässig waren, Reichsgesetzbl. 1926 I S. 486 und 491.

32. Eichgebührenordnung[2].

b) eine Verordnung betreffend Änderung der Gebühren für Fässer (§ 2 III Ziffer 1 der Eichgebührenordnung vom 24. Mai 1924), Reichsgesetzbl. 1926 I S. 100.

33. Eichordnung[3].

c) Eine Verordnung betreffend Änderungen und Ergänzungen der allgemeinen Eichvorschriften und der Abschnitte II (Flüssigkeitsmaße), VI (Waagen) und VIII (Gasmesser) der Eichordnung, Reichsgesetzbl. 1926 I S. 483.

34. Maß- und Gewichtsrecht[4].

45 OLG.-, 2 LG.-, 22 AG.-Urteile wurden kritisch bearbeitet. Zum Abdruck in den „Mitteilungen kamen 5 OLG.-, 1 LG.-, 4 AG.-Urteile. Weitere 10 OLG.-Urteile wurden in der Jurist. Wochenschr. besprochen. Sonderdrucke der Urteile und Besprechungen wurden in mehreren Tausend Stück an die Aufsichtsbehörden geliefert.

a) Rechtsprechung.

b) Sonstiges.

Entscheidungen über Fragen des Maß- und Gewichtsrechts innerhalb der Eichverwaltung ergaben sich aus dem verschiedenen Auftreten von Meßgeräten mit nicht deutschem Eichstempel im öffentlichen Verkehr der Grenzgebiete des Reichs.

35. Eichstatistik[4].

Auf die Veröffentlichung des statistischen Materials von 1912 bis 1923 wurde wegen der Lückenhaftigkeit und Unsicherheit der Zahlen, besonders über die Gebühren infolge der Inflation verzichtet.

Das Material für 1924 ist bearbeitet und druckfertig für die „Mitteilungen" abgeliefert.

Das Verzeichnis der Eichbehörden ist fertig und im Druck erschienen. Verlag Deutsches Reichsgesetzbuch Berlin W 9.

Laboratorium Ib.

36. Prüfungen und Beglaubigungen[5].

Es wurden geprüft und beglaubigt:

180 rechteckige Parallelendmaße ersten Ranges (darunter 4 lange von 200 bis 500 mm),
45 zylindrische Endmaße verschiedener Art,
60 Endmeter (Stahl, mit schneidenförmigen Enden),
5 Strichmeter ersten Ranges (mit Ausdehnung),
9 Strichmeter (Stahl, Messing) geringerer Güte,
3 Skalen verschiedener Länge (Glas, Invar),
5 Strichmaße (Stahl, Neusilber) unter 1 m,
7 Strichmaße (Stahl) über 1 m,
6 Meßkeile (Stahl),
7 Bandmaße (Stahl, Invar) zu 20 m,
2 Bandmaße (Stahl, Invar) zu 50 m,
10 Bandmaße (Bronze) zu 20, 25 und 100 m,
3 Meßlupeneinsätze,
2 Blutkörperchenzählkammern,
2 Schwingungsringe,
1 Trägheitszylinder,
1 Planimeter,
1 Stoffmeßmaschine (100 m),
65 Meßgeräte verschiedener Art für das Reichsschiffsvermessungsamt,
170 Meßgeräte verschiedener Art für die Zollverwaltung,

zusammen 584 Gegenstände.

[1]) Kösters, Thomas, Kreuter. [2]) Drewitz.
[3]) Thomas, Schönherr, Weymann. [4]) Drewitz.
[5]) Langbein, Lanzrath, Kreuter, Lampe, Neumann, Weber.

37. Potsdamer 4-m-Stab[1]. Die Neubestimmung des 4-m-Normals aus Platin-Iridium vom Brunnerschen Basismeßapparat des Geodätischen Instituts zu Potsdam ist im wesentlichen erledigt und hat sowohl hinsichtlich der Gesamtlänge wie der Ausdehnung gute Übereinstimmung mit den alten Werten ergeben.

38. 4-m-Normal aus Stahl[1]. Auch das 4-m-Normal aus Stahl, das bei diesen Messungen als Zwischennormal gedient hat und zu diesem Zweck einer Neubestimmung hinsichtlich seiner Gesamtlänge sowie der Hilfsteilungen unterworfen worden ist, hat sich als praktisch unverändert erwiesen.

39. Längenmeßmaschinen[2]. An Stoffmeßmaschinen für den Kleinhandel wurden drei weitere Modelle probeweise zugelassen und 116 Exemplare probeweise geeicht.

40. Ledermeßmaschine[3]. Eine neue Ledermeßmaschine wurde in 4 Exemplaren zur probeweisen Eichung zugelassen.

41. Interferenzlängenmessungen[4]. Durch die Inbetriebnahme des neuen Interferenzkomparators (Absolut-Inko) der Firma Carl Zeiss konnten die laufenden Prüfungen auf Endmaße bis zu 200 mm Länge in direktem Wellenlängenvergleich ausgedehnt werden. Die Michelsonsche Doppelplatte des Inkos wurde durch eine

a) Interferenzkomparator. einzelne unversilberte, schwach keilförmige Trennungsplatte ersetzt, deren Keilkante so lag, daß das von der zweiten Platte reflektierte, nicht benutzte Licht seitlich aus dem Strahlengang geworfen wird. Bei der Verwendung einer solchen keilförmigen Platte ohne Kompensation verschiebt und dreht sich die durch sie abgebildete Referenzebene um geringe Beträge beim Wechsel der Wellenlänge. Hierdurch ändert sich im allgemeinen die Richtung und Breite der Streifen. Man kann nun die Lage und Größe des Keiles zwischen Referenzebene und Endmaßfläche so wählen, daß die Richtung und Breite der Streifen sich beim Farbenwechsel nicht ändert. Es tritt also eine Art Achromatisierung der Streifen auf, die bei der Beobachtung sehr bequem ist, außerdem wird Licht gespart.

Die Temperaturempfindlichkeit der Interferenzstreifenlage bei zunehmender Länge der Endmaße machte den Einbau einer besonderen aufklappbaren Temperaturschutzeinrichtung für die Endmaße notwendig. Bei der Temperaturbestimmung selbst hat sich das früher verwendete Kupfer-Konstantan-Thermoelement in Verbindung mit dem Zeiss-Schleifengalvanometer sehr bewährt. Die eine Lötstelle wird in der Mitte des Endmaßes angeklemmt, die andere befindet sich zusammen mit dem Quecksilbergefäß eines guten Thermometers in einer Bohrung des für die Aufstellung der Endmaße dienenden schweren Messingtisches des Inkos, also an der für Temperatureinstrahlung empfindlichsten Stelle. In stabiler Lage der Galvanometerschleife und mit 160facher Vergrößerung lassen sich durch Kommutieren des Stromes Temperaturdifferenzen der beiden Lötstellen mit einer Genauigkeit von einigen wenigen Tausendstel Grad mit Sicherheit feststellen. In Zukunft wird für die feinsten Messungen, insbesondere für den Meteranschluß das Quecksilberthermometer durch ein Platinthermometer ersetzt werden.

b) Anschubflächen. Die für die Interferenzmessung benötigte Quarzplatte, an die die Endmaße angesprengt oder angeschoben werden, wurde des öfteren durch ebene Stahlplatten mit gleicher Oberflächenbeschaffenheit wie die der Meßflächen der betreffenden Endmaße ersetzt. Die Interferenzmessung ergibt dann sofort die definitionsmäßige Endmaßlänge (weiteres siehe unter *f*). Diese Stahlplatten im Format 40 : 35 : 12 mm sind als notwendige Bestandteile eines erstklassigen Endmaßsatzes zu betrachten, gestatten aber nicht die sichere Beurteilung des vollkommenen Anschubes der Endmaße. Falls Quarzplatten zur Messung verwandt werden, ist die untere Fläche der Quarzplatte durch Abdecken mit schwarzem Zaponlack oder Mattieren optisch unwirksam zu machen, da sonst je nach der Stellung der Referenzebene des Inkos zu den Flächen der Quarzplatte Streifenverschiebungen bzw. Meßfehler bis zu einer halben Streifenbreite, also etwa 0,13 μ insbesondere bei sehr interferenzfähigen Lichtstrahlen auftreten.

c) Wellenlängennormalen. Genaue Untersuchungen der bisher benutzten 6 Heliumlinien ergaben, daß nur die Linien 6678, 5016, 4922, 4713 und 4472 für Messungen bis zu 40 mm Länge brauchbar sind und die Linie 5876 wegen ihrer Triplettfeinstruktur für Längen über 10 mm ungeeignet ist. Bei der Linie 4472, die der gleichen Serie wie 5876 angehört, konnte ein störender Einfluß auf die Messungen nicht beobachtet werden.

[1]) Lanzrath, Neumann. [2]) Langbein, Lanzrath. [3]) Langbein.
[4]) Kösters, Lampe, Weber.

Die Hg-Linien sind wegen ihrer vielen Trabanten für Absolutmessungen gleichfalls unbrauchbar.

Trotz der großen Interferenzfähigkeit der roten und gelben Neonlinien können diese zu Interferenzmessungen mit großem Gangunterschied nicht verwendet werden, da bei allen diesen Neonlinien, insbesondere bei end-on-Stellung der Spektralröhre, eine asymmetrische Selbstumkehr mit einem Fabry-Perot-Interferometer festgestellt wurde, nachdem bereits vorher die Messungen mit dem Inko eine Abhängigkeit der Lage der Interferenzstreifen von der Stellung der Spektralröhre und der relativen Lage der Referenzebene zu den beiden Endmaßflächen beobachtet war. Nach gleichzeitig ausgeführten Untersuchungen von G. Hansen in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (siehe Nr. 2) haben alle diese Neonlinien einen Trabanten, durch den die Asymmetrie hervorgerufen wird und der bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes getrennt werden konnte. Nur die helle grüne Neonlinie 5401 ist für derartige Messungen brauchbar, obwohl auch sie einen, wenn auch nur lichtschwachen Trabanten aufweist. Diese Linie läßt sich schon mit der geringen Dispersion des Inko monochromatisch mit großer Lichtstärke isolieren und ist daher für die Interferenzlängenmessungen als Wellenlängennormale gut geeignet.

Die im Vergleich zu den Neonlinien doppelt so große Interferenzfähigkeit der Kryptonlinien konnte mit der vorhandenen Dispersion des Inko nur bei der gelben Linie 5871 verwendet werden. Bei der grünen Linie 5570 stört die Linie 5562, die nur mit größerer Dispersion von der anderen genügend getrennt werden kann. Eine lichtschwache gelbgrüne Linie, die sehr scharfe Interferenzstreifen ergibt, läßt sich vorläufig wegen der noch unbekannten Wellenlänge nicht benutzen. Die Schwierigkeiten der Beschaffung guter Kryptonröhren ist behoben, da die Firma R. Goetze, Leipzig, sehr brauchbare Röhren in den Handel bringt.

d) Wellenlängenmessungen.

Vorläufige Messungen mit dem Inko unter Benutzung eines Endmaßes von 100 mm Länge also mit einem Gangunterschied von 2×100 mm, ergaben relativ zur roten Kadmiumlinie für 760 mm Luftdruck, 20° C und 10 mm Feuchtigkeit folgende Wellenlängen:

Rote Kadmiumlinie	λ 6438,5033	Å.-E.
Grüne Kadmiumlinie	λ 5085,8490	„
Gelbe Kryptonlinie	λ 5870,9464	„
Grüne Neonlinie	λ 5400,5919	„

oder reduziert auf 760 mm Luftdruck, 15° C und trockene Luft, zusammengestellt mit anderweitigen Messungen:

Linie:	PTR (Absolutinko)	Pérard (1923) Michelson-Inkerferometer	Bureau of Standards (1921/22) mit Etalon	Buisson u. Fabry (1913) mit Etalon
Rote Kadmium	6438,4696 Å. E.	,4696	,4696	,4696
Grüne Kadmium	5085,8222 „	,8220	,8230	,8236
Gelbe Kryphon	5870,9156 „	,9154	,9137	,9172
Grüne Neon	5400,5635 „	—	,562	—

Diese Messungen, die visuell gemacht werden und im Vergleich zu den photographischen Messungen mit Etalons von den Erscheinungen des Phasensprunges vollkommen frei sind, werden wegen ihrer grundlegenden Bedeutung fortgesetzt. Die Vorzüge des für den Meteranschluß vorgesehenen Prinzips der Verwendung von unveränderlichen Etalons, nämlich von Endmaßen, machten sich schon bei diesen Messungen angenehm bemerkbar. Die endgültigen Ergebnisse dieser relativen Bestimmungen von besonders für Interferenzlängenmessungen geeigneten Wellenlängennormalen sollen später veröffentlicht werden.

e) Meteranschluß.

Der für den Meteranschluß bestimmte Doppel-Interferenzkomparator wurde bei der Firma Carl Zeiss in Auftrag gegeben. Die bei den laufenden interferometrischen Messungen gesammelten Erfahrungen wurden bei der Konstruktion des Apparates verwertet. Der sehr wertvolle Apparat soll später auch zur Prüfung von Endmaßen größter Länge verwendet werden, anderseits kann er zu rein wissenschaftlichen Untersuchungen, z. B. Feinstrukturen, Wellenlängenmessungen usw. benutzt werden. Er ist für visuelle und photographische Beobachtungen eingerichtet.

f) Anschubkorrektion. Die Untersuchungen über die Anschubkorrektion, d. h. über die Differenz der optisch gemessenen Länge eines Endmaßes, einerseits wenn es auf einer Quarz-, anderseits auf einer Stahlfläche angeschoben ist, und über die Zwischenschichten zwischen zwei aneinandergesprengten Endmaßen wurden fortgesetzt. Bei genauer Beobachtung der Erscheinungen unter Benutzung verschiedener Flächen im Interferenzkomparator ergab sich folgendes: Die Dicke der fraglichen Zwischenschichten wurde in Übereinstimmung mit Versuchen in Teddington bei normalen Verhältnissen kleiner als 0,01 μ gefunden. Gewisse Beobachtungen beim Ansprengen von hochglanzpolierten Maßen lassen darauf schließen, daß die mehr oder weniger vorhandenen Adhäsionsschichten der Stahloberfläche bzw. die Zwischenschichten durch die auftretenden Molekularkräfte des Stahles beim Ansprengen in die Poren des Stahles verdrängt werden. Die Anschubkorrektion setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

1. Aus dem optischen Phasensprung, der für die Reflexion an einer Stahlfläche je nach der Güte der optischen Politur um 0,02 μ schwankend gefunden wurde, so daß die Reflexionsfläche um den genannten Betrag unter der mechanischen Oberfläche des Stahles liegt. Das Ergebnis steht in Übereinstimmung mit den vor kurzem veröffentlichten Messungen von Pfestorf. Da die genaue Kenntnis der Schwankungen des optischen Phasensprunges für den Meteranschluß notwendig ist, sollen durch die Abteilung IVa nach der Drudeschen Methode Messungen der optischen Konstanten ν und $\varkappa$ verschiedener Endmaßflächen ausgeführt werden.

2. Aus dem „Eindringen" des Lichtes in die mehr oder weniger rauhe Fläche des Stahles. Für die Strichpolitur der Johansson-Maße beträgt diese Rauhigkeitskomponente etwa 0,04 bis 0,08 μ. Bei modernen hochglanzpolierten Maßflächen geht diese Komponente, wie zu erwarten, auf 0,00 μ hinunter, und es tritt

3. eine Kompression der obersten Molekülschichten der Maßflächen beim „Ansprengen der hochpolierten Maße" hinzu. Diese Komponente bewirkt, daß die gesamte Anschubkorrektion bis auf etwa 0,01 μ, höchstens auf 0,00 μ herabsinken kann, also unter den Wert des rein optischen Phasensprunges.

Eine Untersuchung der Anschiebegenauigkeit von hochpolierten Endmaßen ergab, daß die Schwankungen der Endmaßlänge bei wiederholtem Ansprengen, d. h. molekularem Kontakt der gut gereinigten Meßflächen, unter normalen Verhältnissen nur wenige Tausendstel μ betragen. Es konnte festgestellt werden, daß nur die optisch polierten Maße bei staubfreiem Aufsetzen sofort anspringen, wenn man sie durch leichte klingende Schläge erschüttert, und dann sehr fest haften. Feuchtigkeitsschichten (bei sehr feuchter Atmosphäre) und die Verwendung unsauberer Putztücher (Rückstände des Waschmittels usw.) hindern das Anspringen. Durch Abwaschen mit rückstandfreiem Leichtbenzin läßt sich eine derartige anormale Wasserhaut, die die Länge des Maßes um mehrere Hundertstel μ vergrößern kann, vorübergehend beseitigen.

Die Bestimmung der Anschubkorrektion kann auf zwei Arten erfolgen. Entweder wird eine Messung des Endmaßes auf einer der vorher genannten Normalstahlplatten mit gleicher Oberflächenpolitur ausgeführt oder auf die zu bestimmende Endmaßfläche wird ein kleines, kurzes zylindrisches Endmaß mit Strich- bzw. hochglanzpolierten Meßflächen aufgeschoben und dessen Länge gemessen. Bei beiden Methoden ergibt sich die gesuchte Korrektion als Differenz der so gemessenen Stahllänge des Endmaßes bzw. des Zylinders zu der gleichzeitig nebenher gemessenen Quarzlänge. Die erste Methode ist die einfachere, setzt aber eine vollkommen zur Endmaßfläche identische Oberflächenpolitur der Stahlplatte voraus. Bei der zweiten Methode ist man von den feinsten Variationen der Oberflächenpolitur der Zylinder praktisch unabhängig; sie ermöglicht eine individuelle Bestimmung der Anschubkorrektion für jede beliebige Stelle der Endmaßfläche.

g) Endmaßdefinition. Auf Grund der vorstehenden Untersuchung wurde dem Normenausschuß der deutschen Industrie folgende Definition der Endmaßlänge vorgeschlagen:

Als Länge eines Endmaßes mit den parallelen ebenen Meßflächen A und A' gilt der Abstand der einen Fläche A von einer an der zweiten Fläche A' ohne Zwischenmittel, z. B. Fett, festgehaltenen, d. h. entweder „angesprengten" oder „mit der ganzen Meßfläche vollkommen angeschobenen" ebenen Fläche B eines Körpers aus gleichem Werkstoff und mit gleicher Oberflächenbearbeitung. Diese Definition entspricht dem Meßdruck Null.

Unter „angesprengt" wird das durch Molekularkräfte des Werkstoffes selbst hervorgerufene Festhaften, unter „angeschoben" die vollkommenste, d. h. engste mechanische Berührung ohne solche Molekularkräfte verstanden.

42. Typographische Maße[1]. Die Anforderungen an die Beschaffenheit von typographischen Endmaßen wurden denen für Parallelendmaße des Genauigkeitsgrades II (Dinorm 861) gleichgestellt.

43. Länge des amerikanischen Yards[1]. Aus einem Schriftwechsel mit dem Bureau of Standards folgt, daß das amerikanische Yard aus dem Meter gemäß der Beziehung

$$1 \text{ Yard} = \frac{3600}{3937} \text{ Meter}$$

laut Mendenhall Order vom Jahre 1893 abzuleiten ist. Dies entspricht einer Länge des amerikanischen Zolls von 25,400 050 8 mm.

Den Feinmessungen (Interferenzmessungen usw.) des Bureau of Standards und denen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt liegt diese Beziehung zugrunde. Die Justiertemperatur der amerikanischen Längenmaße beträgt 20° C.

44. Prüfung von Quarzzylindern[1]. Für die Neubestimmung der Lichtgeschwindigkeit seitens der Abteilung IIb (Nr. 86) wurden vorläufig 9 Quarzzylinder von 5, 10 und 15 mm Höhe gemessen. Die Längenbestimmungen erfolgten nach Ansprengen der Zylinder auf Quarzplatten mit dem alten und neuen Interferenzkomparator. Den Messungen konnte eine garantierte Fehlergrenze von 0,02 μ gegeben werden.

45. Prüfungen von Endmaßen[2]. Die Zahl der in diesem Jahre zur Prüfung eingereichten Endmaße (180 Parallelendmaße, 45 zylindrische Endmaße) hat im Verhältnis zum Vorjahre wesentlich abgenommen. Es ist dies zurückzuführen auf die ständig zunehmende Verwendung des Inko durch die Werkzeugfabriken. Die Endmaßgruppe war in der Lage, mit ihren Erfahrungen einzelnen Firmen bei ihren Interferenzmessungen beratend zur Seite zu stehen. Es wurde so Zeit gewonnen, die interferometrischen Meßmethoden auch im Hinblick auf den in Ausführung begriffenen Meteranschluß weiter zu entwickeln. Das Versuchsmaterial wurde von den verschiedenen Endmaßfabriken in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt. Im Berichtsjahre konnte eine Nachmessung des 103teiligen Normalsatzes von der Firma Werner, des älteren Normalsatzes Johansson und eines Teiles des Normalsatzes des Laboratoriums für Feinmechanik und Akustik durchgeführt werden. Für optimetrische und auch interferometrische Vergleichsmessungen wurde der Normalsatz Werner durch 16 weitere Endmaße bis zum 200-mm-Endmaß ergänzt. Des weiteren konnte ein 32teiliger Satz von Hindersin, Grahlmann & Co. erworben werden.

46. Lange Endmaße[1]. Um auch bei langen Endmaßen mit größeren Gestaltsfehlern eine sichere Bestimmung ihrer definitionsmäßigen Länge zu ermöglichen, wurde eine Autokollimationseinrichtung für die Justierung der Endmaße und Kontrolle ihrer Lage während der Messung mit dem großen Komparator geschaffen. Für schnelle Vergleichungsmessungen bis zu 500 mm Länge wurde ein zweites Vertikaloptimeter mit verlängerter Säule angeschafft.

Laboratorium Ic[3].

47. Handelswaagen. Die Neubearbeitung der die Allgemeinen Bestimmungen und die Vorschriften für die gleicharmigen Balkenwaagen und Tafelwaagen umfassenden Abschnitte der Instruktion VI wurde zu Ende geführt; die Vorschriften für die Eichung der Schaltgewichtswaagen wurden festgestellt. Die Veröffentlichung dieser Vorschriften sowie einer Reihe von Ergänzungen der Eichordnung, die sich bei der Neubearbeitung der Instruktion als erforderlich erwiesen, erfolgte nach Genehmigung durch die Vollversammlung der Abteilung I. Die Vorschriften für die Untersuchung von Gleiswaagen ohne Gleisunterbrechung auf Durchbiegung von Brücke und Hebeln wurden weiter ausgestaltet. Hierbei handelte es sich im besonderen um die Berücksichtigung des Einflusses des Achsstandes und der Achsenzahl des Belastungsfahrzeuges und der Stützweite der Brücke. Systemprüfungen neuer Arten von Schaltgewichtswaagen sowie von Fuhrwerks- und Gleiswaagen mit neuen Hebelanordnungen wurden fortgeführt. Auf dem Gebiete der Waagen mit Neigungsgewichtseinrichtung wurde eine An-

[1]) Kösters, Lampe, Weber. [2]) Lampe, Weber.
[3]) Zingler (bis 31. Juli), Schönherr, Kornatz, Blum.

zahl Bauarten endgültig zur Eichung zugelassen. Die bildlichen Darstellungen und die zugehörige Beschreibung und Erläuterung wurde durch Veröffentlichung der bis zum 31. Oktober 1926 zugelassenen Waagen ergänzt. Eine Anzahl weiterer Bauarten wurde untersucht und z. T. probeweise zur Eichung zugelassen. Die Vorschriften über die Eichung der Waagen mit Neigungsgewichtseinrichtung wurde entsprechend der weiteren Entwicklung abgeändert und ergänzt.

48. Waagen für besondere Zwecke. Die Greiferwaagen mit Seilzugausgleich, die für die Übernahme von Schiffslasten wichtig sind, erfordern, wie aus Versuchen an Probewaagen hervorgeht, eine besondere Regelung. Die laufenden Systemprüfungen selbsttätiger Balkenwaagen erstrecken sich sowohl auf Waagen zur Betriebskontrolle, für die infolge der Rationalisierungsbestrebungen der Wirtschaft ein ständig steigender Bedarf hervortritt, wie auf solche zur Herstellung von Packungen. Hier bewegt sich die Entwicklung in der Richtung auf die Erweiterung des Wägebereichs der einzelnen Waage einerseits und ihrer Verwendbarkeit für verschiedenartige Stoffe andererseits.

49. Prüfungsmittel. Der Meßapparat der Firma J. J. Fuchs in Bernburg zur unmittelbaren Ablesung der Einteilungsfehler der Kerbenteilung von Laufgewichtsbalken wurde auf Grund von Versuchen, für deren Durchführung die Eichungsdirektion Berlin einen wissenschaftlichen Hilfsarbeiter[1]) acht Monate lang zur Verfügung stellte, weiter vervollkommnet. Es konnten nunmehr 100 Stück dieser Apparate nach Prüfung und Beglaubigung an die Eichämter abgegeben werden.

Zur Untersuchung festaufgestellter Probewaagen, zur Besichtigung von Werkstätten und Eichämtern waren, neben den Besichtigungen in Großberlin, mehrere Dienstreisen erforderlich.

Im übrigen wird auf die der Vollversammlung vorgelegten Denkschriften und Mitteilungen im Geschäftsbericht Bezug genommen.

Laboratorium 1d[2]).

Für die Reichsanstalt:

50. Laufende Prüfungen. Hauptsächlichste Prüfungen und Beglaubigungen:

1 Normal-Gewichtssatz, 0,5 mg bis 500 g („Kupfer 576“),
6 Empfindlichkeitssätze, 0,1 bis 1,0 mg,
8 Normal-Bruchgramme,
15 Normalgewichte aus Eisen, 1 bis 10 kg;

Für Behörden:

1 Trägheits-Zylinder für Magnete,
1 Normal-Gewichtssatz, 0,5 mg bis 50 kg für die Münze in Berlin,
4 Hauptnormale-Gewichtssätze 0,5 mg bis 20 kg der Eichungs-Aufsichtsbehörden für Berlin, Ostpreußen, Schleswig-Holstein und Oldenburg, und
8 zugehörige Hilfssätze,
28 Garnwaagen für Zollämter,
31 zugehörige Gewichtssätze;

Für Private:

1 Zucker-Normalgewichtssatz,
1 Getreideprober zu 1 l,
2 analytische Einzelgewichte zu 100 g,
2 Arbeits-(Werkstatt-)Normale zu 1 kg,
2 Trägheitsringe für Magnete,
3 Getreideprober zu 20 l (auswärts),
7 desgl. zu $^1/_4$ l,
40 analytische Gewichtssätze, 1 mg bis 50 (200) g.

---

[1]) Padelt. [2]) Schultze; Lenk; zeitweilig Burmester.

Laboratorium Ie.

Geprüft wurden:

51. Laufende Prüfungen von Aräometern[1].

12 Normale der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (Sätze Greiner I, II, Nr. 67 bis 102),
24 Normale deutscher Eichbehörden (Sätze Geißler I, IX, X und Fleischhauer, Nr. 3 bis 18),
86 Normale ausländischer Eichbehörden (vgl. Geschäftsbericht von 1925), verfert. von W. Klein, Charlottenburg,
18 Arbeitsnormale der Fabrikanten (Alkoholometer und Saccharimeter),
12 Alkoholometer für die Reichsmonopolverwaltung,
7 verschiedene Aräometer (für Seewasser, für Milch, für Mineralöle),

zusammen 159 Apparate.

Die 12 Normale der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt und die 24 Normale der Eichbehörden sind überwiegend in den Jahren 1890 bis 1892 zum erstenmal geprüft worden. Für die Normale der Eichbehörden wurde früher eine Genauigkeit von 0,0001 der Dichte in den Fehlertafeln für ausreichend erachtet. Nach der Instruktion VII von 1908 sind aber Angaben auf 0,00001 der Dichte erforderlich. Um diesen Anforderungen zu genügen, sind zunächst die Fehler aller für Mineralöle zu benutzenden Normale der Aräometer durch Fundamentalversuche, bei denen die Dichte hydrostatisch auf 0,00001 sicher bestimmbar ist, von neuem ermittelt worden. Die umfangreiche Arbeit wird erst im Jahre 1927 beendet werden.

Folgende Glasgeräte wurden geprüft und beglaubigt:

52. Laufende Prüfungen von anderen Glasgeräten[2].

23 verschiedene chemische Meßgeräte (Kolben, Pipetten, Essigprober, Pyknometer, Dilatometer),
23 Pyknometerröhrchen für Butyrometeruntersuchungen und Rahmprüfer,
5 Gasbüretten (darunter 4 Mikroazotometer nach Prof. Pregl),
6 medizinische Spritzen,
135 Kapillarmischpipetten für Blutuntersuchungen,
39 Büretten mit selbsttätiger Nullpunktseinstellung für die Untersuchungen auf dem Vermessungsschiff Meteor der Deutschen Atlantischen Expedition,

zusammen 231 Geräte.

Die Butyrometer wurden mit Xylol ausgewogen, einer Flüssigkeit, welche in dem engen, flachen Maßraum einen guten Meniskus gibt und Unregelmäßigkeiten des Maßraumes sofort erkennen läßt. Die Preglschen Azotometer machen eingehende Untersuchungen über das Volumen der Menisken von Quecksilber, Wasser und Kalilauge in engen Röhren erforderlich, um die Fehler dieser Instrumente bis auf 2 cmm sicher ermitteln zu können.

Die Prüfung der medizinischen Spritzen ist durch Untersuchungen über den dichten Abschluß des Kolbens unter Druck zu ergänzen. Mit den erforderlichen Vorarbeiten und Verhandlungen ist begonnen worden.

Für die Blutmischpipetten ist eine schnellere Prüfungsmethode erforderlich. Versuche, den für diese Prüfungen bisher benutzten Apparat zu verbessern, sind im Gange.

53. Zuckerdichtetafel[3].

Auf Wunsch des Instituts für Gärungsgewerbe ist die in Bd. II der Wissenschaftlichen Abhandlungen enthaltene Ausdehnungstabelle der Zuckerlösungen für die Temperaturen 60 bis 75° rechnerisch ergänzt worden. Es ist beabsichtigt, die Zuverlässigkeit der Extrapolation durch neue Versuche über die Ausdehnung von Zuckerlösungen zu ergänzen. Dabei sollen in einem elektrisch regulierten Heizbade erwärmte Dilatometer benutzt werden.

54. Untersuchungen über die Wulsthöhe am Aräometer[4].

Die Aräometer werden in Deutschland im allgemeinen im Spiegel der Flüssigkeit abgelesen. Ausgenommen sind Aräometer für undurchsichtige Flüssigkeiten (z. B. Teeröle, Milch, Bier). In vielen außerdeutschen Ländern, besonders in Österreich und in den Nachfolgestaaten werden die Spindeln

[1]) Bein, Hartmann, Hoffmann, bis 30. Juni 1926 Mentzel.
[2]) Roerdansz, Hoffmann
[3]) Hartmann. [4]) Bein.

am oberen Wulstrand abgelesen. Die Instrumente und die zu ihrer Prüfung in den ausländischen Eichbehörden erforderlichen Normale werden aber überwiegend in Deutschland hergestellt und untersucht. Für den Übergang von der einen Ablesung zur anderen ist die Kenntnis der Wulsthöhe nötig, die nur durch Versuche ermittelt werden kann. Die bisherigen Versuche waren nicht nur unzulänglich, sondern gaben auch viel zu kleine Werte, wie der Vergleich mit der aus der Gaußschen Kapillargleichung abgeleiteten Langbergschen Näherungsformel (*Pogg. Ann.* **106**. *S. 299. 1859.*) zeigte.

Die gefundenen Abweichungen ließen auf systematische Fehlerquellen bei diesen scheinbar so einfachen Beobachtungen schließen. Für richtige Beobachtungen ist erforderlich,

1. daß die in die Flüssigkeit eintauchenden Röhren oder Stäbe, an denen die Wulsthöhe gemessen wird, aus möglichst frischem, unverwittertem Glas bestehen;

2. daß diese Stäbe auch beim Eintauchen in scheinbar gut benetzende Flüssigkeiten unmittelbar vorher in Chromschwefelsäure gereinigt werden;

3. daß die Flüssigkeitsoberfläche bei wasserhaltigen Flüssigkeiten durch wiederholtes Überfließen von der auf ihr schwimmenden Fetthaut von molekularer Dicke befreit wird;

4. daß Lösungen, wie Zuckerlösungen, durch Aufkochen und Überfließen von suspendierten Kolloidsubstanzen befreit werden;

5. daß der Wulstrand scharf zu sehen ist und nur von vorn abgelesen wird. Bisher wurde stets der Wulst von hinten beleuchtet, und man beobachtete das Schattenbild des Wulstes und sein Spiegelbild.

Bei den neuen Versuchen wurden, soweit möglich, mit Quecksilber halb gefüllte Röhren verschiedenen Durchmessers benutzt. Stand die Flüssigkeit am Quecksilber und empfing sie seitliches Licht vom Fenster, so sah man im Kathetometer ein Spiegelbild des Fensterkreuzes im scharf abgegrenzten Wulst. Die so gefundenen Wulsthöhen sind um 0,1 bis 0,2 mm (beim Wasser) höher als die Schattenbilder. Bei letzteren ist die am prismatischen Wulst eintretende Brechung bisher vernachlässigt worden.

Die Wulsthöhe (Wulst und Spiegelbild) wurde für 13 Durchmesser bestimmt; außerdem (mit Beleuchtung von vorn) die Wulsthöhe h_0 an einer ebenen Platte (Mikroskopdeckglas). Der Wert von h_0 wurde verglichen mit dem Wert $a = \sqrt{2\alpha}$, der sich aus der Kapillarkonstante α berechnet. α wurde aus dem maximalen Wulstgewicht (*Zeitschr. f. Instrkde.* **44**. *S. 77. 1924*) an einem dünnen Metallring abgeleitet. Für Flüssigkeiten, bei denen Tropfen über den Wulstrand emporsteigen (Mischungen von Wasser mit Glyzerin oder Alkohol) stimmen h_0 und a überein. Bei allen übrigen ist h_0 kleiner als a. Aus dem Verhältnis h_0/a ist der Randwinkel ϑ zu berechnen. Er hat bei Wasser und vielen Ölen Werte von 10 bis 14°. Bei Anilin beträgt er 40°, bei Formamid 17°. Wasser als Beispiel der Beobachtungen:

$$h_0 = 3{,}80\,, \quad a = 3{,}86 \text{ mm}; \qquad \vartheta = 12°.$$

D	18,73	8,82	8,15	7,10	6,04	5,01	3,94	3,10	2,95	2,27	2,06	1,56	1,19 mm
h_{beob}	3,31	3,08	3,02	2,92	2,78	2,62	2,45	2,23	2,21	1,98	1,87	1,65	1,42 mm
h_{ber}	3,31	3,07	3,02	2,92	2,79	2,64	2,44	2,24	2,20	1,97	1,85	1,64	1,42 mm

Untersucht wurden außerdem 40%ige Zuckerlösung ($h_0 = 3{,}52$), Milch (2,90), Tetralin (2,68), Dekalin (2,66), Steinkohlenteeröl (2,60; Dichte 1,065), Xylol (2,56). Bei diesen Flüssigkeiten stimmen beobachtete und berechnete Werte innerhalb 0,03 mm überein. Etwas größere Abweichungen ergeben Paraffinöl (2,65), Schmieröl (2,65; Dichte 0,922), Braunkohlenteeröl (2,59; 0,907), Formamid (3,10; 1,141), 11%iger Alkohol (3,12), 32%iger Alkohol (2,75), 42%ige Glyzerin-Wassermischung (3,48; 1,105), Mischung von Glyzerin der Dichte 1,23 mit 62%igem Spiritus (2,50; 0,990). Bis zu Werten der Krümmung $\varrho = (h_0/2D)$ von 0,3 gilt streng die Langbergsche Formel $\mathfrak{h} = \sqrt{1+\varrho^2} - \varrho$; $h = a\mathfrak{h}$. Für Werte von ϱ, größer als 0,3, ist das beobachtete h stets größer als das nach Langberg berechnete. Der Wert $\lambda = h_{beob}/h_{ber}$ ändert sich linear mit ϱ. Den ϱ-Werten 0,5, 0,7, 0,9, 1,1, 1,3 entsprechen die λ-Werte 1,027, 1,075, 1,123, 1,171, 1,219. Die oben als h_{ber} angegebenen Werte sind nach diesen einfachen Beziehungen berechnet.

Daß λ größer als 1 ist, widerspricht der Gaußschen Grundgleichung der Kapillarität. Die Langbergsche Formel ist aus dieser Gleichung als Näherung abgeleitet. Diese Näherung sollte obere Grenzwerte geben. Danach hat es den Anschein, daß diese Grundgleichung für starke Krümmungen nicht richtig ist. Diese schwerwiegende Folgerung aus den Versuchen über Wulsthöhen soll durch weitere Versuche gestützt werden. Dazu ist vielleicht ausreichend, daß man die Höhen von Quecksilbertropfen (die Entfernung der Kuppe vom Bauch) für Tropfen verschiedensten Durchmessers untersucht.

Aus dem ganzen Beobachtungsmaterial berechnet sich die folgende Schlußtabelle 2.

Wulsthöhe h in Abhängigkeit 1. von der Kapillarkonstante $\alpha = \frac{a^2}{2}$ der Flüssigkeit, in welche das Aräometer taucht; 2. von der Dicke D des Aräometerstengels.

Tabelle 2. (α in mm^2, D in mm, h in mm.)

D \ α	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
2	1,37	1,45	1,52	1,58	1,63	1,68	1,72	1,76	1,80	1,84	1,87
3	1,56	1,66	1,75	1,83	1,90	1,97	2,03	2,09	2,15	2,20	2,24
4	1,70	1,81	1,92	2,01	2,09	2,17	2,24	2,30	2,37	2,43	2,48
5	1,79	1,92	2,04	2,14	2,23	2,32	2,40	2,47	2,54	2,61	2,67
6	1,86	2,00	2,13	2,24	2,34	2,44	2,53	2,61	2,68	2,75	2,82
7	1,91	2,06	2,19	2,32	2,43	2,53	2,62	2,71	2,79	2,87	2,95
8	1,94	2,10	2,24	2,37	2,49	2,60	2,70	2,79	2,88	2,97	3,05

Laboratorium If.

55. Zulassung von Gasmessern zur Eichung (Systemprüfung)[1].

Es wurden zugelassen 18 Sonderkonstruktionen von Gasmessern, sowie in 25 Fällen neue Typen von Gasmessern mit heraufgesetzter Leistungsfähigkeit („Hochleistungsgasmesser").

56. Vorschriften, betreffend Gasmesser[2].

Weitere Arbeiten betrafen eine Reihe von Entscheidungen auf Grund der bestehenden Vorschriften, ferner Änderungen der Eichordnung und der Instruktionen, und zwar im besonderen eine Änderung der für die zulässigen Gattungen von Gasmessern geltenden Unterscheidungen und die Herabsetzung der Eichfehlergrenze von 2% auf 1% für nasse Großgasmesser (§§ 124, 126, 129 der Eichordnung; *Mitteilungen 1926, Nr. 3*), die Erlassung einer vorläufigen Instruktion für die Prüfung nasser Großgasmesser (Instruktion VIII), eine Neuregelung bezüglich der für das J und das V von „Hochleistungsgasmessern" zugelassenen Werte und des bei „Hochleistungsgasmessern" anzuwendenden Prüfungsverfahrens (Nr. 2c, 7b, 8a, 8b und 9b der Instruktion VIII; *Mitteilungen 1926, Nr. 4*), sowie eine Änderung in den Festsetzungen der für gewöhnliche trockene Gasmesser zulässigen Werte des J (Nr. 2c der Instruktion VIII, *Mitteilungen 1926, Nr. 1*).

57. Vorschriften betreffend Flüssigkeitsmeßgeräte[3].

Auf dem Gebiete der Flüssigkeitsmeßgeräte wurde der dringlichste Teil der Umgestaltung der Vorschriften durchgeführt: Die §§ 40, 41 und 42 der Eichordnung, die in einigen Punkten grundsätzliche Änderungen erfuhren, wurden in neuer Fassung veröffentlicht; kleinere Änderungen und Ergänzungen erhielten die §§ 44 und 46 der Eichordnung. Außerdem wurden Teile der Instruktion II (Nr. 1, 15d, 16c, 16e und 18e) abgeändert.

58. Systemprüfungen und Probezulassungen[3].

Im übrigen standen die System- und Konstruktionsprüfungen von Meßwerkzeugen für Mineralöle sowie die Ausarbeitung und Durchführung der für die praktische Erprobung und ihre Überwachung erforderlichen Maßnahmen wieder an erster Stelle. Die Zahl der Eingänge auf diesem Gebiete stieg weiter. Probeweise zugelassen wurden 39 neue Bauarten.

59. Richtigkeitsprüfungen[3].

Hinsichtlich der auf Antrag auszuführenden Richtigkeitsprüfungen ist seit dem vorigen Jahre eine wesentliche Entlastung durch Übernahme der Beglaubigungsprüfungen der Scheibenmesser für Benzin seitens der Eichungsdirektion Berlin ermöglicht worden.

---

[1]) Weymann, Mentzel. [2]) Weymann.
[3]) Thomas, Zipler.

Es wurden geprüft:

4 Wassermesser,
13 Scheibenmesser für Gasöl,
1 Scheibenmesser für Spindelöl,
2 gläserne Eichkolben.

60. Fässer[1]. Bestimmungen, betreffend Anpassung der Gebühren für die Beglaubigung von Fischversandgefäßen an die neuen Faßeichgebühren wurden entworfen.

Eine Regelung der Zulassung metallener Bierfässer aus nichtrostendem Stahl wurde eingeleitet.

61. Flaschen[2]. Die Einberufung des Arbeitsausschusses für Flaschennormung ist nach Erledigung der Vorarbeiten und der Aufstellung des Planes für den Februar 1927 vorgesehen.

Abteilung II.

Unterabteilung IIa.

62. Widerstand von Metallen, im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums[3]. Die früheren Messungen an Einkristallen aus Gold und Zink wurden fortgesetzt und auf Einkristalle und polykristalline Drähte aus Kadmium sowie auf polykristalline Drähte aus Platin, Eisen, Nickel und Silber ausgedehnt. Bei den Einkristallen wurde besonderes Gewicht darauf gelegt, daß sie nach der Herstellung nicht gebogen wurden; es ergab sich aber, daß kleine Biegungen keinen wesentlichen Einfluß auf den Widerstand des Einkristalls bei der Temperatur des flüssigen Heliums haben. Die Messungen wurden bis zu etwa 1,3° abs., entsprechend einem Heliumdruck von etwa 2 mm Quecksilber, durchgeführt und durch solche bei den Temperaturen des flüssigen Wasserstoffs und der flüssigen Luft sowie bei 0° C ergänzt. Da sich aus den Messungen im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums der durch die Verunreinigungen bedingte Restwiderstand beim absoluten Nullpunkt verhältnismäßig sicher ableiten läßt, so konnte, indem man diesen Restwiderstand mit Nernst als additive, von der Temperatur unabhängige Größe auffaßte, die Temperaturwiderstandskurve für ideal reines Material ermittelt werden.

Das Hauptergebnis der Untersuchungen, die publiziert sind (Anhang, Nr. 65 und 67), war folgendes: Weder große Reinheit noch der gleichförmigste Kristallzustand ermöglichen bei den untersuchten Metallen in Temperaturen bis herab zu 1,3° abs. den Eintritt der Supraleitfähigkeit. Zieht man die im Leidener Laboratorium angestellten Messungen hinzu, so tritt im Gegenteil bei Kadmium Supraleitfähigkeit durch kleine Beimengungen von Blei auf. Aller Wahrscheinlichkeit nach werden also nicht alle Metalle supraleitend, sondern nur eine bestimmte Gruppe von Metallen.

Die Tatsache, daß Legierungen supraleitend werden, erschwert die von Einstein angeregte experimentelle Entscheidung der Frage, ob an der Verschmelzungsstelle zweier Supraleiter Widerstand zufolge Abreißens der den Strom führenden Elektronenketten auftritt.

Zur Klärung der Frage nach dem Wesen des Stroms in Supraleitern wurde versucht festzustellen, ob derselbe Diskontinuitäten aufweist, was der Fall sein müßte, falls er aus einzelnen Elektronenketten besteht. Es wären dann, wie Kretschmann zeigte, in Supraleitern kontinuierliche Ströme unterhalb einer gewissen, unter Kretschmanns Annahmen etwa bei $3 \cdot 10^{-4}$ A liegenden Grenze nicht möglich. Bei den üblichen Widerstandsmeßanordnungen mit Galvanometer können sich solche Diskontinuitäten, auch falls sie vorhanden sind, nicht bemerkbar machen, da die einzelnen Stromstöße schnell aufeinanderfolgen. Es wurden daher zum Studium des Effektes Anordnungen mit Elektronenrohrverstärkern herangezogen. Bis jetzt konnte ein Diskontinuitätseffekt nicht festgestellt werden.

63. Thermoelektrische Kräfte, im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums[3]. In der Nähe des absoluten Nullpunkts müssen nach dem Nernstschen Wärmetheorem die thermoelektrischen Kräfte von der Temperatur unabhängig werden. In theoretischer und praktischer Hinsicht von Interesse ist es, wie weit dies schon im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums, also etwa zwischen 4,2 und 1,3° abs., der Fall ist. Würden z. B. in einem aus zwei Supraleitern ge-

[1]) Drewitz. [2]) Kösters, Drewitz.
[3]) Meißner.

bildeten Differentialthermoelement, dessen beide Lötstellen sich auf verschiedenen, jedoch unterhalb des Sprungpunktes liegenden Temperaturen befinden, noch Thermokräfte, wenn auch nur sehr kleine, auftreten, so böte sich prinzipiell die Möglichkeit, unter Verwendung sehr starker Ströme in den widerstandslosen Supraleitern mit Hilfe des Peltier-Effektes zu noch tieferen Temperaturen, als sie durch Abpumpen des Heliumdampfes erzielbar sind, herabzusteigen. Andererseits wären Legierungen, die noch genügend große Veränderungen der Thermokraft im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums ergeben, wichtig für die Temperaturmessung.

Die experimentelle Untersuchung ergab bisher folgendes:

Die Thermokraft von Differential-Thermoelementen aus Kupfer-Zinn-Kupfer und Kupfer-Blei-Kupfer ist zwischen 4,2 und 1,3° abs. verschwindend klein, soweit die Meßgenauigkeit es beurteilen läßt. Die letztere wird herabgesetzt dadurch, daß in den herausführenden Kupferdrähten wegen der nicht ganz vermeidbaren Inhomogenitäten schwankende Thermokräfte auftreten. Es wird versucht werden, diese Störungen noch herabzusetzen. Bis jetzt hat es den Anschein, daß auch beim Durchschreiten des Sprungpunktes von Zinn keine Änderung der Thermokraft auftritt.

Thermoelemente aus Konstantan-Kupfer und Manganin-Kupfer hatten noch gut meßbare Änderungen der Thermokraft zwischen 4,2 und 1,3° abs. Für 2 solche Thermoelemente ergeben sich folgende Thermokräfte, falls die Nebenlötstellen die Temperatur 0° C hatten:

T	1,39	1,68	4,20	20,38	20,42	82,48	90,09	273,20° abs.
Cu-Ko	—	6,2653	6,2643	6,2072	—	—	5,3252	$0 \cdot 10^{-3}$ Volt
Mang.-Ko	5,7102	—	5,7063	—	5,6477	4,9627	—	$0 \cdot 10^{-3}$ Volt

Weitere Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium sind im Bericht der Abteilung IIIa mitgeteilt.

64. Untersuchungen an Metallkristallen[1]).

Der Versuch, bei einigen sehr reinen Metallproben (Al, Cu, Fe), die nur in geringer Menge zur Verfügung standen, durch Rekristallisation nach vorausgegangener Reckung Einkristalle zu züchten, führte bisher zu keinem befriedigenden Ergebnis. Anscheinend ist der hohe Reinheitsgrad diesem Verfahren nicht günstig. Bei gleicher Behandlung wuchsen in unreinem Aluminium viel größere Kristalle, als in reinem.

a) Herstellung neuer Kristalle.

b) Elektrischer Widerstand.

Teils an Ein-, teils an Vielkristallen wurden während des Berichtsjahrs zahlreiche Widerstandsmessungen in tiefer Temperatur gemacht, von denen Tabelle 3 eine kleine Auswahl gibt. Die hier aufgeführten Metallproben interessieren durch ihren hohen Reinheitsgrad, der durch das kleine Widerstandsverhältnis ϱ_t / ϱ_0 bei — 252,8° C charakterisiert wird. Die während der letzten Jahre gemachten Fortschritte in der Reindarstellung von Al, Mg, W und Rh sind bedeutend. Sehr auffallend ist jedoch, daß das in natürlichen Kristallen am Lake Superior sich findende Cu einen so vollkommenen Reinheitsgrad besitzt, wie er im Laboratorium bisher noch nicht erreicht wird. Die Verfestigung dieses Kupfers durch Hämmern erzeugt einen Zusatzwiderstand, der bei — 252,8° besonders stark hervortritt. Er fügt sich der Matthiessenschen Regel schlecht, während diese in vielen anderen Fällen, besonders auch bei unversehrten Goldeinkristallstäben, gut stimmend gefunden wurde. (Siehe Tabelle 3, S. 236.)

c) Wärmeleitung.

Die Frage, ob der metallische Einkristall in tiefer Temperatur die Wärme wesentlich besser leitet als der Vielkristall, wurde im vorjährigen Bericht bejaht. Doch haben sehr umfangreiche Versuche, hauptsächlich mit Kupfersorten verschiedenster Reinheit, Korngröße und Verformung gezeigt, daß die Wärmeleitung λ gut leitender Metalle in tiefer Temperatur viel mehr durch den Reinheitsgrad und den Grad der Verfestigung, als durch die Korngröße bedingt wird, so daß z. B. der bei 20° abs. hohe W.-L.-Wert des von Schott und auch in der Reichsanstalt untersuchten natürlichen Kupferkristalls zum wesentlichsten Teil eine Folge seiner großen, durch den kleinen elektrischen Widerstand bewiesenen Reinheit und nicht der Korngröße ist. Durch Verfestigung sinkt λ bei 20° abs. auf den dritten Teil, nach Temperung steigt es etwa auf den alten Wert.

[1]) Grüneisen, Goens.

Tabelle 3. El. Widerstandsverhältnis ϱ_t/ϱ_0 einiger reiner Metalle.

Herkunft	Bearbeitung und Wärmebehandlung	$t=-252{,}8$	$-192{,}0$	$-183{,}0°$
Gold, aus Schmelze gezogener Kristallstab	unbehandelt	0,0059	0,2307	0,2685
Aluminium (Al. Co. of Am.)	aus Gußstück gesägt; $2^1/_2$ Stdn. bei 300° C im Vak. getempert	0,0074	0,1146	0,1487
Magnesium (I. G. Farbenind. A.-G.)	Draht, 3 Stdn. bei 300° C im Vak. getempert	0,0107	—	0,1905
Wolfram (Philips' Glühlamp.-Fabr.)	aus Gasphase gewachsener Krist.	0,00107	0,1305	0,1687
Rhodium (W. C. Heraeus A.-G.)	gewalzt, 10 Min. bei 1030° C geglüht	0,00344	0,1214	0,1593
Kupfer (Schott), natürl. Kristall (Lake Superior)	gedreht, $4^1/_2$ Stdn. bei 380° C im Vakuum getempert	0,00082[1])	0,1416	0,1803
Kupfer I (Johnsen), natürl. Kristall (Lake Superior)	gedreht, 20 Stdn. bei 380° im Vakuum getempert	0,00080	—	(0,1802)
desgl.	gehämmert, ungetempert	0,00900	0,1544	0,1936
desgl.	gehämmert, 3 Std. bei 380° C im Vakuum getempert	0,00107	—	0,1812
Kupfer II (Johnsen), aus natürl. gediegenem Block herausgemeißelt (ursprünglich Kristall?)	gesägter Streifen, ungetempert	0,0122	—	0,2033
desgl.	derselbe, 20 Stdn. bei 380° im Vakuum getempert	0,00172	—	—
desgl.	derselbe, zum Stäbchen gehämmert	0,0140	0,1588	0,1977
desgl.	derselbe, wieder 3 Std. getempert	0,00206	—	0,1826
Kupfer, reinstes elektrolyt.	bei 380° C $4^1/_2$ Stdn. getempert	0,00247	0,1452	0,1841

Auch für Gold wurde gefunden, daß fehlerfreie Einkristalle größter Reinheit selbst durch starke Verformung keine sicher nachweisbare Herabsetzung ihres W.-L. bei 20° abs. erleiden, falls die Verfestigung durch $5^1/_2$ stündige Temperung bei 380° C aufgehoben wird.

Andererseits hat ein künstlich hergestellter, von Dr. Hausser zur Verfügung gestellter, sicher einwandfreier Kupfer-Einkristall ein sehr mäßiges W.-L., das zweifellos durch die nach seinem elektrischen Widerstand anzunehmende Verunreinigung bedingt ist.

Während bekanntlich nach Matthiessens Regel der spez. el. Widerstand ϱ reiner Metalle durch Verunreinigung oder Verfestigung eine in erster Näherung von der Temperatur unabhängige Vermehrung $\Delta\varrho$ erfährt, wächst der spez. Wärmewiderstand $1/\lambda = w$ gleichzeitig um einen Betrag Δw, der mit sinkender Temperatur stark wächst. Im großen und ganzen ist w bei einer gegebenen Temperatur eine lineare Funktion von ϱ, derart, daß in dem nicht realisierbaren Zustande verschwindenden el. Widerstandes noch ein restlicher Wärmewiderstand w_K vorhanden sein würde. Man hat also bei gegebener Temperatur für verschiedene Proben eines Metalls, mögen sie sich durch Reinheits- oder Verfestigungsgrad unterscheiden,

$$w = w_K + B\varrho\,, \qquad (\Delta w)_T = B\,(\Delta\varrho)_T\,.$$

Nun scheint es nach den bisher angestellten Versuchen, als sei B bei gegebener Temperatur für verschiedene Metalle nahe gleich (Ausnahme Fe, . . .). Da B, wie erwähnt, mit sinkender Temperatur stark zunimmt, schreibt man zweckmäßig:

$$w = w_K + \frac{\varrho}{Z\,T}\,, \qquad 1)$$

Für Cu, Au, Al, Pt wurde aus älteren Versuchen für $T = 291°$ abs. abgeleitet:

$$Z = 2{,}6 - 2{,}9 \cdot 10^{-8},$$

[1]) Vor dem Tempern 0,00115 (wie bei Schott u. Eucken, *Verh. d. D. Phys. Ges.* **18**. *S. 34. 1916*).

während die bisher bei $T = 20{,}4^0$ erprobten Metalle Cu und Al bei dieser Temperatur ergeben:

$$Z = 2{,}2 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{Watt} \cdot \text{Grad}^{-2}.$$

Diese Zahlen bleiben also auch in tiefer Temperatur der empirischen Konstanten des Gesetzes von Wiedemann-Franz-Lorenz nahe. Man gewinnt also das merkwürdige Ergebnis, daß der um w_K verminderte Wärmewiderstand dem W.-Fr.-L.schen Gesetz auch in tiefer Temperatur bis 20^0 abs annähernd folgt, während das für w bekanntlich keineswegs gilt.

Es zeigte sich, daß w_K mit T wächst, in welcher Weise steht noch nicht fest. Deshalb würde aus Gleichung 1) folgen, daß für Metalle, deren ϱ mit abnehmender Temperatur nicht verschwindet der Wärmewiderstand bei Annäherung an den absoluten Nullpunkt zunehmen müßte. In der Tat wurde für einen unreinen Al-Einkristall zwischen 90 und 20^0 abs. Anstieg des Wärmewiderstandes mit sinkendem T gefunden.

65. Permeabilität und Hysteresis ferromagnetischer Stoffe und Grundgleichungen für sie[1]).

In der Untersuchung, die veröffentlicht ist (Anh. Nr. 61), wird der Vorschlag gemacht, zur Ermittlung der Permeabilität bei Hochfrequenz den Widerstand ferromagnetischer Drähte in direkter Weise mittels der Wheatstoneschen Brücke unter Benutzung von Detektor und Gleichstrominstrument im Brückenzweig zu messen. Ferner wird darauf hingewiesen, daß es bei der Bestimmung der Hysteresis aus den bei sinoidaler Felderregung im Braunschen Rohr auftretenden Lissajousschen Figuren möglich ist, die durch Hysteresis bedingte Verzerrung der Kurven für sich zu ermitteln, indem man die Grundschwingung durch eine Siebkette unterdrückt. — Bei der Berechnung von Permeabilität und Hysteresis aus den experimentell gewonnenen Daten tritt die Schwierigkeit auf, daß man nicht, wie meist üblich, die Permeabilität konstant setzen darf, und daß es sogar nicht sicher ist, ob die 2. Maxwellsche Gleichung für Stoffe mit Hysteresis gilt.

Deshalb wird im letzten Teil der Untersuchung allgemein die Frage nach den Grundgleichungen für ferromagnetische Stoffe unter Berücksichtigung der „differentialen Hysteresiswärme", die bei jeder Magnetisierungsänderung $\geqq 0$ sein muß, behandelt. Aus dem Poyntingschen Satz, dem Energieprinzip und der 1. Maxwellschen Gleichung ergibt sich eine 2. elektromagnetische Grundgleichung, die mit der üblichen 2. Maxwellschen Gleichung in Widerspruch steht. Sollte letztere trotzdem für ferromagnetische Stoffe mit Hysteresis gültig sein, was experimentell z. B. durch ein von v. Laue vorgeschlagenes Experiment entscheidbar ist, so wäre daran zu denken, daß der Poyntingsche Satz im vorliegenden Fall versagt, was nach der Weißschen Theorie des Ferromagnetismus möglich erscheint. Es wäre dann, wie abgeleitet wird, an die Stelle des Poyntingschen Satzes eine andere Beziehung zu setzen, in der die differentiale Hysteresiswärme und die magnetische Energie, deren Abhängigkeit von der Feldstärke noch unbestimmt bleibt, auftreten.

66. Verbrennungswärme der Benzoesäure[2]).

Die Messungen über die Verbrennungswärme der Benzoesäure sind beendigt und sollen jetzt nach nochmaliger Durchrechnung veröffentlicht werden. Zur Untersuchung gelangten zwei Präparate von Benzoesäure, das eine vom Bureau of Standards in Washington, das nach den in Brüssel 1922 gefaßten Beschlüssen als eigentliche Standardsubstanz dienen soll, das andere von Kahlbaum, das auf Grund von Untersuchungen, die Prof. Verkade in Rotterdam angestellt hat, ebenfalls als Normalsubstanz zugelassen worden ist. Die beiden Präparate, mit denen je 9 Verbrennungen vorgenommen wurden, ergaben eine Übereinstimmung der Verbrennungswärmen von etwa ein Zehntausendstel. Bei den Messungen ist auch die Stromwärme berücksichtigt worden, welche in dem die Verbrennung einleitenden Stromdraht auftritt. Diese Stromwärme, welche bei unseren Messungen eine Korrektion von etwa 0,2 Promille erforderlich macht, ist zum erstenmal von Dickinson berücksichtigt worden; er hat sie kalorimetrisch gemessen, wobei er die Verbrennung des Eisendrahtes dadurch ausschloß, daß seine Erhitzung in einer Atmosphäre von Kohlensäure vorgenommen wurde. In der vorliegenden Untersuchung wurde die Zeitdauer bis zum Durchschmelzen des Eisendrahts unter Anwendung von Kondensatorentladungen gemessen, wobei unabhängig davon, ob sich der Draht in Stickstoff oder in Sauerstoff von 45 Atm. Druck befand, eine Zeitdauer von 0,03 Sek. bis zum Durchschmelzen gefunden wurde.

---

[1]) W. Jaeger, Meißner.
[1]) W. Jaeger, H. v. Steinwehr.
[2]) P. E. Verkade, *Zeitshr. f. phys. Chem.* **123**. *S. 275. 1926.*

Für die Anwendung des Newtonschen Gesetzes zur Berechnung des Wärmeaustauschs des Kalorimeters mit der Umgebung ist Voraussetzung, daß die mit dem Widerstandsthermometer gemessene Temperatur mit derjenigen der Oberfläche des Kalorimeters in Übereinstimmung ist. Es wurde daher während einer Temperaturänderung des Kalorimeters mit Hilfe eines Thermoelements der Unterschied zwischen verschiedenen Stellen des Kalorimeters und dem Platinthermometer ermittelt. Diese Messungen zeigten eine ausreichende Übereinstimmung der Temperaturen, so daß die Voraussetzungen des Newtonschen Gesetzes als erfüllt angesehen werden können. Im Berichtsjahr ist wieder von derselben Seite wie bisher ein Angriff auf die Messungen der Verbrennungswärme von Fischer und Wrede erfolgt[1]; man hat aber von einer Erwiderung hierauf abgesehen.

67. Untersuchungen über Gasentladungen[2]. a) Die Energieverteilung zwischen Anode und Kathode der Glimmentladung.

Da die Ansichten darüber geteilt waren, ob bei der Glimmentladung die Kationen auf die Kathode im wesentlichen mit einer Energie auftreffen, die dem gesamten durchlaufenen Kathodenfall entspricht, oder ob sie einen wesentlichen Teil dieser Energie durch Zusammenstöße mit den Gasmolekülen im Fallraum einbüßen, wurde die Frage durch Messung der Erwärmung der der Kathode in möglichst geringem Abstande planparallel gegenüberstehenden Anode geprüft, während die Temperatur der Kathode konstant gehalten wurde. Geben die Kationen einen merklichen Bruchteil ihrer Energie an das Gas im Fallraum ab, so muß ein Teil dieser Energie durch Leitung zur Anode gelangen. Es ergab sich beim normalen Kathodenfall, daß die durch Kationenstoß unmittelbar auf die Kathode übertragene Energie nur einen geringen Bruchteil der dem gesamten Kathodenfall entsprechenden ausmacht und daß der größte Teil dieser Energie primär an das Gas im Fallraum als Wärme abgegeben wird und erst sekundär durch Wärmeleitung an die Elektroden und zwar bei größerem Elektrodenabstande zu einem ganz überwiegenden Teile an die Kathode gelangt.

Ferner folgt aus der Verteilung der Wärme zwischen Anode und Kathode bei anomalem Kathodenfall und kleinst möglichem Elektrodenabstand, daß die Zahl der Kationen, die an der Kathode erforderlich sind, um im Mittel ein Elektron abzulösen, mit steigendem Kathodenfall schnell abnimmt. Bei einem Kathodenfall von 2280 Volt an Eisen, 1430 Volt an Aluminium und 1000 Volt an Magnesium ist gerade noch ein Kation nötig, um ein Elektron abzulösen. Die Versuche sind veröffentlicht (Anhang, Nr. 57).

b) Kathodenzerstäubung.

Nachdem durch die erste im vorjährigen Bericht erwähnte Untersuchung die Eigenschaften der elektrochemischen Zerstäubung gegen die der Stoßzerstäubung abgegrenzt waren, wurde die letztere an Silber für Wasserstoff näher untersucht. Dabei wurden zur Vermeidung von Randstörungen die Gefäßwände in größeren Abstand von den Elektroden gebracht und eine Art Schutzringmethode angewandt. Es ergab sich dann, daß die in der Amperestunde zerstäubende Silbermenge dem Elektrodenabstand genau umgekehrt proportional ist. Das heißt, es ist

$$Q = \frac{C}{d}, \qquad 1)$$

wenn Q die in der Amperestunde zerstäubende Silbermenge und d der Elektrodenabstand ist.

Hieraus folgt in Verbindung mit den übrigen Erscheinungen der Zerstäubung, daß das Wesen der normalen Kathodenzerstäubung eine Diffusion des durch den Aufprall der Kationen der Entladung auf die Kathode erzeugten Metallgases ist. Eine Überschlagsrechnung ergibt, daß bei den Versuchen der maximale Partialdruck des Silbergases unmittelbar über der Kathode 0,5 Promille des Wasserstoffdruckes betrug. Da die durch ein Gas diffundierende Menge eines zweiten Gases dem Druck des ersten Gases umgekehrt proportional ist, erweitert sich die Gl. 1) zu

$$Q = \frac{C}{d \cdot p}, \qquad 2)$$

wenn p der Wasserstoffdruck ist.

Von der von der Kathode verdampften Silbermenge diffundiert der weitaus größte Teil wieder zur Kathode zurück. Dieses kann nicht mehr der Fall sein, wenn als Kathode ein Draht verwandt wird, dessen Durchmesser der freien Weglänge der diffundierenden Atome vergleichbar ist.

---

[1]) P. E. Verkade, *Zeitschr. f. phys. Chem.* **123.** *S. 275. 1926.*

[2]) Güntherschulze.

Die Versuche ergeben in der Tat, daß die in der Amperestunde zerstäubende Menge mit abnehmendem Drahtdurchmesser sehr stark zunimmt.

Zwischen der Konstanten der Formel 2) und dem Kathodenfall V ergab sich Proportionalität, woraus das einfache Gesetz

$$Q = \frac{C \cdot V}{d \cdot p} \qquad 3)$$

folgt.

Durch das Gesetz 3) werden die Messungeu über Kathodenzerstäubung auf eine neue Grundlage gestellt. Es handelt sich nun darum, die Abhängigkeit der Konstanten C der Formel 3) von Kathodenmetall und Gasart zu ermitteln und die gefundenen Werte zu den Diffusionskonstanten der Metallgase in den Entladungsgasen, der Verdampfungswärme der Metalle und der Energie, mit der die Kationen auf die Kathode aufprallen, in Beziehung zu setzen.

Als Unterlage für diese Messungen wurde die Zerstäubung an 25 Metallen in Wasserstoff und zum Teil in Sauerstoff vorläufig festgelegt. Die Versuche sind veröffentlicht und werden fortgesetzt (Anhang 1, Nr. 61).

c) Normaler Kathodenfall.

Als weitere Vorbereitung für die genaue Messung des normalen Kathodenfalles in Abhängigkeit vom Kathodenmetall wurde untersucht, in welchem Maße der normale Kathodenfall an edleren Metallen durch ihre Verunreinigung mit unedleren verringert wird. Es ergab sich, daß der Zusatz von Tausendstel Gewichtsprozenten Alkali oder Erdalkali zu Quecksilber den normalen Kathodenfall an diesem bereits merklich herabsetzt und daß deshalb bei genauen Messungen über die Abhängigkeit des normalen Kathodenfalles vom Kathodenmetall äußerste Vorsicht geboten ist. Die Versuche sind veröffentlicht (Anhang, Nr. 59).

d) Pseudohochvakuum.

Es wurde ein neuer Effekt der anomalen Glimmentladung gefunden, der darin besteht, daß bei Annäherung der Anode an die Kathode die Spannung zwischen beiden unmittelbar vor ihrem durch zu große Elektrodennähe bedingten schnellen Anstieg stark abfällt. Die weitere Untersuchung der Erscheinung ergab als Ursache, daß die von der Kathode ausgehenden schnellen Primärelektronen bei genügender Nähe der Anode in der auf dieser befindlichen adsorbierten Gas- und Wasserdampfhaut mehr Ionen zu bilden vermögen, als wenn sie im freien Gas ionisieren müßten. Je mehr die Anode entgast wird, um so schwächer wird der Effekt, um so mehr also die Entladung erschwert. Demnach bietet dieser Effekt auch eine Erklärung für die von Janitzki[1]) beobachteten Erscheinungen des Pseudohochvakuums im erweiterten Sinne, wonach durch Entgasen der Anode die Stromstärke einer Entladung bei sehr geringem Gasdruck (Röntgenröhre) weitgehend verringert wird. Sie tritt damit als zweite Erklärung neben die früher gegebene, auf der Wirkung von Wandladungen beruhende, die bei größeren Gasdrucken vorzugsweise gilt, während die jetzt gegebene neben ihr bei sehr geringen Drucken eine wichtige Rolle spielt (Anhang, Nr. 60).

e) Der Gradient in der positiven Säule.

Es war bisher nicht gelungen, irgendwelche einfachen Gesetzmäßigkeiten für den Gradienten der positiven Säule der Glimmentladung zu finden, weil sich ganz allgemein aus Bequemlichkeitsgründen die Unsitte eingebürgert hatte, als Variable den Gasdruck, d. i. die auf den Quadratzentimeter Wandfläche vom Gase ausgeübte mechanische Kraft zu wählen, mit dem die Gasentladungen nichts zu tun haben, anstatt sie auf die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle zu beziehen. Es wurde deshalb die Abhängigkeit des Gradienten von den verschiedenen Variablen gemessen, indem der Druck nur als Hilfsvariable benutzt wurde, die zusammen mit der gleichzeitig ermittelten Temperatur des Gases zur Umrechnung auf die mittlere freie Weglänge diente. Es ergab sich, daß der Gradient von der Stromstärke der Glimmentladung vollständig unabhängig ist und daß seine Abhängigkeit vom Rohrdurchmesser r und der freien Weglänge l für Stickstoff und Wasserstoff bei der ungeschichteten Entladung sich durch die Formel

$$\text{grad} = C \cdot r^{-\frac{1}{3}} \cdot l^{-\frac{2}{3}}$$

darstellen läßt. Geht die ungeschichtete Entladung in die geschichtete über, so ändert sich die Konstante C etwas. Für Neon wurde gefunden

$$\text{grad} = C \cdot r^{-1} \cdot l^{0}$$

d. h. in reinem Neon ist der Gradient von der freien Weglänge (also auch vom Druck) unabhängig.

[1]) A. Janitzki, *Zeitschr. f. Physik* **11**. *S. 22. 1922*; **31**. *S. 227. 1925.*

Beide Formeln sind Spezialfälle der allgemeinen Formel

$$\text{grad} = C \cdot r^{-m} \cdot l^{-(m-1)},$$

die sich auch theoretisch mit Hilfe der von Ragnar Holm entwickelten Ähnlichkeitsgesetze ableiten läßt.

Die zu den Versuchen erforderlichen Glühkathodenröhren wurden teils durch Herrn Ewest von der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung, teils durch Herrn Germershausen von der Akkumulatorenfabrik A.-G. Oberschöneweide in dankenswerter Weise kostenlos zur Verfügung gestellt. Die Versuche werden veröffentlicht und sollen auf die übrigen Gase ausgedehnt werden.

f) Zündspannung der Glimmlichtgleichrichter. Wird ein Glimmlichtgleichrichter, der aus einer großen gewellten zylindrischen Eisenelektrode und einer kleinen in ihrer Mitte befindlichen Elektrode aus gleichem Material in einem Glasgefäß besteht, das mit reinem Helium von etwa 10 mm Druck gefüllt ist, einer Dauereinschaltung unterworfen, so ergeben sich für die Zündspannung des Gleichrichters die in der folgenden Tabelle 4 angegebenen Werte.

Tabelle 4.

Einschaltungsdauer Stunden	Zündspannung Volt	Brennspannung
0	192	194
8	182	184
71	206	184
150	260	184
200	330	184
440	340	184

Das anfängliche Sinken der Zündspannung erklärt sich zwanglos durch die Reinigung des Heliums infolge der Glimmentladung. Das dann folgende starke Ansteigen der Zündspannung ist eine noch aufzuklärende Erscheinung, die der Erschwerung der Zündung durch das Pseudohochvakuum ähnlich ist, aber weder durch Wandladungen erklärt werden kann, denn die große Elektrode umhüllt die kleine fast vollständig, noch auch durch den unter *d)* geschilderten neuen Effekt, denn dieser erhöht gerade die Brennspannung, die sich bei der hier in Frage stehenden Erscheinung nach Tabelle 4 nicht ändert.

Im letzten Jahre wurden untersucht:

68. Untersuchung neuer Gleichrichtertypen[1]. 1. Die Balkite-Gleichrichter der Fansteel Co., die in Amerika in großem Umfange als Gleichrichter für Radiobatterien verwandt werden. Die Balkite-Gleichrichter sind Elektrolytgleichrichter, die aus einer Tantal- und einer Bleielektrode in 25%iger Schwefelsäure bestehen, der 0,8% $FeSO_4 \cdot 7\,H_2O$ zugesetzt ist. Dieser Zusatz von Ferrosulfat ist die entscheidende Verbesserung, die den Gleichrichter dadurch lebensfähig macht, daß sie die Zerstörung des Tantals durch den sich sonst an ihm entwickelnden Wasserstoff verhindert. Der Wirkungsgrad eines Typus dieses Gleichrichters für 6 V und 2,5 A Gleichstrom betrug einschließlich der Transformatorenverluste usw. 30% und verschlechterte sich durch eine Dauereinschaltung von mehreren Hundert Betriebsstunden nicht merklich.

2. Der Elkon-Gleichrichter. Er beruht auf einem Prinzip, das bisher nur zur Gleichrichtung äußerst schwacher Hochfrequenzströme in den Kristalldetektoren verwandt wurde und neuerdings auf die Gleichrichtung größerer Ströme angewandt wird. Das gleichrichtende Ventil ist eine gepreßte Scheibe aus einer Mischung von Kupfersulfür und Zinksulfid, gegen die auf der einen Seite eine Kupferscheibe, auf der anderen eine Magnesiumscheibe unter kräftigem Druck gepreßt wird. Das von den Deutschen Telephonwerken zur Untersuchung zur Verfügung gestellte Exemplar lieferte 0,15 A Gleichstrom bei 6 V Spannung. Seine statische Charakteristik glich völlig der eines Kristalldetektors.

[1]) Güntherschulze.

Neuerdings scheinen mit diesem Prinzip große Verbesserungen erzielt worden zu sein, die seine Verwendung in großem Umfange erwarten lassen.

69. Elektrolytische Ventilwirkung[1]).

Silber zeigt in wäßrigen Lösungen von reinem Kalium-Silberzyanid eine ausgeprägte Elektronenventilwirkung von der gleichen Art wie Zink und Kadmium in Lösungen von K_2CO_3 oder Antimon und Wismut in den meisten Elektrolyten. Die Formierung setzt erst nach einer Latenszeit ein, die mit abnehmender Formierungsstromdichte zunimmt. Die Formierungsgeschwindigkeit ist der Stromdichte proportional, nimmt mit der Konzentration des Elektrolyten ab und ist von der Temperatur des Elektrolyten nur wenig abhängig. Die Funkenspannung liegt etwas niedriger als die des Tantals in gleichen Lösungen. Die Funken erzeugen ebenso wie beim Tantal Strahlen kleiner Gasperlen, die explosionsartig aus dem Funken herausgeschleudert werden. Wird die Silberanode dauernd an eine unter der Funkenspannung liegende Spannung gelegt, so sinkt der Strom asymptotisch auf sehr geringe Beträge, denen Widerstände von mehr als 10 Millionen Ω pro cm² Oberfläche entsprechen. Die elektrostatische Kapazität der die Ventilwirkung bedingenden Schicht ist sehr viel geringer als beim Tantal und infolge großer Energieverluste in ihr nicht genau meßbar. Bei Belastung mit Wechselstrom formiert sich eine Silberelektrode in Kalium-Silberzanidlösung nicht, eine mit Gleichspannung formierte verliert ihre Wirksamkeit sofort. Der Grund liegt darin, daß das anodisch gebildete Parazyansilber kathodisch wieder zu Silber reduziert wird.

70. Ammoniakbildung im Siemensrohr[2]).

Die Ammoniakbildung aus den Elementen im Siemensrohr zeigt gegenüber der Ozonbildung und anderen Reaktionen charakteristische Unterschiede, insbesondere erfolgt die Ammoniakbildung hauptsächlich an der Oberfläche, die Ozonbildung im Innern des Entladungsraumes, was u. a. daraus folgt, daß Vergrößerung der Dicke und damit des Volumens des Entladungsraumes die Ammoniakbildung kaum, die Ozonbildung stark vergrößert, dagegen Oberflächenvergrößerung durch Einlagen die Ammoniakbildung bedeutend erhöht, die Ozonbildung kaum beeinflußt. Ferner ist die Ammoniakbildung pro Coulomb exzeptionell klein, da die Zahl der Ionenstöße auf die Oberfläche klein ist gegen die Zahl der Ionenstöße im Innern. Diese Erscheinungen sind wahrscheinlich eine Folge der hohen Dissoziationswärme des Stickstoffs und der katalytischen Wirkung der Glasoberfläche indem die Ammoniakbildung bei Zimmertemperatur durch die Ionenstöße katalysiert wird. Das Optimum für die Ammoniakbildung lag bei diesen Versuchen zwischen 65 und 71 Proz. Stickstoff des Stickstoff-Wasserstoffgemisches. Die Untersuchung ist veröffentlicht (Anhang, Nr. 46).

(Fortsetzung folgt.)

Ein Beitrag zur Theorie des isochronischen Pendels.

Von

H. Bock in Hamburg.

Daß das in reibungslosem Gelenk hängende Pendel nicht isochronisch ist, und weite Schwingungen länger dauern als kurze, ist bekannt. Zur Bekämpfung dieser Störung wählt man die Schwungweite φ möglichst klein, weil dann der Wert von $\frac{dT}{d\varphi}$ selber abnimmt; eine Grenze findet dieses Hilfsmittel einmal in den konstruktiven Eigenheiten der Hemmung und dann in der mit abnehmender Amplitude wachsenden Empfindlichkeit gegen Erschütterungen. Die Konstanz der Schwungweite selbst ist aber ein unerreichbarer Idealzustand, der beim Halbsekundenpendel noch weniger realisierbar ist als beim normalen Sekundenpendel; die Gründe hierfür habe ich in Nr. 38 der Deutschen Uhrmacherzeitung, Jahrgang 1926, klarzulegen versucht.

Seit den empirischen Untersuchungen von Laugier und Winnerl vom Jahre 1845 weiß man, daß das Pendel durch „passende“ Wahl der Aufhängefedern ziemlich

[1]) Güntherschulze.

[2]) Warburg, Rump a. G.

genau isochronisch gemacht werden kann. Nach v. Niesiolowski-Gawin (Handbuch der Physik, Band II, Zeitmessung, C, D, H, Seite 183) betrug bei einem Pendel von 4 kg Linsengewicht und 3 mm Federlänge die Schwingungsdauer T bei $\bar{\varphi}^0$ Ausschlag:

$\bar{\varphi} =$	1^0	3^0	5^0
$T =$	1,01248	1,01249	1,01250

Sekunden Sternzeit. Das ist eine bemerkenswerte Leistung, denn ohne die ausgleichende Federwirkung müßten sich die Schwingungszeiten wie 1,000019 : 1,000171 : 1,000475 verhalten.

Was freilich unter einer passenden Feder zu verstehen ist, ist noch nicht in genügend allgemeiner Weise angegeben worden; im folgenden sollen einige Hinweise gegeben werden, die vielleicht als Grundlage einer allgemeineren Theorie dienen können.

a) Kinematik der isochronischen Schwingung.

Bekannt ist, daß die translatorische Schwingung einer Masse auf vorgeschriebener Schwerpunktsbahn dann und nur dann isochronisch ist (vergleiche meine Arbeit in

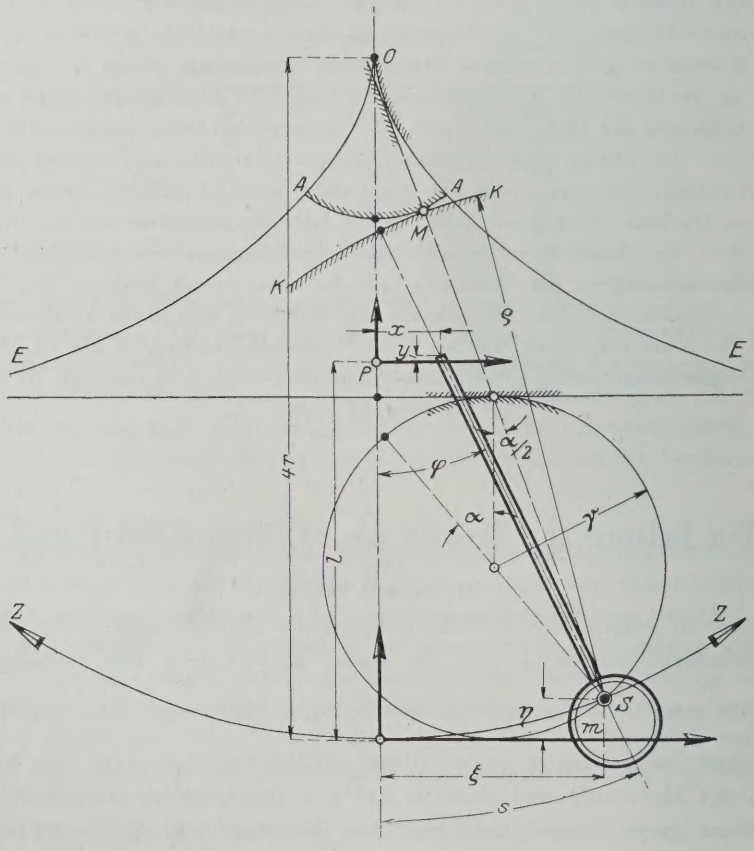


Abb. 1.

dieser Zeitschr. 38. S. 157—163. 1918), wenn das Kraftgesetz linear verläuft, das heißt, wenn die zurücktreibende Kraft überall der Auslenkung aus der Ruhelage proportional ist. Das ist z. B. der Fall bei reibungsloser Bewegung eines Massenpunktes auf der gemeinen Zykloide, deren Parametergleichung gemäß Abb. 1 lautet:

$$\xi = r \cdot (\alpha + \sin \alpha), \qquad 1)$$

$$\eta = r \cdot (1 - \cos \alpha). \qquad 2)$$

Der im Punkte α zurückgelegte Weg beträgt, von der Mitte aus gemessen:

$$s = 4 \cdot r \cdot \sin \frac{\alpha}{2}, \qquad 3)$$

und die die Masse m zurücktreibende Komponente der Schwere beziffert sich wegen $\frac{d\eta}{d\xi} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ auf $m \cdot g \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$, ist also zu s proportional, wodurch der Isochronismus der Schwingung sichergestellt ist. Er besteht aber auch dann noch, wenn die punktförmige Idealmasse zur Rollenform KK erweitert wird und auf einer Äquidistante AA zur Zykloide ZZ rollt, oder allgemeiner ausgedrückt, wenn die oszillierende Masse eine Rotation um ihren Schwerpunkt S vollzieht, deren Winkelweg φ jederzeit zu der vom Schwerpunkt zurückgelegten Bahnstrecke s proportional ist. Denn da der instantane Drehpunkt M hierbei stets die Entfernung ϱ vom Schwerpunkt hat, so gilt:

$$ds = \varrho \cdot d\varphi$$

beziehungsweise

$$s = \varrho \cdot \varphi \qquad 4)$$

bei passender Wahl der Grenzen. Dabei ist es natürlich gleichgültig, ob sich die Äquidistante oberhalb oder unterhalb der Schwerpunktsbahn befindet und ob sie epi- oder perizyklisch angerollt wird. Mit andern Worten: es kommt auf Drehungssinn oder -intensität nicht an (vergleiche meine oben zitierte Studie). — Abb. 1 zeigt also, daß die geforderte Pendelbewegung als Rollung eines um den Massenschwerpunkt S geschlagenen Kreises KK auf einer Äquidistanten AA zu der zykloidischen Schwerpunktsbahn ZZ aufgefaßt werden kann.

Die von der Amplitude unabhängige Schwingungsdauer dieser Bewegung läßt sich leicht angeben, etwa mit Hilfe des Energiesatzes. Sei L die gesamte kinetische Energie, i der dynamische, auf den Schwerpunkt bezogene Trägheitsradius der Masse m und φ der Gleichung 4) entsprechend gleich $\frac{s}{\varrho}$. Dann gilt:

$$L = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{i^2}{\varrho^2}\right). \qquad 5)$$

Mit Rücksicht auf den Wert der dirigierenden Kraft und auf 3) kommt:

$$\frac{dL}{dt} = m \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} \cdot \left(1 + \frac{i^2}{\varrho^2}\right) = -\, m \cdot g \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{s}{4r} \qquad 6)$$

oder:

$$\ddot{s} \cdot \left(1 + \frac{i^2}{\varrho^2}\right) + s \cdot \frac{g}{4r} = 0. \qquad 7)$$

Also beträgt die Schwingungsdauer, die Zeit zwischen zwei Umkehrungen der Bewegung:

$$T = \pi \cdot \sqrt{-\frac{s}{\ddot{s}}} = \frac{2\pi}{\varrho} \cdot \sqrt{\frac{\varrho^2 + i^2}{g}} \cdot r \text{ sek.} \qquad 8)$$

Man könnte auf den Gedanken kommen, ϱ von φ abhängig zu gestalten, etwa in der Form $s = f(\varphi)$; daß dann kein Isochronismus möglich ist, erhellt aus folgender Überlegung. Es wäre:

$$L = \frac{m}{2} \left(f'(\varphi) \cdot \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \frac{m}{2} \cdot i^2 \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2,$$

und daher:

$$\dot{L} = m \cdot \dot{\varphi} \cdot \ddot{\varphi} \left[(f'(\varphi))^2 + i^2\right] + m \dot{\varphi}^3 \cdot f'(\varphi) \cdot f''(\varphi).$$

Somit lautete die Bewegungsgleichung:

$$\dot{L} + K \cdot \dot{\varphi} = 0,$$

worin $K(\varphi)$ das dirigierende Moment ist. Diese Beziehung wird nur dann von $\dot{\varphi}$ und damit von der Amplitude unabhängig, wenn $f''(\varphi)$ verschwindet, d. h. wenn der Weg s eine lineare Funktion des Winkels φ ist, was bereits durch Gl. 4) zur Grundlage der weiteren Schlüsse gemacht worden ist.

Bezeichnet man die reduzierte Länge des Sekundenpendels mit l_0, so ist:

$$1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}}. \qquad 9)$$

Soll unser Pendel ebenfalls ein Sekundenpendel sein, so muß also nach 8) und 9) gelten:

$$r = \frac{l_0}{4} \cdot \frac{\varrho^2}{\varrho^2 + i^2}. \qquad 10)$$

Nun möge an der Masse m nach Abb. 1 eine Stange von der Länge l angebracht sein; ihre Drehung erfolgt bei Rechtsbewegung gegen den Uhrzeigersinn. Die Koordinaten x, y des oberen Stangenendes sind:

$$x = \xi - l \cdot \sin\varphi, \qquad 11)$$

$$y = \eta - l(1 - \cos\varphi), \qquad 12)$$

oder unter Bezug auf 1) und 2):

$$x = r(\alpha + \sin\alpha) - l \cdot \sin\varphi, \qquad 13)$$

$$y = r(1 - \cos\alpha) - l \cdot (1 - \cos\varphi). \qquad 14)$$

Zur Elimination von α verwenden wir Gl. 3), indem wir den Sinus wie auch alle später auftretenden goniometrischen Funktionen in Reihen bis zur 3. Potenz einschließlich entwickeln. Bei der Kleinheit von α und besonders von φ ist das zulässig. Es ergibt sich aus 3):

$$s = \varrho \cdot \varphi = 4r\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48}\right) \qquad 15)$$

Erste Näherung für α ist:

$$\alpha_0 = \frac{\varrho}{2r}\varphi,$$

also kommt:

$$\alpha = \frac{\varrho}{2r} \cdot \varphi + \frac{\alpha^3}{24} \sim \frac{\varrho}{2r} \cdot \varphi + \frac{\alpha_0^3}{24},$$

$$\alpha \sim \frac{\varrho}{2r} \cdot \varphi + \frac{\varrho^3}{192 \cdot r^3} \cdot \varphi^3. \qquad 16)$$

Die Einführung dieses Wertes in 1) und 2) bzw. 13) und 14) liefert:

$$\xi = \varrho \cdot \varphi - \frac{1}{96} \cdot \frac{\varrho^5}{r^2} \cdot \varphi^3, \qquad 17)$$

$$\eta = \frac{1}{8} \cdot \frac{\varrho^2}{r} \cdot \varphi^2, \qquad 18)$$

$$x = (\varrho - l) \cdot \varphi + \left(\frac{l}{6} - \frac{1}{96} \cdot \frac{\varrho^3}{r^2}\right) \cdot \varphi^3, \qquad 19)$$

$$y = \left(\frac{\varrho^2}{8r} - \frac{l}{2}\right) \cdot \varphi^2. \qquad 20)$$

Mit diesen Gleichungen ist die Bewegung der Pendelmasse präzisiert. Zur Kontrolle bilde man den Ausdruck $(\xi - x)^2 + (y - \eta + l)^2$, und man wird sehen, daß er von l^2 nur um die Größe $-\frac{l^2}{12}\cdot\varphi^4 + \frac{l^2}{36}\cdot\varphi^6$ abweicht.

Soll das obere Stangenende beim Ausschlag nach oben gehen, wie es die Praxis verlangt, so muß nach 20) $\varrho > 2\sqrt{r\cdot l}$ sein; geht diese Ungleichung im Grenzfalle in eine Gleichung über, so befindet sich das Stangenende in der Bahnmitte an einer Stelle, die mit der wagerechten Tangente eine Berührung höherer Ordnung besitzt. Dies ist auch aus folgender kinematischen Betrachtung ersichtlich.

In Abb. 1 ist EE die Evolute der zykloidischen Schwerpunktsbahn ZZ, die bekanntlich zu ZZ kongruent ist. Der in O befestigte gespannte Faden beschreibt bei seiner Aufwicklung auf die Wangen von EE einmal die Zykloide ZZ und weiter ihre Äquidistante AA, auf der sich der um den Schwerpunkt S geschlagene Rollkreis mit dem Radius ϱ bei der Bewegung abrollt; ein infinitesimales Stück von AA kann als Kreisbogen mit dem Mittelpunkt O angesehen werden. (Vgl. Abb. 2.) Der in der Entfernung l von S befindliche Punkt P ist das obere Stangenende in der Ruhelage, dessen Bahnkoordinaten durch die Gleichungen 19) und 20) gegeben sind.

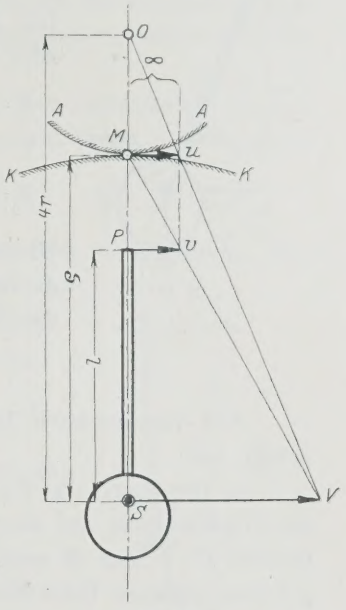


Abb. 2.

Befindet sich die Stange nach Abb. 2 in der Mittellage und hat S die instantane Geschwindigkeit V, so wandert der Momentanpol M mit der Wechselgeschwindigkeit u, während P, seinem Abstande von M entsprechend, die Geschwindigkeit v hat. Soll der Krümmungsmittelpunkt des von P beschriebenen Bahnelements im Unendlichen liegen, so muß $u = v$ sein, und aus ähnlichen Dreiecken folgt:

$$V : v = 4r : 4r - \varrho, \qquad 21)$$

$$V : v = \varrho : \varrho - l. \qquad 22)$$

Daher ist:

$$\varrho = 2\sqrt{r\cdot l}, \qquad 23)$$

d. h. wenn ϱ das geometrische Mittel zwischen $4r$ und l ist, so bleibt y in einem hinreichend kleinen Bereich Null. Soll aber die Bahn von P ihre konkave Seite nach oben kehren, so muß l kleiner sein, als 23) vorschreibt, damit der Krümmungsmittelpunkt nach oben fällt, in Übereinstimmung mit unserer früheren Behauptung.

b) Dynamische Betrachtung der Bewegung.

Wir setzen voraus, daß der Isochronismus erreicht sei und die Schwingung dementsprechend sinusförmig verlaufe. Dann ist, wenn $\overline{\varphi}$ die Amplitude bedeutet:

$$\varphi = \overline{\varphi}\cdot\sin\frac{t}{T}\pi, \qquad 24)$$

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{\pi^2}{T^2}\cdot(\overline{\varphi}^2 - \varphi^2), \qquad 25)$$

$$\ddot{\varphi} = -\frac{\pi^2}{T^2}\cdot\varphi. \qquad 26)$$

Hierin kann für $\frac{\pi^2}{T^2}$ nach der Beziehung $T = \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}}$ das Verhältnis $\frac{g}{l_0}$ gesetzt werden.

Abb. 3 bringt die jetzt an der Pendelstange angreifenden Kräfte zur Darstellung. Nach den Gleichungen 17) und 18) im Verein mit 25) und 26) ist:

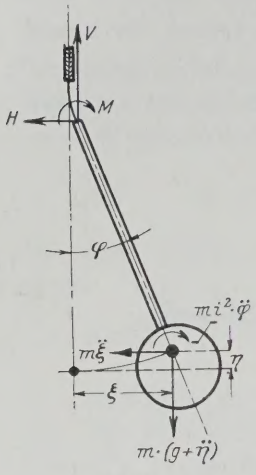


Abb. 3.

$$\ddot{\xi} = -\frac{g}{l_0} \cdot \varrho \cdot \left(1 + \frac{1}{16} \cdot \frac{\varrho^2}{r^2} \cdot \bar{\varphi}^2\right) \cdot \varphi + \frac{3}{32} \cdot \frac{g}{l_0} \cdot \frac{\varrho^3}{r^2} \cdot \varphi^3, \qquad 27)$$

$$\ddot{\eta} = \frac{1}{4} \frac{g}{l_0} \cdot \frac{\varrho^2}{r} (\bar{\varphi}^2 - 2\varphi^2). \qquad 28)$$

Die drei Gleichgewichtsbedingungen liefern für das System der Abb. 3 die Unbekannten H, V und M:

$$H = -m \cdot \ddot{\xi}, \qquad 29)$$

$$V = m \cdot (g + \ddot{\eta}), \qquad 30)$$

$$M = -m \cdot i^2 \ddot{\varphi} - m\,l\,(g + \ddot{\eta})\left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6}\right) - m \cdot l \cdot \ddot{\xi}\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right). \qquad 31)$$

Hierin wären $\ddot{\xi}$ und $\ddot{\eta}$ aus 27) und 28) einzusetzen. Damit sind die im isochronischen Falle an der Feder auftretenden Kräfte und das Einspannmoment festgelegt.

c) Das Verhalten der Feder.

Soll nun wirklich Isochronismus statthaben, so müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

1. Die durch die Beziehungen 29) bis 31) zum Ausdruck gebrachten Reaktionen des Pendelkörpers auf die Feder (die natürlich den in Abb. 3 zur Darstellung gelangten Größen H, V und M entgegenlaufen) müssen die durch die Gleichungen 19) und 20) gekennzeichneten Deformationen der Feder tatsächlich hervorbringen;

2. Soll der Isochronismus nicht durch die elastische Kraft der Feder gefährdet werden, so muß die Formenergie E der Feder für jedes φ zu φ^2 proportional sein: $E = k \cdot \varphi^2$. Dann ist nämlich das zusätzliche Direktionsmoment, das das Pendel durch die Feder erleidet, von der Größe:

$$\frac{dE}{d\varphi} = 2k \cdot \varphi. \qquad 32)$$

Die Formenergie der Feder beträgt.

$$E = \int_0^{\varphi} M \cdot d\varphi + \int_0^{\varphi} H \cdot dx - \int_0^{\varphi} V \cdot dy, \qquad 33)$$

ein Ausdruck, der mit Hilfe der Gleichungen 19), 20) und 29) bis 31) hingeschrieben werden kann. — Bei genügend schwerem Pendel und feiner Feder würde man eventuell nicht auf Erfüllung der Forderung 2 zu bestehen brauchen, weil der Einfluß der Feder ein verhältnismäßig kleiner ist;

3. müssen die sich gemäß Punkt 1 und 2 ergebenden Bedingungen $f_n = 0$ frei sein von der Amplitude $\bar{\varphi}$, da der Isochronismus in erster Linie Unabhängigkeit von $\bar{\varphi}$ verlangt. Also sollten die Beziehungen $f_n'(\bar{\varphi}) = 0$ identisch erfüllt sein. Ist das nicht zu erreichen, so würden sie als Bestimmungsgleichungen für ein bestimmtes $\bar{\varphi}$ zu gelten haben; wenn deren Befriedigung gelänge, so hätte man es mit oskulierendem Isochronismus zu tun, der bloß in einem hinreichend kleinen, um $\bar{\varphi}$ herum gelegenen Bereich bestünde. Denn in der Nachbarschaft der Nullstelle ist die stetige Funktion $f'(\bar{\varphi})$ klein.

d) Schlußfolgerungen.

Zu Erfüllung der genannten Bedingungen und der Gleichung 10) stehen zu freier Wahl zur Verfügung: die Federlänge, -breite und -stärke; vom Pendel die Größen m, i und l; außerdem die Parameter $\bar{\varphi}$, ϱ und r.

Die strenge mathematische Analyse scheitert zunächst an der Bedingung 1. Zur Ermittlung der Federdeformation reicht die gewöhnliche Differentialgleichung der elastischen Linie nicht aus, weil bei ihrer Ableitung die Potenzen von φ vernachlässigt sind; macht man aber einen genaueren Ansatz durch Einführung des allgemeinen Ausdrucks für den Krümmungsradius, so entsteht eine Differentialgleichung höheren Grades, die nicht ohne weiteres zu bewältigen ist.

Das Problem ist somit präzisiert und der Weg zur Lösung ersichtlich. Die Feststellung ihrer Möglichkeit und ihre Auffindung ist eine mathematische Angelegenheit.

e) Genäherte Lösungsversuche.

1. Versuch. Die Form der deformierten Feder ist in Abb. 4 dargestellt. Zur Angabe des Momentes an der Stelle u ist wegen der Kraft V die Kenntnis der Ordinate v notwendig. Wir machen ad hoc die Annahme, daß die elastische Linie die Form einer Parabel habe:

$$v = x \cdot \frac{u^2}{\lambda^2}, \qquad 34)$$

wobei wir also von der Berücksichtigung der sehr kleinen Strecke y absehen.

Dann wird das Biegungsmoment an der Stelle u:

$$M_u = M + H(\lambda - u) - V \cdot (x - v). \qquad 35)$$

Da M_u gemäß 34) als bekannt anzusehen ist, ergibt sich jetzt:

$$\beta_u = \frac{1}{E \cdot J} \int_0^u M_u \cdot ds,$$

oder angenähert:

$$\beta_u = \frac{1}{E \cdot J} \int_0^u M_u \cdot du, \qquad 36)$$

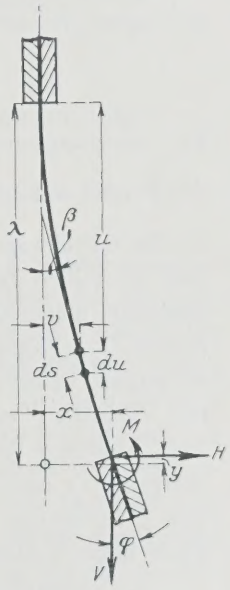


Abb. 4.

worin E der Elastizitätsmodul und J das äquatoriale Trägheitsmoment der Feder ist.

Weiter folgt durch Summation der elementaren Verschiebungen:

$$x = \int_0^\lambda \operatorname{tg} \beta \cdot du \sim \int_0^\lambda \beta \cdot du \qquad 37)$$

und

$$y = \int_0^\lambda (1 - \cos \beta) \cdot ds,$$

oder:

$$y \sim \tfrac{1}{2} \cdot \int_0^\lambda \beta^2 \cdot du. \qquad 38)$$

Da β vom Federende abgesehen überall kleiner als φ ist, so entschließen wir uns, β^2 zu vernachlässigen und damit $y = 0$ zu setzen. Das entspricht der durch

Gleichung 23) definierten Sachlage, die wir hiermit als verwirklicht ansehen, d. h. es soll $\varrho = \sqrt{4r \cdot l}$ sein. Damit geht 19) in die Form über:

$$x = (\varrho - l) \cdot \varphi \left[1 + \frac{1}{6} \frac{l}{\varrho} \varphi^2 \right]. \qquad 19')$$

Gl. 36) liefert mit Rücksicht auf 34) und 35):

$$E \cdot J \cdot \beta = (M + H \cdot \lambda - V \cdot x)\, u - \frac{1}{2} H \cdot u^2 + \frac{1}{3} \frac{V \cdot x}{\lambda^2} \cdot u^3, \qquad 39)$$

und speziell für das Federende:

$$E \cdot J \cdot \varphi = M \cdot \lambda + \tfrac{1}{2} H \cdot \lambda^2 - \tfrac{2}{3} V \cdot x \cdot \lambda. \qquad 40)$$

Aus 39) und 37) folgt weiter:

$$E \cdot J \cdot x = \tfrac{1}{2} M \cdot \lambda^2 + \tfrac{1}{3} H \cdot \lambda^3 - \tfrac{5}{12} V \cdot x \cdot \lambda^2. \qquad 41)$$

Setzt man schließlich in diese beiden Gleichungen die früher gefundenen Werte für x, M, H und V unter Berücksichtigung von $4r = \frac{\varrho^2}{l}$ aus 19') und 29) bis 31) ein, so ergeben sich unter Vernachlässigung der Potenzen von φ von der vierten an Beziehungen, die identisch (d. h. für jedes φ) erfüllt sein müssen. Ihre Form ist:

$$\left.\begin{aligned} A \cdot \varphi + B \cdot \varphi^3 &= 0 \\ C \cdot \varphi + D \cdot \varphi^3 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 42)$$

Bei Isochronismus müßten die 4 Beiwerte A, B, C und D verschwinden. Als für das Pendel maßgebliche Größe geht neben l und i das charakteristische Verhältnis $\frac{mg}{EJ}$ in die Gleichungen ein. Einige der Ausdrücke enthalten auch die Amplitude $\overline{\varphi}$, so daß an reinen Isochronismus nicht zu denken ist. Hätten wir β^2 nicht als vernachlässigbar angesehen, so würde sich aus 20) und 38) eine weitere Bedingung zum System 42) zugesellt haben, so daß dann noch mehr Beiwerte identisch hätten verschwinden müssen. Durch sinngemäßen Wegfall der Bedingung 23) wäre dann freilich die Variable r verfügbar geworden und mit Rücksicht auf 10) zu wählen gewesen.

Unscharf wird die eben geschilderte Methode einmal durch die Entnahme der Ordinaten v aus einer hypothetischen Parabel, und dann durch die Vernachlässigung von β^2, während φ^3 noch berücksichtigt ist; β ist zwar im oberen Teil der Feder klein höherer Ordnung, aber nicht am unteren Ende.

2. Versuch. Wieder von der Tatsache ausgehend, daß der Durchschnittswert von β kleiner als φ ist, vernachlässigen wir wie oben β^2, setzen also für die Feder $ds = du$ und wenden dementsprechend die gewöhnliche Differentialgleichung der elastischen Linie an.

Sie lautet:

$$E \cdot J \cdot v''(u) = M + H(\lambda - u) - V(x - v). \qquad 43)$$

Die Lösung ist:

$$v = C_1 \cdot e^{\sqrt{a} \cdot u} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{a}\, u} + x - \frac{H\lambda}{V} - \frac{M}{V} + \frac{Hu}{V}, \qquad 44)$$

worin $a = \frac{V}{EJ}$ ist.

Die Grenzbedingungen für das obere Federende liefern:

$$C_{1,2} = \frac{M + H \cdot \left(\lambda \mp \frac{1}{\sqrt{a}}\right) - V \cdot x}{2V}. \qquad 45)$$

Die unteren Grenzbedingungen aber verlangen, daß:

$$C_1 \cdot z + C_2 \frac{1}{z} - \frac{M}{V} = 0, \qquad 46)$$

$$C_1 \sqrt{a} \cdot z - C_2 \sqrt{a} \frac{1}{z} + \frac{H}{V} = \operatorname{tg} \varphi = \varphi + \frac{\varphi^3}{3}, \qquad 47)$$

worin $e^{\sqrt{a} \cdot \lambda} = z$ gesetzt ist.

Diese beiden Gleichungen spielen dieselbe Rolle wie bei Versuch 1 40) und 41). Man hat in sie wieder die Werte für x, M, H und V einzuführen, und zwar wiederum unter der Voraussetzung $4r = \frac{\varrho^2}{l}$, d. h. für die Identität $y = 0$, weil das der hier zur Anwendung gekommenen technischen Biegungsgleichung entspricht, bei welcher der mit y bezeichnete Wert nicht berücksichtigt wird.

Das Ergebnis ist wieder ein System von der Form 42), dessen Erfüllung angestrebt werden müßte.

Weitere Versuche hätten sich zu erstrecken auf Federformen mit nach unten abnehmendem Trägheitsmoment, wie sie in der Praxis empfohlen werden.

Selbstinduktions-Meßbrücke mit Vergleichs-Drehkondensator und Zusatzwiderständen zur Prüfspule.

Von

Prof. Dr. **Carl Günther**, Geh. Medizinalrat, in Berlin-Lichterfelde.

Vor kurzem[1]) habe ich eine Selbstinduktions-Meßbrücke bekanntgegeben, welche die zu messende Selbstinduktion nicht wie die gewöhnlich gebrauchte Brückenanordnung mit einem Selbstinduktionsnormal, sondern mit einer bekannten Kapazität vergleicht und hierbei die von Anderson 1891 in Modifikation eines Maxwellschen Verfahrens angegebene Schaltung[2]) zugrunde legt. Ich wies darauf hin, daß die neue Meßbrücke — bei der es wie bei der bisher allgemein üblichen darauf ankommt, ein Tonminimum mit dem Telephon einzustellen — bei ihrem praktischen Gebrauch insofern einen Vorteil vor der letzteren bietet, als dem menschlichen Ohr hier nicht wie bei dieser die Aufgabe zugemutet wird, unter den vielen möglichen Minimumstellungen die beste herauszusuchen bzw. wirkliches Schweigen des Telephons zu finden, sondern daß es bei der neuen Methode überhaupt nur ein einziges Minimum gibt, und daß es lediglich darauf ankommt, diese eine Minimumstelle möglichst scharf einzustellen. Bei der sehr verschieden großen Hörschärfe des menschlichen Ohres scheint mir dieser Vorteil von nicht geringer Bedeutung zu sein.

Das Wesen der Methode sei an Abb. 1 erläutert: Die zu bestimmende Selbstinduktion L der Prüfspule mit dem Gleichstromwiderstand c wird mit der Kapazität C verglichen, die durch einen geeichten Drehkondensator gebildet wird, dem im Bedarfsfalle Festkondensatoren von bekanntem Wert parallel geschaltet werden. ab ist ein Schleifdraht, der Berührungspunkt von e mit ab der Schleifkontakt, d und e sind selbstinduktionsfreie Widerstände, f das Nullinstrument (Galvanometer bzw. Telephon), g die Stromquelle (Gleich- bzw. Wechselstrom). Beim praktischen Gebrauch wird zunächst durch Verschieben des Schleifkontaktes auf dem Schleifdraht mit Gleichstrom

[1]) *Diese Zeitschrift* **46.** *S. 623 ff. 1926.*

[2]) Vgl. E. Orlich, Kapazität und Induktivität. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1909. S. 257

und Galvanometer die Bedingung $c:d = a:b$ hergestellt. Dann wird nach Umschaltung auf Wechselstrom und Telephon die Kapazität C so gestaltet, daß das Gebiet des Tonminimums in den Bereich des Drehkondensators fällt, und nun mit dem Drehkondensator das Tonminimum scharf eingestellt. Es gilt dann die Beziehung

$$L = C\,[b \cdot c + e\,(c + d)]. \qquad 1)$$

In der genannten Mitteilung machte ich darauf aufmerksam, daß es bei der von mir hergestellten Meßbrücke unter Umständen zweckmäßig, mitunter notwendig sei, den Gleichstromwiderstand c des Prüfspulenzweiges zu vergrößern, und daß dies leicht dadurch geschehen könne, daß man in diesem Zweig einen selbstinduktionsfreien Widerstand mit der Spule in Reihe schaltet. Durch diese Vergrößerung von c wird, wie aus der Gleichung 1) hervorgeht, die für die Wechselstromnullstellung erforderliche Größe der Kapazität C herabgesetzt, so daß man gegebenenfalls mit einem Drehkondensator von der Größe der überall käuflichen auskommt und von einer Zuschaltung von Zusatzkondensatoren absehen kann.

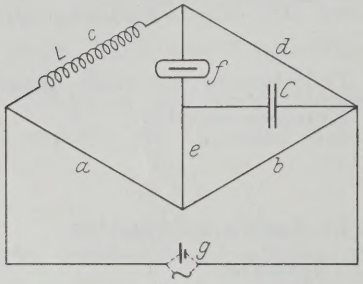


Abb. 1.

Der Zweck der nachfolgenden Darlegungen ist, Mitteilung von einer Brückenanordnung und ihrer praktischen Gebrauchsfähigkeit zu machen, die auf die Zusatzkondensatoren bei C (Abb. 1) überhaupt verzichtet und als neu ein System von Zusatzwiderständen zu c einführt. Es handelt sich also um eine Modifikation der von mir angegebenen Anordnung. Von vornherein möchte ich, wie ich das bereits in meiner ersten Mitteilung getan habe, bemerken, daß es sich hier nicht um ein sog. Präzisionsverfahren handelt, sondern daß man bei den Messungsergebnissen die Möglichkeit einer Abweichung von mehreren Prozenten von dem wahren Wert in Kauf nehmen muß. Auch die bisher allgemein gebräuchlichen Selbstinduktionsmeßbrücken sind übrigens keine Präzisionsinstrumente.

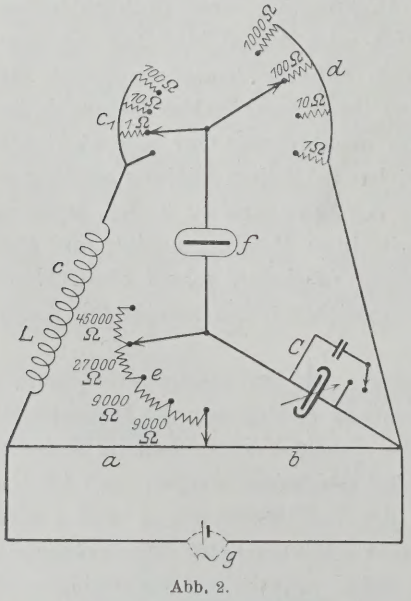


Abb. 2.

Die Anordnung und Schaltung des neuen Instruments geht aus der schematischen Abb. 2 hervor; die Buchstaben entsprechen den Bezeichnungen der Abb. 1, so daß die Anordnung aus Abb. 2 ohne weiteres verständlich ist. Bei c_1 läßt sich der Prüfspulenzweig mit den angrenzenden Brückenzweigen sowohl unmittelbar wie auch unter Zwischenschaltung selbstinduktionsfreier Widerstände von 1, 10 oder 100 Ω in Kontakt bringen, so daß also in letzterem Falle der Gleichstromwiderstand der Prüfspule gleichsam um den zugeschalteten Wert vergrößert wird. Als selbstinduktionsfreier Vergleichswiderstand d kommt wahlweise 1, 10, 100 oder 1000 Ω in Frage. Als Vergleichskapazität C dient ein Drehkondensator von etwa 1000 cm Kapazität, mit dem — zur Erleichterung des Arbeitens mit dem Instrument — unter Umständen ein Festkondensator von ungefähr 500 cm Kapazität parallel geschaltet werden kann; es läßt sich nämlich gegebenenfalls durch Anschaltung dieses Hilfskonden-

sators die Stelle des Tonminimums vom Ende der Drehkondensatorskala mehr nach der Mitte hin verlegen, was die Feststellung des Minimums erleichtert. Der als Wert von e erforderliche große Widerstand besteht aus vier in das Instrument eingebauten Einzelwiderständen von 9000, 9000, 27000 und 45000 Ω, so daß er sich, wie das Schema zeigt, wahlweise auf 9000, 18000, 45000 oder 90000 Ω einstellen läßt; außerdem läßt sich der Widerstand e durch Kurzschluß ganz ausschalten, was für die Gleichstromeinstellung der Brücke notwendig ist. Diese „großen Widerstände“ e müssen nicht nur möglichst frei von Selbstinduktion, sondern auch durchaus möglichst kapazitätsfrei sein; ich habe sie aus Manganindraht 0,07 mm ⌀ in Chaperonwicklung hergestellt. Besondere Versuche haben mir gezeigt, daß sich bifilare Widerstände hier nicht verwenden lassen. (Auch der Vergleichswiderstand 1000 Ω ist nach Chaperon gewickelt.) Der Schleifdraht ab ist genau wie bei meiner ersten Brücke auf der abgedrehten Zylinderfläche einer kreisförmigen Hartgummischeibe verlegt und zwar mit doppeltem Umgang; nur der erste Umgang, welcher etwas mehr als die Hälfte des Schleifdrahtes ausmacht, wird für den Kontakt verwendet. Der Schleifdraht wird durch einen Platindraht (0,2 mm ⌀) gebildet; er besitzt im ganzen 2,2 Ω Widerstand. Der während der Drehung des Schleifdrahtes auf ihm schleifende feststehende Kontaktdraht besteht an dem schleifenden Ende ebenfalls aus Platin. f ist das Nullinstrument, g die Stromquelle. In die Gleichstromleitung ist zum Schutz des Schleifdrahtes ein Ballastwiderstand von 30 Ω eingeschaltet. In Abb. 2 ist nicht gezeichnet eine Verstärkereinrichtung, wie sie bereits bei meinem ersten Instrument zur Erleichterung und Verschärfung der Einstellung des Tonminimums verwendet worden war. Sie beruht darauf, daß von den primären Telephonanschlüssen der eine mit dem Gitter einer Verstärkerröhre (Dreielektrodenröhre), der andere mit den negativen Polen der Heiz- und der Anodenbatterie verbunden wird. Das sekundäre Telephon liegt zwischen positivem Pol der Anodenbatterie und Anode.

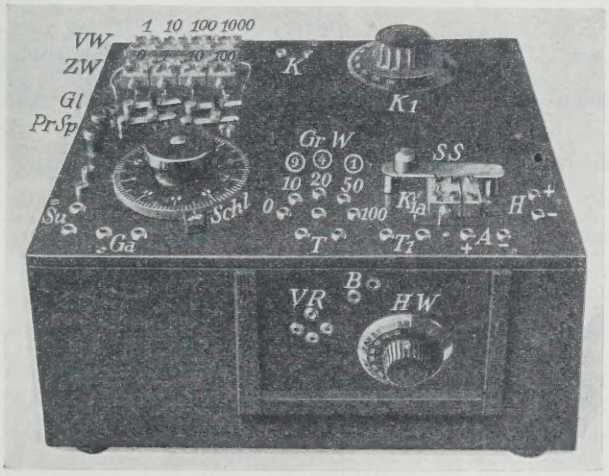


Abb. 3.

Das fertige Instrument ist in Abb. 3 abgebildet. Es besteht aus einem Holzkasten (Innenhöhe 12,5 cm) mit Hartgummideckel (0,6 × 25 × 30 cm); an dem letzteren sowie einer kleineren seitlichen, mit ihm verschraubten Hartgummiplatte sind alle Teile befestigt. $PrSp$ sind die Klemmen zur Anschaltung der Prüfspule, ZW die Stöpseleinrichtung für die Zusatzwiderstände (bei c_1, Abb. 2), VW diejenige für die Vergleichswiderstände (d, Abb. 2). K_1 stellt die Drehskala für den Drehkondensator (C, Abb. 2) dar; bei dem von mir eingebauten Exemplar sind die äußeren (End-) Platten die beweglichen, und auch die abschirmende Metallhülle, aus Messingblech hergestellt, ist mit den beweglichen Platten leitend verbunden. Bei K_{1a} kann der oben genannte Hilfskondensator dem Drehkondensator durch Stöpselung parallel geschaltet werden. Bei K sind zwei Buchsen, welche mit den beiden Plattensystemen des Drehkondensators in Verbindung stehen, angebracht. Die Einschaltung des

„großen Widerstandes“ (*e* der Abb. 2) geschieht durch einen Zweifachkurzschlußstecker bei *GrW*. Stellt man bei 0 die Verbindung her, so ist der „große Widerstand“ durch Kurzschluß ausgeschaltet; die mit 10, 20, 50, 100 in Abb. 3 bezeichneten Kontaktstellen vermitteln die Einschaltung von wahlweise 9000, 18000, 45000 oder 90000 Ω; die genannten Ziffern bedeuten also die Ohmwerte der eingeschalteten Widerstände, geteilt durch 900; diese Bezifferung ist aus Gründen der bequemen Berechnung des Endresultats gewählt. Die Gleichstromquelle (Akkumulator 2 Volt) wird bei *Gl*, die Wechselstromquelle (ich benutze den Induktionsstrom eines kleinen Extrastromapparates) bei *Su* angeschlossen. *Ga* sind die Buchsen für Anschluß des Galvanometers; mit *Schl* ist die Drehskala des Schleifdrahtes bezeichnet. *SS* ist ein federnder Stromschlüssel zur Betätigung des Gleichstroms. Die Verstärkereinrichtung findet sich vorn und rechts am Instrument angebracht: bei *VR* wird die Verstärkerröhre angeschaltet, bei *H* die Heizbatterie, bei *A* die Anodenbatterie; *HW* ist die Skala des drehbaren Heizwiderstandes. Bei *T* wird das Telephon angeschaltet, wenn man ohne, bei T_1, wenn man mit Verstärkung arbeiten will. Rechts neben *Gl* sind zwei doppelpolige Umschalter angebracht; sind sie nach oben gestellt, so ist die Gleichstromquelle und das Galvanometer eingeschaltet, bei Stellung nach unten Wechselstrom und Telephon. Vorn an der Seitenplatte des Instruments sind außerdem 2 Buchsen (*B*, Abb. 3) vorhanden, welche bei dem gewöhnlichen Gebrauch des Instruments durch Kurzschlußstecker miteinander verbunden sind; sie stehen nämlich zwischen Schleifkontakt und den „großen Widerständen“, deren Verbindung sie vermitteln. Für einen bestimmten Zweck, auf den ich unten eingehe, muß die Verbindung getrennt werden.

Zur Ausführung einer Messung werden Prüfspule, Gleich- und Wechselstromquelle, Galvanometer, Verstärkerröhre, Heiz- und Anodenbatterie sowie Telephon mit dem Instrument verbunden. Sodann wird an dem Stöpselblock der Zusatzwiderstände der Kontakt *O*, an dem der Vergleichswiderstände 1 Ω gestöpselt, die beiden Umschalter nach oben gestellt und der „große Widerstand“ durch den Kurzschlußstecker bei Kontakt *O* (*GrW*, Abb. 3) ausgeschaltet. Die Buchsen bei *B* sind durch Kurzschlußstecker miteinander verbunden. Nun wird versucht, durch Drehen der Skala des Schleifdrahtes das Galvanometer auf Stromlosigkeit einzustellen[1]). Gelingt das nicht, so stöpselt man Zusatzwiderstand 1 Ω und Vergleichswiderstand 10 Ω oder, wenn auch das noch nicht ausreichen sollte, Zusatzwiderstand 10 Ω und Vergleichswiderstand 100 Ω bzw. 100 und 1000 Ω. Ist das Galvanometer bei Gleichstrom auf Null gebracht, so wird auf der Schleifdrahtskala der Stand des Index festgestellt und der zugehörige, dem benutzten Vergleichswiderstand entsprechende Widerstandswert für *c* notiert. (Hierzu werden zweckmäßig graphische Tabellen benutzt, die man sich für jeden der vorhandenen Vergleichswiderstände von vornherein anlegt, und die die bezüglichen Gleichstromwiderstandswerte für jeden Punkt der Schleifdrahtskala ohne weiteres abzulesen gestatten.) Nun wird durch Umstellung der beiden Umschalter nach unten die Wechselstromquelle und das Telephon angeschlossen. Der Kurzschlußstecker bei *GrW* wird von *O* entfernt und mit ihm einer der „großen Widerstände“ (*e*, Abb. 2) gestöpselt. Man sucht, mit dem Telephon am Ohr, einen solchen aus, bei dem sich das Tonminimum im Bereich des Drehkondensators befindet. Findet man

[1]) Hier möchte ich bemerken, daß zu der Einstellung des Instruments mit Gleichstrom ein sehr empfindliches Galvanometer notwendig ist. Ich verwende ein Instrument mit der ausreichenden Empfindlichkeit von $3 \cdot 10^{-5}$ A für einen Skalenteil; zweckmäßig ist es, wenn die Möglichkeit besteht, das Instrument zunächst weniger empfindlich zu gestalten und erst allmählich auf die größte Empfindlichkeit überzugehen.

z. B., daß bei Drehen der Skala nach rechts bis zum Maximalwert des Kondensators der Ton im Telephon zwar schwächer wird, das Minimum sich aber noch nicht erreichen läßt, so muß man bei *GrW* einen größeren Widerstand stöpseln. In den meisten Fällen der Praxis gelingt es so, durch entsprechende Kombination der Zusatz- und Vergleichswiderstände einerseits, der „großen Widerstände" andererseits das Tonminimum in den Bereich des Drehkondensators zu bringen. Schließlich erfolgt die scharfe Einstellung des Minimums, am besten mit Benutzung der Verstärkereinrichtung. Fällt das Minimum in die Nähe des Endes der Drehkondensatorskala (180°), so stöpselt man zweckmäßig den Zusatzkondensator K_{1a} (Abb. 3), wodurch, wie oben angegeben, das Tonminimum mehr gegen die Mitte der Skala hin verlegt wird. Ist das Tonminimum eingestellt, so erfolgt die Ablesung an der Skala des Drehkondensators und die Feststellung des zugehörigen Kapazitätswertes an einer entsprechenden Eichkurve (die von vornherein, am besten mit Hilfe einer guten Kapazitätsmeßbrücke, herzustellen ist).

Die Berechnung der Selbstinduktion L der Prüfspule erfolgt nun nach der oben angegebenen Gleichung

$$L = C\,[b \cdot c + e\,(c + d)]\,. \qquad 1)$$

In der eingangs zitierten Mitteilung über meine erste Meßbrücke habe ich auseinandergesetzt, daß die vorstehende Gleichung für das vorliegende Verfahren vereinfacht werden kann in die Gleichung

$$L = C \cdot e \cdot (c + d)\,, \qquad 2)$$

da die Fehlergrenzen der Methode erheblich weiter sind als die Differenzen, die sich in den Resultaten mit und ohne Berücksichtigung von $b \cdot c$ ergeben. Wir werden also die Formel 2) für die Ausrechnung des Resultats benutzen. Liegt C in elektrostatischen Einheiten (cm), e, c und d in Ohm vor, so ergibt sich für L, dessen Wert in elektromagnetischen Einheiten (cm) oder in Henry angegeben zu werden pflegt,

$$L_{\text{elm. E. (cm)}} = C \cdot \frac{1}{900} \cdot e \cdot (c + d)\,,$$

oder

$$L_{\text{Henry}} = C \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \cdot e \cdot (c + d)\,.$$

Hier mögen einige praktische Beispiele der Messungen Platz finden: Es wurden zwei von Hartmann & Braun stammende Selbstinduktionsnormalien, allerdings älterer Konstruktion, auf Holz gewickelt, gemessen. Sollwerte 0,001 Henry und 0,0001 Henry. Bei dem ersten ergab die Messung mit dem Zusatzwiderstand 1 Ω und dem Vergleichswiderstand 10 Ω $c = 1{,}84\ \Omega$; als großer Widerstand e wurde 90000 Ω gestöpselt. Das Minimum fand sich (unter Zuschaltung von K_{1a} zu dem Drehkondensator) bei $C = 842$ cm. Die Rechnung stellte sich also

$$L = 11{,}84 \cdot 100 \cdot 842 = 997\,000 \text{ cm}\,.$$

Wurden 10 Ω als Zusatz- und 100 Ω als Vergleichswiderstand genommen, so ergab sich $c = 10{,}8\ \Omega$, und es wurde gefunden bei $e = 9000\ \Omega$ $C = 912$ cm, bei $e = 18000\ \Omega$ $C = 455$ cm, bei $e = 45\,000\ \Omega$ $C = 185$ cm. Die Rechnungen ergaben also

$$L = 110{,}8 \cdot 10 \cdot 912 = 1\,010\,000 \text{ cm}$$

bzw.

$$110{,}8 \cdot 20 \cdot 455 = 1\,010\,000 \text{ cm}$$

und

$$110{,}8 \cdot 50 \cdot 185 = 1\,026\,000 \text{ cm}\,.$$

In entsprechender Weise stellten sich bei dem Normal „0,0001 Henry“ die Rechnungen

$$L = 1{,}27 \cdot 100 \cdot 785 = \quad 99\,700 \text{ cm}$$

bzw.

$$11{,}25 \cdot 10 \cdot 890 = 100\,500 \text{ cm},$$
$$11{,}25 \cdot 20 \cdot 440 = \quad 99\,000 \text{ cm},$$
$$11{,}25 \cdot 50 \cdot 178 = 100\,500 \text{ cm}.$$

Für eine ungefähre Bestimmung also ganz brauchbare Ergebnisse.

Aus der folgenden Tabelle, welche die Messungen der auch in meiner vorigen Mitteilung in einer Tabelle aufgestellten „Honigwabenspulen“ mit dem neuen Instrument, und zwar jeweilig unter verschiedenen Dispositionen der Widerstände, wiedergibt, geht hervor, daß man das Instrument auch zum Messen von Selbstinduktionen, die noch kleiner als 10^5 cm (10^{-4} Henry) sind, wohl benutzen kann.

„Honigwabenspulen“.

Bezeichnung (angegebene Windungszahl)	Zusatzwiderstand (Ω)	Gleichstromwiderstand c der Spule (einschl. eventuellen Zusatzwiderstandes) (Ω)	Messung mit Vergleichswiderstand d (Ω)	Messung mit Widerstand $\frac{e_{\text{Ohm}}}{900}$	Messungsergebnis L (cm)
1500	100	210	1000	100	$163 \cdot 10^6$*)
1250	10	94	1000	100	$116 \cdot 10^6$*)
	100	184	1000	100	$117 \cdot 10^6$*)
1000	10	81	1000	100	$776 \cdot 10^5$
	100	171	1000	100	$768 \cdot 10^5$
750	10	56	1000	100	$387 \cdot 10^5$
	100	146	1000	100	$385 \cdot 10^5$
600	0	37	1000	50	$239 \cdot 10^5$
	100	137	1000	50	$240 \cdot 10^5$
	100	137	1000	100	$239 \cdot 10^5$
500	10	39	100	100	$168 \cdot 10^5$*)
	10	39	1000	50	$178 \cdot 10^5$
400	0	15,5	100	100	$102 \cdot 10^5$
	10	25,5	100	100	$101 \cdot 10^5$
	100	116	1000	20	$103 \cdot 10^5$
300	0	15,7	100	100	$527 \cdot 10^4$
	0	15,7	100	50	$521 \cdot 10^4$*)
	10	25,7	100	100	$528 \cdot 10^4$
250	0	12,7	100	50	$389 \cdot 10^4$
	10	22,7	100	50	$394 \cdot 10^4$
	10	22,7	100	100	$394 \cdot 10^4$
200	1	8,3	10	100	$259 \cdot 10^4$*)
	1	8,3	100	100	$262 \cdot 10^4$
	10	17,3	100	50	$261 \cdot 10^4$
150	0	7,3	10	100	$140 \cdot 10^4$
	1	8,3	10	100	$140 \cdot 10^4$
	10	17,3	100	20	$145 \cdot 10^4$

*) Unter Benutzung des Hilfskondensators K_{1a}.

„Honigwabenspulen". (Fortsetzung.)

Bezeichnung (angegebene Windungszahl)	Zusatzwiderstand (Ω)	Gleichstromwiderstand c der Spule (einschl. eventuellen Zusatzwiderstandes) (Ω)	Messung mit Vergleichswiderstand d (Ω)	Messung mit Widerstand $\frac{e_{\text{Ohm}}}{900}$	Messungsergebnis L (cm)
100	0	5,0	10	50	$600 \cdot 10^3$
	1	6,0	10	50	$603 \cdot 10^3$
	1	6,0	10	100	$612 \cdot 10^3$
	1	6,0	100	20	$608 \cdot 10^3$
75 (I)	0	4,6	10	100	$362 \cdot 10^3$
	0	4,6	10	50	$360 \cdot 10^3$
	0	4,6	10	20	$354 \cdot 10^3$ *)
	1	5,6	10	50	$367 \cdot 10^3$
	1	5,6	10	20	$354 \cdot 10^3$ *)
75 (II)	0	3,0	10	20	$235 \cdot 10^3$ *)
	1	4,0	10	50	$236 \cdot 10^3$
50 (I)	0	2,6	10	20	$165 \cdot 10^3$
	1	3,6	10	20	$166 \cdot 10^3$
	1	3,6	10	50	$164 \cdot 10^3$
50 (II)	0	2,34	10	20	$149 \cdot 10^3$
	1	3,35	10	50	$150 \cdot 10^3$
35	0	1,85	10	10	$818 \cdot 10^2$
	0	1,85	10	20	$851 \cdot 10^2$
	0	1,85	10	50	$860 \cdot 10^2$
25 (I)	0	1,85	10	20	$929 \cdot 10^2$
	1	2,85	10	10	$930 \cdot 10^2$
25 (II)	0	1,0	10	10	$336 \cdot 10^2$
	0	1,0	10	20	$317 \cdot 10^2$
	1	2,0	10	20	$331 \cdot 10^2$
17[1])	0	0,85	1	20	$258 \cdot 10^2$
	0	0,85	1	50	$256 \cdot 10^2$

Nach oben hin besteht bezüglich der Selbstinduktionswerte, die sich mit dem Instrument bestimmen lassen, eigentlich keine Grenze. Denn wenn man findet, daß bei der Stöpselung von 100 Ω als Zusatzwiderstand und von 1000 Ω als Vergleichswiderstand, d. h. bei möglichst groß eingestellten Werten von c und d, und bei Verwendung des größten einstellbaren Wertes von e (90000 Ω) der Drehkondensator nicht ausreicht, das Tonminimum zu erzielen, so spricht nichts dagegen, den durch den Drehkondensator repräsentierten Wert von C dadurch zu erhöhen, daß man mit Hilfe der Buchsen K (Abb. 3) einen oder mehrere weitere Kondensatoren anschaltet. Hier geht man zweckmäßig schrittweise vor, schaltet zunächst einen Wert von etwa 500—700 cm, dann, wenn notwendig, eventuell schrittweise weitere ähnliche Werte parallel an, bis man einen Wert erreicht, bei dem sich das Tonminimum mit dem Drehkondensator einstellen läßt. Der jetzt in die Rechnung einzusetzende Wert von C ergibt sich durch Summierung des eingestellten Drehkondensatorwertes (aus der vorhandenen Eichkurve zu entnehmen) und des Wertes der bei K (Abb. 3) zugeschalteten Kondensatoren. Diesen letzteren Wert erfährt man dadurch, daß man die Kombination der zugeschalteten Kondensatoren mit einem geeigneten Instrument mißt.

*) Unter Benutzung des Hilfskondensators $K_1 a$.

[1]) Durch Abnehmen von Windungen aus einer Spule mit größerer Windungszahl hergestellt.

Durch eine einfache Umschaltung kann man nun die besprochene Selbstinduktionsmeßbrücke in eine sehr brauchbare Kapazitätsmeßbrücke umwandeln, die es gestattet, Werte bis 8000 cm und darüber zu bestimmen. (Als Vergleichskondensator dient dabei der in dem Instrument befindliche geeichte Drehkondensator.) Zu diesem Behufe entfernt man zunächst alle angeschalteten Teile und ebenso alle Stöpsel; auch der Kontakt zwischen den beiden Buchsen *B* (Abb. 3) wird aufgehoben. Man stellt dann die beiden doppelpoligen Umschalter nach oben, stöpselt bei *ZW* den Wert Null, schließt bei *GrW* durch Kurzschlußstecker den Kontakt 100, verbindet mit einer der Buchsen bei *PrSp* (mit welcher, ergibt sich aus der Leitungsführung im Apparat) sowohl die Buchse mit der Ziffer 0 bei *GrW* wie den einen Pol der zu messenden Kondensatorkombination, während man den anderen Pol der letzteren mit der einen (richtig auszuwählenden) Buchse bei *Gl* verbindet. Das Telephon wird bei *Ga* angeschaltet, der eine Pol der Wechselstromleitung mit der noch freien Buchse bei *PrSp*, der andere wahlweise mit einem der mit ①, ④, ⑨ bezeichneten Kontakte bei *GrW* verbunden. Man hat auf diese Weise eine Schaltung bewirkt, deren Schema Abb. 4 zeigt. Hierin bedeutet *K* den abgeschirmten Drehkondensator des Instruments, *x* die zu messende Kondensatorkombination, *Su* die Wechselstromquelle, *T* das Telephon. Eine Betrachtung der Werte der Widerstände dieser Brückenschaltung ergibt ohne weiteres, daß man, nach Anschaltung des Wechselstroms bei ① bzw. ④ oder ⑨, durch Einstellung des Tonminimums mit dem Drehkondensator den letzteren auf einen Wert eingestellt hat, der nur mit 1 bzw. 4 oder 9 multipliziert zu werden braucht, um den Wert von *x* zu erhalten. Man erhält mit dieser Operation wegen der Kapazitätsverhältnisse im Innern des Instruments allerdings nur angenäherte Werte; namentlich die bei Kontakt ① gewonnenen weichen erheblich von den wahren Werten ab. Es ist deshalb noch nötig, die hier vorliegende Kapazitätsmeßbrücke für die verschiedenen Anschlußpunkte des Wechselstroms zu eichen. Dann aber läßt sich die Vorrichtung vortrefflich für Kapazitätsmessungen überhaupt verwenden. Die Eichung (und praktische Benutzung) wird zweckmäßig unter Erdung des Wechselstromzweiges (zwischen Stromquelle und Widerständen) vorgenommen[1]).

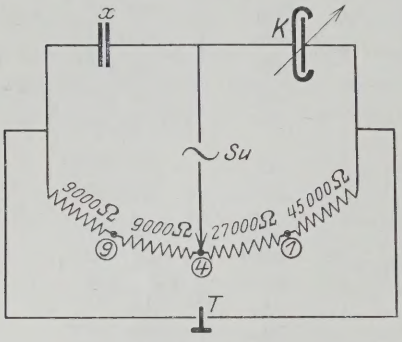


Abb. 4.

Die Frage, welcher von den beiden von mir beschriebenen Selbstinduktionsmeßbrücken, derjenigen mit Zusatzkondensatoren oder der mit Zusatzwiderständen, der Vorzug zu geben ist, möchte ich dahin beantworten, daß nach meinen Erfahrungen die Brücke mit den Zusatzwiderständen den Vorzug verdient. Einmal nämlich ist hier die Einstellung des Tonminimums mit dem Drehkondensator, wie schon eine einfache Überlegung bei Betrachtung der obengenannten Gleichung 2) ergibt, schärfer und deshalb leichter, als wenn man mit Zusatzkondensatoren arbeitet. (Allerdings beeinflußt auch jeder Fehler in der Einstellung das Resultat stärker als bei der Brücke mit Zusatzkondensatoren.) Zweitens lassen sich bei der Herstellung des Instruments die einzubauenden Widerstände in ihren Werten leichter konstant gestalten als Kapazitätswerte, bei denen eine öftere Nacheichung stets anzuraten ist. — Das Instrument wird von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig hergestellt.

[1]) Vgl. Lehrbuch der prakt. Physik von Friedr. Kohlrausch. 14. Aufl. 1923. S. 633.

Über neue Spektrographen.

Von
Dr. **W. Ewald**,
Wissenschaftlichem Mitarbeiter der Askania-Werke A.-G., Berlin-Friedenau.

1. Der neue Askania-Universal-Spektrograph stellt eine Neukonstruktion des bekannten Littrowspektrographen dar.

Für Spektralaufnahmen, die in den verschiedenen Teilen des Spektrums von 200 bis 800 $\mu\mu$ gemacht werden sollen, kommt man im allgemeinen deshalb nicht mit einem Apparat aus, weil die Durchlässigkeit für Glas schon bei etwa 300 $\mu\mu$ aufhört und das Spektrum im Rot sehr klein wird. Deshalb ist man gezwungen, für

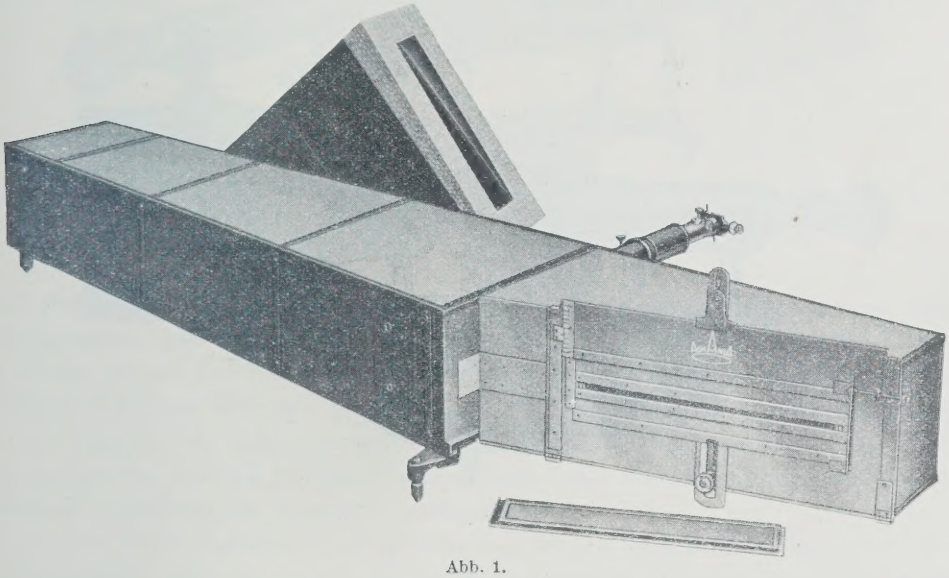


Abb. 1.

den ultravioletten Teil Quarzoptik zu verwenden, wogegen man bei Aufnahmen im ultraroten Teil bis 800 $\mu\mu$ sich eines Rutherford-Prismas bedient.

Der neue Askania-Universal-Spektrograph (vgl. Abb. 1) gibt uns die Möglichkeit durch Auswechseln der Objektive und Prismen Aufnahmen in jedem gewünschten Teil des Spektrums zu machen. Zur Unterteilung des Gesamtspektralbereiches sind folgende drei Kombinationen sehr zweckmäßig:

a) Quarzobjektiv und Quarzprisma geben das Spektrum von etwa 210 bis 500 $\mu\mu$,

b) U.V.-Objektiv und U.V.-Prisma geben das Spektrum von etwa 320 bis 600 $\mu\mu$,

c) U.V.-Objektiv und Rutherford-Prisma geben das Spektrum von etwa 400 bis 800 $\mu\mu$.

Der neue Universalspektrograph besitzt eine 2,50 m lange Kamera bei einer mittleren Objektivbrennweite von 2 m. Die Länge des Spektrums ist etwa 50 cm. Für Aufnahmen mit der Quarzoptik liegt die Bildebene unter 20^0 Neigung zur optischen Achse. Um hierfür die photographischen Platten in die geforderte Stellung zu bringen, ist ein besonderer Kassettenhalterrahmen am Hauptteil des Spektrographen festzuklemmen. Die Kassette selbst kann durch Wegklappen eines Hebelarmes leicht ausgewechselt werden. Die am Halterrahmen angebrachte Skala ermöglicht die Ein-

stellung einer beliebigen Anzahl von Aufnahmen auf einer Platte. Die Plattengröße beträgt 50 × 9 cm und gestattet, wenn man eine durchschnittliche Spektrumhöhe von 5 mm annimmt, 18 übereinanderliegende Aufnahmen.

Das Licht durchläuft Spalt und Kollimatorrohr und trifft einen unter 45° Neigung justierbar eingebauten Spiegel; vom Spiegel aus durchläuft es die für die betreffende Untersuchung eingeschaltete Optik. An der hinteren Abschlußplatte, die selbst ganz abnehmbar ist, kann statt der Kassette zur visuellen Beobachtung eine Matt- oder fluoreszierende Glasscheibe eingeschoben werden. Die Trennwand zwischen Prisma und dem übrigen Teil der Kammer dient als Objektivträger und gleichzeitig zur Abblendung unerwünschter Lichtreflexe; durch eine an der rechten Seite des Apparates angebrachte Tür ist das Auswechseln der Objektive in einfachster Weise möglich (hierbei ist Feineinstellung durch einen Schneckengang angeordnet). Für jedes verwendete

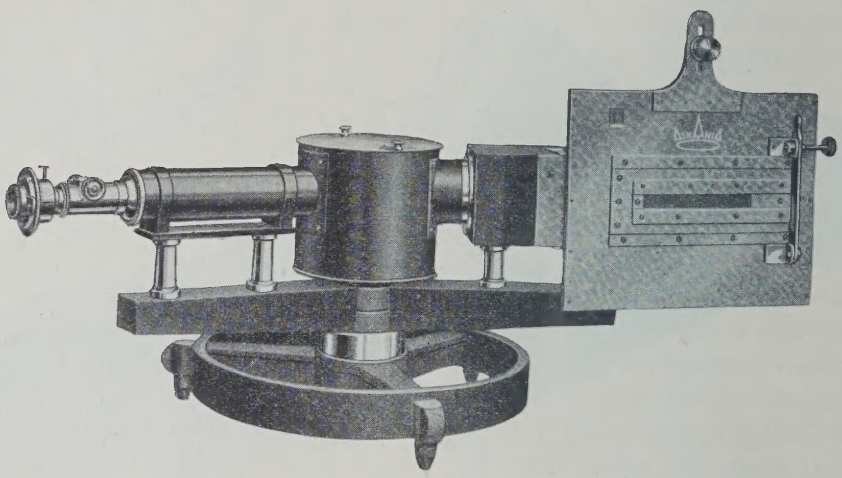


Abb. 2.

Objektiv ist eine bestimmte Stellung des Kollimatorrohres erforderlich, man schiebt dieses im Stutzen jeweils bis zu der Marke, die für das benutzte Objektiv mit Prisma in Frage kommt. Die Feineinstellung geschieht mittels Zahn und Trieb und kann an einer Millimeterteilung abgelesen werden. Der Spalt ist symmetrisch und hat Spalthöhenverstellung sowie Vergleichsprisma. Die Spaltöffnung kann durch die Teilung einer Trommel auf $^1/_{100}$ mm genau eingestellt werden.

Zur Aufnahme mit dem U.V.-Objektiv entfernt man den Kassettenhalterrahmen und setzt den Holzkasten an die Kammer und dann den abgenommenen Rahmen wieder an den Kasten heran. Bei Aufnahmen mit Quarzoptik wird die links von der Kassette freibleibende Öffnung durch eine Blende abgeschlossen.

2. Beim kleinen Askania-Quarz-Spektrographen (s. Abb. 2) sind der Kollimator sowie die Kamera fest angeordnet. Der Spalt ist symmetrisch und hat Höhenverstellung, die Öffnung ist mit Hilfe einer Meßtrommel genau einzustellen. Der Kollimatorauszug ist zwecks bequemer Einstellung mit Teilung versehen. Um eine große Reihe von Aufnahmen auf einer Platte untereinander machen zu können, ist der Plattenhalter in einem Rahmen nach Teilung verstellbar.

Der Spektrograph ist mit einem Cornu-Prisma von 42 × 40 mm und 40 mm Höhe ausgerüstet. Die verwendeten Objektive haben bei einer Öffnung von 36 mm eine

Brennweite von 300 mm. Zur visuellen Beobachtung wird an Stelle der 4,5 × 12 cm-Kassetten eine Uranglasscheibe eingeschoben.

3. Auch beim großen Askania-Quarz-Spektrographen (s. Abb. 3) sind der Kollimator wie auch die Kamera fest angeordnet. Mit Hilfe einer geteilten Trommel wird die Öffnung eines symmetrischen Spaltes, der ebenfalls Höhenverstellung besitzt, wunsch-

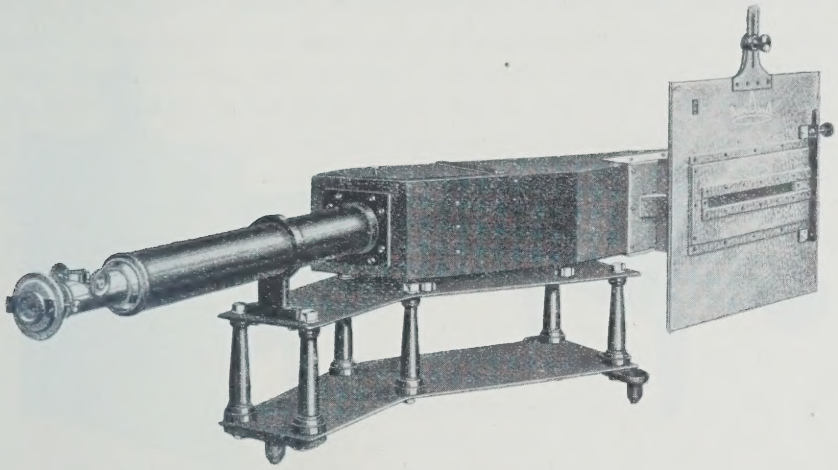


Abb. 3.

gemäß eingestellt. Der Kollimatorauszug trägt eine Teilung wie beim kleinen Quarz-Spektrographen. Als dispergierendes Prisma dient ein Cornu-Prisma von 60 × 48 mm und 48 mm Höhe. Kollimator- wie Kameralinsen haben bei einer Öffnung von 52 mm eine Brennweite von 600 mm. Zur visuellen Beobachtung dient eine Uranglasscheibe, zur photographischen Aufnahme werden Kassetten der Größe 9 × 24 cm benutzt. Der Plattenhalter der Kamera ist derart eingerichtet, daß auf einer Platte beliebig viele Aufnahmen untereinander gemacht werden können.

4. Der kleine Askania-Uviol-Spektrograph ist mit zwei Prismen aus U.V.-Spezialglas ausgerüstet. Im allgemeinen bilden die Uviol-Spektrographen ein Zwischenglied zwischen den Spektrographen mit gewöhnlicher Glasoptik und den Quarzspektrographen, insofern das Spektrum bei diesen nicht so weit reicht wie bei den Quarz-Spektro-

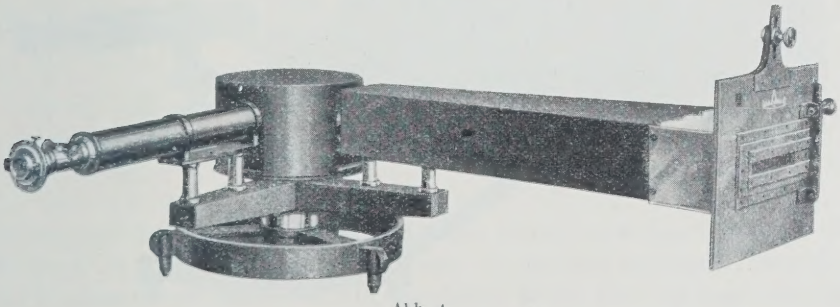


Abb. 4.

graphen, andererseits jedoch weiter reicht als bei den Glas-Spektrographen, d. h. etwa bis 320 $\mu\mu$. Wichtig ist aber vor allem, daß bei den Uviol-Spektrographen die Lichtstärke und auch die Dispersion für das Gebiet von 320 bis 400 $\mu\mu$ viel größer sind. Aus diesem Grunde ersetzen die Uviol-Spektrographen in vielen Fällen solche mit Glas- und Quarzoptik.

Wie bei den oben beschriebenen Quarz-Spektrographen hat der kleine Uviol-Spektrograph (s. Abb. 4) ebenfalls einen festen Kollimator und feste Kamera, wie auch einen symmetrischen Spalt mit Spalthöhenverstellung und geteilter Trommel. Wieder sind der Kollimatorauszug mit Teilung und der Plattenhalter der Kamera mit der Einrichtung versehen, eine große Zahl von Aufnahmen auf einer Platte untereinander machen zu können. Die beiden Uviolglasprismen haben eine Öffnung von 60° bei

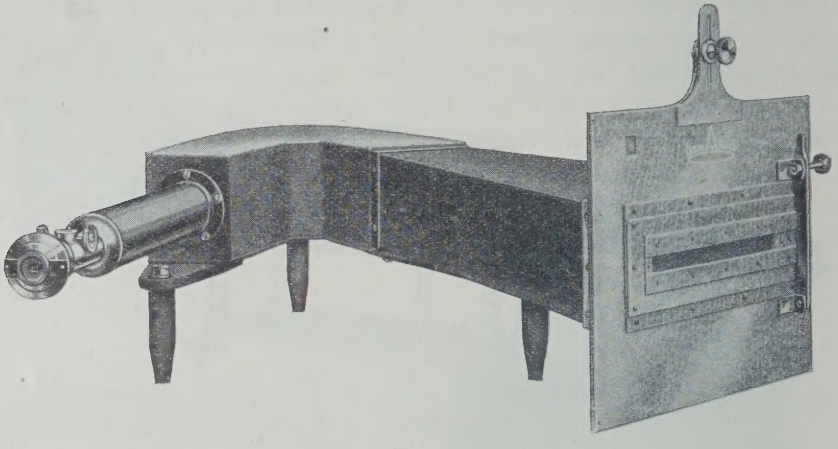


Abb. 5.

den Abmessungen 52 × 45 mm und 45 mm Höhe. Kollimator- und Kameraobjektiv sind chromatisch und sphärisch korrigiert, ersteres hat bei einer Öffnung von 43 mm eine Brennweite von 480 mm, letzteres bei 43 mm eine Brennweite von 680 mm. Uranglasscheiben und photographische Platten 4,5 × 12 cm ermöglichen die Einstellung und Messung.

5. Der große Askania-Uviolspektrograph (s. Abb. 5) hat dieselbe mechanische Einrichtung wie der unter Abschnitt 4 beschriebene kleine Apparat.

Statt der zwei Uviol-Glasprismen finden im großen Apparat jedoch drei Ver-

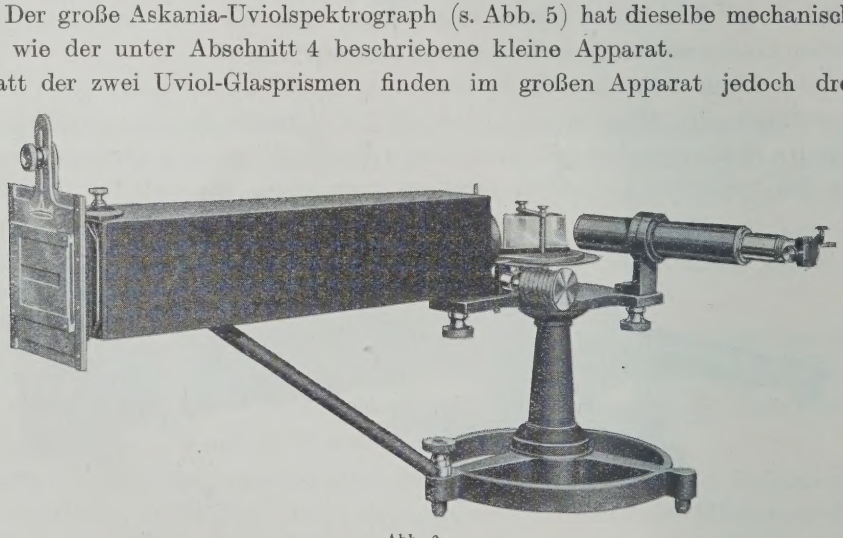


Abb. 6.

wendung, die jedes einen brechenden Winkel von 60° haben. Die Abmessungen der Prismen sind 52 × 45 mm bei einer Höhe von 45 mm. Kollimator- und Kameralinse sind chromatisch und sphärisch korrigiert und haben bei einer Öffnung von 43 mm eine Brennweite von 680 mm. Uranglasscheibe und eine Einlegekassette 6,5 × 18 cm gestatten die visuelle und photographische Messung.

6. Zum Schluß muß noch ein Spektralapparat mit nachträglicher Einrichtung zum Photographieren Erwähnung finden. Es handelt sich um einen festarmigen Spektralapparat mit einem Konstantprisma aus extraschwerem Flint, bei dem die geforderte Wellenlänge mittels einer Meßtrommel sich genau einstellen läßt. Zur photographischen Aufnahme wird das Fernrohr gegen eine Kamera (s. Abb. 6) ausgetauscht, was sich mit Hilfe zweier Klemmen in einfachster Weise schnell bewerkstelligen läßt. Das Objektiv, das sphärisch, chromatisch und astigmatisch korrigiert ist, hat bei einer Öffnung von 60 mm eine Brennweite von 540 mm und besitzt die Möglichkeit der Fokuseinstellung. Das Kollimator-Objektiv hat bei einer Öffnung von 42 mm eine Brennweite von 300 mm. Die Kamera selbst ist schwenkbar, der Kassettenrahmen kippbar eingerichtet, was für viele Untersuchungen einen großen Vorteil bedeutet. Schließlich sei noch angeführt, daß es durch eine besondere Einrichtung möglich ist, eine große Reihe von Spektren auf einer Platte, deren Größe 9×12 cm ist, untereinander zu photographieren.

Referate.

Apparat zum Ausmessen von Kurven.

(Record measuring machine.)

Von Cambridge Instr. Co. *Journ. Scient. Instr.* **3**. *S. 198—202. 1926.*

Der Apparat besteht aus einem Rahmen $ABCD$ (Abb. 1), dessen Seite AD fest ist, während die Seiten AB, BC und CD bei A, B, C und D Gelenke haben, so daß sie sich um die Seite AD drehen können, jedoch die Parallelogrammform beibehalten. Zwei Brücken S_1S_2 und R_1R_2 sind an Schiebern angelenkt, die an AB und DC so verschoben werden können, daß die Brücken immer parallel zu der festen Seite AD bleiben. Die Brücke S_1S_2 trägt eine 100teilige Skala mit dem Nullpunkt bei 0 und dem Punkt 100 in der Mitte zwischen 0 und S_1 bei Q_0. Die Linie PQ, rechtwinklig zu AD gibt den Index für die Skala auf der Brücke S_1S_2. Die zu messende Kurve wird auf der Brücke R_1R_2 befestigt und durch ein Glasfenster mit Teilstrich TM betrachtet, das senkrecht auf dem Schenkel BC des Parallelogramms steht.

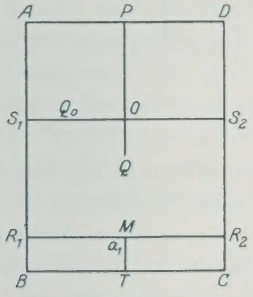


Abb. 1.

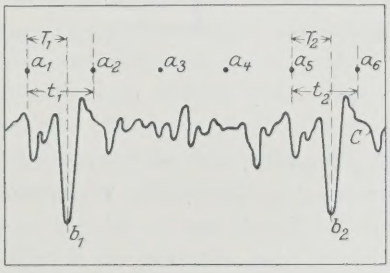


Abb. 2.

Der Apparat habe die Lage Abb. 1. Die Kurve wird so unter dem Glasfenster ausgerichtet, daß TM durch die Zeitmarke a_1 geht. Dann wird der Rahmen geschwenkt, bis TM die zweite Zeitmarke a_2 schneidet und die Brücke S_1S_2 verschoben, bis die Linie PQ durch den Teilstrich 100 geht (Abb. 2). Sodann wird das Parallelogramm wieder verschoben, bis TM durch den Punkt b_1 geht, dessen Abstand von der Zeitmarke a_1 durch den jetzigen Schnitt von PQ mit der Skala, sofort in Prozent des Zeitmarkenabstandes a_1a_2 abgelesen werden kann. In derselben Weise wird für den Punkt b_2 verfahren und so der Abstand $b_1—b_2$ ermittelt.

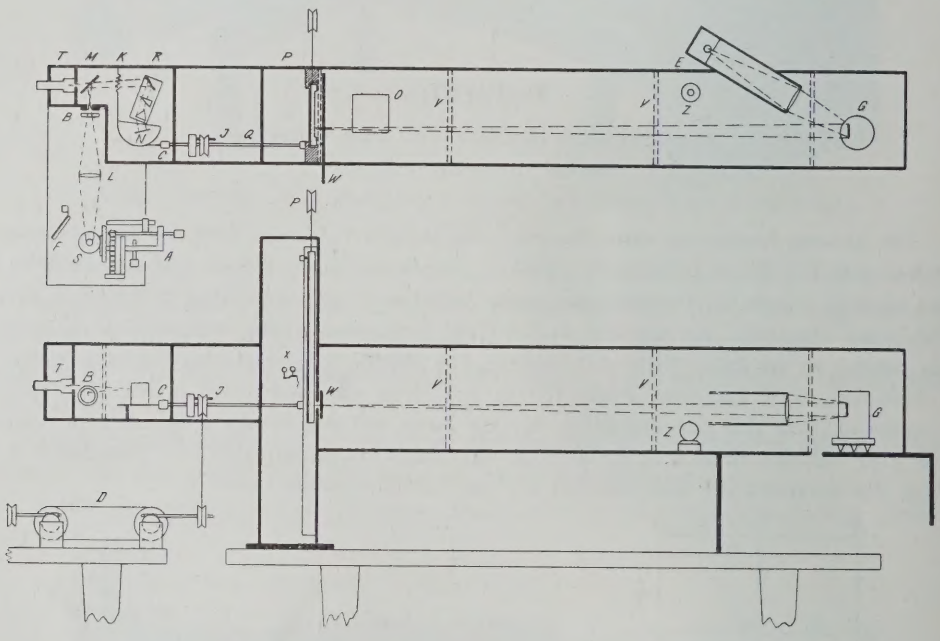
Der Apparat gestattet also eine rasche und genaue Messung irgendwelcher Zeitintervalle einer Aufzeichnung vorzunehmen, ohne daß Linien in die Kurven eingezeichnet, wirkliche Messungen vorgenommen und große Berechnungen ausgeführt werden müssen. *Lh.*

Ein selbstregistrierender Spektrothermograph.

Von Joseph W. Ellis. *Journ. of the Optical Soc. of America* **11.** *S. 649. 1925.*

Der Verfasser hat einen selbstregistrierenden Spektrothermographen konstruiert, der in der Abbildung im Horizontal- und Vertikalschnitt dargestellt ist.

Die Lichtquelle S ist eine Glühlampe, die durch einen glühenden Platinstreifen ersetzt werden kann, wenn es erwünscht ist eine Strahlung zu verwenden, die nicht durch Glas gefiltert ist. Die Lichtquelle muß mit Gleichstrom betrieben werden, da die Schwingungen der Wechselspannung unter Umständen bereits feine Einzelheiten in dem aufzunehmenden Diagramm verwischen können Durch die Quarzlinse L, deren Brennweite 10 cm beträgt, wird die Lichtquelle auf dem symmetrischen Spalt B abgebildet. Von hier werden die Lichtstrahlen durch den Planspiegel M auf den Parabolspiegel R geworfen, der eine Öffnung von 3,4 cm und eine Brennweite von 30,4 cm besitzt. Zwei Quarzprismen von 30 und 60° bewirken die Zerlegung in ein Spektrum. Das erstere dieser beiden Prismen ist so angeordnet, daß das Licht auf eine der Flächen praktisch senkrecht auftrifft, während das zweite Prisma für eine mittlere Wellenlänge das Minimum der Ablenkung aufweist.



Ein Planspiegel bewirkt, daß das Licht wieder durch die Prismen zurückläuft und daß ein kleiner Spektralbereich auf die Hilgersche Thermosäule T konzentriert wird, die ihrerseits mit dem Galvanometer G (von Leeds und Northrup) verbunden ist. Bei der getroffenen Anordnung liefert das Galvanometer einen Ausschlag von 9,3 mm je Millivolt. Durch eine Drehung des Spiegels, der bewirkt, daß das Licht zum zweiten Mal durch die Prismen tritt, kann man das ganze Spektrum kontinuierlich über das Thermoelement führen. Zu diesem Zweck ist der Spiegel auf einem Tischchen angeordnet, das um eine vertikale Achse drehbar ist und durch eine Feder K gehalten wird. Gleichförmige Bewegung des Spiegels wird durch ein Zahnrad C bewirkt, dessen Welle Q über ein doppeltes Schneckengetriebe D durch einen Motor angetrieben wird. Am anderen Ende der Welle greift ein Trieb in eine Zahnstange, durch die eine Kassette zur Aufnahme der photographischen Platte vertikal nach unten bewegt wird. Die gleichförmige Bewegung der Kassette wird durch ein Gegengewicht P gewährleistet.

Das die Platte treffende Licht geht von einer Automobillampe E mit geradem Faden aus, und zwar wird nach Entfernung des Verschlusses W nur ein kleines Stück vom Bild dieses Fadens auf die Platte geworfen, während der Rest durch die Backen eines schmalen Spaltes (1 mm), die sich über die ganze Breite der Platte erstrecken, abgeblendet wird. Die Blenden V verhindern,

daß zerstreutes Licht auf die Platte gelangt. Das Fenster O gestattet die Kontrolle über die Stellung des Lichtzeigers bei Beginn der Exposition.

Um ein Spektrum aufzunehmen, sind folgende Vorbereitungen zu treffen: Die gelbe Natriumlinie, die als Bezugslinie dient, wird durch die Bogenlampe A erzeugt, deren Licht nach einer Drehung des Spiegels F auf den Spalt bei B geworfen wird. Sodann wird der Spiegel N mittels der Welle Q von Hand so lange verschoben, bis die gelbe Linie, die man durch das Okular am Träger des Thermoelements beobachten kann, auf die Lötstelle trifft. Die Kassette wird dann in die gewünschte Lage gebracht und mittels der Schraube J werden die beiden Teile der Welle Q fest verbunden. Man erhält eine Bezugslinie auf der Platte, wenn man nach Entfernung des Verschlusses W die die Lampe Z für etwa eine Sekunde aufleuchten läßt. Etwa 10 Minuten sind erforderlich, um das Spektrum bis zu 3 μ aufzunehmen. Nach Beendigung der Aufnahme wird der Motor durch einen Schalter X, der von der Kassette betätigt wird, sobald diese ihre tiefste Lage erreicht hat, automatisch zum Stillstand gebracht.

Der Spektrothermograph soll dazu dienen, um die zahlreichen Absorptionslinien organischer Substanzen hauptsächlich im Wellenlängengebiet zwischen 2 und 3 μ aufzunehmen.

Henning.

Die Beziehung zwischen Streu- und Sichtdichte.

(*The relation between diffuse and specular density*).

Von Clifton Tuttle. *Journ. Opt. Soc. Amer.* **12.** *S. 559—565. 1926.*

Die Bestimmung der Schwärzung an einer Stelle eines photographischen Bildes hängt davon ab, ob die Messung am Schwärzungsmeßapparat mit direkt durchfallendem oder diffus zerstreuendem Licht gemacht wird. Wenn das Meßinstrument so eingestellt ist, daß nur der Lichtstrom in senkrechter Richtung zur Ebene der zerstreuenden Schicht registriert wird, wird der gemessene Wert der Schwärzung größer ausfallen als wenn die Messung den gesamten hindurchgegangenen Lichtstrom umfaßt. Der erste Fall der „Sichtdichte (*specular density*)", bezeichnet durch $d\parallel$, spielt eine Rolle in der Projektionstechnik sowie bei Negativen für Vergrößerungen. Der zweite Fall der „Streudichte (*diffuse density*)" kommt bei der Kontaktkopie in Betracht; sie wird bezeichnet durch $d+$. Zwischen beiden Dichtewerten besteht zweifellos eine Beziehung, die vor längerer Zeit durch Callier in der Gleichung $d\parallel = Q\,d+$ gefunden wurde. Jedoch ist dieser Zusammenhang sehr oft bestritten worden, und auch Verf. dieses stellt sich die Aufgabe, Bescheid darüber zu erhalten. Dieselbe Stelle der photographischen Platte wird in zwei verschiedenen Schwärzungsmeßapparaten ausgemessen, deren einer nur in Projektion, der andere nur durch Integration arbeitet. Der erste Apparat arbeitet mit parallel gerichtetem Licht, der andere mit diffusem Licht. Eine größere Anzahl von Schwärzungen von 0,05 bis 2,00 werden vermessen. Die Auswertung ergibt, daß die lineare Beziehung nach Callier nicht den wahren Zusammenhang wiedergibt, sondern daß derselbe eher durch eine Exponentialgleichung darstellbar ist, und zwar von der Form:

$$\log d+ = m \log d\parallel - c$$

oder:

$$d+ = d\parallel^{m} : \text{numerus } c\,.$$

Die Werte der Konstanten m und numerus c hängen von der Eigenart der Emulsion ab. Für die untersuchten Emulsionen ergaben sich hierzu folgende Werte:

	m	numerus c
Par Speed Motion Picture Neg. . . .	1,088	1,37
Motion Picture Pos.	1,036	1,31
Eastman 40	1,091	1,30

Die mittels der Formel aus $d\parallel$ berechneten Werte von $d+$ unterscheiden sich von den gemessenen selten um Werte größer als 2%.

Des weiteren untersucht Verf. den Einfluß der Entwicklung auf des Verhältnis $d\parallel / d+$. Sie soll keinen Einfluß zeigen.

Flügge.

Über den Babinetschen Kompensator.

Von J. Ellerbroek und J. Th. Groosmuller. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 468—471. 1926.*

Die beim Babinetschen Kompensator auftretenden Intensitätsverhältnisse werden theoretisch abgeleitet und experimentell geprüft, sowie die Merkmale angegeben, nach denen die verschiedenen Teile des Kompensators genau zu justieren sind. Eingehendere Messungen mit dem Kompensator werden nicht mitgeteilt; es wird dafür auf eine demnächst erscheinende Veröffentlichung in den *Archives Néerlandaises* verwiesen. Die mit dem Halbschattenkompensator erzielte Genauigkeit wird von den Verf. auch nicht annähernd erreicht. *Schck.*

Über die Anwendung der Kathodenzerstäubung zur Herstellung von Photometerkeilen aus Platin.

(Sur l'application de la pulvérisation cathodique à la préparation de coins photométriques en platine.)

Von F. Artigas. *Revue d'Opt.* **5.** *S. 217—227. 1926.*

Die vorliegende Arbeit stellt einen Auszug aus einer größeren Reihe von Untersuchungen dar, welche den Zweck verfolgten, die bekannten Photometerkeile aus Gelatine durch solche besserer Haltbarkeit und betonterer Neutralität zu ersetzen. Zur Herstellung solcher Keile bediente sich Verf. der Kathodenzerstäubung von Platin. Umfangreiche Vorarbeiten über die Eigenschaften der kathodischen Platinzerstäubung waren nötig, um das Bestmögliche herauszuholen.

Zu den üblichen Methoden der Kathodenzerstäubung kommen noch die folgenden neuen Gesichtspunkte als bemerkenswert hinzu: die zwischen Glocke und Platin befindliche elastische Verbindung muß aus nicht vulkanisiertem Kautschuk bestehen, um gelbliche Flecken auf dem metallischen Niederschlag infolge schwefliger Bestandteile zu vermeiden, was für Silberniederschläge wichtiger ist als für Platin oder Gold. Um ferner die normale Durchsichtfarbe der metallischen Beschläge zu erhalten, darf die Aufstäubung erst einsetzen, wenn die elektrische Ausstrahlung eine zarte blaue, leicht violett getönte Färbung angenommen hat. Schließlich soll die zu bestäubende Lamelle auf dem eisernen Träger nur unter Zwischenschaltung einer mindestens gleich dicken Glaslamelle ruhen. Diese Maßregel verhütet eine zu große Erwärmung der zu bestäubenden Lamelle, was andernfalls eine rötliche Färbung der Metallhaut in der Durchsicht und nach der Abkühlung eine Abschuppung zur Folge hätte. Die bei der Platinzerstäubung verwandte Kathode bestand aus 11 Platindrähten von 0,8 mm Durchmesser, die auf einem rechteckigen Glimmerblättchen befestigt waren. Diese Drähte hatten eine Länge von 15 cm und bedeckten eine Flächenbreite von etwa 6 cm.

Die Vorarbeiten hatten die Aufgabe, die Absorptionseigenschaften solcher Metallbeschläge nach drei Gesichtspunkten hin zu erkennen: Einfluß der Enfernung der Kathode, Einfluß der Stromstärke und Einfluß der zeitlichen Dauer der Aufstäubung. Schließlich gingen nebenher Untersuchungen über die Abhängigkeit der optischen Dichte des Platinbeschlags von der Wellenlänge des einfallenden Lichts. Die optische Dichte wurde mikrophotometrisch bestimmt, und zwar für die grüne Quecksilberlinie 546 $\mu\mu$. Die Einflüsse der oben genannten drei Faktoren machten sich folgendermaßen geltend:

1. Einfluß der Entfernung der Lamellen von der Kathode: Im Dunkelraum wächst die Dichte mit der Entfernung; außerhalb desselben besteht diese Gesetzmäßigkeit nicht mehr. Für Abstände von 30 bis 50 mm etwa nimmt die Dichte linear mit wachsender Entfernung ab; dann wird die Geradlinigkeit gestört bis etwa 70 mm Entfernung; darüber hinaus ist die Abhängigkeit wieder linear bei abnehmender Dichte.

2. Einfluß der Stromstärke: Mit zunehmender Stromstärke erhöht sich die Dichte des Metallbeschlags; bei zu starken Strömen erwärmen sich die metallischen Niederstäubungen zu sehr und werden an den Rändern schlechter; außerdem laufen sie rötlich an. Man soll 15 Milliampere nicht überschreiten, für Platin ist ein Strom von 12 Milliampere am zweckmäßigsten.

3. Einfluß der Dauer der Aufstäubung: Um darüber Ergebnisse zu erhalten, verfuhr Verf. folgendermaßen: die zu bestäubende Lamelle wurde zur Hälfte mit einem dünnen Eisenblättchen abgedeckt, die Aufstäubung während einer gewissen Zeit vorgenommen, dann mittels eines Magneten das Eisenblech von außen her von der Lamelle entfernt und nun während der-

selben Zeit die Aufstäubung fortgesetzt. Auf diese Weise brauchte der Strom nicht unterbrochen werden, und das Vakuum blieb unangetastet. Es zeigte sich, daß die Dichte auf der bereits platinierten Hälfte dem Betrage nach kleiner war als die doppelte Dichte der erst abgedeckten Hälfte. Dieser Effekt ist bereits bei bloßer Betrachtung merkbar. Es scheint so, als ob während der Metallisation die Metallhaut einer weiteren Bestäubung einen gewissen Widerstand entgegensetzt, und zwar erklärlich durch eine Veränderung des elektrischen Feldes, welche sich dadurch geltend macht, daß die ankommenden metallischen Partikelchen eine Abstoßung erfahren.

Durch Wahl der passendsten Werte dieser drei Faktoren ist eine günstigste Herstellungsweise absorbierender Metallschichten mittels Kathodenzerstäubung möglich. Die beifolgende Tabelle zeigt relative Werte dieser Einflüsse, wenn man nach günstigsten Methoden festgelegte Dichten erhalten will.

Dichten	Abstand von der Kathode mm	Stromstärke mA	Zeitdauer
0,47	34	12	40 Min.
0,85	40	12	1 Std.
1,20	34	13	1 Std. 20 Min.
1,65	36	11,5	2 Std.
2	36	14	2 Std.
3,55	22	14	2 Std.

Von Interesse war schließlich auch die Bestimmung der Änderung des Absorptionsvermögens von derartigen Platinschichten mit der Wellenlänge des einfallenden Lichts. Die Untersuchungen hierüber erstrecken sich über den Spektralbereich 500 bis 670 $\mu\mu$ und werden mit einem Gelatinekeil und einem Neutralglas in Vergleich gezogen. Über die Ergebnisse klärt folgende Tabelle auf.

Tabelle der Dichten.

Wellenlänge $\mu\mu$	Gelatinekeil	Neutralglas	Platinschicht
660	1,29	0,82	1,38
610	1,39	0,90	1,39
580	1,43	0,93	1,40
546	1,42	0,94	1,44
520	1,42	1,00	1,45
500	1,50	1,03	1,46

Die Platinschichten besitzen einen bewerkenswerten Vorteil: sie absorbieren vorwiegend die kurzwellige Strahlung, aber die Differenz der Absorptionskoeffizienten für die äußersten Lichtarten ist gering, etwa 8 Hundertstel einer Einheit bei der Dichte 1,40 im mittleren Spektralgebiet.

Zur Erzielung noch besserer Neutralität versuchte Verf., die Absorptionsungleichheiten der Platinschicht zu korrigieren. Da Silber mehr die langwelligeren Lichtarten absorbiert, lag es nahe, durch passende Kombination von Platin und Silber konstanten Verlauf zu erhalten. Auf Silberbeschlägen wurde Platin aufgestäubt, wobei zugleich der weitere Vorteil geltend wurde, daß die Silberschicht auf diese Weise geschützt wurde. Verf. war nach verschiedenen Versuchen in der Lage, einen Mischbeschlag mit folgenden Dichteeigenschaften zu erhalten:

Wellenlänge $\mu\mu$	Platin allein	Silber allein	Mischbeschlag
670	0,53	0,47	1,00
650			1,00
610			1,00
550			0,995
500	0,62	0,375	0,995

Durch Aufeinanderdeckung einer Platinschicht der Dichte 0,53 mit einer Silberschicht der Dichte 0,47, bezogen auf die Wellenlänge 670 $\mu\mu$, ist es also möglich, ein über einen großen Spektralbezirk gleichmäßig absorbierendes metallisches Medium zu erhalten.

Soweit die Vorarbeiten; es folgte nun verhältnismäßig einfach die Anwendung der gewonnenen Erfahrungen auf die praktische Herstellung eines brauchbaren Photometerkeils aus Platin. Ein solcher kann in gleicher Weise hergestellt werden, nur daß die zu bestäubende Lamelle unter einem gewissen Neigungswinkel gegen die auftreffenden metallhaltigen Strahlen gestellt wird, entsprechend im Prinzip einer kontinuierlich erfolgenden Abstandsänderung der einzelnen Stellen der Lamelle von der Kathode. Die Nachprüfung dieser Vorüberlegung hatte tatsächlich den gewünschten Erfolg. Der Neigungswinkel betrug dabei 41°. Der erhaltene Keil war in seiner Gradation überaus gleichmäßig, über eine Länge von etwa 10 cm; ein Erfolg, der in der Tat Beachtung verdient.

Flügge.

Bücherbesprechungen.

Die Photogrammetrie und ihre Anwendung bei der schweizerischen Grundbuchvermessung und bei der allgemeinen Ländervermessung. Sammlung von Referaten, gehalten an einem Vortragskurs des Schweizerischen Geometer-Vereins. Brugg 1926.

Die ersten eingehenderen Versuche über die Anwendbarkeit der Photogrammetrie für topographische Zwecke wurden in der Schweiz in den Jahren 1892—1891 ausgeführt; M. Rosenmund hat darüber berichtet[1]) und kam dabei zu dem Ergebnis, daß „die Photogrammetrie für Terrainaufnahmen nur in gewissen Ausnahmefällen mit Vorteil verwendet werden kann". Erst nach dem Weltkriege haben sich in der Schweiz die in Frage kommenden Behörden wieder mit der Photogrammetrie befaßt und dabei untersucht, ob und in welcher Form die Photogrammetrie für die Zwecke der Grundbuchvermessung und der Topographie heute verwendbar ist. Die hierzu ausgeführten Versuchsmessungen, die dabei benutzten Instrumente und insbesondere die Ergebnisse der Messungen werden in der vorliegenden Schrift mitgeteilt. J. Baltensperger behandelt „die Photogrammetrie als Aufnahmeverfahren der schweizerischen Grundbuchvermessung", K. Schneider berichtet über die „Ergebnisse stereophotogrammetrischer Aufnahmen in der Schweiz" und über „Versuche über Entzerrung von Fliegeraufnahmen und bisherige Versuchsergebnisse", H. Härry bespricht „Stereophotogrammetrische Aufnahme- und Auswerteinstrumente und angewandte Aufnahme- und Auswertemethoden".

Nach den Mitteilungen von J. Baltensperger wurden in der Zeit von 1920 bis 1922 durch das Vermessungsbureau Dr. Helbling in Flums mehrere Gemeinden von der Erde aus mit Instrumenten von C. Zeiss stereophotogrammetrisch aufgenommen und mit einem Stereoautographen in 1:5000 bzw. 1:10000 für katastertechnische und topographische Zwecke ausgewertet. „Diese Vermessungen brachten den Beweis, daß sich die photogrammetrische Methode für die Aufnahme und Darstellung der topographischen Gestaltung offener Gebiete in vorzüglicher Weise eignet und daß die Vermessungskosten hierfür erheblich geringer sind als nach den bisherigen Verfahren" und daß die Photogrammetrie bei der Vermessung der Alpen und Weiden „bei einer geeigneten Kenntlichmachung der Grenzpunkte auch für die Vermessung der Eigentumsgrenzen verwendet werden kann". Zur weiteren Klärung der auftretenden Fragen wurde 1923 bis 1925 das rund 10000 ha große Berggebiet der Gemeinde Mels erdphotogrammetrisch durch Dr. Helbling bearbeitet. Außerdem wurde 1925 das in „ziemlich starkem Maße" bewaldete Berggebiet der Gemeinden Bilten und Niederurnen im Umfang von rund 1600 ha luftphotogrammetrisch aufgenommen und mit dem Zeissschen Stereoplanigraphen bei der Luftbild-Stereographik in München ausgewertet. Auch diese besonders für Grundbuchvermessungszwecke ausgeführten Aufnahmen haben die „Erwartungen sowohl in technischer als auch in wirtschaftlicher Hinsicht in weitgehendem Maße erfüllt".

[1]) Untersuchungen über die Anwendung des photogrammetrischen Verfahrens für topographische Aufnahmen. Bern 1896.

Nach den gemachten Erfahrungen „genügen die photogrammetrischen Aufnahmen hinsichtlich ihrer Genauigkeit lediglich den Anforderungen an Grundbuchvermessungen von gebirgigen Gebieten, wie Alpen, Weiden und Waldungen in den Maßstäben 1:5000 und 1:10000"; für die „übrigen Gebiete kommt die Photogrammetrie für die Grundbuchvermessung nicht in Betracht". Diese Feststellungen sind wertvoll und interessant schon im Hinblick auf die überschwänglichen Hoffnungen, die man zum Teil noch vor wenigen Jahren auf die Photogrammetrie gesetzt hat.

Bei den Aufnahmen für Grundbuchzwecke wurden die Grenzpunkte — soweit die Grenzen nicht natürlich bezeichnet waren — für die Erdphotogrammetrie durch 60 auf 120 cm große Dreiecke aus weißem Stoff oder 1,5 m hohe Steinpyramiden und für die Luftphotogrammetrie am besten durch rund 1,0 auf 1,0 m große Kalksignale bezeichnet.

Zur Feststellung der auf photogrammetrischem Wege erreichten Genauigkeit wurden für eine größere Zahl von Grenzmarken auf trigonometrischem oder polygonometrischem Wege die ebenen Koordinaten sowie die Höhen bestimmt; die bei Erdaufnahmen aus den photogrammetrisch entstandenen Plänen abgegriffenen, oder bei Luftaufnahmen am Stereoplanigraphen abgelesenen Koordinaten zeigten — in beiden Fällen — Abweichungen bis zu 2,5 m, die durchschnittliche Abweichung der erd- oder luftphotogrammetrisch bestimmten Höhen betrug 0,8 m.

Bei der Besprechung der Kosten und Wirtschaftlichkeit der photogrammetrischen Aufnahme wird gesagt, daß die Vermessung der bearbeiteten Gebiete „nach einer der übrigen Methoden mindestens doppelt so viel kosten würde".

K. Schneider berichtet über die Ergebnisse von drei stereophotogrammetrischen „Probeaufnahmen". Die erste Aufnahme — im Gebiete der Gemeinde Rüschegg — ist eine Erdaufnahme; das Aufnahmeinstrument war ein Phototheodolit von C. Zeiss mit $f = 19$ cm, die Auswertung erfolgte mit dem Stereoautographen von C. Zeiss im Bureau von Dr. Helbling. Bei der zweiten Probeaufnahme — im Gebiet der Gemeinde Wangen — handelt es sich um Aufnahmen aus dem Luftfahrzeug; sie erfolgte in zwei Teilen. Bei dem ersten Teil war das Aufnahmeinstrument eine Luftbildkammer von C. Zeiss mit $f = 180$ mm, die Auswertung erfolgte mit dem Stereoplanigraphen; bei dem zweiten Teil wurde eine Luftbildkammer von G. Heyde mit $f = 165$ mm verwendet, das Auswerteinstrument war der Autokartograph von G. Heyde für $f = 180$ mm[1]). Die dritte Probeaufnahme — im Gebiet der Gemeinde Mels — ist wieder eine Erdaufnahme; als Aufnahmeinstrument wurde der neue Phototheodolit von H. Wild mit $f_1 = 165$ mm und $f_2 = 240$ mm verwendet, für die Auswertung wurde der Autograph von H. Wild benutzt.

Die erdphotogrammetrische Aufnahme bei Rüschegg wurde im Maßstab 1:5000 mit 5 m-Schichtlinien ausgearbeitet. Die eingehende, in der üblichen Form durchgeführte Untersuchung ergab für den mittleren Lagefehler m der Höhenschichtlinien

$$m = \pm (1{,}2 + 0{,}4 \operatorname{ctg} \alpha) \text{ Meter},$$

wobei α den Neigungswinkel des Geländes vorstellt. Auf Grund dieses Ergebnisses wird gesagt, daß „an diese Aufnahmen topographische Höchstanforderungen gestellt werden können, die von keinem anderen Aufnahmeverfahren unter sonst gleichen Umständen erfüllt werden können". Die Berechtigung dieses Urteils ergibt sich aus den Ergebnissen der Genauigkeitsbestimmungen von Geländeaufnahmen, deren Grundlagen nach dem Verfahren der Theodolittachymetrie bestimmt wurden. H. Müller[2]) kam bei seinen Untersuchungen für 1:5000 zu dem Wert $m = \pm (5{,}0 + 0{,}5 \operatorname{ctg} \alpha)$ Meter; A. Egerer[3]) findet, daß man bei 1:2500 $m = \pm (4{,}0 + 0{,}3 \operatorname{ctg} \alpha)$ Meter im freien Feld einhalten kann.

Die luftphotogrammetrischen Aufnahmen bei Wangen wurden in 1:10000 ausgewertet. Bei beiden Aufnahmen wurde die beim Einstellen der Platten im Auswerteinstrument auftretende Aufgabe des Rückwärtseinschneidens im Raum mechanisch mit Benutzung des Auswerteinstruments gelöst; beim Stereoplanigraphen erforderte das Einstellen eines mit nahezu vertikaler Achse aufgenom-

[1]) Die mit $f = 165$ mm gemachten Aufnahmen mußten auf $f = 180$ mm umphotographiert werden.

[2]) Über den zweckmäßigsten Maßstab topographischer Karten. Heidelberg 1913.

[3]) Untersuchungen über die Genauigkeit der topographischen Landesaufnahme von Württemberg. Stuttgart 1915.

menen Plattenpaares — einschließlich der dazu gegebenen Erklärungen — 9 Stunden und dasjenige eines schräg aufgenommenen Plattenpaares 4 Stunden; beim Autokartographen waren für die Einstellung eines Plattenpaares 6 bis 7 Stunden nötig.

Bei der mit den Instrumenten von C. Zeiss durchgeführten Aufnahme ergab die Untersuchung für den mittleren Höhenfehler eines im Stereoplanigraphen einmal eingestellten und der Höhe nach abgelesenen Geländepunktes bei Vertikalaufnahmen $\pm$ 1,0 m und bei Schrägaufnahmen $\pm$ 1,3 m. Bei der Untersuchung der mit dem Stereoplanigraphen gezeichneten Höhenschichtlinien zeigte es sich, daß der in der Schweiz zulässige mittlere Lagefehler der Höhenschichtlinien $m = \pm (3{,}0 + 1{,}0 \operatorname{ctg} \alpha)$ Meter an keiner Stelle überschritten wurde. Der Berichterstatter kommt danach zu dem Ergebnis, „daß die stereophotogrammetrische Aufnahmemethode aus der Luft ebenso leistungsfähig ist, wie die terrestrischen Verfahren für die Aufnahme topographischer Pläne im Maßstab 1:10000".

Die Untersuchung der mit den Instrumenten von G. Heyde durchgeführten Aufnahme ergab für den mittleren Lagefehler eines einmal eingestellten Geländepunktes bei dem einen Plattenpaar $\pm$ 3,5 m und bei dem anderen $\pm$ 4,9 m; für den mittleren Höhenfehler eines im Autokartographen einmal eingestellten Geländepunktes wurde $\pm$ 1,1 m gefunden. „Damit ist der Nachweis geleistet, daß die Innehaltung der bei der Erstellung der Original-Übersichtspläne der schweizerischen Grundbuchvermessung geforderten Genauigkeit bei Schrägaufnahmen vom Flugzeug aus bei normalen Verhältnissen gewährleistet ist."

Die erdphotogrammetrische Aufnahme im Gebiete von Mels mit den Instrumenten von H. Wild wurde in 1:10000 ausgewertet. Auf Grund der „in kleinem Umfange durchgeführten praktischen Genauigkeitsuntersuchungen" hat die schweizerische Landestopographie „nach eingehender Prüfung anderer Konstruktionstypen den Wildschen Instrumenten den Vorzug gegeben" und dies durch Beschaffung von vier Phototheodoliten und zwei Autographen zum Ausdruck gebracht.

In seinem Bericht über die „Versuche über Entzerrung von Fliegeraufnahmen" behandelt K. Schneider zunächst die allgemeinen Grundlagen und bespricht dann den „Vorgang der Entzerrung". Die mitgeteilten „Probe-Entzerrungen" beziehen sich auf Aufnahmen mit einer „gewöhnlichen Militär-Fliegerkammer" mit 25 cm Brennweite; die Entzerrungen erfolgten mit dem — heute überholten — Jäger-Liesegangschen Gerät. In den Schlußfolgerungen wird darauf hingewiesen, daß die für vermessungstechnische Zwecke bestimmten Aufnahmen als Aufnahmeinstrument eine Meßkammer verlangen mit genäherter Aufzeichnung der Neigung und der Kantung. Als Entzerrungsgerät soll für weitere Arbeiten dasjenige von C. Zeiss benutzt werden.

In dem letzten Abschnitt behandelt H. Härry unter Beifügung von guten Figuren die stereophotogrammetrischen Aufnahme- und Auswerteinstrumente mit besonderer Betonung der Instrumente von H. Wild.

Die in der vorliegenden Schrift veröffentlichten Erfahrungen bedeuten einen besonders wertvollen Beitrag auf dem Gebiete der Photogrammetrie. *P. Werkmeister.*

Otto Kehrmann, Das Rechnen mit dem Rechenschieber. 8°. 42 S. m. 30 Abb. Essen 1925.

Diese „praktische Anleitung zur Erlernung der Fertigkeit im Rechnen mit dem Rechenschieber" ist zu sehr auf die Anwendung von „Regeln" eingestellt. Die Grundgedanken der Rechenschieberrechnung sind bekanntlich derart einfach, daß man dem Anfänger nur empfehlen kann, sie sich zunächst klar zu machen; die mechanische Verwendung des Rechenschiebers ergibt sich dann rasch von selbst. Mit „Regeln" anzufangen, ist unzweckmäßig. Für die Bestimmung der Kommastellung empfiehlt der Verfasser eine „Stellenregel"; bekanntlich geschieht dies bequemer und sicherer auf Grund einer überschlägigen Rechnung.

Ob durch Anleitungen, wie die vorliegende, die Zahl der Freunde des Rechenschiebers stark vermehrt wird, halte ich für fraglich. *P. Werkmeister.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Juni 1927.** Sechstes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1926.

(Fortsetzung von S. 241.)

Unterabteilung IIb.

A. Laboratorium für Grundeinheiten[1]).

71. Übersicht über die Prüfungsarbeiten.

169 (16) Proben Leitungsmaterial
(Kupfer: 1 korrodierter Draht, 2 Ringe Kabel, 4 Gummiaderleitung, 1 Seil, 2 Stäbe, 1 Draht; Bronze: 3 Drähte; Eisen: 2 Walzdrähte; Aluminium: 144 Drähte),
2 (23) Proben Widerstandsmaterial (2 Nickelindrähte),
92 (80) Einzelwiderstände,
54 (48) Widerstandssätze, einschl. Verzweigungswiderständen [1971 (1532) Abteilungen],
2 (6) Wasserproben,
133 (170) Internationale Westonelemente,
14 (11) Westonelemente mit bei 4° gesättigter Lösung,
1 (6) 1 Probe Molybdän.

Von den geprüften Einzelwiderständen waren 64 in Drahtform, 28 in Blechform. Unter den geprüften Widerstandsapparaten waren, soweit es sich aus den Angaben der Prüfungsanträge ersehen ließ, 15 für Holland, 5 für Österreich, 4 für Dänemark, je 2 für Polen und Japan bestimmt.

Die Abweichungen vom Sollwert lagen bei den internationalen Westonelementen bei 127 Elementen unterhalb $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ Volt, bei 3 Elementen zwischen $+1$ und $+2 \cdot 10^{-4}$ Volt. Die EMK der bei 4° gesättigten Elemente lag zwischen 1,0164 und 1,0188 Volt, 2 Elemente waren unbrauchbar. Der verhältnismäßig große Spielraum in der EMK der letzteren rührt daher, daß bei mehreren älteren Elementen die EMK, wie es diesem Typ eigentümlich ist, im Laufe der Zeit etwas abgenommen hat.

Für verschiedene Laboratorien der Reichsanstalt wurden 15 Draht- und 6 Blechwiderstände sowie 3 Normalelemente geprüft, die Normalen der Elektrischen Prüfämter der vorgeschriebenen Kontrolle durch Nachprüfung von 38 Normalwiderständen, 10 Westonelementen und 1 Clarkelement unterzogen.

B. Laboratorium für Wechselstromnormalien und Hochfrequenz[2]).

51 (35) Induktivitäten,
1139 (936) Kapazitäten von Kondensatoren,
286 (495) Verlustwinkel von Kondensatoren,

[1]) v. Steinwehr, A. Schulze.
[2]) Giebe, Zickner, Scheibe.

1 (2) Kapazitätsmeßbrücken,
6 (4) Dielektrizitätskonstanten fester Isolatoren,
18 (11) Verlustwinkel fester Isolatoren,
4 (4) Widerstände (einschl. Isolationsmessungen),
19 (10) Wirkwiderstände von Spulen bei Wechselstrom,
20 (7) Spulenkapazitäten,
10 (13) Wellenmesser,
2 (0) Normalwellenmesser,
4 (17) Normalwellen
12 (0) Quarzresonatoren,
4 (3) Hochspannungssicherungen.

Für die Laboratorien der Reichsanstalt wurden geprüft:

63 (24) Kapazitäten.

C. Röntgenlaboratorium[1]).

66 (59) Dosismesser versch. Art,
10 (0) Röntgenstrahlenschutzstoffe,
3 (0) Röntgenmaschinen.

Ein Teil der geeichten Dosismesser war für andere Prüfstellen (Göttingen, Bonn, Freiburg, Stuttgart, Erlangen, Hamburg) bestimmt, welche die Reichsanstalt nach Möglichkeit entlasten sollen.

D. Gleichstromlaboratorium[2]).

71 (56) Apparate zur Messung der Spannung und Stromstärke,
50 (59) „ „ „ „ Leistung,
37 (27) „ „ „ „ Arbeit (Elektrizitätszähler),
72 (28) Vor- und Nebenwiderstände,
46 (0) Sonstige Widerstände,
3 (0) Elektronenröhren,
53 (43) Primärelemente,
6 (2) Akkumulatoren,
0 (18) Verschiedenes,
25 (31) Systemprüfungen von Gleich- und Wechselstromzählern,
6 (0) Vorprüfungen von Zählersystemen.

Für die einzelnen Laboratorien der Reichsanstalt wurden geprüft:

49 (34) Normalwiderstände, Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser.

E. Wechselstromlaboratorium[3]).

I. Meßapparate.

6 (7) Spannungs- und Stromzeiger,
15 (50) Leistungszeiger,
68 (108) Elektrizitätszähler im Laboratorium,
0 (70) Elektrizitätszähler im Betriebe,
246 (287) Strom- und Spannungswandler,
0 (1) Frequenz- und Phasenmesser,
8 (6) Kompensationsapparate und Brücken.

II. Wechselstromgrößen.

18 (4) Winkelfehler von Widerständen,
33 (27) Kondensatoren für Hochspannung,
0 (1) Selbstinduktionsspulen.

[1]) Behnken, R. Jaeger. [2]) Schmidt, Scheld.
[3]) Schering, Reichardt, Engelhardt, Burmester, Linckh.

III. Isolations- und Installationsmaterialsorten.

157 (193) Feste Isoliermaterialien,
26 (11) Isolatoren,
7 (10) Erdwachse und Vergußmassen,
25 (36) Öle,
77 (23) Kabel und Drahtleitungen,
23 (10) Schalter, Steckvorrichtungen u. dgl.,
8 (0) Isolierüberzüge,

IV. Technische Apparate.

11 (4) Heizapparate,
13 (27) Klingeltransformatoren und Relais,
3 (8) Feuerlöscher für Hochspannung,
1 (1) Fernhörer,
4 (3) Blitzschutzapparate,
4 (5) Verschiedenes,
2 (0) Pupinspulen,
2 (0) Alarmapparate.

V. Systemprüfung an Meßwandlern.

0 (0) Stromwandler,
1 (0) Spannungswandler.

F. Maschinenlaboratorium[1]).

10 (17) Generatoren und Motoren,
0 (1) Transformatoren,
0 (5) Anlasser,
5 (0) Apparate,
3 (0) Abnahme von Maschinen.

G. Magnetisches Laboratorium[2]).

18 (33) Proben Flußeisen, Gußeisen, Magnetstahl,
146 (135) Proben Dynamo- und Transformatorenblech,
13 (13) Permanente Magnete,
1 (1) Unmagnetischer Nickelstahl,
1 (2) Magnetisierungsapparate nach Koepsel-Kath,
5 (0) Proben Weicheisen für Dreheiseninstrumente.

Von den Blechproben wurden 79 (86) wattmetrisch [200 (192) Verlustziffern, an 3 (8) Proben Trennung in Wirbelstrom- und Hystereseverlust], 63 (49) statisch und 4 (0) auf Anfangspermeabilität untersucht. Spez. Widerstände wurden an 3 (10) Proben bestimmt. Die Zahl der beschleunigten Prüfungen betrug 20 (16).

72. Referat für das elektrische Prüfwesen[3]).

a) Zulassung von Zählern[4]).

Es wurden zur Beglaubigung zugelassen:

Gleichstromzähler: 3 Abänderungen bzw. Zusätze.

Zähler für ein- oder mehrphasigen Wechselstrom: 6 neue Systeme, 13 Abänderungen bzw. Zusätze.

Die Zulassung zur Beglaubigung wurde in drei Fällen abgelehnt.

b) Tätigkeit der Prüfämter[3]).

Die Einrichtung zweier neuer elektrischer Prüfämter ist im Berichtsjahre beendet worden. Der Reichsminister des Innern hat auf Grund der Besichtigungsberichte der Reichsanstalt sowohl dem Ostpreußischen Revisionsverein in Königsberg wie dem Pfälzischen Gewerbemuseum in Kaisers-

[1]) V. Vieweg, R. Vieweg, Linckh.
[2]) Steinhaus, Kußmann.
[3]) Schmidt. [4]) Schmidt, Scheld.]

lautern die Befugnis erteilt, amtliche Prüfungen von Elektrizitätszählern und Meßinstrumenten auszuführen. Das Prüfamt in Königsberg führt die Nummer 8 und hat die Meßbereiche:

Gleichstrom	150 A	480 V
Wechsel- und Drehstrom	200 A	600 V.

Das Prüfamt in Kaiserslautern führt die Nummer 5 und hat die Meßbereiche:

Gleichstrom	200 A	600 V
Wechsel- und Drehstrom	200 A	400 V.

Das Prüfamt 3 in München hat Einrichtungen für die Prüfung von Wechsel- und Drehstromzählern für den Meßbereich 400 A 25000 V beschafft. Dementsprechend ist seine Prüfbefugnis erweitert worden.

Eine Übersicht über die Tätigkeit der elektrischen Prüfämter gibt die nachstehende Tabelle 5.

Tabelle 5.

Meßgeräte	Ilmenau	Hamburg	München	Nürnberg	Kaiserslautern	Frankfurt a. M.	Bremen	Königsberg i. Pr.
1. Zähler im ganzen eingereicht	3660	325	34468	2775	46	12810	15550	2156
Davon gehören einem zur Beglaubigung zugelassenen System an .	2340	234	23205	2434	12	12784	14626	—[1]
Bei der Einsendung hielten die Verkehrsfehlergrenzen nicht ein	510	151	14267	34	20	125	156	23
Von den in Zeile 1 aufgeführten Zählern wurden								
a) mit dem Beglaubigungsstempel versehen	50	129	21187	2351	2	12245	14527	—
b) mit dem Verkehrsstempel versehen	3474	153	4579	145	44	432	1008	—
c) wegen Unzulässigkeit der Bauart u. dgl. zurückgewiesen . .	—	16	334	4	—	—	—	—
d) wegen Überschreitung der Verkehrsfehlergrenzen zurückgewiesen	54	—	2574	9	—	125	—	—
e) nicht gestempelt, weil ohne Meßwandler, oder bei nur wenigen Punkten geprüft oder dgl.	82	27	5794	266	—	8	15	—
2. Tarifuhren, Zeitzähler und andere Tarifgeräte	—	2	19653	135	—	77	34	20
3. Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser und andere Meßgeräte . .	7	59	80	211	—	60	153	20
4. Elektrische Gebrauchsgegenstände	—	243	21	259	—	—	1	—
5. Isolations- und Installationsmaterial	—	245	147	251	—	1	204	—

c) Neubearbeitung der Prüfordnung[2]*.* Der Entwurf einer neuen Prüfordnung für elektrische Meßgeräte ist in einer von der Reichsanstalt einberufenen Prüfämterkonferenz, an der sämtliche Prüfamtsvorsteher teilnahmen, durchberaten worden; er war außerdem Gegenstand von Verhandlungen mit der Vereinigung der Elektrizitätswerke, die an der Fassung einer Reihe von Prüfungsbestimmungen besonders interessiert ist. Die bei allen diesen Verhandlungen geäußerten Wünsche und Anregungen konnten im wesentlichen berücksichtigt werden. Die Prüfordnung ist beim Verlage Julius Springer erschienen.

73. Widerstandsnormale[3]*).* Die am Schlusse des vorigen Berichtsjahres begonnene Vergleichung der Manganinnormalen

[1]) Die Angaben des P.-A. Königsberg i. Pr. liegen nur unvollständig vor.
[2]) Schmidt, Scheld. [3]) v. Steinwehr, A. Schulze.

und der Anschluß der Gebrauchsnormalen an die Drahtwiderstandseinheit der Reichsanstalt wurde zu Ende geführt. Sie ergab die gleiche befriedigende Übereinstimmung wie in den früheren Jahren.

Der Mitteilung über die im vorigen Tätigkeitsbericht erwähnte Vergleichung der deutschen mit der britischen Widerstandseinheit im Jahre 1925 ist noch einiges hinzuzufügen. Zunächst haben die in der Reichsanstalt festgestellten Werte der vier zur Vergleichung benutzten Büchsen, die auf den Mittelwert der neuen Bestimmung des internationalen Ohm vermittels der neuen und alten Ohmrohre bezogen waren, noch eine kleine Modifikation erfahren, durch die sich das Verhältnis der britischen zur deutschen Einheit um einen geringfügigen Betrag geändert hat. Sodann aber sind inzwischen vom *National Physical Laboratory* außer den endgültigen auf die sog. Washingtoner Einheit gegründeten Werten für die Büchsen noch Zahlen gegeben worden, die sich auf die Smithsche Bestimmung des internationalen Ohm und eine neuerdings ausgeführte Auswertung des internationalen Ohm mit Hilfe der englischen Ohmrohre beziehen.

Nr.	P. T. R. bei 20° C.	N. P. L.		
		in Washingtoner Einheit von 1910 bei 20°	Englische Ohmrohre	
			Ohmbestimmung von Smith (1912) bei 20°	Ohmbestimmung des N. P. L. (1925) bei 20°
1_A	$0{,}999\,95_5$	$0{,}999\,93_5$	$0{,}999\,95_1$	$0{,}999\,97_1$
1_C	$1{,}000\,00_4$	$0{,}999\,97_7$	$0{,}999\,99_3$	$1{,}000\,01_3$
$0{,}1_E$ (5167)	$0{,}099\,997_1$	$0{,}099\,994_3$	$0{,}099\,995_9$	$0{,}099\,997_9$
$0{,}1_F$ (5168)	$0{,}099\,995_4$	$0{,}099\,992_7$	$0{,}099\,994_3$	$0{,}099\,996_3$

Aus der Zusammenstellung der Tabelle geht hervor, daß die Neubestimmung des internationalen Ohm in der P. T. R. auf etwa $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ den gleichen Wert liefert wie die letzten beiden englischen Bestimmungen von 1912 und 1925[1]).

Die im vorigen Jahre geplante Neukalibrierung der alten Ohmrohre konnte nur als orientierende Messung ausgeführt werden, da sie sich, wie es in der Natur der Sache liegt, nicht über die ganze Länge der Rohre ausdehnen ließ. Innerhalb der hierdurch bedingten verringerten Genauigkeitsgrenzen zeigten sich keine Abweichungen von den alten Werten. Die Arbeit wird in diesem Frühjahr im Druck erscheinen.

74. Festsetzung von Leitungsnormen für Aluminium[2]).

In ähnlicher Weise, wie es vor dem Kriege für Kupfer geschehen ist, sollen jetzt auf Grund internationaler Vereinbarung Leitungsnormen für Aluminium geschaffen werden. Eine vorbereitende Besprechung hierüber hat am 20. April 1926 in New York zwischen Vertretern von Deutschland, England und Amerika stattgefunden. In dieser Sitzung wurden keine Beschlüsse gefaßt, man beschränkte sich vielmehr darauf, in dem kurzen Bericht zum Ausdruck zu bringen, daß es Aufgabe der nationalen Laboratorien von Deutschland, Groß-Britannien, Amerika und Frankreich sei, die vorbereitenden Arbeiten für die Normalisierung des Aluminiums auszuführen. Obwohl bisher hierüber noch keinerlei Verabredungen zwischen den genannten Instituten getroffen worden sind, hat die Reichsanstalt auf Wunsch des Ausschusses für Aluminium-Leitungsnormen mit den Vorarbeiten durch Untersuchung des spez. Widerstands von 83 Proben hartgezogenen Aluminiums neuester Fabrikation, die von drei verschiedenen Firmen stammten, begonnen. Die Messungen zeigten, daß es der deutschen Aluminiumindustrie gelungen ist, Aluminium herzustellen, das im Mittel einen spez. Widerstand von 0,0286 bei 20° C besitzt. (Die Werte schwanken zwischen 0,0283 und 0,0291.)

75. Magnetostriktion[3]).

Die Magnetostriktion, d. h. die Längenänderung von Stäben aus ferromagnetischem Material durch ein Magnetfeld wird durch Bestimmung der Kapazitätsänderung im Überlagerungsverfahren zweier Hochfrequenzkreise, wie es zuerst von Whiddington (*Phil. Mag.* **40**. *S. 634. 1920*) ausgeführt ist, gemessen. Hierzu werden Stäbe — zunächst Eisen-Nickel-Legierungen — von etwa 30 cm Länge und 6 mm Durchmesser verwendet. An einem solchen Stabe werden in der Weise, wie Abb. 1

[1]) Vgl. *Nat. Phys. Lab. Report* für 1925 *S. 93 f.*

[2]) v. Steinwehr. [3]) A. Schulze.

es zeigt, in einem gewissen Abstand von den Enden, Messingrohre angeschraubt, von denen das eine fest mit einem vollständig aus Messing bestehenden Dreibein verbunden ist; das andere Messingrohr trägt an seinem Ende eine Kondensatorplatte (von 10 cm Durchmesser), der gegenüber eine obere, an dem Gestell befestigte zweite gleichgroße Kondensatorplatte angebracht ist. Während der Messung befindet sich der zu untersuchende Stab im Innern eines Messingzylinders, auf den zwei Spulen (die eine zum Magnetisieren, die andere zum Entmagnetisieren) gewickelt sind. Um den Einfluß der Stromwärme unschädlich zu machen, ist der Messingzylinder mit Wasserkühlung versehen. Über den Messingzylinder ist noch eine Spule zur Kompensierung des Erdfeldes geschoben.

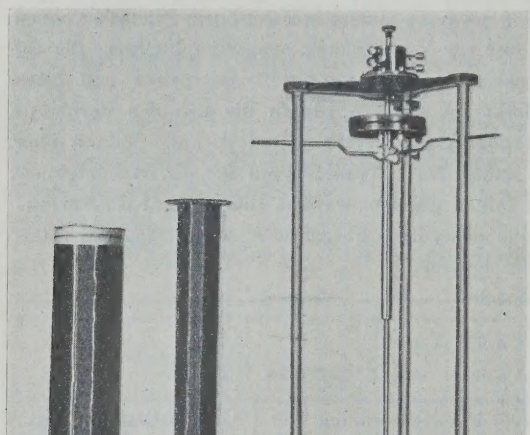


Abb. 1.

Dieser Kondensator K (siehe Abb. 2) ist nun in den Schwingungskreis H_2 von etwa 700000 Schwingungen geschaltet. Der aus den beiden Schwingungskreisen H_1 und H_2 resultierende Differenzton von etwa 1000 Schwingungen wird mittels einer Verstärkervorrichtung durch einen Lautsprecher hörbar gemacht. Als konstante Bezugsschallquelle dient ein Niederfrequenzkreis N mit einer Frequenz von etwa 1000/s, die über den Differenzton gelagert ist und bei einer kleinen Kapazitätsänderung ΔC von K Schwebungen verursacht, die durch meßbare Änderung der Einstellung von D_K zum Verschwinden gebracht werden. D_K ist ein Differentialkondensator Zicknerscher Konstruktion (*Jahrb. d. drahtl. Telegr.* **25.** *S. 26. 1925*). Aus der relativen Kapazitätsänderung berechnet sich dann in einfacher Weise die Längenänderung $\Delta l/l$ des zu untersuchenden Stabes. Um den einwandfreien Striktionseffekt zu erhalten, war es nötig, die verschiedenen hier auftretenden Fehlerquellen zu untersuchen und zu berücksichtigen.

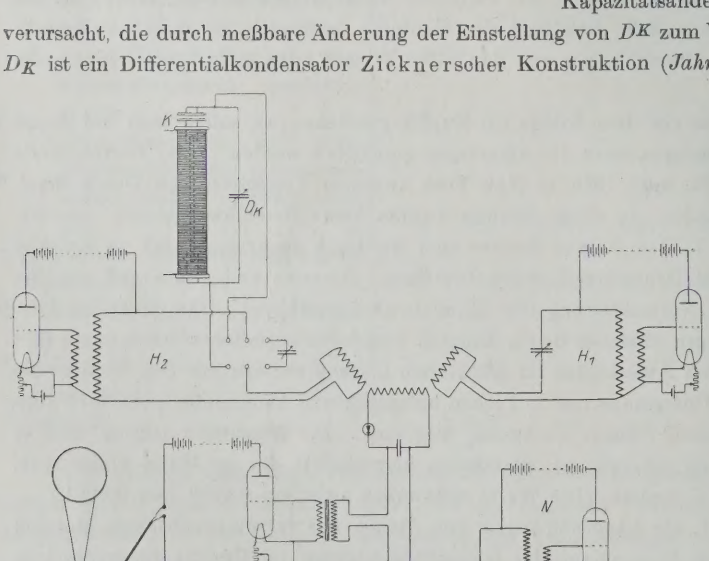


Abb. 2.

Nach den bisherigen Messungen ergaben sich bei einem Magnetfeld von etwa 300 Gauß als größte Werte Längenänderungen $\Delta l/l$ von etwa 20×10^{-6}, was einer absoluten Änderung von 4 μ entspricht. Die Messungen sind mit einer Genauigkeit von 0,01 μ auszuführen. Während Eisen-Nickel-Legierungen mit einem Nickelgehalt von 40 bis 60 Proz. starke Dilatationseffekte zeigen, ist bei reinem Nickel ebenso starke Kontraktion zu beobachten. Die Art der thermischen Vorbehandlung ist von großem Einfluß.

76. Kopien des Normalwellenmessers[1].

Von der Firma Telefunken sind zwei Kopien des Normalwellenmessers der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt hergestellt worden. Ihre eingehende Untersuchung in der Reichsanstalt war ziemlich zeitraubend, da sich zunächst größere Differenzen zwischen den nach der Thomsonschen Formel berechneten Absolutwerten der Wellenlängen und den Normalwellen der Reichsanstalt ergaben, die erst verschwanden, nachdem konstruktive Abweichungen von dem Modell behoben worden waren.

77. Internationale Frequenzmessungen[1].

Internationale Frequenzmessungen, die zum Zwecke der Vergleichung der Normalfrequenzskalen verschiedener Länder im Jahre 1924 ausgeführt wurden (vgl. Tätigkeitsbericht 1924, Ziff. 63), sind wieder aufgenommen. Anstatt durch Fernmessung werden die Vergleichungen jetzt mit Hilfe zweier im *Bureau of Standards* konstruierter Quarzoszillatoren ausgeführt, die an die in Betracht kommenden Laboratorien geschickt werden.

Jeder Oszillator besteht im wesentlichen aus einer Quarzplatte, einem Schwingungskreis und einer Elektronenröhre, die in Selbsterregung geschaltet sind. Von dem Oszillator werden drei Frequenzen erzeugt, die durch die drei möglichen longitudinalen Grundfrequenzen der Quarzplatte bestimmt sind. Diese drei elektrischen Grundfrequenzen und ihre Oberschwingungen dienen als Vergleichsfrequenzen.

Infolge ihrer geringen Energie können die Schwingungen dieser Oszillatoren nicht direkt mit dem Normalwellenmesser der Reichsanstalt gemessen werden, sondern nur mittels eines Hilfssenders größerer Leistung, der nach der Schwebungsmethode auf die verschiedenen Frequenzen des Oszillators abgestimmt wird. Da die Oszillatoren zum Teil sehr schwer anschwingen, ist ihre Benutzung als Frequenznormale umständlich. Wesentlich einfacher in der Handhabung als auch bezüglich der notwendigen Hilfsmittel sind die leuchtenden piezoelektrischen Resonatoren der Reichsanstalt.

78. Leuchtende piezoelektrische Resonatoren als Hochfrequenznormale[1].

Nach der in der *Elektrotechn. Zeitschr.* **47.** S. 384. 1926 beschriebenen Art und Weise wurde eine größere Anzahl von Quarzstäben — zwei Stäbe zu 80 mm, zwei zu 100 mm, einer zu 53 mm und eine größere Anzahl zu 1 bis 10 mm Länge — als Hochfrequenznormale montiert und mittels

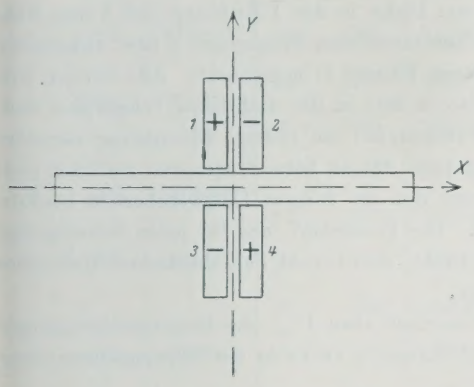


Abb. 3.

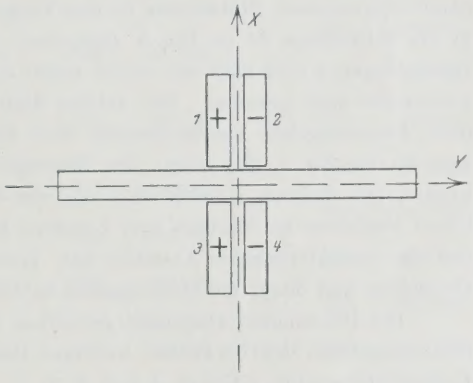


Abb. 4.

des Normalwellenmessers geeicht. Mit Hilfe dieser Resonatoren kann ein beliebiger Sender auf eine größere Anzahl von Normalwellen mit einer Genauigkeit von weniger als 0,1 Promille eingestellt werden. Zu diesem Zweck werden die Resonatoren mit einer der Größe der Wellenlänge ungefähr entsprechenden Spule verbunden, die mit dem Sender gekoppelt wird.

Wiederholte Eichungen einzelner Resonatoren mit dem Normalwellenmesser zeigten, daß ihre Konstanz eine sehr gute ist. Die Abweichungen liegen innerhalb der mit dem Normalwellenmesser zurzeit erreichbaren Meßgenauigkeit von 0,1 bis 0,2 Promille. Der Einfluß der Temperatur ist äußerst gering. Bei verschiedenen Resonatoren von 80 und 100 mm Quarzstablänge wurden im Bereich von 0 bis 20° C positive Temperaturkoeffizienten der Frequenz von der Größenordnung einiger Milliontel gemessen.

79. Piezoelektrische Erregung elastischer Schwingungen[1].

Die Untersuchungen über piezoelektrisch angeregte hochfrequente elastische Schwingungen von Quarzstäben wurden fortgesetzt. Dabei ist es jetzt gelungen, außer longitudinalen Schwingungen

[1]) Giebe, Scheibe.

(Dehnungsschwingungen) auch transversale (Biegungsschwingungen) und Torsionsschwingungen (Drillungsschwingungen) zu erzeugen. Dies ist für Biegungsschwingungen z. B. in der in Abb. 3 skizzierten Anordnung auf folgende Weise möglich: Die Längsrichtung des Stabes liegt in der Richtung einer elektrischen Achse (X-Achse), die optische Achse (Z-Achse) steht senkrecht auf der Zeichenebene, während die elektrisch neutrale Achse in die Y-Richtung fällt. Vier Elektroden, die in der durch die Polaritätszeichen + und — angedeuteten Weise zu je 2 miteinander verbunden sind und an einer Wechselspannung liegen, erzeugen ein bezüglich des Stabquerschnittes inhomogenes elektrisches Wechselfeld, derart, daß durch den piezoelektrischen Effekt in Richtung der X-Achse in der einen Hälfte des Querschnittes eine Dilatation, in der anderen Hälfte eine Kompression oder umgekehrt entsteht. Dadurch tritt eine Biegung des Stabes ein, die zu Resonanzschwingungen führt, wenn die Frequenz der erregenden Wechselspannung gleich einer der transversalen Eigenschwingungen des Stabes ist. Die Biegung erfolgt in der Anordnung Abb. 3 in der Richtung der Y-Achse; dreht man den Stab um 90° um die X-Achse, so daß die Z-Achse in die Zeichenebene zu liegen kommt, so entstehen bei gleicher Schaltung der Anregungselektroden ebenfalls Biegungsschwingungen, deren Richtung aber jetzt in die der optischen Achse fällt. Legt man die Wechselspannung nur an zwei der vier Elektroden, und zwar an 1 und 4 oder 2 und 3, so kann man den gleichen Stab auch zu Dehnungsschwingungen anregen. Drillungsschwingungen erhält man, wenn man bei gleicher Staborientierung wie in Abb. 3 die Elektrodenpaare 1, 2 bzw. 3, 4 nicht neben-, sondern in der Z-Richtung übereinander anordnet. Die letztgenannte Anordnung und Schaltung der Elektroden ergibt bei Stäben von der gewöhnlich für Quarzresonatoren benutzten Orientierung (wie in Abb. 4), die für die Erregung von Dehnungsschwingungen durch zwei Elektroden am günstigsten ist, Biegungsschwingungen in Richtung der Z-Achse; Biegungsschwingungen in der X-Richtung kann man für solche Stäbe mit Hilfe von 4 nach Abb. 4 geschalteten Elektroden hervorrufen.

Das Frequenzspektrum der elastischen Eigenschwingungen eines nach Abb. 3 orientierten parallelepipedischen Stabes von 50 mm Länge, 1,5 mm Dicke in der Y-Richtung und 3 mm Höhe in der Z-Richtung ist in Tab. 6 angegeben. Die eingeklammerten Frequenzen f bzw. elektrischen Wellenlängen λ sind nach der weiter unten angegebenen Formel 3) berechnet[1]). Alle übrigen Frequenzwerte sind gemessen. Ein solcher Stab hat also in dem in der drahtlosen Telegraphie wichtigen Frequenzgebiet außerordentlich viele Eigenschwingungen; die richtige Einordnung derselben war, da man u. a. das Gesetz der Biegungsschwingungen für so hohe Frequenzen zunächst nicht kannte, nur dadurch möglich, daß man den Stab nach dem im vorigen Tätigkeitsbericht beschriebenen Verfahren im Vakuum zum Leuchten brachte. Das Leuchtbild, das für jeden Schwingungstyp ein charakteristisches Aussehen hat, gestattete leicht, die Anzahl der elastischen Halbwellen abzuzählen und damit die Ordnungszahl zu bestimmen.

Die Dehnungsschwingungen gehorchen nahe (innerhalb etwa 1%), die Biegungsschwingungen nicht annähernd den bekannten einfachen Gesetzen (l Länge, a Dicke in der Schwingungsrichtung, E Elastizitätsmodul, s Dichte, $k = 1, 2, 3, \ldots$):

$$f = \frac{k}{2\,l} \cdot \sqrt{\frac{E}{s}} \qquad 1)$$

bzw.

$$f = \frac{m^2}{4\,\pi\,\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{s}}, \qquad m = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi. \qquad 2)$$

Die Abweichungen von der Formel 2) rühren offenbar davon her, daß nur die Translationsbewegungen der Querschnitte, nicht aber ihre Drehungen berücksichtigt sind. Die beobachteten Torsionsschwingungen gehorchen (innerhalb 0,5%) dem Gesetz $f = k \times$ konst.

Für die Biegungsschwingungen ergab sich, daß sich die Beobachtungen recht gut darstellen lassen durch die Formel

$$\frac{1}{f} \cdot m^2 = \sqrt{\alpha + \beta\,(6\,m + m^2)}, \qquad 3)$$

[1]) Anmerkung bei der Korrektur: Inzwischen konnten Biegungsschwingungen auch bis zu niedrigen Frequenzen (z. B. 2600 Hz) piezoelektrisch leuchtend angeregt werden.

Tabelle 6. Eigenschwingungen eines 50 mm langen Quarzstabes.

Longitudinalschwingungen in Richtung der X-Achse			Transversalschwingungen in Richtung der Y-Achse			Transversalschwingungen in Richtung der Z-Achse			Torsionsschwingungen um die X-Achse		
k	λ m	f Hertz	k	λ m	f Hertz	k	λ m	f Hertz	k	λ m	f Hertz
			1	(88908)	(3372)						
			2	(32514)	(9228)	1	(46300)	(6480)			
			3	(16753)	(17907)	2	(17050)	(17600)			
			4	(10022)	(29934)						
			5	6980	43000	3	(8900)	(33700)	1	9670	31020
1	5520	54350	6	5050	59400	4	(5510)	(54400)	2	4832	62100
			7	3865	77620	5	3785	79260			
			8	3065	97900				3	3226	93000
2	2761	108600	9	2491	120400	6	2839	105700			
			10	2083	144400	7	2175	137900	4	2422	123900
3	1840	163000	11	1773	169200	8	1755	170900	5	1937	154900
			12	1530	196000				6	1614	185900
4	1384	216800	13	1345	223000	9	1462	205200	7	1385	216600
			14	1189	252300	10	1242	241500	8	1210	248000
5	1106	271300	15	1063	282200	11	1078	278300	9	1075	279100
			16	962	311800				10	967	310200
6	922	325400	17	872	344000	12	947	316800	11	878	341700
						13	842	356300			
7	790	379600	18	803	373600	14	757	396300	12	806	372200
			19	739	406000				13	743	403800
8	692	433500	20	683	439200	15	687	436700	14	690	434800
			21	638	470200						
9	616	487200							15	644	465800

wo α und β Konstante sind und m die gleiche Bedeutung wie in Formel 2) hat. Die Formel 3) geht für kleine Werte von k in die Form von 2) über; das Zusatzglied $\beta \cdot (6m + m^2)$ hat die gleiche Form wie eine von Rayleigh für isotrope Medien angegebene, die Rotationsenergie berücksichtigende Korrektion. Berechnet man mit den aus den Beobachtungen (Tab. 6) bei hohen Frequenzen ermittelten Werten von α, also unter Extrapolation von Gl. 3) auf niedrige Frequenzen nach Formel 2) die Elastizitätsmoduln, so erhält man in absolutem Maß $E = 7{,}89$ bzw. $7{,}51 \cdot 10^{11}$ für die Biegungsschwingungen in der Y- bzw. Z-Richtung, während die Dehnungsschwingungen aus Formel 1) $E = 7{,}83 \cdot 10^{11}$ ergeben. Der von Voigt aus statischen Biegungen gewonnene Wert ist $7{,}73 \cdot 10^{11}$. Die Bedeutung der Konstanten β in Formel 3), in welche andere Elastizitätsmoduln des Quarzes eingehen werden, könnte nur aus einer für Kristallstäbe zu entwickelnden strengen Theorie erschlossen werden. Wie groß der Einfluß der Rotationsenergie ist, ergibt sich daraus, daß bei $k = 19$ das Glied $\beta \cdot (6m + m^2)$ etwa ebenso groß ist wie α; wenn keine Drehung der Querschnitte statt-

fände, würde bei der Schwingung von der Ordnung $k = 16$ bereits die Frequenz von 400000 Hertz erreicht sein, die in Wirklichkeit erst bei $k = 19$ erreicht wird. Die Transversal- und Torsionsschwingungen hoher Frequenz sind nur im Vakuum beobachtbar. Bei gewöhnlichem Luftdruck sind sie zu stark gedämpft.

Fallen Eigenfrequenzen der verschiedenen Schwingungsarten nahezu aufeinander, so treten gegenseitige Beeinflussungen ein, die man an einer Verzerrung des Leuchtbildes der Resonatoren unmittelbar beobachten kann. Dann ergeben die Messungen geringe Abweichungen der Eigenfrequenzen von den gesetzmäßigen Werten. In manchen Fällen beobachtet man auch beide Kopplungsschwingungen.

Praktisch bieten die Transversalschwingungen gegenüber den longitudinalen u. a. den Vorteil daß bei gleicher Stablänge viel niedrigere Eigenfrequenzen benutzt werden können. Aus den natürlichen Quarzkristallen sind nur selten homogene Stäbe von mehr als etwa 10 cm Länge erhältlich. Bei Longitudinalschwingungen beträgt daher praktisch die kleinste erreichbare Frequenz etwa 27000 Hertz ($\lambda = 11000$ m); die transversale Grundfrequenz eines 10 cm langen Quarzstabes bei 1,5 mm Dicke in der Schwingungsrichtung ist etwa 800 Hertz.

Neben Stäben wurden aus verschiedenen Gründen auch Quarzringe rechteckigen Querschnittes untersucht. Die Theorie der Ringschwingungen für isotrope Medien liegt vor. Experimentell scheinen solche Schwingungen bisher noch nicht behandelt zu sein. Auch hier konnten Biegungs- Drillungs- und Dehnungsschwingungen erregt werden. Die von Love für letztere angegebene Formel (a = Radius des Ringes)

$$f = \frac{1}{2\pi a} \cdot \sqrt{1 + k^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{s}}, \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots) \qquad 4)$$

wurde experimentell bestätigt. Für die Biegungsschwingungen wurde empirisch eine ganz ähnliche Formel wie Formel 3) gefunden, welche die Beobachtung gut darstellt. An Stelle von m in 3) tritt dabei nach einer Formel von Love

$$\sqrt{\frac{k\,(k^2 - 1)}{\sqrt{k^2 + 1}}}. \qquad (k = 2, 3, 4, \ldots) \qquad 5)$$

Die Ringebene war für diese Versuche senkrecht zur optischen Achse orientiert, der Ring verhält sich also längs seines Umfanges piezoelektrisch anisotrop. Der Piezoeffekt hat entsprechend den drei elektrischen Achsen an 6 äquidistanten Punkten des Ringumfangs Maxima und 6 dazwischen liegende Minima. Das Leuchtbild eines solchen im Vakuum schwingenden Ringes ist daher komplizierter als bei Stäben, doch ergeben sich einfache Gesetzmäßigkeiten, die aus dem Aussehen des Leuchtbildes leicht die jeweilige Ordnungszahl abzulesen gestatten. Mit Hilfe der Ringschwingungen wurde eine Methode entwickelt zur Bestimmung der Richtung der elektrischen Achsen, die wesentlich genauer ist als die übliche Bestäubungsmethode. Dehnungsschwingungen von Ringen sind weniger gedämpft als die von Stäben, weil der an den freien Enden der letzteren wirkende Luftwiderstand hier fortfällt. Bei zwei sehr nahe benachbarten Eigenfrequenzen eines Ringes, die nur um 45 Milliontel auseinanderlagen, konnte jede Schwingung für sich zum Leuchten angeregt werden, so daß man also auch auf das Verschwinden der Leuchterscheinung zwischen beiden Frequenzen einstellen konnte. Die u. U. ganz außerordentliche Homogenität des Bergkristalls erhellt daraus, daß es bei einem Ring von 30 mm Durchmesser möglich war, die 26. transversale Oberschwingung ($f = 700000$ Hertz, $\lambda = 427$ m) leuchtend anzuregen, wobei auf den Umfang von 95 mm 52 elastische Halbwellen entfallen, die man an dem völlig regelmäßigen Leuchtbild abzählen kann. Die Ringform ist wegen ihrer geringen Dämpfung für Quarzoszillatoren, die in Verbindung mit einem Elektronenrohr in Selbsterregungsschaltung benutzt werden, vorteilhaft.

80. Induktivitätsmeßbrücke[1]). Häufig macht sich in Technik und Laboratorium das Bedürfnis nach einer einfachen Meßanordnung zur möglichst schnellen Bestimmung von Kapazitäten und Induktivitäten mit relativ geringer Genauigkeit (einige Prozent) geltend. Derartige Kapazitätsmessungen lassen sich mit Hilfe der von einigen Firmen (Seibt, Telefunken, Lorenz) hergestellten transportablen Kapazitäts-

[1]) Zickner.

meßbrücken leicht ausführen. Für Induktivitäten fehlte bisher ein entsprechender Apparat. Die Konstruktion eines solchen gelang durch Anwendung der von Maxwell angegebenen Brückenschaltung zur Vergleichung von Kapazitäten mit Induktivitäten. Die Abgleichung geschieht mit Hilfe eines Drehkondensators sowie eines hohen, dem Kondensator parallel geschalteten und eines niedrigen, mit der Spule in Reihe geschalteten Widerstandes. Der Apparat arbeitet mit Telephon und Summererregung. Er gestattet, Induktivitäten zwischen 10^4 und 10^8 cm (0,00001 — 0,1 H) in wenigen Augenblicken mit der oben angegebenen Genauigkeit zu messen. Sämtliche Teile sind in einem Holzkasten von den Abmessungen $13 \times 15 \times 22$ cm³ untergebracht. Nach Betätigung eines Umschalters ist der Apparat auch als Kapazitätsmeßbrücke von etwa gleicher relativer Genauigkeit benutzbar.

Die fabrikatorische Herstellung des Instrumentes hat die Firma Dr. Georg Seibt, Berlin-Schöneberg, übernommen.

81. Kapazität und Verlustwinkel von Kondensatoren[1].

Um der Überlastung des Laboratoriums für Wechselstromnormalien durch Prüfungsarbeiten zu steuern, ist beabsichtigt, einen Teil der laufenden Kapazitätsprüfungen einfacherer Art einem elektrischen Prüfamt zu überweisen. Die Prüfungen sollen dort nach der in der Reichsanstalt ausgearbeiteten Brückenmethode (vgl. Tätigkeitsbericht 1921, IIb, Nr. 12) ausgeführt werden. Eine Versuchsanordnung, welche die Messung von Kapazität und Verlustwinkel von Kondensatoren in möglichst einfacher Weise mit der erforderlichen hohen Genauigkeit auszuführen gestattet, wurde erprobt.

82. Resonanzbrückenanordnung zur Messung des Wirkwiderstandes von Induktivitätsnormalen[1].

Von seiten der Technik wird neuerdings auf eine sehr genaue Bestimmung des Wirkwiderstandes von Induktivitätsnormalen bei Frequenzen von etwa 1000 bis 5000 Hertz besonderer Wert gelegt, wie eine Reihe dahingehender Prüfungsanträge zeigte. Diese Normale dienen zur Ermittelung des Widerstandes von Pupinspulen. Nach der schon früher (Tätigkeitsbericht 1924, IIb, 64) für den gleichen Zweck bei Hochfrequenz angewandten Resonanzbrückenmethode konnten mit Hilfe von Normal-Luftkondensatoren Verlustwinkel δ ($\operatorname{tg}\delta = R/\omega L$, R = Wirkwiderstand) von Spulen im Induktivitätsbereich von $L = 0{,}1$—1 H bei Frequenzen von 1000 bis 2000 Hertz bis auf weniger als 0,000 05 gemessen werden. Die angewandte Methode zeichnet sich außer durch hohe Meßempfindlichkeit auch dadurch aus, daß sie die zu messende Größe ohne Korrektionen (z. B. wegen des Phasenwinkels von Vergleichswiderständen) ergibt.

83. Röntgendosiseinheit[2].

Verschiedene Methoden zur absoluten Dosismessung (Druckluftkammern verschiedener Art, Faßkammern) wurden untereinander verglichen mit dem Ergebnis einer Übereinstimmung von 1 bis 2%. Diese Zahl gibt also die Genauigkeit an, mit der die Dosiseinheit 1 Röntgen zur Zeit im physikalischen Laboratorium realisierbar ist. Mit einer „Luftwändekammer“ nach Fricke und Glasser ließ sich eine entsprechende Genauigkeit einstweilen nicht erreichen infolge des Fehlens eines hierfür geeigneten Kammermaterials. Doch werden die dahingehenden Versuche fortgesetzt, da sie als besonders wichtig im Hinblick auf die internationale Vereinheitlichung erscheinen. Die bisherigen Untersuchungen sind veröffentlicht (s. Anhang, Nr. 51).

84. Röntgenspektrometrische Untersuchungen[3].

a) Einfluß der chemischen Bindung auf Röntgenspektren.

Nach Untersuchungen von Lind, Lundquist, Stelling, Bäcklin und anderen wird die Lage der Röntgenabsorptionskanten mancher Elemente durch deren chemische Bindung beeinflußt. Es wurden am Eisen Versuche darüber angestellt, ob sich ein solcher Einfluß auch an den K-Emissionslinien finden ließe. Mit Hilfe eines Siegbahn-Spektrographen wurden die Röntgenspektren von metallischem Eisen und von Ferrioxyd verglichen. Um eine Veränderung der Substanzen durch auffallende Kathodenstrahlen zu vermeiden, wurden die Substanzen nicht in der sonst üblichen Weise auf die Antikathode gebracht, sondern in dünner Schicht mit einer Aluminiumfolie bedeckt zwischen die Kupfer-Antikathode und den Spalt des Spektrographen gebracht. Man erhält so außer dem Absorptionsspektrum, das sehr deutlich die Verschiebung der K-Kante beim Ferrioxyd zeigt, das Fluoreszenzspektrum als übergelagerte Linien. Das $K\alpha$-Dublett sowie die Linie $K\beta_1$ erwiesen sich als identisch beim Eisen und beim Ferrioxyd. Die Linien $K\alpha_{3,4}$ und $K\beta_2$ sowie $K\beta'$ ließen

[1]) Zickner.
[2]) Behnken, R. Jaeger.
[3]) Behnken.

sich nach dieser Methode nicht untersuchen, da sie sich infolge ihrer geringen Intensität auf dem kontinuierlichen Untergrunde auch bei sehr langer Exposition nicht auffinden ließen. Für diese Linien wurde daher die sonst übliche Methode angewandt, bei der die Substanzen auf die Antikathode aufgebracht werden. Besondere Aufmerksamkeit wurde der Linie $K\beta'$ zugewandt, welche nach Ortner (*Verh. d. Deutsch. Physikal. Ges.* (3) **7**. *S. 9. 1926*) beim Eisen von der Hauptlinie β_1 nicht getrennt erscheint, während sie bei Eisenverbindungen, darunter dem Ferrioxyd, deutlich getrennt sein und um etwa 1 X-Einheit verschoben sein soll. Eine direkte Betrachtung der Spektrogramme und Ausmessung unter dem Mikroskop schien den Ortnerschen Befund zu bestätigen. Die Ausmessung mit einem Mikrophotometer ergab jedoch keine Ortsveränderung sondern lediglich eine Änderung der Intensitätsverteilung, durch welche eine Ortsveränderung vorgetäuscht werden kann, so daß also der Ortnersche Befund nicht sicher erscheint. Doch sind die diesbezüglichen Versuche noch nicht abgeschlossen.

b) Röntgen-Funkenlinien.

Da die Unterbringung der Linien $K\beta'$ und $K\alpha_{3,4}$ in dem Bohrschen Kombinationsschema Schwierigkeiten macht, wurde von Wentzel (*Ann. d. Phys.* (4) **66**. *S. 437. 1921*) vermutet, daß diese Linien sogenannte Funkenlinien seien, welche so entstehen, daß bei der Anregung mehr als ein Elektron aus dem Atomverband entfernt wird. Dies wäre auf zweierlei Weise denkbar, entweder dadurch, daß ein einmal angeregtes Atom, ehe es zur Ausstrahlung gekommen ist, durch einen nochmaligen Elektronenstoß ein zweites Elektron verliert, oder dadurch, daß ein einziger Elektronenstoß gleichzeitig zwei Elektronen aus dem Atom entfernt. In beiden Fällen müßten die Betriebsbedingungen der Röntgenröhre (Röhrenstrom und Röhrenspannung) auf die relativen Intensitäten der fraglichen Linien von Einfluß sein, und zwar wäre im ersten Falle zu erwarten, daß mit zunehmendem Röhrenstrom die Intensität der Funkenlinien relativ zu der der übrigen ansteigt. Im zweiten Falle dagegen wäre der Röhrenstrom ohne Einfluß. Dagegen müßte die Anregungsspannung der Funkenlinien erheblich höher, und zwar in der Gegend des doppelten Betrages der Anregungsspannung der normalen Linien, liegen. Soweit die Messungen bisher vorliegen, scheint sich zu ergeben, daß sowohl beim Cu wie beim Fe die Linie $K\alpha_{3,4}$ in der Tat etwa die doppelte Anregungsspannung erfordert, wie die normalen Linien. Die Linie $K\beta'$ dagegen, die nur beim Fe, nicht aber beim Cu auftritt, scheint die gleiche Anregungsspannung wie die normalen Linien zu besitzen. Ein Einfluß der Röhrenstromstärke ließ sich nicht nachweisen. Die Linie $K\beta'$ scheint also eine normale und keine Funkenlinie zu sein.

c) Röntgenabsorptionsspektrum des Wolframs.

Die großen Unterschiede in bezug auf die elektrische Leitfähigkeit von Wolfram-Einkristallen und von stark bearbeitetem (gewalztem) Wolfram veranlaßten Herrn K. Becker von der Studiengesellschaft des Osram-Konzerns, die Frage zu stellen, ob die beiden Wolframarten Unterschiede hinsichtlich des Röntgenabsorptionsspektrums zeigten. Es wurde deshalb die L-Serie von Wolfram-Einkristallen, von stark gewaltem Wolframblech und von Na-Wolframat untersucht, wobei sich ergab, daß die Absorptionsspektren bei allen drei Präparaten identisch sind. Nebenher zeigte sich, daß nicht nur die stärkste Absorptionskante des Wolframs L_I, sondern auch die schwächere Kante L_{II} auf der kurzwelligen Seite von einer scharfen und intensiven Absorptionslinie begleitet ist.

d) Neues Mikrophotometer.

Die vorstehend beschriebenen Untersuchungen erforderten ein Ausmessen der Aufnahmen mit einem vergrößernden Mikrophotometer. Das in der Reichsanstalt vorhandene Kochsche Registrierphotometer eignete sich für den vorliegenden Zweck nicht gut, weil es keine Vergrößerung liefert und weil es bei der großen Zahl der notwendigen meist auf einen kleinen Bereich erstreckten Photometrierungen zu umständlich ist. Es wurde daher ein besonderes Mikrophotometer konstruiert, mit dem die hier gewünschten Messungen schnell und bei beliebiger Vergrößerung ausgeführt werden konnten. Die Firma Dr. Carl Leiss, Berlin-Steglitz, wird die Fabrikation solcher Mikrophotometer laufend aufnehmen, da nach solchen Instrumenten billiger und bequemer Art ein vielfaches Bedürfnis vorliegt.

85. Messung von Spannungswandlern für 110 kV [1]).

Der größte winkelfehlerfreie Widerstandsspannungsteiler, mit dem in der Reichsanstalt Spannungsfehler und Fehlwinkel von Spannungswandlern gemessen werden, hat einen aus Manganindraht

[1]) Schering, Engelhardt.

hergestellten Widerstand von 2,5 Megohm und ist bis 80 kV belastbar. Bei dieser Spannung nimmt er 2,6 kW auf, die Wärme wird mit dem Luftstrom eines kräftigen Ventilators von 70 cm Flügeldurchmesser abgeführt. Auf diesem Wege zur Messung von Spannungen bis 130 kV fortzuschreiten, erschien wenig aussichtsreich. Es wurde ein Verfahren zur Messung von Spannungswandlern über 65 kV mit kapazitiver Spannungsteilung ausgebildet. Dem für die dielektrischen Verlustmessungen bis 150 kV gebauten Hochspannungsluftkondensator nach Petersen C_1 von 50 $\mu\mu$F Kapazität wurde eine große Kapazität C_2 in Reihe geschaltet, welche aus zwei Glimmerkondensatoren von je 1 μF, einem Glimmerkurbelkondensator mit 3 Dekaden $9 \times 0{,}1$, $9 \times 0{,}01$, $9 \times 0{,}001$ μF und einem Drehkondensator in Parallelschaltung zusammengesetzt war. Dieser Kapazitätsspannungsteiler wurde nach Abb. 5 mit dem Widerstandsspannungsteiler mit Meßzweig zu einer Brücke geschaltet und bei 50 kV auf das Verhältnis 50000:1 auf $^1/_{10000}$ genau durch Ändern der Kapazität C_2 abgeglichen. Mit einer Kapazität C_3, die, wie bei der üblichen Spannungswandlerprüfmethode, bestimmten Teilen des Meßzweiges parallel geschaltet wird, kann man positive oder negative Winkelfehler kompensieren und den Winkelfehler an der Kapazität ablesen (0,01 μF = 1 Minute). Der Phasenfehler des Kapazitätsteilers ist sehr gering, er ist bedingt durch den dielektrischen Verlust der Glimmerkondensatoren.

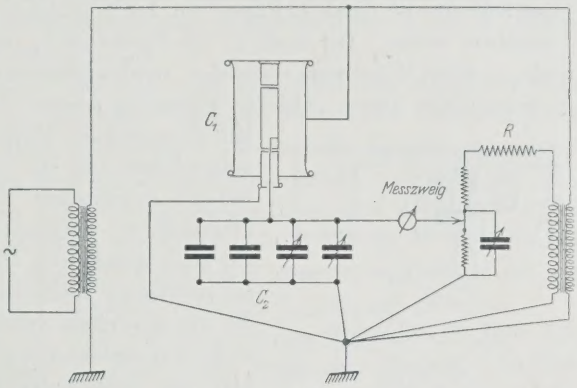


Abb. 5.

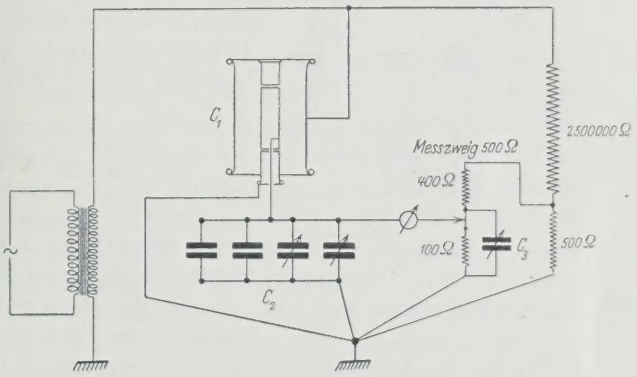


Abb. 6.

Nun wird der Meßzweig über einen Widerstand R an die Sekundärklemmen des zu untersuchenden Wandlers gelegt. Ist E_1 die primäre, E_2 die sekundäre Nennspannung des Wandlers, so ist R so zu bemessen, daß

$$\frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{R+500}{100} = \frac{50000}{1}$$

ist. Z. B. für einen Wandler 110/0,11 kV ist $R = 4500$. Wandler und Kapazitätsspannungsteiler werden nach Abb. 6 geschaltet, und es kann nun bis 130 kV gemessen werden. Da der Meßzweig hier auf der Wandlerseite liegt, während er bei der normalen Schaltung auf der Hochspannungsteilerseite angeschlossen ist, sind die Vorzeichen des Spannungsfehlers und des Fehlwinkels entgegengesetzt der normalen Schaltung zu nehmen. Ersterer ist wieder unmittelbar am Schleifdraht des Meßzweiges abzulesen, der Fehlwinkel dagegen ergibt sich aus der Ablesung δ_a am Kondensator parallel zu Teilen des Meßzweiges

bei positivem Fehlwinkel

$$\delta = -\left[-\delta_a\left(1-\frac{28{,}8}{R+500}\right)\right],$$

bei negativem Fehlwinkel

$$\delta = -\left[+\delta_a\left(1+\frac{250}{R+500}\right)\right].$$

Ein 50-kV-Wandler wurde mit dem Widerstandsteiler und mit dem oben geschilderten Kapazitätsteiler gemessen, es ergaben sich übereinstimmende Werte. Mit dieser Anordnung sind mehrere 110-kV-Einphasen- und ein 3×110-kV-Dreiphasen-Wandler, letzterer in den Stern- und den verketteten Spannungen gemessen worden. Siemens & Halske baut auf Veranlassung der Reichsanstalt Normalspannungswandler bis 110 kV, welche in der Reichsanstalt geeicht werden. Mit

diesem Normalwandler kann man dann mit der normalen Prüfeinrichtung Spannungswandler bis 130 kV bei direkt ablesbarem Spannungsfehler und Fehlwinkel messen.

86. Neubestimmung der Lichtgeschwindigkeit.

a) Allgemeines[1]).

Die Platten der Schutzringkondensatoren, deren Kapazität einmal in elektrostatischem Maß aus den Abmessungen berechnet und zweitens absolut in elektromagnetischem Maß gemessen werden soll, wurden in einer Anzahl von 6 Paaren in Phosphorbronze von der Firma Ludwig Loewe in Berlin gegossen. Abb. 7 zeigt die Platte mit Schutzring, starke Versteifungsrippen sichern gegen Verbiegen durch das Eigengewicht. Der Schutzring von 300 mm Außendurchmesser wird mit der geschützten Elektrode von 200 mm Durchmesser durch 6 Schrauben befestigt, bei jeder Schraube ist durch Einfügen von 2×3 Säulchen aus Schmelzquarz der Schutzring von der Innenplatte isoliert. Der Spalt in der Fläche ist $^3/_{10}$ mm breit, Schutzring und geschützte Elektrode, in dieser Weise starr verbunden, werden zusammen plangeschliffen, so daß ihre Flächen genau in einer Ebene liegen. Auf den Schutzring werden drei Quarzzylinder von 15 mm Durchmesser mit planparallelen Endflächen, deren Abstand genau gemessen ist, aufgeschoben und auf diese wird die geschliffene Deckplatte von 300 mm Durchmesser, die ebenfalls mit starker Rückenversteifung hergestellt ist, aufgeschoben. Zur Messung wird der Kondensator auf einen gußeisernen Untersatz mit einer abgeschirmten Zuleitung zur geschützten Elektrode gesetzt und mit einer Haube bedeckt, durch die eine geschützte Zuleitung zur Deckplatte führt. Es gehen dann in die Kapazitätsmessung nur die von der Deckplatte zur geschützten Elektrode verlaufenden Feldlinien ein. Von den Quarzzylindern, deren Achse parallel zur optischen Achse ist, sind 6 Sätze (zu je drei Stück) von 5 mm Höhe, 6 Sätze von 10 mm Höhe und 6 Sätze von 15 mm Höhe von der Firma Bernh. Halle Nachf., Berlin-Steglitz, hergestellt [vgl. *e*)]. Ein Plattenkondensator hat:

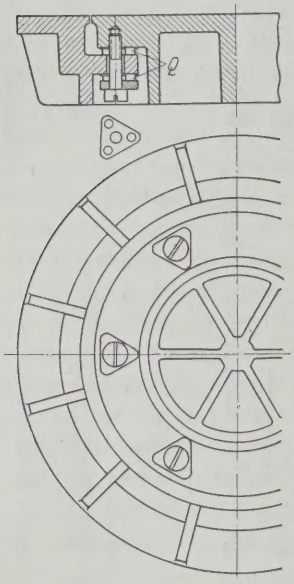


Abb. 7. Schutzringplatte.

bei

5 mm	10 mm	15 mm Abstand,
$\frac{100}{2}$ cm	$\frac{100}{4}$ cm	$\frac{100}{6}$ cm Kapazität,

so daß sich mit den 6 Kondensatoren eine Anzahl von Kombinationen von je 100 cm Kapazität herstellen läßt [vgl. *f*)].

b) Herstellung eines Kondensators[2]).

In der Hauptwerkstatt ist zunächst nur ein Kondensator bearbeitet, um Erfahrungen zu sammeln, was sich auch als zweckmäßig erwies. Es stellte sich nach der ersten Drehbearbeitung der Gußstücke die Notwendigkeit heraus, bei dem Aufspannen ganz besondere Vorkehrungen zu treffen, da das Material bei den notwendigen Spanndrücken zu Deformationen neigte, deren Vermeidung im Interesse der geforderten Maßgenauigkeit unerläßlich war. Dasselbe galt insbesondere bei dem Präzisionsschliff der Zylinder flächen, welche den Spalt zwischen Schutzring und geschützter Elektrode begrenzen.

Der mechanische Schliff der Deckenplattenfläche wurde auf der Hobelbank vorgenommen, auf deren Bett eine von 3 großen für diesen Zweck von Hommel-Mannheim bezogenen, saubergeschabten Schleifplatten mitging. Dabei ruhte die Deckplatte mit ihrem Eigengewicht auf der Schleifplatte, wurde in geeigneter Weise vom Support der Bank ausgeführt und von Hand gedreht. Diese einfache Schleifvorrichtung hat sich als sehr zweckmäßig bewährt. Das Ergebnis des mechanischen Schliffs liegt an der Grenze dessen, was mit den zur Zeit vorhandenen technischen Mitteln der Hauptwerkstatt überhaupt erreichbar ist.

c) Deckplatte[3]).

Von den Kondensatorplatten aus Phosphorbronze ist bisher eine von dem Mitbesitzer der Firma Halle Nachf. (Berlin-Steglitz), Herrn Ritter, geschliffene und polierte von 293 mm Durchmesser auf Ebenheit geprüft worden. Ihre spiegelnde Oberfläche erwies sich als ausgezeichnet eben, denn ihr Krümmungsradius beträgt mehr als 27 km, so daß ihre Unebenheiten sicher unter

---

[1]) Giebe, Schering.

[2]) Keil. [3]) Schönrock, Einsporn.

0,2 μ bleiben. Dies trifft zu, wenn die Temperaturunterschiede in der Platte einen halben Grad nicht überschreiten.

d) Schutzring[1]. Die Innendurchmesser des Schutzringes aus Phosphorbronze wurden vor dem Zusammensetzen in folgender Weise ermittelt: In einer V-förmigen Rinne innerhalb des Ringes ist ein zylindrisches Stahl-Endmaß mit sphärischen Endflächen und von bekannter Länge verschiebbar so gelagert, daß dessen Achse wenige Zehntel Millimeter unterhalb des oberen Randes der ringförmigen Fläche liegt. Das Endmaß ist um etwa 0,3 mm kürzer als die Ringöffnung und trägt eine Strichplatte, auf die ein Mikrometer-Mikroskop gerichtet ist. Bringt man das Endmaß abwechselnd mit gegenüberliegenden Punkten des Ringes in Berührung, so ergibt sich aus der dabei gemessenen Strichverschiebung und der Endmaßlänge der Ringdurchmesser. Fehler der Führung und der Mikrometer fallen bei der Kürze der Strichverschiebung heraus.

Damit nun tatsächlich der Durchmesser und nicht etwa eine Sehne des Ringes gemessen wird, wird zunächst, durch Verschiebung des die Rinne tragenden Bockes, die Endmaßachse in Richtung einer Sehne gebracht und die Strichverschiebung in dieser Lage ermittelt. Durch Betätigung zweier Schrauben, gegen welche der Bock mittels einer Feder anliegt, wird dann das Endmaß mehrmals um den gleichen Betrag von etwa 0,1 mm vorgeschoben und in jeder Lage die Strichverschiebung gemessen. Aus dem Scheitelwert der Kurve, welche sich aus der Abhängigkeit der Strichverschiebungen von den Endmaßverlegungen ergibt, wird dann in Verbindung mit der Endmaßlänge der Ringdurchmesser mit einer Unsicherheit von etwa $\pm$ 0,003 mm gefunden.

In der beschriebenen Weise wurden mit Hilfe von 2 Zeissschen Endmaßen FA_1 und FA_2 je 12 Durchmesser des Ringes in 12 sich unter 15° schneidenden Richtungen ermittelt. Die erhaltenen Mittelwerte bei + 20° C sind: **200,3432** bzw. **200,3430** mm. Die mit einem in der Reichsanstalt hergestellten stählernen Kontroll-Endmaß für den Ringdurchmesser gefundenen Werte stimmen mit den übrigen gut überein.

e) Quarzzylinder[2]. Zunächst wurden 6 große Quarzplatten gut planparallel geschliffen, aus deren besten Stellen dann die Zylinder von 15 mm Durchmesser herausgeschnitten wurden, so daß je 3 Stück eines Satzes möglichst gleiche Dicke besitzen. Ihr größter Dickenunterschied (in den Mitten) bleibt bei 11 von den 18 Sätzen unter 0,05 μ, beträgt bei 6 Sätzen 0.06 bis 0,09 μ und steigt nur für einen Satz auf 0,14 μ. Im Vergleich dazu bleibt der größte Höhenunterschied jedes einzelnen Zylinders bei 42 von den 54 Zylindern unter 0,07 μ, beträgt bei 11 Platten 0,09 μ und nur bei einer Platte 0,11 μ. Damit ist aber den an die Quarzzylinder zu stellenden Forderungen betreffs Güte genügt.

f) Abgeschützte Brücke[3]. Da die absolute Messung der kleinen Kapazitäten mit einer Genauigkeit von 0,001 % mühsam und zeitraubend ist, wurde eine Wechselstrombrücke zur Vergleichung gleichgroßer Kapazitäten mit großer Empfindlichkeit hergestellt. Es ist dann möglich, die einzelnen Kondensatoren untereinander und bei verschiedenen Plattenabständen in passenden Gruppen bequem und schnell zu vergleichen und ein Urteil über die Genauigkeit der Reproduktion des Abstandes bei mehrmaligem Zusammensetzen zu gewinnen, so daß nur wenige Absolutmessungen notwendig sind, deren Zuverlässigkeit überdies durch die Relativmessungen kontrolliert werden kann. Außerdem sind zwei feste Vergleichskondensatoren von je 100 cm Kapazität mit 5 mm dicken Platten und 5 mm Plattenabstand mit Quarzisolation hergestellt, der eine aus der gleichen Phosphorbronze wie die zusammensetzbaren Plattenkondensatoren, der andere aus Invarstahl.

In den Zweigen 1 und 2 der Brücke (Abb. 8) liegen die zu vergleichenden Kondensatoren isoliert in Schutzhüllen, die Zweige 3 und 4 bestehen je aus einem Widerstand von 10 000 Ohm + 1000 Ohm. Dem 1000 Ohm-Teil ist ein Kurbelwiderstand zum Feinregeln, außerdem ein Drehkondensator bis 1000 $\mu\mu$ F und ein solcher von etwa 10 $\mu\mu$ F zur Feinabgleichung von Phasenverschiebungen parallel geschaltet; die Zweige 3 und 4 befinden sich in einem Blechkasten. Die Kurbeln werden durch Holzstäbe, die durch Löcher in der Blechwand eingeführt sind, bedient. Eine Wechselspannung von 300 V mit 1000 Hz liegt zwischen den Ecken 1, 2 und 3, 4. Zwischen

---

[1]) Werner.
[2]) Schönrock.
[3]) Giebe, Schering.

den Ecken 1, 3 und 2, 4 liegt ein Dreiröhrenverstärker mit Telephon, derselbe ist mit Heiz- und Anodenbatterie in einen weiteren Blechkasten eingebaut. Parallel zu den Brückenecken 1, 2 und 3, 4 ist eine Hilfsbrücke nach K. W. Wagner mit den Zweigen 5 und 6 in einem dritten Blechkasten eingebaut. Die drei Blechkästen sind senkrecht übereinander zu einem Schrank auf Rollen angeordnet. Der Zweig 5 enthält einen Luftkondensator von etwa dem 100fachen Betrage von C_2, in Parallelschaltung mit zwei Drehkondensatoren zur Feinabgleichung, Zweig 6 einen festen Widerstand von 100 Ohm, dem ein fester Kondensator von 200 $\mu\mu$F parallel geschaltet ist. Die Ecke 5, 6 ist mit Erde und sämtlichen Schutzhüllen verbunden. Durch Regeln von C_5 und C_4 wird bewirkt, daß die Brückenecke 2, 4 keine Spannung gegen Erde hat, danach wird durch Regeln des Nebenschlußwiderstandes im Zweige 3 und des parallelgeschalteten Kondensators die Hauptbrücke abgeglichen. Durch Vertauschen von C_1 und C_2 werden die Fehler der Zweige 3 und 4 eliminiert. Bei dem Vergleich der beiden Kondensatoren von 100 cm war die Minimumbreite 3 Millionstel, es konnte also auf 1 Millionstel gemessen werden. Es ist damit möglich, zwei einzelne Plattenkondensatoren auch bei dem weitesten Abstand von 15 mm $\left(\text{Kapazität } \frac{100}{6} \text{ cm}\right)$ mit einem Fehler von weniger als 1 Hunderttausendstel zu vergleichen.

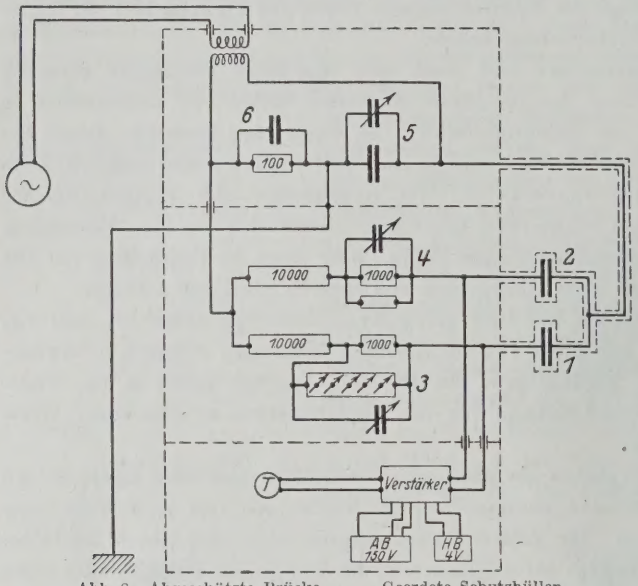


Abb. 8. Abgeschützte Brücke. ---- Geerdete Schutzhüllen.

87. Brücke für dielektrische Verlustmessung bei 800 Hz[1]).

Das Telegraphentechnische Reichsamt hatte anfangs des Jahres Abnahmebedingungen für feste Isolierstoffe der Fernmeldetechnik erlassen, in denen u. a. das Einhalten bestimmter Verlustfaktoren bei Platten von 150×150 mm² Fläche bei etwa 4 mm Dicke vorgeschrieben war. Da die Isolierstoff-Fabrikanten über das Verhalten ihrer Isolierstoffe im unklaren waren, insbesondere über die Einwirkung der festen Beimischungen auf den Verlustfaktor, beantragte die Vereinigung der Isolierstoff-Fabrikanten die Untersuchung einer größeren Anzahl von Proben bei der Reichsanstalt. Derartige Prüfungen wurden bisher in der für sehr genaue Messungen ausgearbeiteten Brücke von Giebe und Zickner ausgeführt. Um die Massenuntersuchung zu bewältigen und auch den Fabrikanten eine für sie brauchbare, zuverlässige Methode zu schaffen, wurde die folgende Anordnung mit möglichst einfachen Mitteln zusammengestellt. Die Brücke (Abb. 9) enthält die festen Widerstände R_3 und $R_4 = 20000$ Ohm, parallel zu R_4 ist ein Rundfunkdrehkondensator C_4 bis etwa 1100×10^{-6} μF angeordnet, außerdem mit Steckern einzuschaltende Minoskondensatoren von 1000 und 2000×10^{-6} μF; parallel zu R_3 liegt ein fester Minoskondensator von 100×10^{-6} μF, um die Anfangskapazität von C_4 zu kompensieren, die Zweige 3 und 4 befinden sich in einem mit Stanniol ausgekleideten Abteil eines Kastens, die Ecke 3, 4 und die Stanniolhülle sind geerdet. C_2 ist ein Rundfunkdrehkondensator bis etwa 250 cm in Parallelschaltung mit einem Drehkondensator mit nur einer drehbaren Scheibe für die Feineinstellung, ferner können mit Steckern Minoskondensatoren von 200 und 400 cm zugeschaltet werden. C_2 ist in einem anderen ebenfalls mit Stanniol ausgekleideten und geerdeten Abteil untergebracht. Auf dem Deckel ist eine Schutzringelektrode zum Einstecken angebracht, die geschützte Fläche ist $40 \times \pi$ cm² groß gewählt, der Schutzring ist geerdet. Auf diese Schutzringelektrode wird die zu untersuchende Platte gelegt und die andere Elektrode, die sich in einer geerdeten Haube befindet, aufgesetzt, die Elektroden be-

[1]) Schering.

stehen aus Stanniolüberzügen auf Schaumgummi. Die obere Elektrode mit Aufsatzgewicht ist 7,6 kg schwer, um die Belegungen an die Isolierplatte gut anzupressen. Die Spannung 100 V bei 800 Hz (Kreisfrequenz $\omega = 5000$) wird in einem geerdeten Schlauch zugeführt. Das Telephon ist über einen Rundfunktransformator an die Brücke angeschlossen. Abgeglichen wird die Brücke durch Regeln von C_2 und C_4. Die Anordnung ist derart, daß ein Berühren der zugänglichen Teile die Brückeneinstellung nicht beeinflußt. Bei Abgleichung ist der Verlustfaktor

$$\operatorname{tg}\delta = R_4\,\omega\,(C_4' - C_3') = 10^8\,(C_4' - C_3'),$$

wobei C_4' und C_3' die wirksamen Kapazitäten in Farad parallel zu R_4 und R_3 bedeuten. Ferner ist die Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon = C_2 \times \frac{4\,\pi\,a}{40\,\pi} = 0{,}1\,C_2\,a,$$

wobei a die Dicke der Isolierplatte in cm ist und die Kapazität C_2 in cm anzugeben ist.

Die Skale von C_4 wurde direkt in $\operatorname{tg}\delta$ bei $\omega = 5000$ geeicht, indem eine Preßspanplatte von 1 mm Dicke, die in der Mitte ein etwas größeres Loch als die geschützte Elektrode hatte, an Stelle einer Isolierplatte aufgelegt wurde, so daß C_1 ein verlustfreier Luftkondensator war, es wurde dann zu R_3 ein bekannter Drehkondensator C_3'' mit definierter Schaltkapazität zugesetzt und die Skale von C_4 in $\operatorname{tg}\delta$ gezeichnet, wobei $C_3'' = 0{,}0010\,\mu\text{F}$ einem $\operatorname{tg}\delta = 0{,}10$ entspricht. Durch Einstecken des Zusatzkondensators $1000 \times 10^{-6}\,\mu\text{F}$ in C_4 konnte die Skaleneichung bis $\operatorname{tg}\delta = 0{,}000$ heruntergeführt werden. Mit den Zusatzkondensatoren kann bis $\operatorname{tg}\delta = 0{,}4$ gemessen werden.

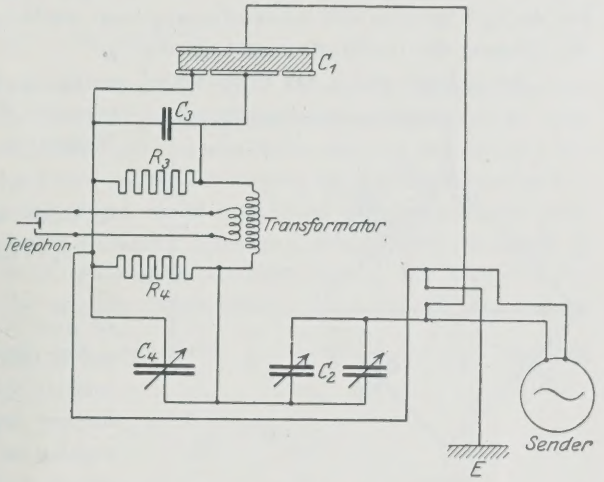


Abb. 9. Brücke für dielektrische Verlustmessung.

Zur Eichung von C_2 in cm wird die Schutzringelektrode abgehoben und ein bekannter Drehkondensator aufgesteckt.

Messungen in dieser Brücke an Platten, die nach der Methode von Giebe und Zickner gemessen waren, gaben gute Übereinstimmung, die Dielektrizitätskonstante fällt bei den aufgepreßten Elektroden gegenüber aufgespitzten Metallbelegungen etwa 2 bis 3 Proz. geringer aus. Die Empfindlichkeit ist infolge der großen Widerstände R_3 und R_4 sehr groß.

Um auch dünne Folien messen zu können, wurde eine zweite Schutzringelektrode von nur $4 \times \pi$ cm² geschützter Fläche hergestellt, es ist dann $\varepsilon = C_2 a$.

Das Prüfamt Nürnberg, dem in Zukunft diese Prüfungen überlassen werden, sowie zwei Isolierstoff-Fabrikanten haben sich solche Brücken anfertigen lassen.

Zur handlichen Erzeugung der Spannung von 100 V und 800 Hz wurde ein einfacher Röhrensender hergestellt, eine Spule von 0,128 H, mit einer Anzapfung in der Mitte, wurde an eine Telefunkenverstärkerröhre *RE* 209 für 3,5 V 0,5 A und 150 V Anodenspannung in der Meißnerschen Rückkoppelungsschaltung gelegt, der Spule lag ein Papierkondensator von 0,25 μF parallel, mit dieser Spule war eine gleiche Spule, parallel mit einem gleichen Kondensator, gekoppelt. Von dieser wurde die Spannung für die Brücke abgenommen. Beim festen Einbau in einen kleinen Tragekasten wurde die Koppelung so geregelt, daß die Kreisfrequenz $\omega = 5000$ wurde. Der Sender fällt aber unter das Meißnersche Patent.

88. Eine neue Brücke für Pupinspulen[1]).

Bisher wird an Pupinspulen die Induktivität L und der Wirkwiderstand R bei einer bestimmten Kreisfrequenz ω gemessen, meist durch Vergleich mit einer eisenlosen Normalspule; die Messung ist unbequem und ungenau, da die Normalspule einen erheblich größeren Wirkwiderstand hat, als die

[1]) Schering.

Pupinspule gleicher Induktivität. Die Resonanzbrücke nach Grüneisen und Giebe ist zuverlässig, erfordert aber sehr konstante Frequenz und einige Rechenarbeit für die Ermittlung von L.

Entsprechend dem Verwendungszweck der Pupinspule erscheint es zweckmäßiger, statt des Wirkwiderstandes den Verlustfaktor $\operatorname{tg}\delta = \frac{R}{\omega L}$ analog wie beim Kondensator zu messen. Eine neue Abwandlung der Maxwellbrücke (Abb. 10) gestaltet die Messung von L und $\operatorname{tg}\delta$ bequem und zuverlässig. Es ist, wenn die Widerstände R_2 und R_3 und der Kondensator C_4 winkelfehlerfrei sind:

$$\frac{R_1}{\omega L_1} = \operatorname{tg}|\delta_1| = R_2\omega C_2; \qquad L_1 = \frac{R_2 R_3 C_4}{1+\operatorname{tg}^2\delta}.$$

Bei Pupinspulen ist bei den üblichen Frequenzen $\operatorname{tg}\delta$ etwa 0,015, also $\operatorname{tg}^2\delta$ nur einige Zehntausendstel, also gegen 1 zu vernachlässigen. Für $R_2 = 2000\ \Omega$, $R_3 = 100\ \Omega$, $\omega = 5000$ wird

$$\operatorname{tg}\delta_1 = 10 \times (C_2 \text{ in } \mu\text{F}); \quad L = 0{,}2 \times (C_4 \text{ in } \mu\text{F})\ H.$$

Wird der Drehkondensator C_2 (Bereich bis 0,002 μF) mit einer Skale in μF versehen, so kann an ihm der $\operatorname{tg}\delta$ bei $\omega = 5000$ unmittelbar abgelesen werden; nahezu ebenso einfach ergibt sich L aus der Ablesung des Drei-Kurbel-Kondensators C_4.

Ist in Bogenmaß δ_4 der Verlustwinkel von C_4, φ_2 der Winkel des in ein Metallgehäuse eingebauten Widerstandes $R_2 = 2000$ Ohm und φ_3 der Winkel von $R_3 = 100$ Ohm, so ist

$$\operatorname{tg}|\delta_1| = R_2\omega C_2 + |\delta_4| - \varphi_2 - \varphi_3.$$

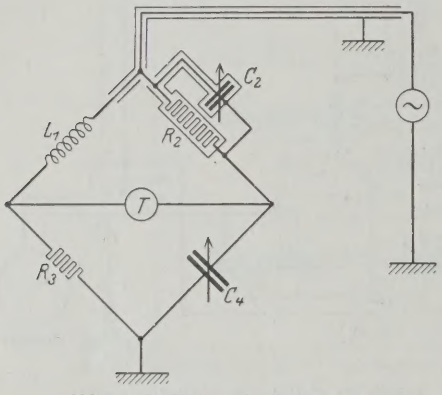


Abb. 10. Meßbrücke für Pupinspulen.

Es wurde bei $\omega = 5000$ einzeln gemessen:

$$\delta_4 = 2{,}27 \times 10^{-4}, \qquad \varphi_2 = -1{,}18 \times 10^{-4},$$
$$\varphi_3 = +0{,}46 \times 10^{-4}.$$

An einer Normalspule S. u. H. Nr. 1792353 von 0,1 H und 23 Ohm wurde bei $\omega = 5000$ der $\operatorname{tg}\delta = 0{,}04580$ in dieser Brücke gemessen, er war gegenüber dem $\operatorname{tg}\delta$, der aus dem unmittelbar nach der Wechselstrommessung mit Gleichstrom gemessenen Widerstand berechnet wurde, um $0{,}2 \times 10^{-4}$ größer. In der Resonanzbrücke gemessen war die Widerstandserhöhung der Normalspule bei $\omega = 5000$ kleiner als 0,1 Proz. Es ist beabsichtigt, eine Spule 0,1 H mit 11 kg Litzendraht herzustellen, deren $\operatorname{tg}\delta$ nur 0,01 betragen wird. Durch die Wahl der Erdung und Zuführung der Spannung in einem geerdeten Schlauch ist ein schädlicher Einfluß unkontrollierbarer Kapazitäten vermieden.

89. Glimmlichtoszillograph[1]. Der Glimmlichtoszillograph wurde in eine für technische Zwecke verwendbare Form gebracht. Die Einzelheiten sind veröffentlicht (Anhang, Nr. 73).

90. Vokalkurven[1]. Im Verfolg der mit dem Glimmlichtoszillographen aufgenommenen Kurven von Mikrophonströmen wurden die Kurven von Vokalen und Konsonanten mittels lichtelektrischer Zelle und Telephon in akustische Schwingungen zurückverwandelt und mit den bisher in der Literatur bekannten Tonkurven verglichen. Die Versuche ermöglichen eine Prüfung der verschiedenen Vokaltheorien.

91. Lageruntersuchung durch Kapazitätsmessung[2]. Es ist mehrfach versucht worden, zur Bewertung von Lagern die Messung des elektrischen Widerstandes der Schmierschicht heranzuziehen. Die Leitfähigkeit ist jedoch wegen ihrer starken Abhängigkeit von Temperatur und Reinheit des Schmierstoffs keine geeignete Grundlage für die Bestimmung der Filmdicke. Wesentlich besser ist es, die Kapazität des durch das geschmierte Lager gebildeten Kondensators zu ermitteln. Die hierfür wichtige Dielektrizitätszahl ist von der Temperatur praktisch unabhängig und wird auch durch Verunreinigungen, Feuchtigkeit und Säurezahl sehr wenig beeinflußt. Durch einfache Kapazitätsmessungen in der Wechselstrombrücke mit Summer und Telephon lassen sich bei Gleitlagern das mittlere Spiel und die Schichtdicke im Bereich der Vollschmierung bis zum Einsetzen der Teilschmierung bestimmen. Aus einer nach der

[1]) Engelhardt, Gehrcke. [2]) Schering, R. Vieweg.

Theorie aufgestellten graphischen Tafel kann mit dem Zirkel das zu dem Verhältnis Kapazität bei zentrierter Welle zu Kapazität bei verlagerter Welle gehörende Verhältnis der geringsten Filmdicke zum mittleren Lagerspiel unmittelbar abgegriffen werden, und zwar für jedes Verhältnis der in der Lagerschale ausgesparten Fläche zur gesamten wirksamen Lagerfläche. Die Untersuchung ist veröffentlicht (s. Anhang, Nr. 69).

Ferner wurde gefunden, daß auch bei Kugellagern ein isolierender Ölfilm besteht, die Kapazität ließ sich gut messen, die Änderung der Kapazität mit Drehzahl und Belastung war gering. Die Theorie versagt hier, selbst in dem einfachsten Fall der Kapazität einer Kugel gegen eine Ebene versagt die klassische Theorie der korrespondierenden Bildpunkte bei der Kleinheit des Verhältnisses des Abstandes a zum Kugelradius R, wie es beim Kugellager vorliegt. Mit der Annahme, daß die Feldlinien die Ebene und die Kugelfläche orthogonal schneidende Kreise wären, die ja für die weiter ausladenden Feldlinien sicher nicht zutrifft, wurde das Verhältnis der Kapazität C zum Kugelradius R für sehr kleine a/R zu:

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{2} \ln \frac{R}{a} + \ln \frac{D}{4R}$$

berechnet, worin D den Durchmesser eines zentral unter der Kugel liegenden Kreisausschnittes aus der unendlichen Ebene bedeutet. An einer mit Stanniol beklebten, aus Sperrholz 2×2 m² groß angefertigten Ebene, die mit einer Messingkreisscheibe in der Mitte versehen und durch 1 mm breite Schlitze im Stanniol in konzentrische Kreise geteilt war, wurde in der Mitte eines großen Saales die Kapazität einer gedrehten Aluminiumkugel von $R = 19{,}82$ cm gegen verschieden große Kreisausschnitte der Ebene bei verschiedenen Abständen gemessen, welche durch Beobachtung einer Marke auf der Kugel mit Fernrohr und Mikrometer ermittelt wurden. Die Kapazität von Zuleitungen wurde durch Kunstgriffe von der Messung ausgeschlossen. Es ergab sich, daß für a/R zwischen 10^{-3} bis 2×10^{-2} die Messungen sehr genau durch $\frac{C}{R} = \frac{1}{2} \ln \frac{R}{a} + f\left(\frac{D}{4R}\right)$ befriedigt werden, wobei

$$\text{für } \frac{D}{4R} > 1{,}4 \qquad f\left(\frac{D}{4R}\right) > \ln \frac{D}{4R},$$

$$\text{für } \frac{D}{4R} < 1{,}4 \qquad f\left(\frac{D}{4R}\right) < \ln \frac{D}{4R}$$

war.

Von dem Kugellager (nach Din 623, 40 mm Bohrung, 2 Reihen Kugeln, 14 in jeder Reihe, Kugelradius $R = 0{,}635$ cm), an dem die Kapazitätsmessungen bei verschiedenen Drehzahlen und Belastungen ausgeführt waren, wurde nun je ein Stück der Innen- und der Außenschale im Verhältnis 19,82 : 0,635 vergrößert in Gips und Holz hergestellt und die Oberfläche des Gipses mit Graphit leitend gemacht. Durch zwei Spalte und geerdete Seitenbleche wurde elektrisch ein solches Stück aus dem Modell herausgetrennt, das in dem Kugellager die Feldlinien einer Kugel empfängt. Es wurde die Kapazität der großen Aluminiumkugel gemessen und die geringe Kapazitätsänderung bei Zufügen der gleich großen Nachbarkugel bestimmt. Hieraus ergab sich die Kapazität der Kugel gegen das herausgeschnittene Schalenstück, bei Vorhandensein der beiden Nachbarkugeln, zu

Außenschale	Innenschale
$C'/R = 4{,}59 \lg R/a - 3{,}68$	$C''/R = 3{,}56 \lg R/a - 2{,}57$

für a/R von 10^{-3} bis 2×10^{-2}.

Im Kugellager sind die beiden Kapazitäten in Reihe geschaltet; unter der Annahme, daß die Ölfilme von der Innen- und der Außenschale gleich dick sind, ergibt sich für die Reihenkapazität:

$$C/R = 2{,}01 \lg (R/a) - 1{,}53.$$

Durch Hilfsmessungen wurden an dem Kugellager die anderen Kapazitäten, welche nicht den elektrisch ausgeschnittenen Stücken entsprechen, getrennt zu 49 cm bestimmt und von der Gesamtkapazität 230 cm bei Drehzahl 4500 und Last 0 abgezogen. Aus der Differenz 181 cm ergab sich unter Berücksichtigung der Zahl der Kugeln und der Dielektrizitätskonstante des Öles ein $a/R = 1{,}1 \times 10^{-3}$, die Ölfilmdicke bei Zentrierung $a = 7\,\mu$.

Es konnte nun auch die Kapazitätsänderung bei Verlagerung aus der Verteilung derselben auf die einzelnen Kugeln mit der logarithmischen Formel in einfacher Weise berechnet werden,

sie ist auch bei sehr großer Verlagerung sehr klein. Zum Beispiel wäre, wenn der Ölfilm durch Verlagerung auf $^1/_{10}$ seiner Dicke bei Zentrierung herabgedrückt würde, die Kapazitätsvergrößerung nur 11,8 cm. Es ist nun sehr interessant, daß beim Vermindern der Drehzahl innerhalb der Meßgenauigkeit von etwa $\pm$ 3 cm eine Kapazitätsänderung nicht festzustellen war, bei Belastung mit 185 kg aber die Kapazität um 23 cm hinaufging. Ein Kapazitätszuwachs dieser Größenordnung ist durch Verdünnung des Ölfilms kaum zu erklären, man würde auf einen Film von $^1/_{50}\,\mu$ kommen; wahrscheinlicher ist, daß die 3 bis 4 unteren Kugeln, welche eine Pressung mit je etwa 30 bis 40 kg erleiden, sich elastisch in die Schale drücken und abplatten, ohne den Ölfilm zu durchbrechen, und dadurch die Kapazitätsvergrößerung herbeiführen.

92. Reibungsfreie Belastung von Lagern[1]. Die Versuche über die reibungsfreie Belastung von Lagern unter Verwendung eines über- und eines untersynchron zum Versuchslager laufenden Hilfslagers sind abgeschlossen und werden veröffentlicht. Für sehr kleine Drehzahlen (einige Umläufe je Minute) wurde eine vereinfachte Anordnung angegeben, die darin besteht, daß die beiden Hilfslager einander entgegengesetzt umlaufen. Die Momente der Hilfslager heben sich dann auf, ihre Reibungsenergie wird nicht mitgemessen; die Wärmewirkung wird zwar nicht wie bei der eigentlichen reibungsfreien Belastungsanordnung vermieden, kann aber wegen der vorausgesetzten kleinen Drehzahl vernachlässigt werden.

93. Demonstration des Ölfilms in Lagern[1]. Um die Ausbildung der tragenden Ölschicht in Gleitlagern zu veranschaulichen, wurde folgende Anordnung getroffen: Auf einer in Gleitlagern gelagerten Welle ist ein Kugellager so angebracht, daß sein Außenring bei Stillstand der Welle auf einer festen Unterlage gerade noch aufsitzt. Beginnt sich die Welle zu drehen, so bleibt zunächst der Außenring des Kugellagers in Ruhe, während der mit der Welle fest verbundene Innenring umläuft. Steigt jedoch die Drehzahl, so wird das Kugellager von der Unterlage abgehoben, der Außenring läuft mit um. Man erkennt am Einsetzen dieser Bewegung, daß sich die Welle in den Gleitlagern von der Lagerschale abgehoben hat und ein Ölfilm entstanden ist. Die Filmbildung läßt sich mit der einfachen Einrichtung gut verfolgen.

94. Vergleich zwischen Gleit- und Kugellagern[2]. Die Vergleichsversuche an Motoren, die mit Gleitlagern, und solchen, die mit Kugellagern ausgerüstet sind, wurden bei Leerlauf und bei Belastung durchgeführt und abgeschlossen; die Ergebnisse werden demnächst veröffentlicht.

95. Zusätzliche Verluste in Asynchronmotoren[3]. Die Untersuchungen an Asynchronmotoren zur Bestimmung der Zusatzverluste aus den Pulsationsverlusten wurden fortgesetzt. Auf Anregung des Verbandes deutscher Elektrotechniker wurden weiterhin Versuche nach dem Vorschlag von Herrn Oberingenieur L. Schüler, Berlin, ausgeführt. Es wurde der eine Teil des Motors (z. B. der Rotor) mit Gleichstrom erregt, der andere Teil (Stator) kurzgeschlossen und die Maschine fremd angetrieben. Der Motor läuft dann als kurzgeschlossene Synchronmaschine. Die bei diesem „synchronen" Kurzschlußversuch mechanisch zuzuführende Leistung besteht aus den Reibungsverlusten und den Stromwärmeverlusten im kurzgeschlossenen Stator, die verhältnismäßig leicht zu ermitteln sind, sowie ferner aus den fraglichen Pulsationsverlusten. Die Versuche, die z. Z. noch an verschiedenen Motoren, besonders solchen mit Kurzschlußanker durchgeführt werden, ergeben eine gute Übereinstimmung der Verluste durch Kurzschlußpulsationen mit den Zusatzverlusten.

96. Verbesserung der magnetischen Meßeinrichtung. Die Anzahl der Prüfungen im magnetischen Laboratorium hat gegenüber dem Vorjahre um etwa 10 Proz. abgenommen. Die besonderen meßtechnischen Schwierigkeiten aber, die gerade in diesem Jahr bei einer großen Anzahl von Prüfungen aufgetreten sind, haben den Umfang der Prüftätigkeit noch etwas vergrößert. Trotzdem konnten die wissenschaftlichen Arbeiten wegen der Neueinstellung eines technischen Beamten gefördert werden.

a) Verlustmessung im Epsteinapparat[4]. Die Bestimmung der Verlustziffer im Differentialapparat von Siemens & Halske wurde auch weiterhin ständig durch absolute Messungen im Epstein-Apparat der Reichsanstalt kontrolliert. Dabei hat sich ergeben, daß die Übereinstimmung doch nicht so vollständig ist, wie ursprünglich angenommen wurde. Namentlich in letzter Zeit haben sich die Fälle gehäuft, daß die nach beiden Methoden ermittelten Verlustziffern um mehr als 3 Proz. differierten. Die Gründe dieser Abweichung

---

[1]) V. Vieweg, R. Vieweg. [2]) V. Vieweg, Linckh.
[3]) Linckh. [4]) Steinhaus.

sind noch nicht restlos geklärt; doch scheint bisher als Ergebnis folgendes gesichert zu sein: Der Unterschied in den Resultaten liegt nicht an dem Versagen der einen oder anderen Methode, sondern an der ungenügenden Definition des Begriffes „Verlustziffer". Es hat sich nämlich gezeigt, daß bei ein und derselben Probe die verschiedenen Meßmethoden als solche gleiche Verlustziffern geben, daß es aber durchaus nicht gleichgültig ist, in welchem Apparat diese Verlustziffern gewonnen werden. Offensichtlich spielt die Verschiedenartigkeit der Streuung der Apparatetypen eine entscheidende Rolle, die aber noch nicht völlig übersehen werden kann. Es besteht also hier die Schwierigkeit, daß bei der Definition des Begriffes „Verlustziffer" in den Normalien des Verbandes deutscher Elektrotechniker genaue Angaben über die Konstruktion der zu verwendenden Epstein-Apparate fehlen.

Deshalb soll auch an dieser Stelle noch einmal ausdrücklich vor übertriebenen Anforderungen an die Meßgenauigkeit gewarnt werden. Zweifellos rührt häufig die Verschiedenheit der an ein und derselben Probe erhaltenen Werte von der verschiedenen Konstruktion der bei den einzelnen Firmen benutzten Epstein-Rahmen her.

b) Andere Meßmethoden[1].

Die im letzten Bericht erwähnten Untersuchungen über einige spezielle Methoden, die zur Messung der Anfangspermeabilität von Drahtproben und von Epstein-Bündeln, ferner der wahren Remanenz von Epstein-Proben und fertigen Hufeisenmagneten, sowie der Koerzitivkraft dienen, sind abgeschlossen und veröffentlicht worden (Anhang, Nr. 73).

c) Messung der wahren Remanenz im Epsteinrahmen[2]

Inzwischen wurden die Remanenzmessungen an Epstein-Proben auch auf Materialien mit sehr kleiner Koerzitivkraft ausgedehnt. Dabei zeigte sich, daß mit den vorhandenen Einrichtungen sich die wahre Remanenz an Epstein-Bündeln, deren Koerzitivkraft kleiner ist als etwa $^1/_2$ Gauß, nicht mehr mit Sicherheit bestimmen läßt, weil dann die mit den Gumlich-Rogowski-Spulen erhaltenen Werte der Feldstärke nicht mehr mit der wahren Feldstärke genügend übereinstimmen.

Die Erscheinung, daß magnetisch weiche Materialien bei sprungweisem Ausschalten des Feldes einen kleineren Wert der Remanenz ergeben als bei kontinuierlichem Zurückgehen, ist seit langem bekannt und wurde auch neuerdings beobachtet (vgl. Gerlach, *Ztschr. f. Physik* **38**. *S. 833. 1926*). Daß dies aber ein spezifisch magnetischer Effekt ist, wie bisher angenommen, muß so lange als zweifelhaft gelten, als nicht bewiesen ist, daß die bei plötzlicher Änderung des Feldes auftretende elektromagnetische Schwingung (Ausschaltvorgang) für die Verkleinerung der Remanenz nicht verantwortlich sein kann. Versuche, ob derartige Schwingungen im Falle der Remanenzbestimmung an Epstein-Bündeln von Einfluß sein könnten, zeigten im Epstein-Apparat eine Andeutung dafür, doch lagen diese Effekte an der Grenze der Meßgenauigkeit. Die Versuche sollen fortgesetzt werden.

d) Torsionsmagnetometer[1].

Der Aufbau des neuen kleinen Magnetometers mit höherer Empfindlichkeit mußte unterbrochen werden, da sich herausgestellt hat, daß die Homogenität des Erdfeldes innerhalb des Laboratoriums doch so gestört ist, daß eine feste Magnetometerbank nicht überall senkrecht zur Horizontalkomponente justiert werden kann. Versuche mit einer drehbaren Bank sind beabsichtigt.

e) Verbesserung der ballistischen Meßmethode[3].

Versuche zur Spannungsverstärkung mittels Elektronenröhren wurden ebenfalls aufgenommen. Es soll festgestellt werden, ob auf diesem Wege sich eine Vergrößerung der Empfindlichkeit ballistischer Galvanometer erreichen läßt.

97. Prüfung der Gültigkeit der Maxwellschen Grundgleichungen bei ferromagnetischen Körpern[2].

Die experimentelle Untersuchung über die Gültigkeit der klassischen elektromagnetischen Grundgesetze in ferromagnetischen Materialien ist in Angriff genommen worden. Sie erfordert nach einer von den Herren Jaeger und Meißner (*Zeitschr. f. Phys.* **36**. *S. 161. 1926*) vorgeschlagenen Methode eine gleichzeitige magnetometrische und ballistische Messung. Zu diesem Zwecke wurden zwei neue, mögl'ichst gleiche Magnetometerspulen hergestellt und ausgemessen. Eine Neujustierung und Eichung des Magnetometers ist im Gange, so daß die Hauptmessungen in absehbarer Zeit begonnen werden können.

98. Einfluß der chemischen Zusammensetzung und thermischen Behandlung auf die Magnetisierbarkeit ferromagnetischer Metalle und Legierungen.

a) Hochfrequenzofen[3].

Die im Vorjahre begonnenen eigenen Schmelzversuche ferromagnetischer Legierungen hatten die Nachteile der in metallographischen Laboratorien heute gebräuchlichen Öfen gezeigt. Hinsichtlich der Sauberkeit wäre das Schmelzen in einem elektrodenlosen Vakuumofen mit Hochfrequenz-

[1]) Steinhaus. [2]) Steinhaus, Kußmann.
[3]) Kußmann, R. Jaeger

erhitzung die beste Methode. Bei der besonderen Art dieser Untersuchungen kam es darauf an, möglichst rasch und bequem kleine Mengen ferromagnetischer Legierungen zu erschmelzen, dazu in einer Form, die eine leichte Weiterverarbeitung zu Probestäben oder -drähten gestattete. Die allgemeine Einführung solcher Öfen für den Laboratoriumsgebrauch, die bis jetzt in Deutschland erst sehr selten benutzt werden, wäre sehr erwünscht. Eine Untersuchung mit verschiedenen Hochfrequenzstromquellen (Maschinensender, Frequenzvervielfachung, Löschfunken usw.) führte nach anfänglich großen Schwierigkeiten zur Fertigstellung eines kleinen leistungsfähigen Vakuum-Laboratoriumsofens von 5 kW, der außerordentlich einfach im Bau und bequem in der Handhabung ist. Der Wechselstrom der Zentrale wird auf 6000 V transformiert und lädt eine Kondensatorbatterie von 180000 cm auf, die sich mit einer Frequenz von etwa 100000 Hertz über die Ofenspule und eine rotierende Funkenstrecke ungefähr 800 mal in der Sekunde entlädt. Mit dieser Einrichtung gelingt es, Reguli bis zu wenigen Gramm herunter herzustellen. Der Eisenschmelzpunkt ist in 5 bis 10 Minuten erreicht, und der Pinch-Effekt sorgt für eine völlig homogene Durchmischung der Schmelze. Genauere Konstruktionsangaben sollen in Kürze veröffentlicht werden.

Die Glüh- und Schmelzeinrichtungen wurden mehrfach von anderen Laboratorien und auswärtigen Forschungsinstituten in Anspruch genommen.

b) Untersuchung der hergestellten Proben[1]).

Die in den alten Öfen hergestellten Vorproben wurden zum großen Teil im Vakuumofen wiederholt und außerdem etwa 150 neue binäre und ternäre Legierungen hergestellt. Die umfangreichen Messungen an den einzelnen Materialien erstrecken sich auf die meisten magnetischen Konstanten, wie Form der Schleife, Anfangspermeabilität, Anstieg der Permeabilitätsskurve bei kleinen Feldern, Koerzitivkraft, Umwandlungspunkte, daneben auf Leitfähigkeits-, chemische und metallographische Untersuchungen nach verschiedenen thermischen und mechanischen Vorbehandlungen.

Besondere Versuche befaßten sich mit der Größe der Verunreinigung, die durch das Tiegelmaterial in das Schmelzgut hineinkommt, und mit der Reindarstellung der Metalle Nickel und Mangan in kompakten Stücken; doch haben letztere noch zu keinem Erfolg geführt.

99. Herstellung ferromagnetischer Materialien mit hohem elektrischen Widerstand[2]).

Die Versuche zur Herstellung ferromagnetischer Materialien mit hohem elektrischen Widerstand konnten in letzter Zeit wieder aufgenommen werden.

100. Beizsprödigkeit permanenter Magnete[3]).

Auf Anregung der Technik wurde eine Untersuchung über die Beizsprödigkeit von permanenten Magneten begonnen. Diese Arbeit wurde aber abgebrochen, da sich nach kurzer Zeit herausstellte, daß die Aufgaben des Laboratoriums dabei weit überschritten wurden und seine Mittel unzureichend waren; das Kaiser Wilhelm-Institut für Eisenforschung wurde um weitere Verfolgung gebeten.

101. Anlaßversuche an gehärtetem Stahl[4]).

Zu den von Herrn Hanemann an der Technischen Hochschule ausgeführten Anlaßversuchen und dilatometrischen Messungen an gehärtetem Stahl (vgl. *Stahl und Eisen* **46.** *S. 1508. 1926*), die ihn zu neuen Vorstellungen über den Martensit geführt haben, werden an denselben Materialien magnetische Parallelversuche ausgeführt.

Abteilung III.

Unterabteilung IIIa.

102. Zustandsgleichung der Gase[5]).

Mit einem neuen Druckgefäß von 15,572 cm³ Inhalt bei 0° C, das aus gezogenem Stahlrohr mit aufgeschweißten Endkappen hergestellt war, wurden die Messungen der Isothermen von Helium, Wasserstoff und Neon unterhalb — 200° fortgesetzt. Die drei Gase wurden bei — 208° untersucht, ferner Helium noch bei — 252,8° und — 258,0°. Es sind nunmehr im Druckbereich von ungefähr 20 bis 100 Atm. die Isothermen folgender Gase gemessen worden: He (von — 258° bis + 400°), H_2 (von — 208° bis + 200°), Ne (von — 208° bis + 400°), N_2 (von — 130° bis + 400°), Ar (von

---

[1]) Steinhaus, Kußmann, Scharnow, Gumlich a. G.
[2]) Steinhaus, Scharnow, Gumlich a. G. [3]) Steinhaus, Scharnow.
[4]) Kußmann.
[5]) Holborn, Otto.

-100° bis $+400^\circ$), O_2 (von 0 bis $+100^\circ$) und Luft (von 0° bis 200°). Wird $T = \frac{273 + t}{100}$ gesetzt, dann ergeben sich für die Anfangsneigung $B \cdot 10^5 = \left[\frac{d(pv)}{dp}\right]_{p=0} \cdot 10^5$ der Isothermen folgende Werte, falls das Gasvolumen bei 0° und 1 m Hg als Einheit angenommen wird:

$$\text{für He:} \quad 84{,}78 - 3{,}54\,T - \frac{15{,}25}{T} - \frac{0{,}210}{T^3},$$

$$\text{„ } H_2\text{:} \quad 166{,}63 - 8{,}14\,T - \frac{169{,}77}{T} - \frac{2{,}24}{T^3},$$

$$\text{„ Ne:} \quad 114{,}11 - 2{,}00\,T - \frac{127{,}81}{T} - \frac{11{,}15}{T^3}.$$

Mit Hilfe der experimentell bestimmten Neigungswerte wurden die Korrektionen des Gasthermometers auf die thermodynamische Skale unterhalb 0° berechnet (Anhang, Nr. 107).

103. Zustandsgleichung der Gase bei höheren Drucken[1]).

Inzwischen wurde die Apparatur umgebaut, so daß es jetzt möglich ist, die Isothermen bis 200 Atm. zu messen. Die Glaskapillaren der Quecksilberhochdruckpumpe und der Druckwage wurden durch Stahlrohre ersetzt. Der Stand des Quecksilbers wird durch elektrische Kontakte abgetastet, und der Ölstand über dem Stempel der Druckwage durch die Menge des ausgeflossenen Öles berechnet. Dadurch ist dieselbe Genauigkeit wie früher gewährleistet. Bisher wurden mit der abgeänderten Anordnung die Isothermen von Ne und N_2 bis 200 Atm. bei 0° und 100° gemessen. Trotz eines nur halb so großen Gefäßes als bei den früheren Messungen (50 cm^3 statt 100 cm^3) ist der Anschluß der pv-Werte bei 100 Atm. sehr befriedigend. (Abweichungen ungefähr 0,02%). Bei 200 Atm. betragen die Abweichungen der pv-Werte von den aus den früheren Formeln extrapolierten pv-Werten für Ne $-0{,}12\%$ bei 0°, $-0{,}45\%$ bei 100°; für N_2 $+0{,}30\%$ bei 0°, $-0{,}26\%$ bei 100°. Die Messungen bei hohen Drucken sollen vor allem bei tiefen Temperaturen fortgesetzt werden, da dort bei dem stark gekrümmten Charakter der pv-Kurven eine Extrapolation bis zu höheren Drucken zu ungenaue Werte ergeben würde.

104. Entartung einatomiger Gase[2]).

Im Anschluß an das frühere Ergebnis, daß bei der Heliumverflüssigung der verflüssigte Bruchteil mehr als dreimal so groß ist, als sich nach dem Gesetz der korrespondierenden Zustände ergibt, und daß dies vielleicht auf Gasentartung beruhen kann, wurde allgemein die Frage nach der experimentellen Prüfung der Entartung einatomiger Gase behandelt. In der diesbezüglichen Veröffentlichung (Anhang 1, Nr. 67) wird zunächst darauf hingewiesen, daß der mehrfach versuchte Nachweis der Gasentartung aus der Form der Isothermen bei kleinen Drucken und tiefen Temperaturen nach den neuen Gleichungen von Einstein und Planck nicht möglich ist, da hier im Gegensatz zu früher aufgestellten Gleichungen nicht ein Glied mit $1/Tv^{\frac{2}{3}}$ als Faktor (T = abs. Temperatur, v = spez. Volumen) vorkommt, sondern ein Glied mit $1/vT^{\frac{5}{2}}$ als Faktor. Für den bei der Heliumverflüssigung zu erwartenden verflüssigten Bruchteil ergibt sich nach den Theorien von Einstein und Planck höchstens der Wert 0,03, während experimentell als untere Grenze der Wert 0,19 gefunden wurde. In den aufgeführten Theorien sind aber die Quanteneffekte, die durch die van der Waalsschen Kräfte usw. bedingt sind, nicht berücksichtigt. Ferner liegt eine Schwierigkeit darin, daß genau genommen der kritische Punkt von Helium nicht mit dem der anderen Gase korrespondiert. Es ist danach noch unentschieden, ob die bei der Heliumverflüssigung zutage tretende Abweichung vom Gesetz der korrespondierenden Zustände durch Entartung des Heliumgases zu erklären ist oder ob noch andere Ursachen mitsprechen. — Ähnlich unsicher liegen die Dinge, wie in der Veröffentlichung gezeigt wird, bezüglich der spezifischen Wärme des gasförmigen Heliums.

Um für diese Größe weitere experimentelle Unterlagen zu gewinnen, wurde ihre Bestimmung im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums in Angriff genommen. Es wurde dabei so verfahren, daß etwa 1 Liter Helium (gemessen unter Normalbedingungen) bei Zimmertemperatur unter einem Druck von etwa 70 Atm. in einen kleinen Stahlzylinder von etwa 14 cm^3 Inhalt eingeschlossen wurde, der die kalorimetrische Substanz eines Vakuumkalorimeters bildete. Die Wärmekapazität des Stahl-

[1]) Otto. [2]) Meißner.

zylinders bei 4° abs. ist so klein, daß sie nur eine geringe Korrektion bei der Bestimmung der Wärmekapazität des Gasinhalts bedingt. Zur Erzeugung der zuzuführenden Wärme und zur Temperaturmessung dient eine auf den Stahlzylinder aufgebrachte, in Schwefel eingebettete Spule aus blankem Konstantandraht, an deren Zuleitungen der Stahlzylinder im Vakuum aufgehängt ist. Die Messungen selbst sind noch nicht beendet.

Weitere Messungen mit flüssigem Helium sind im Bericht der Abteilung IIa mitgeteilt.

105. Die Temperaturskale im N_2- und H_2-Gebiet[1]).

Nach den Ausführungsbestimmungen zu dem „Gesetz über die Temperaturskale und die Wärmeeinheit" ist die Temperaturskale bisher bis herab zu — 193° festgelegt. Um auch für das Gebiet tieferer Temperaturen sichere Grundlagen zu gewinnen, sind zunächst mehrere Platinwiderstandsthermometer, sowie mit reinem Stickstoff und reinem Wasserstoff gefüllte Tensionsthermometer zwischen — 193 und — 212° und zwischen — 253 und — 259° an das Heliumgasthermometer angeschlossen worden. Hierbei wurden die bereits früher gemessenen normalen Siedetemperaturen von Stickstoff (— 195,81°) und Wasserstoff (— 252,77°) bestätigt. Für die Tripelpunkte ergaben sich folgende Werte:

	t	p
Stickstoff	— 210,08°	92,89 mm Hg
Wasserstoff	— 259,16°	54,86 „ „ .

Die für die Sättigungsdrucke p (in mm Hg) aufgestellten Formeln lauten:

N_2, flüssig: $\log p = -313{,}694\ 1/T + 1{,}75 \log T - 0{,}011096\,36\,T + 4{,}487\,879$

N_2, fest: $\log p = -360{,}500\ 1/T + 7{,}679\,324$

H_2, flüssig: $\log p = -37{,}7882\ 1/T + 1{,}75 \log T + 0{,}002\,3127\,T + 2{,}390\,78$.

Der Widerstand der Platinthermometer ist bisher nur durch einfache Interpolationsformeln dargestellt worden, die in bezug auf die Temperatur quadratisch sind, und deren Koeffizienten im Gebiet des flüssigen Stickstoffs und des flüssigen Wasserstoffs verschiedene Werte besitzen. Die Empfindlichkeit der Platinthermometer hat sich auch bei der Temperatur des erstarrten Wasserstoffs als vollkommen ausreichend erwiesen. Sie ist für diese Temperatur bei reinem Platin darstellbar als

$$\frac{1}{R_0}\frac{dR_t}{dt} = 0{,}28 \cdot 10^{-3} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{R_t}\frac{dR_t}{dt} = 68 \cdot 10^{-3},$$

wenn R_t den Widerstand bei der Temperatur t bezeichnet. Die Untersuchung ist veröffentlicht (siehe Anhang 1, Nr. 107).

106. Die Temperaturskale zwischen — 210 u. — 253°[2]).

Für den Vergleich von Widerstandsthermometern mit dem Gasthermometer stehen im Bereich zwischen — 210 und — 253° keine Flüssigkeitsbäder zur Verfügung. Es wurde deshalb ein Metallthermostat aus Aluminium konstruiert, der nach Abkühlung durch flüssigen Wasserstoff von dem Kältebad durch einen evakuierbaren Zwischenraum thermisch isoliert werden und elektrisch auf beliebige Temperatur zwischen — 210 und — 253° geheizt werden konnte. Die auf diese Weise erzielbare Temperaturkonstanz ist sehr befriedigend. Es wurden bereits mehrere Versuchsreihen bei — 253, — 243, — 233 und — 223° ausgeführt. Die Messungen werden noch fortgesetzt.

107. Internationale Vergleichung von Thermoelementen[3]).

Das *Bureau of Standards* übersandte zwei Platin-Platinrhodium-Elemente D_3 und D_4, die zwischen etwa 400 und 1100° an die deutsche (gesetzliche) Temperaturskale angeschlossen wurden, und die sodann auf Wunsch des *Bureau of Standards* zur Eichung an das *National Laboratory* in Teddington weitergegeben sind.

Es ergaben sich folgende Werte:

Eichungspunkt	t	Mikrovolt		Δt
		D_3	D_4	
Erstarrungspunkt von Zink	419,45°	3438	3437	+ 0,1
„ von Antimon	630,5°	5540	5537	+ 0,5
„ von Silber	960,5°	9146	9144	— 0,6
Schmelzpunkt von Gold	1063°	10336	10346	— 0,4

[1]) Henning. [2]) Henning und Otto.
[3]) Henning.

Die Ergebnisse der englischen Messungen sind noch nicht bekannt und die der amerikanischen Messungen sind vorläufig nur für D_3 mitgeteilt, Δt bedeutet die Differenz zwischen der (in der Reichsanstalt gemessenen) Temperatur t und der nach den amerikanischen Messungen an D_3 aus der Thermokraft abgeleiteten Temperatur.

108. Optische Temperaturskale[1]).

Die im vorigen Bericht erwähnten Wolframlampen P_8, D_3 und B_1 wurden im Oktober 1926 durch eine neue Meßreihe, die unter den gleichen Bedingungen wie früher ausgeführt wurde, geprüft. Hierbei ergaben sich bei den angegebenen Heizstromstärken i folgende Werte für die schwarze Temperatur s, die von den früher angeführten Mittelwerten s_M kaum mehr abweichen, als den Beobachtungsfehlern entspricht. Damit hat die Brauchbarkeit der Bandlampen zur Darstellung der optischen Temperaturskale bis zu 2100° eine weitere Stütze gewonnen.

Bandlampe P_8			Drahtlampe D_3			Bandlampe B_2		
i Amp.	Okt. 1926 s	$s - s_M$	i Amp.	Okt. 1926 s	$s - s_M$	i Amp.	Okt. 1926 s	$s - s_M$
9,5	1099,2°	+ 2,2°	9,0	940,6°	— 1,1°	9,0	1155,7°	+ 2,4°
11,9	1325,4	+ 3,2°	11,0	1230,0	+ 0,6°	11,0	1362,4	+ 3,6°
16,2	1639,8	+ 0,2°	15,0	1646,0	+ 3,9°	15,0	1699,5	+ 2,9°
23,8	2107,8	+ 1,0°	21,0	2136,7	+ 5,9°	21,0	2126,8	— 1,0°

109. Temperatur nicht leuchtender Flammen[1]).

Für die Bestimmung der Flammentemperatur nicht leuchtender sehr heißer Flammen, insbesondere der Flamme des Azetylen-Sauerstoff-Gebläses hat die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft sowie der Verein deutscher Ingenieure, Fachausschuß für Schweißtechnik, Geldmittel und Apparate zur Verfügung gestellt. Es ist geplant, die Temperatur sowohl aus der Umkehr der Spektrallinien von Salzdämpfen, die in die Flamme eingeführt werden, als auch durch Bestimmung der emittierten Energie und des Absorptionsvermögens im Bereich der langwelligen Kohlensäure- und Wasserdampfbanden zu messen. Die vorbereitenden Versuche, bei denen diese Methode an weniger heißen Flammen bekannter Temperatur erprobt werden, haben begonnen.

110. Alterung von Thermometergläsern[2]).

Um für die Alterung der gebräuchlichen Thermometergläser günstige Bedingungen zu finden, wurde die Ausdehnung von 25 cm langen Glasstäben bei verschiedenen Alterungsmethoden mit dem Differentialdilatometer gegen ein konzentrisches Rohr aus Quarzglas verfolgt. Als Alterungsofen diente ein massiver Nickelzylinder von 50 cm Höhe und 9 cm Durchmesser, auf dem die Heizwicklung aus Nickelchrom so angeordnet war, daß längs der Achse nur geringe Temperaturunterschiede auftraten. Untersucht wurden die Jenaer Gläser 16III, 59III, hartes Thüringer Glas (Gundelach) und hochschmelzbares Supremaxglas. Bei einer bestimmten Temperatur zeigen die Ausdehnungskurven einen deutlichen Knick, nach welchem die Ausdehnung auf ungefähr das Fünffache zunimmt. Das Gebiet erhöhter Ausdehnung, das als „kritische Zone" bezeichnet wird, beträgt ungefähr 50°. Die Verkürzung der Stäbe, die am Ende der kritischen Zone eintritt, hängt nicht allein von der Temperatur, sondern in hohem Maße auch von der Dauer der Erhitzung ab. Der Einfluß der Alterung kann durch die Beobachtung der Längenänderung der Glasstäbe genau verfolgt werden. Nach den Ergebnissen der Untersuchung wird folgendes Alterungsverfahren vorgeschlagen: Nachdem aus der Ausdehnungskurve kurze Zeit hocherhitzter Glasstäbe die kritische Zone festgestellt worden ist, wird das fertiggeblasene Glasstück 30° über dem Beginn der kritischen Zone 3 Stunden erhitzt, dann in derselben Zeit langsam bis auf die Erweichungsgrenze abgekühlt und dort ungefähr 6 Stunden gehalten. Die Art der darauf folgenden Abkühlung ist von geringem Einfluß. Bei der angegebenen höchsten Temperatur ist das Glas immer noch zäh genug, um unter dem Einfluß der Schwere in der kurzen Zeit keine wesentliche Deformation zu erleiden. Die optische Methode der Spannungsprüfung durch Beobachtung zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen zeigte auch bei bestgealterten Glasproben der Thermometergläser immer noch das dunkle Polarisationskreuz (Anhang, Nr. 108).

---

[1]) Henning und Tingwaldt.
[2]) Holborn, Otto.

111. Ausdehnung eines neuen Thermometerglases[1]).

Im Anschluß an vorstehende Untersuchungen wurde nach derselben Methode das neue Jenaer Thermometerglas 2954III untersucht. Der Beginn der kritischen Zone liegt bei ungefähr $t = 540^0$. Für die lineare Ausdehnung in Millimeter eines 1 m langen Stabes bei 0^0 gilt von 0 bis 530^0 die Formel: $0{,}6128 \cdot \tau + 0{,}01473\,\tau^2$, wenn $\tau = \frac{t}{100}$ gesetzt wird.

112. Wärmeleitvermögen von Metallen[2]).

Die Einrichtung zur Untersuchung des Wärmeleitvermögens von Metallen bei Temperaturen bis 500^0 nach dem Verfahren von Kohlrausch ist so weit fertiggestellt, daß nach Eintreffen eines bereits bestellten thermokraftfreien Kompensators nach Diesselhorst mit den Versuchen begonnen werden kann.

Nach dem Despretzschen Verfahren wurden zwei von einem Metallwerk eingesandte Aluminiumlegierungen in Stabform mit einem Aluminiumstab verglichen, dessen Wärmeleitzahl von Jaeger und Diesselhorst früher nach der Methode von Kohlrausch bestimmt worden ist. Dabei wurde gegenüber dem sonst üblichen einfachen Vergleichsverfahren berücksichtigt, daß die mittlere Temperatur der einzelnen Vergleichsstäbe und damit nach Nusselt auch die Wärmeübergangszahl zwischen Stab und Luft verschieden ist. Mit dieser Korrektur ist die Genauigkeit der Messung etwa verdoppelt und auf $\pm 2\,\%$ gebracht worden.

113. Wärmeübergang bei Kondensation von Satt- und Heißdampf[2]).

Die Dampferzeugung des bereits im vorjährigen Bericht erwähnten Dampfkessels wurde durch Verstärkung der Gasheizung und Umbau der Flammgasführung auf 40 kg/h gesteigert. Die Dampfmenge wird durch Speisewassermessung an einem elektrisch geheizten Speisewasserbehälter bestimmt. Für die gesteigerte Kesselleistung wurde ein elektrisch geheizter Überhitzer in der Reichsanstalt gebaut, in dem der Dampf bis auf 330^0 gebracht werden kann.

An dem Versuchsrohr, durch das der Dampf in gleicher Richtung wie außen das Kühlwasser strömt, kann jetzt außer der Temperatur des ein- und austretenden Dampfes, des Kondensates und des Kühlwassers auch die Wandtemperatur mit einem langen Thermoelement gemessen werden, das in einem längs des Versuchsrohres angelöteten Röhrchen verschoben werden kann. Die Versuchsergebnisse sind, soweit bisher übersehen werden kann, qualitativ in Übereinstimmung mit Nusselts Theorie der Oberflächenkondensation des Wasserdampfes. Durch einen besonderen Versuch wurde nachgewiesen, daß die von Nusselt angenommene und seiner Theorie zugrunde gelegte Wasserhaut sich an der Wand wirklich ausbildet und das Kondensat nicht etwa in Tropfen abfließt.

Die Versuche gehören zu der am Ende der folgenden Nummer erwähnten Gruppe von Arbeiten, die von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft durch Geldmittel unterstützt werden.

114. Verdampfungswärme des Wassers bei höheren Drucken[3]).

Der im Siedegefäß erzeugte Dampf wird bei der Messung in einem Kondensgefäß niedergeschlagen, vor- und nachher aber in einem anderen gleichartigen Gefäß. Das Umsteuern der Dampfströmung von dem ersten in das zweite Gefäß und umgekehrt muß in sehr kurzer Zeit erfolgen, da der Zeitfehler voll in das Versuchsergebnis eingeht. Die zu diesem Zwecke in der Reichsanstalt gebaute halbautomatische Steuerung, bei der durch einen Ruck an einem Hebel gleichzeitig der Konus des die eine Dampfleitung abschließenden Ventils von seinem Sitz abgehoben und eine Feder ausgelöst wurde, die den Konus der zweiten Leitung auf seinen Sitz drückte, arbeitete zwar äußerst schnell und präzis, mußte aber wegen sekundärer Schwierigkeiten nach vielen zeitraubenden Bemühungen wieder verworfen werden. Es gelang nämlich nicht, eine Packung für die Ventilspindeln zu erhalten, die auf die Dauer einerseits völlig dicht hielt und andererseits genügend geringe Reibung ergab. Man war gezwungen, die Packung im Lauf eines Versuchs immer stärker zusammenzupressen, bis schließlich die Spindel hängen blieb. Oft wurden auch Teilchen der Packung zwischen Ventilsitz und -konus gedrückt.

Das Doppelventil wurde daher endlich auf nicht automatische Steuerung umgebaut. Da hierbei auf geringe Reibung an den Spindeln keine Rücksicht zu nehmen war, konnte mit fest zusammengepreßten Klingeritscheiben einwandfrei abgedichtet werden. Es war nun zwar gleichzeitiges Manipulieren mit zwei Handrädchen an den zwei Ventilspindeln erforderlich; dies gelang aber mit ausreichender Geschwindigkeit.

---

[1]) Otto. [2]) Jakob, Erk. [3]) Jakob.

Mit der abgeänderten Einrichtung wurde eine Reihe von Messungen bei 180 und 210° ausgeführt, und zwar bei je 3 oder 4 verschiedenen Verdampfungsgeschwindigkeiten an jedem Versuchstag, entsprechend verdampften Wassermengen von 0,04 bis 0,9 kg/h. Die Übereinstimmung der gemessenen Werte ist sehr befriedigend. Als vorläufiges Meßergebnis der Verdampfungswärme L kann

$$\text{für } 180^\circ \; L = 481{,}4 \text{ cal/g},$$
$$\text{für } 210^\circ \; L = 455{,}0 \text{ cal/g}$$

angegeben werden. Diese Werte schließen sich gut an Hennings Beobachtungen an, der bei 180° einen um etwa 0,2% größeren Wert erhalten hatte. Aus L wurden nach Clapeyrons Gleichung für das spezifische Volumen des gesättigten Wasserdampfes die Werte $v = 0{,}1939$ ccm/g bei 180° und 0,1044 ccm/g bei 210° berechnet.

Da das Siedegefäß nur für einen Betriebsdruck von 20 Atm. geeignet ist, muß nunmehr zu einem Umbau der Versuchseinrichtung geschritten werden.

Die Versuche werden außer vom Verein deutscher Ingenieure auch von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft unterstützt, die für diese und weitere Dampfforschungen dem Bearbeiter sehr beträchtliche Mittel bewilligt hat.

115. Messung großer Gasmengen[1]).

Die Auswertung der in den Röchlingschen Eisen- und Stahlwerken in Völklingen (Saar) im Jahre 1925 ausgeführten Versuche an Staurändern für 125 bis 600 mm weite Rohre hat in der Tat, wie im vorjährigen Bericht bereits angedeutet, einen bedeutenden Einfluß des Rohrdurchmessers auf die Durchflußzahl ergeben; diese nimmt beim gleichen Öffnungsverhältnis (engster Querschnitt: Rohrquerschnitt) mit zunehmendem Durchmesser ab, und zwar bei großen Öffnungsverhältnissen stärker als bei kleinen. Die Versuchsergebnisse sind in vorläufiger Form in der im Berichtsjahr herausgegebenen zweiten Auflage der „Regeln für Leistungsversuche an Ventilatoren und Kompressoren“ (VDI-Verlag) niedergelegt.

Da es bedenklich wäre, die Versuchskurven auf Rohrweiten von 1 bis 2 m zu extrapolieren, die bei den Hauptverteilungsleitungen für Gas bei Hüttenwerken üblich sind, wurden die Versuche auf Rohre von 1 m Durchmerser ausgedehnt. Zu diesem Zweck ließen die Röchlingschen Eisen- und Stahlwerke in entgegenkommender Weise eine neue 20 m lange Versuchsleitung und die dazugehörigen Stauränder fabrizieren und stellten wie früher ihren Versuchsstand und Hilfskräfte für Aufbau und Beobachtung zur Verfügung

Die Versuche, an denen sich wieder Dr.-Ing. Kretzschmer, jetzt in Frankfurt a. M., beteiligte, fanden im September und Oktober 1926 in Völklingen statt. Es wurde zunächst eine Normaldüse für 1000 mm Rohrdurchmesser an die größte bisher untersuchte Normaldüse (für 500 mm Rohrdurchmesser) angeschlossen und dann mit Hilfe dieser Normaldüsen die Durchflußzahl von 5 Staurändern in der 1000 mm weiten Leitung bestimmt. Endlich wurden die beiden größten früher von Jakob und Erk untersuchten Normaldüsen nochmals mit der Völklinger Normaldüse verglichen. Im ganzen sind nunmehr 10 Normaldüsen und 35 Normalstauränder untersucht worden. Die Versuche sind erst vorläufig ausgewertet; die definitive Ausarbeitung ist im Gang.

Der Verein deutscher Ingenieure hat dem Bearbeiter in dankenswerter Weise Mittel für die Untersuchung bewilligt, mit denen z. B. die Reisekosten bestritten wurden. Die Westfälische Berggewerkskasse Bochum und die Firma Danneberg & Quandt haben die ihnen gehörigen Normaldüsen leihweise zur Verfügung gestellt.

116. Absolute Zähigkeit von Flüssigkeiten[2]).

Das von Couette angegebene Prinzip für die Ausführung von absoluten Zähigkeitsmessungen mit einem störungsfreien Kapillarviskosimeter wurde in allgemeiner Form mit Hilfe des Ähnlichkeitsprinzips begründet, die Abweichungen vom Poiseuilleschen Gesetz wurden eingehend diskutiert. Besondere Versuche wurden angestellt über die Anwendung der Hagenbachschen Korrektur für die kinetische Energie des Strahls, wenn die Kapillare in ein weites, mit Flüssigkeit erfülltes Gefäß mündet.

Mit dem Absolutviskosimeter wurde die Zähigkeit von Rizinusöl zwischen 20 und 50° gemessen. Die Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit den Untersuchungen von Kahlbaum und Räber. Ferner wurde die Zähigkeit von Anilin zwischen -5 und $+120^\circ$ bestimmt.

[1]) Jakob. [2]) Erk.

117. Normalflüssigkeiten für Zähigkeitsmesser[1]).

Ein größerer Vorrat von 4 Mineralölen verschiedener Zähigkeit wurde zwischen 15 und 80° untersucht. Die Öle werden als Normalflüssigkeiten für die Prüfung von Zähigkeitsmessern von der Reichsanstalt verwendet und auf Antrag auch in kleinen Mengen zur Eichung technischer Zähigkeitsmesser abgegeben.

118. Technische Zähigkeitsmesser[1]).

Die Untersuchung der Zähigkeitsmesser nach Engler, Vogel-Ossag und Lawaczeck ist abgeschlossen. Die vorhandenen Formeln und Tabellen zur Umrechnung der Zähigkeit von Engler-Graden E in absolutes Maß wurden im Bereiche von $0{,}94 < E < 233$ geprüft. Nach der Reynoldsschen Methode der Farbfäden wurde festgestellt, daß bei der Zähigkeit $E = 0{,}94$ die Strömung im Engler-Apparat turbulent wird. Es wurde untersucht, wie die Angaben des Englerschen Viskosimeters von der Tropfenbildung, der Nähe des Stockpunktes von Ölen sowie der Methode, nach der die Meßkolben geeicht sind, abhängen.

Auf Grund der im Vorjahre erlassenen Prüfungsbestimmungen für den Vogel-Ossag-Zähigkeitsmesser wurden bisher 12 Apparate mit 43 Kapillaren geprüft. Eine zusammenfassende Veröffentlichung der in Nr. 116 bis 118 beschriebenen Arbeiten ist druckfertig.

119. Wasserstoffverflüssigung[2]).

Es wurden im Berichtsjahre 397 l flüssigen Wasserstoffs hergestellt. Davon dienten 132 l für Helium-Neon-Trennung, Heliumreinigung und Helium-Verflüssigung, 107 l für Messungen über Wärmeleitfähigkeit und elektrische Leitfähigkeit, 56 l für die Bestimmung von Isothermen des Heliums, 42 l für gasthermometische Messungen, 32 l für Wärmeausdehnungsbestimmungen, 20 l für spektrometrische Messungen, 5 l für Widerstandsmessungen. 3 l wurden an Herrn Dr. Simon vom Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin abgegeben.

Die zur Wasserstoffverflüssigung erforderliche flüssige Luft wurde wiederum zum Teil vom Borsigwalder Werk der Gesellschaft Linde kostenlos zur Verfügung gestellt, zum Teil von der Gesellschaft für Markt- und Kühlhallen bezogen.

Die Beschaffung der erforderlichen Mengen von Wasserstoffgas und sonstiger Hilfsmittel wurde ermöglicht durch den von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft gewährten, im vorjährigen Bericht erwähnten Kredit.

Von auswärtigen Physikern arbeitete während des ganzen Berichtsjahres mit flüssigem Wasserstoff Herr Dr. Hansen vom Physikalischen Institut der Universität Jena.

120. Heliumverflüssigung[2]).

Im Berichtsjahre wurden durch Trennung von Neon-Helium-Gemisch, das wieder von der Gesellschaft Linde gegen Rückgabe des reinen Neons zur Verfügung gestellt wurde, etwa 200 l reinen Heliums gewonnen, so daß nunmehr etwa 900 l Helium vorhanden sind.

Dadurch, daß die Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft eine Siemenssche Kapselpumpe für 2,4 m³ Saugleistung pro Stunde als Leihgabe zur Verfügung stellte, wurde es möglich, den Dampfdruck des flüssigen Heliums bis auf etwa 2 mm herabzusetzen und so eine Temperatur von etwa 1,3° abs. zu erreichen.

121. Neues Kältelaboratorium[2]).

Durch eine in den Haushaltplan für 1926 eingesetzte Summe von 200000 RM ist der Neubau eines Kältelaboratoriums und die maschinelle Einrichtung desselben ermöglicht worden. Sein Entstehen ist besonders auch dem Einfluß der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zu danken. Das neue Kältelaboratorium soll nicht nur den Aufgaben der Reichsanstalt dienen, sondern es soll auch auswärtigen deutschen Physikern die Möglichkeit gegeben werden, in ihm Untersuchungen in tiefsten Temperaturen durchzuführen, die an anderer Stelle in Deutschland bisher nicht möglich sind.

Der neue Bau besteht aus einem zweistöckigen Laboratoriumsgebäude von 13×10 m² Grundfläche, aus einem anstoßenden einstöckigen Maschinenhaus von 13×16 m² Grundfläche und einer Werkstatt von 15×5 m² Grundfläche. Das Gebäude ist soweit fertiggestellt, daß im Februar mit der Aufstellung der Maschinen wird begonnen werden können.

Die bestellten maschinellen Einrichtungen sind hauptsächlich: Eine Anlage zur Gewinnung von 20 l flüssigem Stickstoff oder 5 l flüssigem Sauerstoff pro Stunde und eine Wasserstoffver-

[1]) Erk. [2]) Meißner.

flüssigungseinrichtung für 10 l flüssigen Wasserstoff pro Stunde, d. h. für die doppelte Leistung der bisherigen. Die Heliumverflüssigungsanlage wird zunächst im wesentlichen unverändert übernommen. Jedoch werden die größeren Mengen flüssigen Wasserstoffs es ermöglichen, so viel Helium zu verflüssigen, daß es aus dem Verflüssiger selbst in andere Gefäße übergehebert werden kann.

Die Beschaffung der erforderlichen Mengen von Heliumgas wird erleichtert durch einen von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zur Verfügung gestellten Fond, sowie dadurch, daß die Auer-Gesellschaft der Reichsanstalt aus Monacitsand gewonnenes Helium-Rohgas, das nur Luft, Kohlensäure und Wasserstoff, also kein Neon enthält, zu günstigen Bedingungen liefern will. Aus dem Notgemeinschaftsfond werden auch die Apparate allgemeinerer Art, die erforderlich sind, um Arbeiten im Kältelaboratorium zu ermöglichen, beschafft werden können.

(Schluß folgt.)

Sphärische Aberrationen.

Von

Prof. Dr. **Strehl** in Hof.

Im Anschluß an meine Studie: Mehrgliederige Aberrationen *(diese Zeitschr. 47. S. 154. 1927)* behandle ich zunächst nach der Methode der kleinsten Quadrate die

Viergliederige Aberration.

Sei Radius einer Zone $= r$; der freien Öffnung $= \mathfrak{r}$; $q = (r/\mathfrak{r})^2 = 1/2 + x$; Bildweite $= p$; Blendenzahl $p : 2\mathfrak{r} = B$; Längsabweichung $= \Delta$; Verbiegungen (Wellenfläche—Bezugskugel) $= h$; deren mittlerer Fehler $= \varepsilon$; ausführlich

$\Delta = \alpha q + \beta q^2 + \gamma q^3 + \delta q^4$ und $-h = (u + v q + a q^2 + b q^3 + c q^4 + d q^5)/8 B^2$;

wobei $\alpha = 2a$; $\beta = 3b$; $\gamma = 4c$; $\delta = 5d$ ist.

Die Bedingung $\int_0^1 h^2 \, dq = \min$ lautet ausführlich

$$\begin{aligned}
&\{27720\,u^2 + 27720\,u\,v + 9240\,v^2 \\
&+ 18480\,u\,a + 13860\,u\,b + 11088\,u\,c + 9240\,u\,d \\
&+ 13860\,v\,a + 11088\,v\,b + 9240\,v\,c + 7920\,v\,d \\
&+ 5544\,a^2 + 9240\,a\,b + 7920\,a\,c + 6930\,a\,d \\
&+ 3960\,b^2 + 6930\,b\,c + 6160\,b\,d + 3080\,c^2 + 5544\,c\,d + 2520\,d^2\} : 27720 = \min.
\end{aligned}$$

Die Nullsetzung der mit $UVABC$ bezeichneten Ableitungen nach $uvabc$ gibt

$$\begin{aligned}
U &= 60\,u + 30\,v + 20\,a + 15\,b + 12\,c + 10\,d = 0, \\
V &= 210\,u + 140\,v + 105\,a + 84\,b + 70\,c + 60\,d = 0, \\
A &= 280\,u + 210\,v + 168\,a + 140\,b + 120\,c + 105\,d = 0, \\
B &= 630\,u + 504\,v + 420\,a + 360\,b + 315\,c + 280\,d = 0, \\
C &= 504\,u + 420\,v + 360\,a + 315\,b + 280\,c + 252\,d = 0
\end{aligned}$$

oder, zwar noch allgemein, aber schon einfacher

$$\begin{aligned}
&210\,u = 35\,a + 42\,b + 42\,c + 40\,d; \qquad -70\,v = 70\,a + 63\,b + 56\,c + 50\,d; \\
&14\,a + 21\,b + 24\,c + 25\,d = 0; \qquad 105\,a + 162\,b + 189\,c + 200\,d = 0; \\
&120\,a + 189\,b + 224\,c + 240\,d = 0.
\end{aligned}$$

Aus dieser mit IV bezeichneten 4 gliederigen Aberration wird durch Nullsetzung von d allein die 3 gliederige III bzw. von d und c die typische Zonenabweichung II bzw. von d; c und b die sphärische Aberration I; für IV ergibt sich

$$u = -1\,d/252; \quad v = +5\,d/42; \quad a = -5\,d/6; \quad b = +20\,d/9; \quad c = -5\,d/2.$$

Wir betrachten nunmehr die

Vergleichung der Aberrationen.

Folgende Tafel gibt die Werte der Klammern in den Ausdrücken für Δ und h mithin rechnerisch den (zeichnerisch aufzutragenden) Gang der Funktionen:

Tafel der Klammerwerte.

q	(Δ) sphärische Aberration	(Δ) typische Zone	(Δ) 3 Glieder	(Δ) 4 Glieder	(h) sphärische Aberration	(h) typische Zone	(h) 3 Glieder	(h) 4 Glieder
0	+ 0,000	− 0,000	+ 0,000	− 0,000	+ 2,000	+ 1,000	+ 8,000	+ 4,000
	+ 050	− 190	+ 0,798.	− 0,651.	+ 1,430	+ 0,472.	+ 1,663.	− 0,164.
0,1	+ 100	− 360	+ 1,408	− 1,051	+ 0,920	+ 0,080	− 1,864	− 1,598
	+ 150	− 510	+ 1,849.	− 1,259.	+ 0,470	− 0,192.	− 3,296.	− 1,461
0,2	+ 200	− 640	+ 2,144	− 1,331	+ 0,080	− 0,360	− 3,264	− 0,610.
	+ 250	− 750	+ 2,312.	− 1,312.	− 0,250	− 0,437.	− 2,312.	+ 0,359.
0,3	+ 300	− 840	+ 2,376	− 1,243	− 0,520	− 0,440	− 0,904	+ 1,082.
	+ 350	− 910	+ 2,355.	− 1,155.	− 0,730	− 0,382.	+ 0,583.	+ 1,381.
0,4	+ 400	− 960	+ 2,272	− 1,075	− 0,880	− 0,280	+ 1,856	+ 1,230
	+ 450	− 0,990	+ 2,146.	− 1,019.	− 0,970	− 0,147.	+ 2,703.	+ 0,715.
0,5	+ 500	− 1,000	+ 2,000	− 1,000	− 1,000	0,000	+ 3,000	0,000
	+ 550	− 0,990	+ 1,853.	− 1,019.	− 0,970	+ 0,147.	+ 2,703.	− 0,715.
0,6	+ 600	− 960	+ 1,728	− 1,075	− 0,880	+ 0,280	+ 1,856	− 1,230
	+ 650	− 910	+ 1,644.	− 1,155.	− 0,730	+ 0,382.	+ 0,583.	− 1,381.
0,7	+ 700	− 840	+ 1,624	− 1,243	− 0,520	+ 0,440	− 0,904	− 1,082.
	+ 750	− 750	+ 1,687.	− 1,312.	− 0,250	+ 0,437.	− 2,312.	− 0,359.
0,8	+ 800	− 640	+ 1,856	− 1,331	+ 0,080	+ 0,360	− 3,264	+ 0,610.
	+ 850	− 510	+ 2,150.	− 1,259.	+ 0,470	+ 0,192.	− 3,296.	+ 1,461
0,9	+ 900	− 360	+ 2,592	− 1,051	+ 0,920	− 0,080	− 1,864	+ 1,598
	+ 950	− 190	+ 3,201.	− 0,651.	+ 1,430	− 0,472.	+ 1,663.	+ 0,164.
1	+ 1,000	− 0,000	+ 4,000	− 0,000	+ 2,000	− 1,000	+ 8,000	− 4,000

Die absoluten Werte sind unter der Bedingung $\varepsilon/\lambda =$ sehr klein:

I. $\Delta = \alpha q = (1 + 2x)\cdot\alpha/2$ $\qquad \alpha = \Delta_0 =$ maximales Δ.

II. $\Delta = (-q + q^2)\cdot\beta = (-1 + 4x^2)\cdot\beta/4$ $\qquad \beta = -\ 4\Delta_0$.

III. $\Delta = (9q - 21q^2 + 14q^3)\cdot\gamma/14 = (2 - 3x + 28x^3)\cdot\gamma/28$ $\qquad \gamma = +\ 7\Delta_0$.

IV. $\Delta = (-q + 4q^2 - 6q^3 + 3q^4)\cdot\delta/3 = (-1 - 8x^2 + 48x^4)\cdot\delta/48$ $\qquad \delta = -36\Delta_0$.

Δ_0 bei $x = +1/2$ für I; $x = 0$ II; $x = +1/2$ III; $x^2 = +1/12$ IV.

I. $\backsim h = (1 - 6q + 6q^2)\cdot a/48B^2 = (-1 + 12x^2)\cdot\Delta_0/192B^2$.

II. $\backsim h = (-1 + 12q - 30q^2 + 20q^3)\cdot b/160B^2 = (3x - 20x^3)\cdot\Delta_0/120B^2$.

III. $\backsim h = (1 - 20q + 90q^2 - 140q^3 + 70q^4)\cdot c/560B^2$
$= (3 - 120x^2 + 560x^4)\cdot\Delta_0/2560B^2$.

IV. $\backsim h = (-1 + 30q - 210q^2 + 560q^3 - 630q^4 + 252q^5)\cdot d/2016B^2$
$= (-15x + 280x^3 - 1008x^5)\cdot\Delta_0/1120B^2$.

I. $\varepsilon/\lambda = \Delta_0 V\,5/480\,\lambda B^2$ für $\varepsilon/\lambda = 9{,}3170\,\Delta_0/B^2$.

II. $\varepsilon/\lambda = \Delta_0 V\,7/840\,\lambda B^2$ $\lambda =$ $\varepsilon/\lambda = 6{,}2995\,\Delta_0/B^2$.

III. $\varepsilon/\lambda = \Delta_0/960\,\lambda B^2$ $500\,\mu\mu$ $\varepsilon/\lambda = 2{,}0833\,\Delta_0/B^2$.

IV. $\varepsilon/\lambda = \Delta_0 V\,11/3080\,\lambda B^2$ wird $\varepsilon/\lambda = 2{,}1536\,\Delta_0/B^2$.

Hiermit wird $1000\,\varepsilon/\lambda = E$ für $1000\ \Delta_0/B^2\,\mathrm{mm} = \vartheta$ gefunden aus der Tafel:

ϑ	E			
	I	II	III	IV
100	932	630	208	215
070.	659	445	147	152
050	466	315	104	108
035.	329	223	074	076
025	233	157	052	054
017.	165	111	037	038
012.	116	079	026	027
009	082	056	018	019
006.	058	039	013	013
004.	041	028	009	010
003	029	020	007	007
002	021	014	005	005

Demnach berechnet man ϑ aus Δ_0 und B, findet hiermit E (genauer ergibt sich E unmittelbar aus Δ/B^2) und erhält endlich die Definitionshelligkeit in % aus der Tafel:

E	%			
	I	II	III	IV
000	100	100	100	100
010	99.	99.	99.	99.
020	98.	98.	98.	98
030	96.	96.	96.	95.
040	94	94	94	92.
050	90.	90.	90.	88.
060	86.	86.	85.	84
070	81.	82	80.	79
080	77.	77.	75.	74
090	72	72	70	68
100	66.	67	65	62.
110	61	61	59.	57
120	55.	55.	54	51.
130	49.	50	48.	46
140	44	44.	43.	41
150	39	39	39	37
160	34	34	34.	33
170	29.	29	30.	29.
180	25	24.	26.	26
190	20.	20.	23	22
200	18	17	20	19

Die obere Hälfte von I wurde von mir aus Formeln mit Tafeln von Lommel, die untere und II von Väisälä aus Reihen berechnet; III und IV von mir an- und ausgeglichen mit folgenden trigonometrischen Werten:

Anm.: Ein Punkt hinten bedeutet eine der Dezimalziffern 34567.

III			IV		
h/λ	ε/λ	%	h/λ	ε/λ	%
0,56	0,186.	24	0,80	0,241	10.
42	140	43.	60	181	25.
28	093.	68	40	120.	51.
21	070	80.	35	105.	59.
			30	090.	67.
			17.	053	87

hierbei h/λ für $q = 0$ oder 1.

Viel einfacher sind die Ausdrücke in dem hier weniger belangreichen Fall $\varepsilon/\lambda =$ sehr groß, wobei als Anschmiegungsstelle $q = 1/2$ gewählt wurde.

I. $\Delta = (+1 + 2x) \cdot \alpha/2$ maximales $\Delta = \Delta_0 = +\alpha$ für $x = +1/2$
II. $\Delta = (-1 + 4x^2) \cdot \beta/4$ $-\beta/4$ 0
III. $\Delta = (+1 + 8x^3) \cdot \gamma/8$ $+\gamma/4$ $+1/2$
IV. $\Delta = (-1 + 16x^4) \cdot \delta/16$ $-\delta/16$ 0

I. $h = -x^2 \Delta_0/16 B^2$, $\varepsilon/\lambda = 25 \Delta_0 V 5/4 B^2 = 13{,}98 \Delta_0/B^2$.
II. $h = +x^3 \Delta_0/6 B^2$, $\varepsilon/\lambda = 125 \Delta_0 V 7/21 B^2 = 15{,}75 \Delta_0/B^2$.
III. $h = -x^4 \Delta_0/8 B^2$, $\varepsilon/\lambda = 125 \Delta_0/24 B^2 = 5{,}21 \Delta_0/B^2$.
IV. $h = +2x^5 \Delta_0/5 B^2$, $\varepsilon/\lambda = 25 \Delta_0 V 11/11 B^2 = 7{,}54 \Delta_0/B^2$.

Hier hätte ε natürlich nur formale Bedeutung. —

Diese Studie liefert längs der optischen Achse trigonometrisch begründete Definitionshelligkeiten und bietet unter der Bedingung, daß die Definitionshelligkeit nicht wesentlich unter 50% liegt, nach den Beweisen von Richter im Fall:

I. Beste Einstellung.
II. Beste Korrektion.
III. Gute Korrektion und diesbezüglich beste Einstellung.
IV. Z. Z. bestmögliche Behandlung durch Theorie. —

Demnach eignet sie sich für:

Kleine Fernrohrobjektive; schwache Mikroskopobjektive und starke im Fall III (noch für $f = 5$ mm; num. Ap. $= 0{,}85$; $p_0 = 180$ mm; $B = 21$; $\Delta_0 = -22$ mm); Lichtbildlinsen mit kleinen Zonen.

Bei mittleren Werten lassen sich im Fall II und IV wenigstens empirisch durch bessere Einstellung die Definitionshelligkeiten noch weiter verbessern; rechnerisch nicht ohne Arbeit; je näher 100%, je näher dem Optimum liegen die aus obigen Formeln und Tafeln entnommenen Werte.

Nicht bestimmt ist die Arbeit für: Große Fernrohrobjektive mit Zonen von zufälligem Charakter und Lichtbildlinsen mit großen Zonen (im Fall II schon $B = 6{,}8$; $\Delta_0 = 1{,}5$ mm oder $B = 2{,}5$; $\Delta_0 = 0{,}2$ mm; weil hier nach den Rechnungen von Picht und den Versuchen von Flügge der Einfluß der Beugungsringe bereits weit überwiegt).

Literatur.

Väisälä, Neue Methoden zur Untersuchung der Objektive (Helsinki 1922); Referat in *dieser Zeitschr.* **43.** *S. 198/9. 1923.*

Richter, Zur beugungstheoretischen Untersuchung optischer Systeme; *diese Zeitschr.* **45.** *S. 1—15. 1925.*

Picht, Über den Schwingungsvorgang ... astigmatischen ... *(Ann. d. Phys.* **77.** *Nr. 16. 1925).*

Flügge, Über die Verundeutlichung der Bilder ...; *diese Zeitschr.* **46.** *S. 333, 339. 1926.*

Strehl, Mehrgliederige Aberrationen; *diese Zeitschr.* **47.** *S. 154. 1927.*

Einige bemerkenswerte Neuerungen an Mikrotomen.

Von

Dr. **Josef Kisser** in Wien.

Fassen wir die Leistungsfähigkeit ins Auge, so lassen sich die Mikrotome in zwei große Gruppen scheiden, in sog. Universalmikrotome, die alle Schneidemethoden in gleicher oder annähernd gleicher Weise zulassen, und in Spezialmikrotome, die in erster Linie für eine Schneidemethode bestimmt sind und nur zur Not für eine oder die andere noch herangezogen werden können. Etwas komplizierter wird die Einteilung, wenn wir das konstruktive Prinzip als Grundlage nehmen, da hier die verschiedensten Möglichkeiten, das angestrebte Ziel zu erreichen, gegeben sind. Ich nenne nur die Spitzenmikrotome, Schlittenmikrotome mit lose oder zwangsläufig gleitendem Messerschlitten oder mit Zylinderführung und die Schaukel- und Rotationsmikrotome, wobei die Mannigfaltigkeit noch viel größer wird, je nachdem wie die Hebung des Objektes, resp. die Objekt- und Messerbewegung vor sich geht. Eine Zusammenstellung in diesem Sinne habe ich erst vor kurzem gegeben[1]).

Bei der folgenden Besprechung einiger bemerkenswerter Neuerungen an den Mikrotomen der Optischen Werke C. Reichert, Wien, soll ein besonderes Augenmerk auch auf jene Momente gelegt werden, die die Instrumente in der Hand des Biologen zu idealen Werkzeugen machen. Die Optischen Werke C. Reichert haben in den letzten Jahren sämtliche von ihnen erzeugten Mikrotome einer Neukonstruktion unterzogen und die nun vorliegenden Modelle haben sich in vieler Beziehung gegenüber den älteren verändert. Um die Brauchbarkeit eines Instrumentes zu erweisen genügt es aber nicht, daß die einzelnen Fragen technisch einwandfrei gelöst sind, sondern ebenso wichtig ist es, daß es den Anforderungen des Biologen entspricht. Ich habe in langjährigem Gebrauche die Reichertschen Mikrotome kennen und schätzen gelernt und auf Grund der bei dem intensiven praktischen Gebrauch gewonnenen Erfahrungen sind einzelne von den besprochenen Neuerungen entstanden.

Die Forderungen, die der Biologe an ein Mikrotom zu stellen hat, habe ich an einem anderen Orte[2]) ausführlicher behandelt und will sie hier in Kürze zusammenfassen. Dabei ist eine glückliche konstruktive Lösung als selbstverständlich vorausgesetzt und insbesondere auch im Interesse einer optimalen Leistung, daß das Mikrotom in seiner Konstruktion der Wirkungsweise des Messers untergeordnet ist[3]).

1. Das Mikrotom muß handlich, einfach und stabil sein.

2. Das Objekt muß leicht zugänglich, allseitig verstellbar, evtl. drehbar sein.

3. Die in vielen Fällen notwendige Befeuchtung von Messer und Objekt während des Schneidens darf in keiner Weise für die empfindlichen Teile des Mikrotoms (z. B. Mikrometereinrichtung) gefährlich werden.

4. Die Hebung des Objektes soll womöglich nach jedem Schnitt automatisch erfolgen und dadurch die berechtigte Forderung nach einer freien (linken) Hand erfüllt werden.

---

[1]) J. Kisser, Die Mikrotome, in: M. Kuczynski, Grundlagen und Technik med.-wissenschaftlicher Lehrstätten. Leipzig (im Druck).

[2]) J. Kisser, Theoretische und praktische Grundlagen der Mikrotomkonstruktionen. *Zentralztg. f. Opt. u. Mech.* **47**. *1926.*

[3]) J. Kisser, Die Analyse der Wirkungsweise des Messers bei Schlitten- und Spitzenmikrotomen. *Diese Zeitschr.* **46**. *S 528. 1926.*

5. Bei der Anfertigung von Paraffinserienschnitten soll auch die Bandführung automatisch erfolgen.

Gehen wir nun zur Besprechung der einzelnen Mikrotome über und sehen wir, inwiefern sie diesen Forderungen nähergekommen sind.

Das Gefriermikrotom besitzt, wie die meisten derartigen Mikrotome, Spitzenführung (Abb. 1). Stellt diese auch nicht die ideale Lösung dar, so werden sich gerade hier ihre Nachteile nur in seltenen Fällen bemerkbar machen. Nur bei Schnitten von großer Ausdehnung kann leicht eine Verstauchung der Schnitte eintreten[1]), da das Messer nicht gleichmäßig durch das Objekt hindurchgeführt wird. Dafür aber haben diese Mikrotome den Vorteil großer Handlichkeit und ständiger Betriebsbereitschaft. Die näheren Details werden aus der Abb. 2 ersichtlich. Der um die senkrechte Achse h schwenkbare Messerhalter e schleift auf einer Gleitschiene, auf der durch den verstellbaren Anschlag f die Schnittdicke in den Intervallen von 5 bis 30 μ eingestellt werden kann. Bei der Vorwärtsbewegung des Messerhalters e gegen den Anschlag f wird das mit der Achse h fest verbundene Stück i gleichfalls gedreht und dieses überträgt die Bewegung mittels des Verbindungsstückes d auf die Kralle a, die in das Zahnrad c eingreift. Durch die damit verbundene Drehung der Mikrometerschraube g wird die Hebung des Objektes automatisch vollführt. Die Kurbel b gestattet eine beliebige Drehung der Mikrometerschraube und damit eine grobe Verstellung des Objektes. Das Mikrotom ist weiter so eingerichtet, daß die Mikrometerschraube nach Erreichung ihrer Höchstlage automatisch stillsteht, so daß ein Überdrehen ausgeschlossen ist.

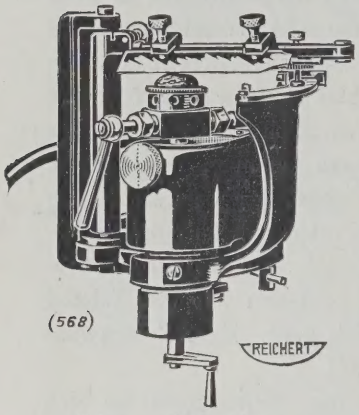


Abb. 1. Gefriermikrotom.

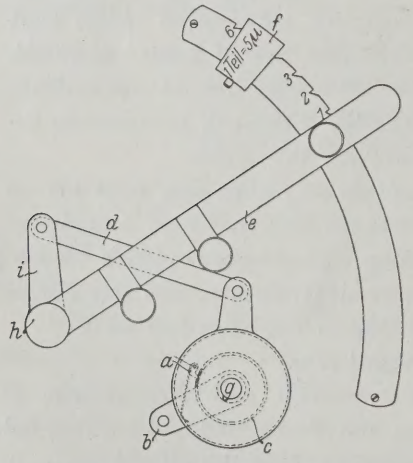


Abb. 2. Wirkungsweise des Gefriermikrotoms. e um die senkrechte Achse h schwenkbarer Messerhalter. f Anschlag zur Begrenzung der Schnittdicke auf der Gleitschiene. a die in das Zahnrad c eingreifende Kralle, die durch das Verbindungsstück d von dem mit h fest verbundenen Arm i in Bewegung gesetzt wird und dabei die Drehung der Mikrometerschraube g besorgt. b Kurbel zur beliebigen Verstellung der Mikrometerschraube.

Der Umstand, daß der Messerhalter auf einer Gleitschiene schleift, erhöht die Stabilität des Mikrotoms wesentlich. Gleichzeitig steht er nicht unter Federwirkung, so daß ein unvorhergesehenes Vorwärtsgleiten ausgeschlossen ist. Der Anstellwinkel des Messers kann beliebig verändert und so dem Objekt angepaßt werden. Besondere Erwähnung verdient das zweckmäßig angeordnete Metallgehäuse, in dem die ganze empfindliche Mikrometereinrichtung eingekapselt ist, so daß eine Verunreinigung durch abtropfende Flüssigkeit, abfallende Schnitte oder Staub vollkommen ausgeschlossen ist.

Das Serienschnittmikrotom nach Minot gestattet bei gut schneidbarem Paraffinmaterial sehr rasche Arbeit und erfreut sich auf Grund dessen sehr großer Beliebtheit. Das vorliegende Modell weist zwei Besonderheiten auf. Wie Abb. 3 zeigt, ist der ganze empfindliche Bewegungsmechanismus

[1]) Enzyklopädie der mikroskopischen Technik, 2. Aufl., **2**, S. 178. Berlin-Wien 1910.

in einem metallenen, aufklappbaren Schutzgehäuse eingebaut, das auch während des Schneidens geschlossen bleiben kann. Die an der rechten Seite des Gehäuses angebrachte mit Index versehene Drehscheibe gestattet die Einstellung auf die Schnittdicke in den Grenzen von 1 bis 25 μ, die nach jedem Schnitte automatisch erfolgt. Ist die Mikrometerschraube abgelaufen, so kann nach Aufklappen des oberen Gehäuseteiles die federnde Mutterzange längs der Mikrometerschraube verschoben und wieder in die Ausgangsstellung zurückgebracht werden. Das lästige Zurückdrehen der Mikrometerschraube entfällt dadurch. Durch die einzige größere vordere Öffnung im Gehäuse ragt der leicht zugängliche und durch ein Kugelgelenk allseitig verstellbare Objekthalter heraus.

(569)

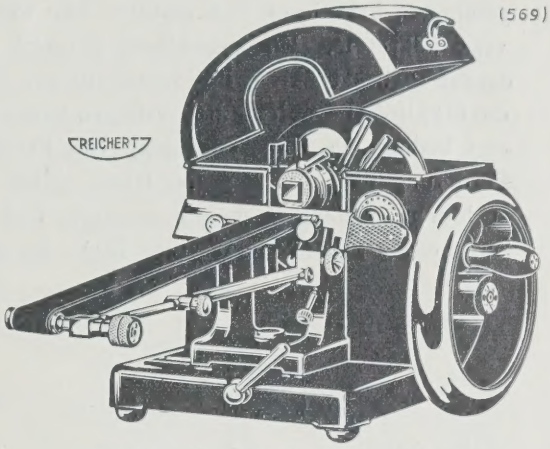


Abb. 3. Serienschnittmikrotom nach Minot.

Als Zweites ist die vollkommen automatisch vor sich gehende Bandführung zu nennen. Bei der älteren, bisher allgemein üblichen in Abb. 2 abgebildeten Bandführung mußte nach jedem Schnitt der seitliche vordere Knopf um ein entsprechendes Stück gedreht werden, so daß bei der Arbeit beide Hände voll in Anspruch genommen waren; die eine mit dem Drehen des Kurbelrades, die andere mit der Vorwärtsbewegung des Bandes. Da nun bei der neuen Bandführung der Antrieb durch das Kurbelrad erfolgt, so ist eine Hand bei der Arbeit vollkommen frei. Den Mechanismus zeigt Abb. 4. Zwischen den beiden Gabeln des Messerblockes a befindet sich unterhalb des Messers eine große Rolle f, über welche das endlose Band g läuft, das am vorderen Ende von der kleinen Rolle h getragen wird. Mit der drehbaren Rolle f ist die an einer Seite des Messerblockes außen angebrachte gezähnte Scheibe e fix verbunden. Beim Drehen des Kurbelrades wird bei der Aufwärtsbewegung des Objektschlittens (also nach Anfertigung des Schnittes) durch die Übersetzung b die an dem Arm d befestigte Kralle c nach vorne geschoben. Da sie in die Zähne der Scheibe e eingreift, so dreht sie diese und damit die Rolle f und das Band rückt so nach jedem Schnitt weiter. Der Vorschub ist bis zu einer Größe von 25 mm möglich und kann innerhalb dieser Grenzen für jede beliebige Schnittbreite eingestellt werden. Die Einstellung wird so vorgenommen, daß durch Abschirmen eines Teiles der Zähne die Kralle nur einen bestimmten Vorschub vollführen kann. Eine angebrachte Markenteilung läßt die genaue Einstellung auf den gewünschten Betrag des Vorschubes zu.

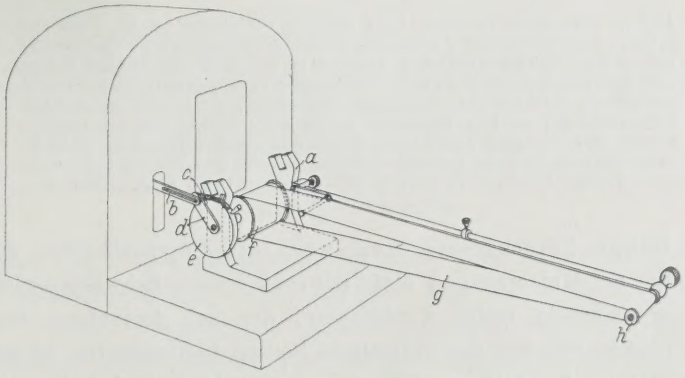


Abb. 4. Automatische Bandführung beim Serienschnittmikrotom nach Minot. f zwischen den Gabeln a des Messerblockes angebrachte Rolle, über die das endlose Band g läuft, das vorne von der Welle h getragen wird. b Übersetzung, die nach Anfertigung des Schnittes mittels der am Arme d angebrachten Kralle c das mit der Rolle f fest verbundene Zahnrad e vorwärtsbewegt.

Die folgenden drei besprochenen Mikrotome sind Schlittenmikrotome mit lose gleitenden Messerschlitten in einer V-förmigen Schlittenbahn. Das große Spezialmikrotom nach Kisser zum Schneiden ausgedehnter und harter Objekte ist erst in den letzten Jahren entstanden, die beiden anderen sind Neukonstruktionen bereits bestehender Modelle.

Das mittlere Schlittenmikrotom fällt in seinem neuen Gewande durch den gefälligen, handlichen und stabilen Bau auf und ist, wie auch das folgende, ein Universalmikrotom. Die Beliebtheit, der sich dieses Instrument erfreut, ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, daß innerhalb der Grenzen von 2 bis 30 μ die Einstellung auf die Schnittdicke automatisch erfolgen kann, was seinen universellen Charakter so recht erst bedingt, da die Anfertigung von Paraffin-Serienschnitten sehr erleichtert und die Forderung nach einer freien Hand erfüllt wird. Weiter ist bei diesem Instrument auch dem Umstand Rechnung getragen, daß von pflanzlichen Objekten für histologische Zwecke oft Schnitte von einer Dicke bis zu 100 μ und mehr benötigt werden. Um dann beim Schneiden nicht durch das ständige Ablesen der Kreiseinteilung am Zahnrade nach jedem Schnitt aufgehalten zu sein, ist für diese Zwecke eine Vorrichtung angebracht, die die Fixierung einer bestimmten Schnittdicke bis 100 μ gestattet. Abb. 5 zeigt den Bau der Einstellvorrichtungen. Das mit Kreiseinteilung und Index versehene Zahnrad *b* ist mit der Mikrometerspindel *e* fix verbunden. Diese läuft in einer Mikrometermutter, die durch die federnde Zange *f* längs der Spindel verstellt werden kann. Dadurch fällt das lästige Zurückdrehen weg, wenn der Objektschlitten seine Höchstlage erreicht hat. Mit der Mutterzange *f* steht der senkrecht in Schwalbenschwanzführung gleitende Objektschlitten in fester Verbindung, der zur Aufnahme des Objekthalters dient. Bei diesem wie bei den folgenden beiden Instrumenten ist nunmehr eine Wanne aus Zinkblech mit seitlichem Abflußrohr unter dem Objekthalter angebracht, um die abtropfende Flüssigkeit aufzunehmen, da bei vielen Objekten[1]) Messer und Objekt während des Schneidens ständig feucht gehalten werden müssen. Eine Verunreinigung der Mikrometereinrichtung ist dadurch ausgeschlossen. Besonders wichtig ist dieser Schutz bei Verwendung meiner Dampfmethode[2]), mit Hilfe derer es gelingt, selbst die härtesten

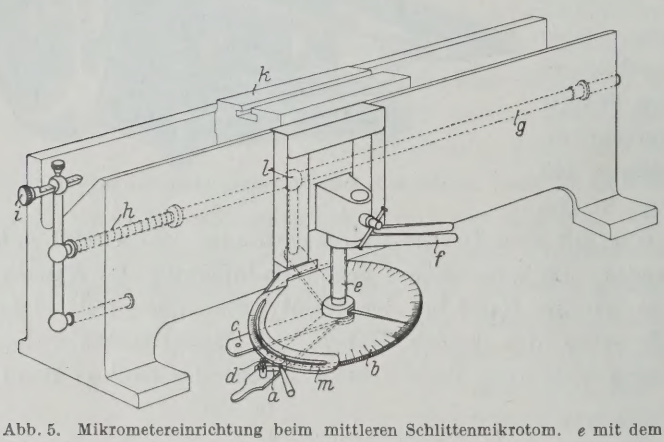


Abb. 5. Mikrometereinrichtung beim mittleren Schlittenmikrotom. *e* mit dem Zahnrad *b* fest verbundene Mikrometerschraube, längs welcher der Objektschlitten mittels der federnden Mutterzange *f* verstellbar ist. Beim Vorschub des Messerschlittens *k* wird der Zapfen *i* und die Führungsstange *g* vorwärtsbewegt, die durch die Feder *h* wieder in ihre Ausgangsstellung zurückgebracht werden. *m* Kreisbogenstück mit Anschlagvorrichtung, das zwischen 2—100 μ die Bewegung des die Kralle *a* führenden Armes begrenzt. Zwecks automatischer Einstellung der Schnittdicke wird dieser mittels des federnden Stiftes *d* an dem durch den senkrechten Arm bei *l* an der Führungsstange befestigten Arm *c* fixiert.

[1]) J. Kisser, Leitfaden der botanischen Mikrotechnik, Jena 1926.

[2]) J. Kisser, Die Dampfmethode, ein neues Verfahren zum Schneiden härtester pflanzlicher Objekte. *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **43**. *S. 346. 1926.*

J. Kisser, Das Schneiden technisch verwerteter tierischer Hartteile mit Hilfe der Dampfmethode. *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie.* **43**. *Heft 4. 1926.*

J. Kisser, Technik der mikroskopischen Waren- und Rohstoffprüfung, in: V. Grafe, Handbuch der organischen Warenkunde. Stuttgart (im Druck).

pflanzlichen und tierischen Objekte in Schnitte von wenigen μ Dicke zu zerlegen und wobei das Objekt einem ständigen Dampfstrahl ausgesetzt sein muß. Auch der Nachteil, daß hierbei auch die immerhin subtilen Mikrotommesser vom Dampf getroffen werden und darunter leiden können, konnte in jüngster Zeit ausgeschaltet werden. Die von den Optischen Werken C. Reichert hergestellten Mikrotommesser aus nicht rostendem Stahl vertragen die Einwirkung von Dampf vollkommen schadlos.

Was nun die Vorrichtung für die automatische Einstellung auf die Schnittdicke anlangt, so besaßen diese auch bereits die älteren Modelle[1]), doch ist sie nunmehr bedeutend verändert und stabiler gestaltet worden. Die Lösung ist eine sehr einfache. Wird nach vollführtem Schnitt der Messerschlitten *k* ganz nach vorne geführt, so stößt er an den in die Schlittenbahn hineinragenden Zapfen *i*, der Marken trägt und je nach der gewünschten Schnittdicke verstellt werden kann. Durch die Vorwärtsbewegung des Zapfens *i* wird der damit zusammenhängende Hebelmechanismus in Bewegung gesetzt und die Führungsstange *g* nach vorne bewegt. An dieser ist bei *l* senkrecht nach abwärts ein Arm befestigt, der mit einem um die Achse der Mikrometerspindel drehbaren Winkelstück *c* verbunden ist. Bei dem in Abb. 5 dargestellten Falle ist die automatische Einstellvorrichtung ausgeschaltet und zeigt die Anordnung für die Fixierung einer bestimmten Schnittdicke bis 100 μ. Das Index und Anschlagvorrichtung tragende Kreisbogenstück *m* begrenzt je nach der Einstellung des Anschlages die Bewegung des die Kralle *a* führenden Armes. Damit die Kreisscheibe automatisch bewegt und dadurch das Objekt gehoben werden kann, muß das die Kralle *a* tragende Stück mittels des federnden Stiftes *d* mit dem einen Arm des Winkelstückes fixiert werden. Bei jeder Vorwärtsbewegung der Führungsstange *g* wird dann das Winkelstück um einen bestimmten Betrag gedreht, die Kralle *a* greift in die Zähne der Kreisscheibe ein und vollführt so ihren Vorschub. Durch die Feder *h* wird nach Zurückführen des Messerschlittens *k* der Hebelmechanismus wieder in seine Ausgangsstellung zurückgeführt.

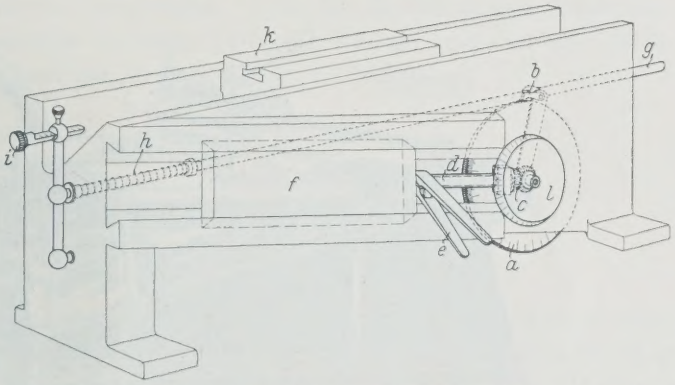


Abb. 6. Mikrometereinrichtung des Schlittenmikrotoms nach Albrecht. *f* durch die federnde Mutterzange *e* längs der Mikrometerschraube *d* verschiebbarer Objektschlitten. *k* Messerschlitten. *i* Zapfen mit Markenteilung. *g* Führungsstange. *h* Feder zur Rückführung der Führungsstange in die Ausgangsstellung. Die mit *g* in Verbindung stehende Kralle *b* greift in das Zahnrad *a* ein. Das mit dem Zahnrad verbundene Kegelrad greift in das am Ende der Mikrometerschraube befindliche Kegelrad *c*. *l* mit Marken versehene Scheibe zur Einstellung auf größere Schnittdicken.

Bei dem Schlittenmikrotom nach Albrecht geschieht die Hebung des Objektes durch Aufwärtsbewegung des in Schwalbenschwanzführung gleitenden Objektschlittens auf einer schiefen Ebene. Die Aufwärtsbewegung besorgte bisher wie allgemein üblich eine Mikrometerschraube mit Schwenkhebel und Anschlagvorrichtung. Es mußte also nach jedem Schnitt die linke Hand den Schwenkhebel betätigen. Zum

[1]) J. Moeller, Das neue Patent-Schlittenmikrotom von C. Reichert. *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie* **1**. *S. 241. 1884.*

ersten Male wurde nun bei vorliegendem Mikrotom eine automatische Vorrichtung geschaffen, die selbsttätig nach jedem Schnitt die Hebung des Objektes besorgt. So kompliziert dies Anfangs scheinen mag, so einfach ist die Lösung. Der Antrieb (Fig. 6) erfolgt im Wesen in ähnlicher Art wie bei dem vorherigen Mikrotom. Der Messerschlitten k schiebt, wenn er ganz nach vorne geführt wird, den mit Index versehenen und verstellbaren Zapfen i nach vorne und betätigt einen Hebelmechanismus, der nach Zurückführen des Messerschlittens k durch die Feder h wieder in seine Ausgangsstellung zurückkehrt. An der Führungsstange g ist drehbar der die Kralle b führende Arm befestigt. Dieser und das mit Kreiseinteilung und Index versehene Zahnrad a, in das die Kralle eingreift, besitzen eine gemeinsame Achse. Bei Vorwärtsbewegung der Führungsstange g dreht die Kralle das Zahnrad um einen bestimmten Betrag. Mit diesem fest verbunden ist ein Kegelrad, das in das mit der Mikrometerschraube d in Verbindung stehende Kegelrad c eingreift und so die Aufwärtsbewegung des in Schwalbenschwanzführung gleitenden Objektschlittens f bewerkstelligt. Hat die Mikrometerschraube ihren höchsten Stand erreicht, so ist auch hier ein Zurückleiern nicht notwendig, da sich der Objektschlitten mit Hilfe der federnden

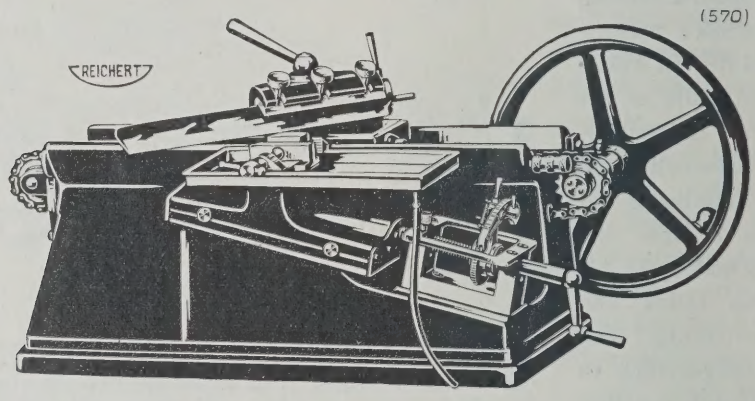


Abb. 7. Spezialmikrotom nach Kisser.

Mutterzange e längs der Mikrometerspindel leicht verstellen läßt. Die automatische Einstellung ist in den Grenzen von 1 bis 30 μ möglich. Zum Einstellen von größeren Schnittdicken dient die mit Kreiseinteilung und Index versehene Scheibe l. Diese Scheibe befindet sich an der Außenwand des Mikrotoms, während der übrige Teil der Mikrometereinrichtung in das Innere des Instrumentes hineinverlegt und so gegen jegliche Verunreinigung geschützt ist. Weiter ist auch bei diesem Mikrotom unterhalb der Objektklammer eine Wanne angebracht, so daß auch die Objektschlittenbahn weitgehend geschützt ist.

Um diese beiden Schlittenmikrotome vollkommen zu gestalten und ihre universelle Anwendungsmöglichkeit noch mehr zu erhöhen, wäre nur noch eine automatische Bandführung notwendig. Bandführungen sind ja auch für diese Mikrotome gebaut worden, die am Messer befestigt und mit der Hand betrieben werden müssen. Ihre Automatisierung wird wohl nicht so leicht sein, doch ist auch hier eine befriedigende Lösung zu erhoffen.

Schließlich sei noch auf das Spezialmikrotom nach Kisser zum Schneiden harter und ausgedehnter Objekte verwiesen (Fig. 7). Ich habe dieses Mikrotom seinerzeit beschrieben, doch möchte ich aus folgenden Gründen kurz darauf zurückkommen.

Erstens wurde es in letzter Zeit in einigen Punkten noch ein wenig verändert und es ist auch hier eine sehr geräumige Wanne unterhalb der Objektklammer zum Auffangen abtropfender Flüssigkeit hinzugekommen. Weiter hat sich die Leistungsfähigkeit als geradezu erstaunlich herausgestellt, indem es die Anfertigung von Schnitten z. B. durch Hölzer bis zu einer Flächenausdehnung von etwa 40 cm^2 bei einer Dicke von 20 bis 30 μ spielend zuläßt. Schließlich zeigt dieses Instrument so klar und deutlich, wie sich auf einfachstem Wege größte Leistungsfähigkeit erzielen läßt. Das Mikrotom gleicht in seinem Bau den übrigen Reichertschen Schlittenmikrotomen, ist aber bedeutend größer dimensioniert und ungemein stabil gestaltet. Jeder komplizierte Mechanismus ist beiseite gelassen. Die Hebung des Objektes geschieht auf einer schiefen Ebene mittels Schwenkhebel und Anschlag, die Objektklammer ist im Interesse der Stabilität fest und nicht verstellbar.

Bei der Abfassung vorliegender Zeilen habe ich mich im besonderen davon leiten lassen zu zeigen, wie stetig der Ausbau der Mikrotome vor sich geht und wie stetig Fortschritte auf diesem Gebiete zu verzeichnen sind. Sie zeigen uns aber gleichzeitig, daß weniger das Bedürfnis nach neuen Modellen vorhanden ist, als vielmehr nach Ausgestaltung der bewährten bestehenden. Daß das Bedürfnis nach einer Ausgestaltung vorhanden ist, empfindet in erster Linie der Biologe, und daß eine solche möglich ist, glaube ich in obigem zur Genüge gezeigt zu haben.

Über die Aufstellung des Differentialgalvanometers.

Von

G. Hauffe in Dresden.

Hinsichtlich der Aufstellung des Differentialgalvanometers findet man die Ansicht vertreten, daß die Spulen des Instrumentes mit ihrer Ebene im magnetischen Meridian liegen müßten.[1]) Zu dieser Auffassung gelangt man, wenn man das Erdfeld vernachlässigt. Danach würde sich die Nadel jeweils senkrecht zur Spulenebene einstellen und verschiedene Ausschläge ergeben, wenn nur eine Spule wirksam ist und der Strom in ihr kommutiert wird. Die Erfahrung zeigt aber, daß im allgemeinen die Ausschläge nach verschiedenen Seiten gleich groß werden. Es soll daher die Frage der Aufstellung des Differentialgalvanometers näher untersucht werden und zwar mit Berücksichtigung des Erdfeldes. Allgemein erfährt eine Magnetnadel von der Länge L und der Polstärke m in einem Felde von der Intensität $\mathfrak{H}$, das wir der Einfachheit halber als homogen annehmen wollen, ein Drehmoment

$$D = \mathfrak{H}\, m\, L \sin(\mathfrak{H}, L) = \mathfrak{H}\, M \sin(\mathfrak{H}, L),$$

wobei M das magnetische Moment ist. Um die Wirkung einer Spule zu betrachten, hat man in die Gleichung des Drehmomentes für $\mathfrak{H}$ die Resultierende aus der Horizontalintensität des Erdfeldes und der Feldstärke einzusetzen, die der Strom in der fraglichen Spule am Ort der Nadel erzeugt. Diese Resultierende ist je nach Richtung des Stromes verschieden, wenn die Ebene der betrachteten Spule nicht in den Meridian fällt. Abb. 1 veranschaulicht das Gesagte. $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ ist die von der Spule erzeugte

---

[1]) J. Kisser, Ein neues Mikrotom zum Schneiden harter Objekte. *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie.* ***41****. S. 376. 1924.*

[1]) Linker, Elektrotechnische Meßkunde, Springer, Berlin.

Feldstärke, je nach Richtung des Stromes in ihr. $\mathfrak{H}_e$ ist die Horizontalintensität und $\mathfrak{H}_{ref_1}$ und $\mathfrak{H}_{ref_2}$ ihre Resultierende mit dem Spulenfeld.

Die Richtung der Nadel falle bei Stromlosigkeit der Spulen mit der des Meridians zusammen. Das hat zur Voraussetzung, daß der Aufhängefaden nicht tordiert ist. Denkt man sich die Nadel in der gekennzeichneten Lage festgehalten, und die Spule mit Strom beschickt, sodann den Strom in ihr kommutiert, so werden auf die Nadel nacheinander die Drehmomente wirken

$$D_1 = \mathfrak{H}_{ref_1} M \sin(\mathfrak{H}_{ref_1}, L) = \mathfrak{H}_{ref_1} M \sin(\mathfrak{H}_{ref_1}, \mathfrak{H}_e),$$
$$D_2 = \mathfrak{H}_{ref_2} M \sin(\mathfrak{H}_{ref_2}, \mathfrak{H}_e).$$

Die Betrachtung des Feldstärkenparallelogramms lehrt nun, daß

$$\Delta AEF = \Delta AED$$

oder
$$\tfrac{1}{2} \mathfrak{H}_e \mathfrak{H}_{ref_1} \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_1}) = \tfrac{1}{2} \mathfrak{H}_e \mathfrak{H}_{ref_2} \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_2}),$$

d. h. aber
$$\mathfrak{H}_{ref_1} \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_1}) = \mathfrak{H}_{ref_2} \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_2}),$$

und
$$D_1 = D_2.$$

Die Drehmomente, die ein und dieselbe Spule auf die Nadel ausübt, sind also einander gleich, unabhängig von der Lage der Spulenebene zum Meridian. Nur die

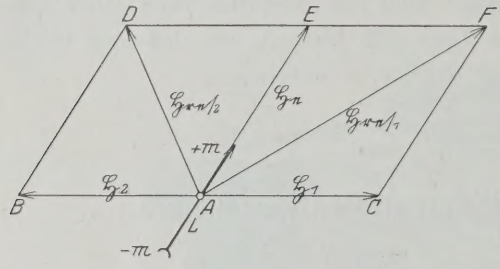


Abb. 1.

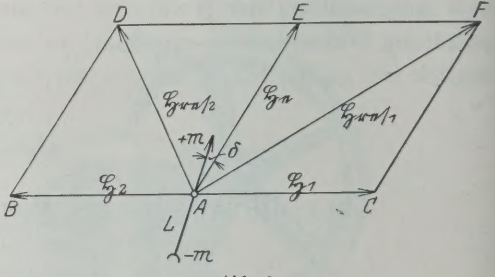


Abb. 2.

Frage, wann das maximale Drehmoment auftritt, ergibt auf Grund einer einfachen Rechnung die Bedingung, daß das Spulenfeld senkrecht zum Erdfeld stehen soll. Das ist insofern erwünscht, als bei Verwendung als Nullinstrument durch Abgleichung größtmöglicher Drehmomente höchste Meßgenauigkeit erzielt wird. Die gleiche Wirkung wie der kommutierte Strom in der betrachteten Spule, bringt eine zweite, welche ihr entgegengeschaltet und ihr elektrisch und magnetisch äquivalent ist, hervor. Beide entgegengesetzt gleichen Drehmomente wirken jetzt gleichzeitig auf die Nadel und belassen sie in ihrer Nullstellung. Andere Verhältnisse treten nun aber ein, wenn der Aufhängefaden eine Torsionsvorspannung hat. Die Richtung der Nadel weicht unter diesen Umständen etwas von der Richtung des magnetischen Meridians ab. Die Abweichung sei δ. Die auftretenden Drehmomente sind in diesem Fall (Abb. 2)

$$D_1 = \mathfrak{H}_{ref_1} M \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_1} + \delta)$$
$$D_2 = \mathfrak{H}_{ref_2} M \sin(\mathfrak{H}_e, \mathfrak{H}_{ref_2} - \delta).$$

Entwickelt man die Winkelfunktionen, so findet man, daß sich auf Grund der voraufgegangenen Betrachtungen die ersten Summanden der Drehmomente gegenseitig aufheben und ein Restdrehmoment verbleibt, welches die Nadel dreht. Man kommt also zu dem Schluß: Zwei Spulen, die sich in bezug auf die Nadel als gleichwertig erweisen, wenn diese in die Richtung des Meridians zeigt, verlieren diese Eigenschaft, wenn die Richtung der Nadel von der des Meridians abweicht. Als Umkehrung folgt, daß zwei magnetisch und elektrisch gleichwertige Spulen nicht symmetrisch zu einer Nadel stehen dürfen, wenn sich ihre Wirkungen auf diese aufheben sollen und die Nadel nicht in die Richtung des magnetischen Meridians zeigt.

Referate.

Flugzeugbordgeräte.

Bericht von Dipl.-Ing. Möller in Berlin-Friedenau.

Im Februarheft dieser Zeitschrift (S. 103) befindet sich ein Referat über die aeronautischen Instrumente des *Bureau of Standards*.

Die reichlich große Zurückhaltung der deutschen Industrie in bezug auf Veröffentlichung der Neuerungen ist geeignet, den Eindruck zu erwecken, als wären die Leistungen der deutschen Fabrikate denen des Auslandes nicht gleichwertig. In den folgenden Ausführungen sollen daher die in dem Referat des Herrn Dr. Keil erwähnten Instrumente mit denen von den Askania-Werken A.-G. in Berlin-Friedenau hergestellten verglichen werden. Bei dem Vergleich ist noch zu beachten, daß die Instrumente in den deutschen Maschinen durch die Verwendung der 6-Zylinder-Reihen-Motore mit ihrem schlechteren Massenausgleich eine erheblich größere mechanische Beanspruchung erfahren als in den amerikanischen Maschinen mit ihren gut ausgeglichenen V-, W- oder Stern-Motoren mit 12 bis 18 Zylindern.

1. Barometer und barometrische Höhenmesser.

Die Ursache der elastischen Nachwirkung der Aneroiddosen ist eingehend untersucht. Durch Verwendung starrer Mittelböden wird die Belastung des Dosenbleches so weit herabgemindert, daß bedeutend schwächere Dosenbleche verwendet werden können. Durch entsprechend große Innen- oder, wenn erforderlich, Außenfedern ist dafür gesorgt, daß die Belastung der Meßfedern in geringen Grenzen bleibt. Als Erfolg konnten Instrumente gebaut werden, die in ihren Leistungen heute wohl unerreicht dastehen.

Für den Nachtluftverkehr wird seit etwa $1^1/_2$ Jahren ein Höhenmesser mit einem Meßbereich von 0 bis 500 m geliefert. (Das amerikanische Instrument zeigt von 0 bis 600 m.) Dieser Höhenmesser ist in den deutschen Verkehrsflugzeugen vielfach ohne federnde Unterlage direkt auf dem Instrumentenbrett befestigt. Er verträgt ohne jeden Schaden eine Flughöhe von 10000 m und mehr. Bei diesem Höhenmesser haben eingehende Versuche gezeigt, daß Übertragungen durch Zahnsegment, Kette oder Faden weitgehenden Ansprüchen an Meßgenauigkeit nicht genügen. Aus diesem Grunde dürfte auch der anfangs in dem Referat erwähnte Höhenmesser 0 bis 3000 m mit seiner 900fachen Übersetzung und 3maligen Zeigerdrehung in bezug auf seine Genauigkeit und Verwendbarkeit im Flugzeug mit Vorsicht aufgenommen werden.

Die Kompensierung gegen Temperatureinflüsse durch bimetallische Zwischenglieder hat sich als unzweckmäßig erwiesen, da die Kompensationskurve des Bimetalls nicht als Spiegelbild zur Fehlerkurve des Dosensystems ausgebildet werden kann. Eine vollständige Kompensation des einheitlichen Dosensystems durch eine indifferente Gasfüllung und eine sorgfältige Auswahl und Anordnung der Baustoffe des Instrumentes wird stets die beste Temperaturkompensation ergeben.

Die Richtigkeit dieser Anschauung wird am besten durch den ungewöhnlichen Erfolg des Askania-Statoskops beleuchtet. Das Askania-Statoskop kann als mikroskopischer Höhenmesser mit einem Meßbereich von etwa $\pm$ 20 m bei vollem Skalenausschlag angesprochen werden, der innerhalb einer Höhe von 0 bis 10000 m beliebig verschoben werden kann. Das Instrument ist direkt als Höhenmesser mit einem evakuierten Dosensystem und einstellbarer Vorspannfeder ausgebildet. Eine Bedienung während des Fluges wie bei dem amerikanischen Instrument ist nicht erforderlich. Die einzuhaltende Höhe kann jederzeit vor dem Flug auf einer Skala mit Nonienablesung eingestellt werden.

In jahrelanger Entwicklungsarbeit ist es gelungen, das Instrument derart zu verfeinern, daß Höhenunterschiede von $^1/_2$ m mit Sicherheit abgelesen werden können. Dies ist wohl der beste Beweis für die Gründlichkeit und den Erfolg der deutschen Arbeit auf diesem Gebiet. Gegen Temperaturschwankung ist das Instrument ohne Anwendung einer besonderen Isolation in sich vollkommen kompensiert. Temperaturschwankungen von 50° bleiben bei beliebig langer Einwirkung ohne jeden Einfluß auf die Anzeige.

2. Geschwindigkeits- (Fahrt-) Messer.

Heute ist es Gemeingut geworden, daß die Geschwindigkeitsüberwachung im Flugzeug durch Schalenkreuzanemometer verfehlt ist. Sie gibt weder die absolute Geschwindigkeit über Grund,

noch sagt sie etwas über die Flugeigenschaften der Maschine aus. Maßgebend für die Flugeigenschaften ist allein der Staudruck. Die Entwicklung der Meßdüse auf wissenschaftlicher Grundlage hat in Deutschland einen hohen Grad der Vollkommenheit erreicht. Die von der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt in Adlershof angegebene und von den Askania-Werken gebaute Meßdüse ist vollkommen nach aerodynamischen Gesetzen konstruiert und ergibt einen linearen Verlauf des Düsenbeiwertes für alle Fluggeschwindigkeiten. Zur Erzielung eines statischen Druckausgleichs mit dem Meßinstrument ist sie mit Meßöffnungen versehen. Dieser statische Druckausgleich spielt in den heutigen schnellfliegenden Maschinen eine wichtige und immer steigende Rolle. Staudruck- und Höhenmesser der Askania-Werke sind mit einem Anschluß für statischen Druckausgleich versehen. Auf diese wesentliche und wichtige Forderung zur Erzielung tatsächlicher Meßgenauigkeit ist bei dem amerikanischen Instrument überhaupt nicht eingegangen.

Die Verwendung von Metallmembranen aus zweckmäßig behandeltem Bronzeblech ist eingehend untersucht. Mit großem Erfolg werden Metallmembranen höchster Empfindlichkeit in dem Variometer verwendet. Das Askania-Variometer erreicht Empfindlichkeiten von 5 m Steig- oder Fallgeschwindigkeit pro Sekunde bei beiderseitigem Anschlag. (Empfindlichkeit des amerikanischen Instrumentes ca. 16 m pro Sekunde.)

3. Orientierungsinstrumente.

Über Flugzeugkompasse haben die Askania-Werke die eingehendsten Untersuchungen zur Ermittlung des günstigsten Dämpfungsverhältnisses angestellt. Es hat sich ergeben, daß eine vollkommen aperiodische Dämpfung die Schwingungszeit wesentlich verlängert und die Mitschleppung des Magnetsystems bei Drehungen des Flugzeuges unerträglich steigert. Trotzdem der Askania-Kompaß eine Halbschwingung mehr macht als der amerikanische, kommt das System nach 90° Ablenkung in $9^1/_2$ Sekunden zur Ruhe (gegenüber $12^1/_2$ Sekunden des amerikanischen Kompasses).

Zur Erläuterung des ungünstigen Einflusses der zu groß gewählten Dämpfung auf die Mitschleppung seien Vergleichszahlen des Askania-Kompasses mit dem englischen Aperiodic-Kompaß gegeben, der nach 90° Ablenkung in etwa 15 Sekunden aperiodisch zur Nullage einschwingt. Trotzdem der englische Kompaß den ungünstigen Einfluß der Mitschleppung durch Verkleinerung des Magnetsystems und Fortfall der Rose und Vergrößerung des Kompaßkessels (und damit eine Vergrößerung des Gewichtes auf das Doppelte) auszuschalten versuchte, ist seine Mitschleppung im Durchnitt 10 mal so groß als die des Askania-Kompasses.

Tabelle.

	Mittlere Mitschleppung im 3. Kreis bei einer Drehgeschwindigkeit von einer Umdrehung in		
	2 Minuten	1 Minute	$^1/_2$ Minute
Askania	0,60	1,85	3,97
Aperiodic	7,8	14,5	33,3

Hieraus ist ersichtlich, daß die Dämpfung eine unangenehme Kehrseite hat. Selbst bei gleicher Schwingungszeit bis zur Ruhe ist der weniger gedämpfte Kompaß dem stark gedämpften überlegen. Zu bemerken ist hierzu, daß diese Resultate bereits bei Flugzeugkompassen erzielt sind, die seit ca. $1^1/_2$ Jahren für den Luftverkehr geliefert werden. Die Verhältnisse bei dem amerikanischen Kompaß werden ähnlich liegen. In bezug auf kurze Schwingungszeit, geringe Mitschleppung und günstige Dämpfung wird der deutsche Askania-Flugzeugkompaß von keinem anderen der Welt erreicht.

Aus diesen Vergleichszahlen ist ersichtlich, daß für die Entwicklung der Bordinstrumente für Flugzeuge von der deutschen Industrie mit mindestens gleicher Gründlichkeit und größerem Erfolg gearbeitet ist als im Auslande.

Auf die weiteren Leistungen der deutschen Instrumentenindustrie einzugehen, sei einem folgenden Artikel vorbehalten.

Zur Wirkungsweise des Giebeschen Zentrifugalregulators.

Von E. Stoecker. *Zeitschr. f. Techn. Phys.* **7.** *S. 324—330. 1926.*

Bei dem Giebeschen Zentrifugalregulator[1]) mit horizontaler Welle fiel bei kleinen Tourenzahlen und entsprechend schwachen Federn ein starkes Hämmern der Schwungmasse auf. Dies gab die Veranlassung zu einer eingehenden theoretischen Untersuchung der Wirkungsweise des Apparates. Es wird nachgewiesen, daß das Hämmern durch Resonanz des Reglers mit der Periode der Schwerkraftwirkung zustande kommt. Diese Resonanzschwingungen können jedoch nicht bei Betriebsfrequenz eintreten, sondern nur bei einer bestimmten niedrigeren Frequenz.

Fernerhin wird der Energie- und Impulsumsatz während der Reguliertätigkeit untersucht. Wenn er beschränkenden Nebenbedingungen unterworfen wird, ändern sich die Stabilitätskriterien für die Bewegungszustände. Die für die empfindliche Reguliertätigkeit erforderliche, ganz kleine Labilität wird durch die bedeutsame Wirksamkeit gerade der Schwerestörungen erzeugt. Um eine rasche Feinregulierung zu erhalten, müssen daher Schwungmasse des Reglers, elektrische und magnetische Bedingungen des Motors sowie Trägheitsmoment und Belastung des ganzen rotierenden Aggregats aufeinander abgestimmt werden. Eine weitere theoretische Untersuchung über diesen letzten Punkt wird angekündigt. *Lh.*

Schweremessungen.

Von A. Berroth. S. A. aus dem „Handbuch der Physik", herausgegeben von H. Geiger und Karl Scheel. Julius Springer, Berlin 1926.

Ein Hinweis auf diese eine gute Übersicht über den heutigen Stand der Erforschung des Schwerefeldes der Erde gebende Abhandlung in dieser Zeitschrift ist berechtigt mit Rücksicht darauf, daß der Verfasser auch die für Schweremessungen in Frage kommenden Instrumente — wenn auch nur kurz — behandelt. Man findet demgemäß grundlegende Angaben über die Benützung des Zenitteleskops, des Universalinstruments und des Durchgangsinstruments zur Bestimmung der Komponenten der Lotrichtung. Bei der Bestimmung der Schwerkraft mit Hilfe von Pendeln werden das Reversionspendel zur Bestimmung der absoluten Schwerkraft und die verschiedenen Apparate zur Ausführung von relativen Schweremessungen besprochen. Im Zusammenhang mit der Bestimmung der Gradienten der Schwere werden die Theorie und der Gebrauch der Eötvösschen Drehwage behandelt. Bei der Besprechung der Störungen der Lotrichtung durch die Sonne und den Mond findet man kurze Angaben über die Verwendung des Horizontalpendels.

P. Werkmeister.

Bemerkung zum Kriterium der besten Fokussierung.

(Note on the criterion for the best position of focus.)

Von T. Smith. *Transact. Opt. Soc.* **27.** *S. 265—266. 1925/26.*

Es ist anzunehmen, „daß (bei Betrachtung eines Sterns) die vom Auge als beste Fokussierung empfundene Einstellung bei Gegenwart mäßiger Aberration angenähert die Ebene ist, in welcher der innerhalb des ersten dunklen Beugungsringes gelegene Bruchteil der Gesamtenergie ein Maximum ist". Es ist zugleich die Stellung, „wo der Kontrast so ausgeprägt als möglich ist". Dieser einseitigen und, wie dem Wortlaut zu entnehmen ist, äußerst zaghaften und wenig glaubhaften Theorie dürfte kaum etwas hinzuzufügen sein, zumal dieses Problem inzwischen für die sphärische Aberration durch das Experiment gelöst worden ist *(Diese Zeitschr.* **46.** *S. 333—354, 389—415, 1926).*

Flügge.

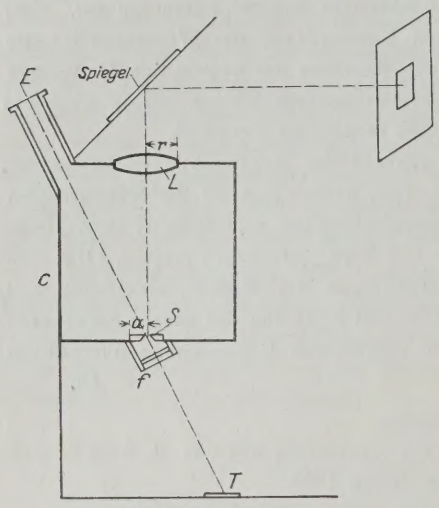
Ein verbesserter Thornerscher Apparat zur Messung des Tageslichtquotienten.

Von A. K. Taylor. (Mitteilung aus dem *National Physical Laboratory.*) *Journ. of Scient. Instr.* **6.** *49. 1926.*

Unter Tageslichtquotient wird das Verhältnis der Beleuchtungsstärke verstanden, mit der ein horizontales Flächenelement im Innern eines Raumes durch das Tageslicht beleuchtet wird, zu derjenigen Beleuchtungsstärke, mit der das im Freien befindliche Flächenelement von der ganzen

[1]) *Diese Zeitschr.* **29.** *S. 205. 1909.*

Himmelsbalbkugel beleuchtet werden würde. Dabei wird angenommen, daß die Flächenhelle der Himmelsfläche überall dieselbe ist, wie an der Stelle des Himmels, die das im Innern des Zimmers befindliche Flächenelement tatsächlich beleuchtet.



Zur Messung des Tageslichtquotienten dient der in der Abbildung dargestellte Apparat. Auf S wird durch die Linse L das betreffende Stück des Himmels abgebildet; durch eine Öffnung in S erblickt das bei E befindliche Auge die Fläche T, für die der Tageslichtquotient bestimmt werden soll. Durch eine bei L befindliche, meßbar verstellbare Irisblende erfolgt die Einstellung auf gleiche Helligkeit. Die ganze Einrichtung befindet sich in dem schwarz ausgeschlagenem Behälter C.

Die Eichung erfolgt am einfachsten mit einer größeren Fläche mit gleichmäßiger Flächenhelle. Eine solche Fläche wird z. B. gebildet durch eine Milchglasscheibe, die einen innen weißen Behälter, in dem mehrere Glühlampen brennen, auf einer Seite abschließt.

Bezüglich der — übrigens sehr einfachen — rechnerischen Auswertung der Ergebnisse der Eichung sei auf die Originalarbeit verwiesen. *Dz.*

Untersuchung von Rechenschiebern auf Teilungsfehler.

Von K. Ketter. *Allg. Vermessungsnachr. 1925. S. 307.*

Die Untersuchungen beziehen sich auf drei verschiedene Rechenschieber — zwei von Dennert & Pape und einer von A. Nestler —; sie ergaben, daß alle drei Schieber mit derselben Genauigkeit geteilt sind. Für den mittleren Fehler eines Striches wurde aus sämtlichen Beobachtungen $\pm$ 0,016 mm gefunden. Die größten Fehler — im Wert von 0,04 mm — traten bei jedem der drei Schieber am Anfang der Teilungen auf. Eine graphische Darstellung der Fehler der einzelnen Striche zeigt eine eigentümliche Übereinstimmung von allen drei Schiebern; eine Erklärung für diese auffallende Erscheinung konnte nicht gefunden werden. *P. Werkmeister.*

Der Einfluß der Strahlenbrechung auf die Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei lotrechter Latte.

Von K. Lüdemann. *Schweiz. Zeitschr. f. Vermessungsw. 1926. S. 26.*

Zur Bestimmung des als Differentialrefraktion bezeichneten ungleichen Einflusses der Refraktion auf die Ablesungen an den beiden Fäden eines Fadenentfernungsmessers bei vertikaler Latte hat der Verfasser mit einem Fernrohr mit 33facher Vergrößerung eine größere Versuchsreihe durchgeführt. Der Versuch, aus den Beobachtungen ein Bild von dem zeitlichen Verlauf der durch die Differentialrefraktion verursachten Störung zu gewinnen, hat zu keinem eindeutigen Ergebnis geführt.

Auch diese Untersuchung zeigt wieder, daß man bei feintachymetrischen Messungen wegen der Differentialrefraktion am besten mit horizontaler Latte arbeitet. *P. Werkmeister.*

Das Koppesche Bildmeßverfahren und sein Einfluß auf die Entwicklung der photogrammetrischen Auswertegeräte.

Von P. Samel, *Zentr.-Zeitg. f. Opt. u. Mech. 1926, Nr. 11—14.*

Der nach den Angaben von C. Koppe[1]) gebaute „Phototheodolit" stellt bekanntlich die Vereinigung von einem Aufnahmeinstrument und einem Auswerteinstrument vor, das letztere in Gestalt eines Theodolits zur unmittelbaren Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln auf Grund eines photographischen Bildes. Der Grundgedanke besteht bei diesem „Bildtheodolit" oder „Meß-

[1]) Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung. Braunschweig 1896.

bildtheodolit" (Theodolit zum Auswerten von Meßbildern) oder „Bildmeßtheodolit" darin, daß mit Rücksicht auf die Verzeichnungsfehler der photographischen Objektive das Bild durch das Aufnahmeobjektiv betrachtet wird. Der Verfasser zeigt, wie dieses erstmals von C. Koppe angewandte — von Porro schon vorher ausgesprochene — Verfahren zur Ausmessung von Bildern die Grundlage bildet für die verschiedenen, in dem letzten Jahrzehnt ausgeführten oder auch nur angegebenen Auswerteinstrumente. Für die unmittelbare Messung von Horizontal- und Vertikalwinkeln auf Grund eines Bildes hat C. Koppe das Bild fest und das Fernrohr in horizontalem und vertikalem Sinn drehbar angeordnet; bei einer anderen, von ihm ausgeführten Bauart, bei der die Vertikalwinkel nicht so bequem gemessen werden können, steht das Fernrohr fest und die Kammer ist beweglich. Außer diesen beiden Möglichkeiten für die erforderlichen Bewegungen zum Einstellen eines Bildpunktes mit dem Fernrohr gibt es noch eine andere; bei ihr ist die Kammer (Bildträger) um eine vertikale Achse und die Zielachse des Fernrohrs um eine horizontale Achse drehbar. Nach welcher dieser drei Möglichkeiten die Einstellung eines Bildpunktes bei den angegebenen Auswerteinstrumenten erfolgt, wird von dem Verfasser an Hand von schematisch gehaltenen Figuren besprochen. *P. Werkmeister.*

Der „kleine Hildebrand".

Von B. Hoffmann. *Zeitschr. f. math. u. naturwiss. Unterr. 1926, S. 250—255.*

Der Verfasser empfiehlt hier in ganz besonderer Weise als Instrument für die zur Belebung des Mathematikunterrichts an den höheren Schulen auszuführenden Vermessungsübungen das bekannte kleine Reise-Universalinstrument der Firma M. Hildebrand in Freiberg i. S. Stellt man an ein für den genannten Zweck bestimmtes Instrument die Anforderung, daß es in seinem Aufbau möglichst einfach und in bezug auf die Handhabung möglichst übersichtlich ist, so kommt der „kleine Hildebrand" — der bekanntlich als Reiseinstrument vorzügliche Dienste leistet — als Schultheodolit — schon mit Rücksicht auf sein exzentrisches Fernrohr — nicht in Frage.

Zu dem Schlußsatze des Verfassers „es gibt nur einen kleinen Hildebrand" möchte ich bemerken, daß die Firma M. Hildebrand mehrere andere Instrumente baut, die sich als Schultheodolit bedeutend besser eignen als ihr kleines Reiseuniversal; dies gilt z. B. für ihren „einfachen Bautheodolit mit Höhenkreis". *P. Werkmeister.*

Der Doppelbild-Tachymeter Kern.

Nach einem Prospekt.

Nachdem man in der Schweiz bei den Grundbuchmessungen in den Geländeklassen II und III von dem Aufnahmeverfahren mit Hilfe von rechtwinkligen Koordinaten zu dem mit Hilfe von Polarkoordinaten übergegangen ist, hat das Bedürfnis nach einem genügend genauen Instrument für mittelbare Streckenmessung stark zugenommen. Diesem Bedürfnis entsprechend sind in den letzten Jahren verschiedene neue „Präzisionsdistanzmesser" angegeben und gebaut worden[1]); zu ihnen gehört auch der nach den Angaben von A. Aregger von der Firma Kern & Cie. in Aarau gebaute Doppelbild-Tachymeter[2]).

Das Instrument ist ein gewöhnlicher Theodolit mit Vertikalkreis, bei dem für die Zwecke der mittelbaren Streckenmessung vor das Fernrohrobjektiv ein besonders gebautes Doppelbildprisma geschaltet wird, durch das von einer im Zielpunkt aufgestellten Latte zwei sich teilweise überdeckende Bilder erzeugt werden. Die bei der Messung horizontal liegende Latte trägt zwei, oberhalb und unterhalb einer Geraden angegebene, im Gesichtsfeld des Fernrohrs sich überdeckende Teilungen. Die eine Teilung ist die Hauptteilung, an der schiefe Entfernungen abgelesen werden; die andere Teilung ist ein der Hauptteilung entsprechender Nonius, mit dessen Hilfe die Ablesungen ausgeführt werden. Die Länge der Hauptteilung wird so gewählt, daß die Multiplikationskonstante des anallaktischen Fernrohrs — Additionskonstante gleich Null — genau gleich 100 ist. Der Nonius

[1]) Vgl. E. Hammer, Weitere neue schweizerische „Präzisionsdistanzmesser". *Diese Zeitschr. 45. S. 546. 1925.*

[2]) Vgl. A. Aregger, Der Doppelbild-Tachymeter Kern. Schweiz. Zeitschr. f. Vermessungswesen 1926, Seite 217.

ist derart, daß die schiefen Entfernungen unmittelbar auf 5 cm genau abgelesen werden können; „Bruchteile dieser Angabe können geschätzt werden".

Die Einstellung der horizontal aufgestellten, weiß auf schwarzem Grund geteilten Latte senkrecht zur Zielung erfolgt mit Hilfe einer besonderen, mit dem Theodolitfernrohr kontrollierbaren Zielvorrichtung.

Für die Umrechnung der schief gemessenen Entfernungen auf die Horizontale wird eine von der Firma Kern hergestellte Tafel oder ein ebenfalls von dieser Firma hergestellter Rechenschieber empfohlen.

Zur Bestimmung der mit dem Instrument erreichbaren Genauigkeit wurden in zwei Gemeinden Versuchsmessungen ausgeführt, wobei je eine größere Zahl von Strecken das eine Mal mittelbar mit dem Doppelbild-Tachymeter — vorwärts und rückwärts — und das andere Mal unmittelbar mit Meßlatten gemessen wurden. In der Gemeinde Madiswil wurden so 79, im Durchschnitt rund 60 m lange Strecken gemessen; dabei ergab sich ein mittlerer Fehler von $\pm$ 14 mm für das Mittel aus zwei Messungen mit dem Doppelbild-Tachymeter. Auf Grund von 35 in der Gemeinde Gelfingen gemessenen Strecken zwischen 20 und 100 m Länge ergab sich ein mittlerer Fehler von $\pm$ 15 mm. Der mittlere Fehler einer einmal mit dem neuen Instrument gemessenen, rund 60 m langen Strecke kann demnach mit rund $\pm$ 2 cm angenommen werden; die Genauigkeit des Instruments genügt demnach für die Zwecke, für die es bestimmt ist. *P. Werkmeister.*

A direct reading tacheometer.

Von W. H. Connell. *Journ. of the Opt. Soc. of Amer.* **13.** *S. 503. 1926.*

Das von H. Jeffcott in Dublin erfundene Instrument ist ein selbstrechnender Tachymeter, bei dem die horizontale Entfernung und der Höhenunterschied — abgesehen von der Multiplikation mit konstanten Faktoren — unmittelbar an einer vertikal gehaltenen Latte abgelesen werden können. Die hier benutzte Lösung der bekannten Aufgabe erinnert stark an die von E. Hammer angegebene, dem Hammer-Fennel-Tachymeter zugrunde liegende Lösung. An Stelle der beiden Kurven zum Ablesen der Entfernung und der Höhe bei E. Hammer sind hier im Gesichtsfeld des Fernrohrs zwei, beim Kippen des Fernrohrs selbsttätig bewegte Fäden — oder besser Marken — vorhanden; die Bewegung der beiden Fäden geschieht durch zwei Hebel, die an einer von zwei entsprechenden Kurven begrenzten Scheibe gleiten. Die Bewegung der beiden Fäden erfolgt demnach im Grundgedanken auf mechanischem Wege, im Gegensatz zu dem Hammer-Fennel-Tachymeter, wo die Bewegung der beiden Ablesekurven optisch geschieht. Bei den ersten Versuchen zu seinem selbstrechnenden Tachymeter hat übrigens E. Hammer auch an eine mechanische Bewegung gedacht; nachdem aber ein von L. Tesdorpf ausgeführtes Versuchsinstrument eine solche Lösung der Aufgabe als unzweckmäßig erwiesen hatte, wurde die Bewegung optisch ausgeführt. Im Vergleich zu dem Hammer-Fennel-Tachymeter bedeutet demnach der neue Tachymeter keinen Fortschritt.

Die Genauigkeit des Instruments wird vom Verfasser mit 0,4% für die Entfernuug und die Höhe angegeben. *P. Werkmeister.*

Kleinste Theodolite mit Schraubenmikroskopablesung.

Von K. Lüdemann. *Allg. Vermessungsnachr. 1925. S. 529.*

Die Mitteilung bezieht sich auf die beiden kleinsten Schraubenmikroskop-Theodolite der Firma M. Hildebrand; es sind dies Instrumente mit 8 cm Horizontalkreisdurchmesser und 5″ bzw. 10″ Mikroskopangabe. Auf Grund von umfangreichen Messungen wird für diese Instrumente die mit ihnen erreichbare Genauigkeit bestimmt; ein Vergleich der dabei sich ergebenden Werte mit den entsprechenden Werten für die neuen Theodolite von C. Zeiss und H. Wild zeigt, daß die Instrumente ungefähr gleichwertig sind. *P. Werkmeister.*

Eine nomographische Tachymetertafel.

Von H. Wunderwald. *Allg. Vermessungsnachr. 1925. S. 565.*

Der Verfasser empfiehlt für die Berechnung der in der Tachymetrie vorkommenden Größen h und e auf Grund der Gleichungen $h = \frac{1}{2} E \sin 2\varphi$ und $e = E \cos^2 \varphi$ eine graphische Tafel mit

Punktskalen und geradlinigen, durch einen Punkt gehenden Skalenträgern. Die horizontale Entfernung e rechnet man bekanntlich besser nicht unmittelbar aus $e = E \cos^2 \varphi$, sondern mittelbar aus $e = E - c$, wobei $c = E \sin^2 \varphi$ ist.

Dem Verfasser scheint offenbar nicht bekannt zu sein, daß schon vor zwanzig Jahren bei Konrad Wittwer eine von mir entworfene graphische Tachymetertafel mit Punktskalen erschienen ist. *P. Werkmeister.*

Neues aus der Instrumentenkunde.

Von O. Eggert. S.-A. aus „Geodätische Woche Köln 1925". Konrad Wittwer, Stuttgart 1926

Der vom Verfasser auf der „Geodätischen Woche" in Köln gehaltene Vortrag über die Neuerungen und Fortschritte im Bau von geodätischen Instrumenten seit dem Anfang des neuen Jahrhunderts liegt jetzt im Druck vor. Es wird sicher viele geben, die für diese übersichtliche Zusammenstellung dankbar sind. *P. Werkmeister.*

Eine Zeitschrift für Photogrammetrie.

Seit kurzem erscheinen unter dem Namen „Bildmessung und Luftbildwesen" unter Mitarbeit der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie Beihefte der von R. Reiß G. m. b. H. in Liebenwerda herausgegebenen *Allgemeinen Vermessungsnachrichten*, von denen beabsichtigt ist, sie als „Fachzeitschrift der Gesellschaft für Photogrammetrie (Sekt. Deutschland der Internationalen Ges. f. Photogrammetrie)" auszubilden.

Hoffentlich wird durch dieses Unternehmen die Herausgabe von weiteren Bänden des von E. Doležal in vorbildlicher Weise bearbeiteten *Internationalen Archivs für Photogrammetrie* nicht gestört. *P. Werkmeister.*

Das Kriechgalvanometer.

Von H. Busch. *Zeitschr. f. Techn. Phys.* **7**. *S. 361—371. 1926.*

Bei der seither gebräuchlichen, ballistischen Methode zur Bestimmung von Elektrizitätsmengen und magnetischen Feldern werden von den 3 dem Ausschlag entgegenwirkenden Kräften der Trägheit, der Dämpfung und der Direktionskraft zwei, nämlich Direktionskraft und Dämpfung, während des Stromdurchganges so klein gehalten, daß praktisch nur der Trägheitswiderstand übrigbleibt. Das gleiche Ziel, nämlich einen der Elektrizitätsmenge proportionalen Ausschlag, kann man aber auch auf grundsätzlich andere Weise erreichen (vgl. Gumlich, Magn. Messungen, Braunschweig 1918, S. 112), indem man es so einrichtet, daß während des Stromablaufs die Bewegung des Galvanometersystems im wesentlichen nicht durch das Trägheitsglied, sondern durch das Dämpfungsglied bestimmt ist. Die vorliegende Arbeit stellt eine kritische Untersuchung dieser Methode dar, die die Fehlerquellen eingehend erörtert und zeigt, unter welchen Bedingungen normale Galvanometer hierzu verwendet werden können.

An Hand von Vergleichsmessungen wird festgestellt, daß die Kriechgalvanometermethode im allgemeinen der üblichen ballistischen Methode durchaus gleichwertig, in mancher Hinsicht sogar zweifellos überlegen ist. Ihre Vorteile liegen einmal in der Meßschnelligkeit, die bei längeren Meßreihen eine erhebliche Zeitersparnis bedingt, zweitens bei Messung von magnetischen Feldern in der Unabhängigkeit des Ausschlages vom Widerstande des Galvanometerkreises, drittens bei Kapazitätsmessungen in der Verringerung des Rückstandsfehlers.

Die Empfindlichkeit des Kriechgalvanometers ist bei magnetischen Messungen annähernd ebenso groß wie die des ballistischen Galvanometers, bei Kapazitätsmessungen etwa 20 mal kleiner.

Die von der Trägheit und Direktionskraft herrührenden Fehler bleiben bei genügend großer Dämpfung unter der Meßgenauigkeit. Etwas größer sind die Fehler, die durch das stets etwas ungleichförmige Magnetfeld des Galvanometers hervorgerufen werden. Auch beim ballistischen Galvanometer treten derartige Fehler auf, weil die Ungleichförmigkeit des Magnetfeldes in Verbindung mit dem nie restlos zu vermeidenden Magnetismus des Galvanometersystems örtliche Inkonstanz der Direktionskraft hervorruft; nach den Erfahrungen bei dem in der Arbeit untersuchten Instrument sind die relativen Schwankungen der Direktionskraft größer als die des Magnetfeldes und damit die Fehler beim ballistischen Galvanometer größer als beim Kriechgalvanometer. *Lh.*

Ein einfaches Drehmagnet-Galvanometer mit hoher Normalempfindlichkeit.

(A simplified moving magnet galvanometer with high figure of merit.)

Von A. C. Downing. *Journ. Scient. Instr.* **3.** *S. 331—335. 1926.*

Das Galvanometer, dessen Magnetsystem eine Abänderung des Broca- und des Paschen-Galvanometersystems darstellt, wurde bereits früher beschrieben (*Journ. Scient. Instr.* **2.** *S. 255. 1525*, Referat in *dieser Zeitschr.* **46.** *S. 94. 1926*). Durch weitere Verkleinerung des Systemgewichts von 12 mg auf 4,5 mgr und durch Verwendung von Kobaltstahl für die Magnete und Aufhängung des Systems an einem Quarzfaden von 1 μ Dicke wird eine Erhöhung der Normalempfindlichkeit von etwa 4000 auf 35000 erreicht. Der Ausschlag für 1 m Skalenabstand beträgt 4000 mm pro Mikroampere, die Schwingungsdauer 1,8 Sek. und der Spulenwiderstand 25 Ω. *Lh.*

Über die Empfindlichkeit des Paschen-Galvanometers.

(On the sensitiveness of the Paschen Galvanometer.)

Von H. A. Daynes. *Journ. Scient. Instr.* **3.** *S. 7. 1926.*

Die Bestimmung des Widerstands der Spulen wird durch die Wahl der Elemente des beweglichen Systems nicht beeinflußt. Läßt man daher den Spulenwiderstand außer Betracht, so kann man die Normalempfindlichkeit E proportional dem magnetischen Moment und umgekehrt proportional dem Trägheitsmoment des Systems setzen.

Ist

n die Zahl der Magnete,

t ihre Dicke,

$2t$ ihre Breite,

r das Verhältnis ihrer Länge zur Breite,

J die mittlere magnetische Intensität eines Magneten,

ϱ sein spezifisches Gewicht,

D das Trägheitsmoment der übrigen Teile des Systems (Spiegel, Achse usw.),

so ist E proportional

$$\frac{J}{\frac{D}{4nrt^3}+\frac{\varrho}{3}(r^2+1)t^2}. \qquad 1)$$

Für ein Maximum von E bei gegebenem n und r und variablem t ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{4}{3}n\varrho r(r^2+1)t^5=\frac{3}{2}D. \qquad 2)$$

Diese Gleichung besagt, daß das Trägheitsmoment aller Magnete zusammen um die Hälfte größer sein soll, als das Trägheitsmoment der übrigen Teile des Systems. Das Trägheitsmoment des Spiegels, das im wesentlichen die Größe von D bestimmt, ist also so klein als möglich zu halten.

Bei gegebenem n und t und variablem r ergibt sich unter Benutzung der Gleichung 2) für ein Maximum von E

$$\frac{dJ}{dr}=\frac{6}{5}\frac{J}{r}\left[\frac{1}{1+\frac{1}{r^2}}-\frac{1}{3}\right]. \qquad 3)$$

Der günstigste Wert von r wird in der Weise ermittelt, daß die Werte $\frac{6}{5}\frac{J}{r}\left[\frac{1}{1+\frac{1}{r^2}}-\frac{1}{3}\right]$ und die an Probestäben experimentell gefundenen Werte von $\frac{dJ}{dr}$ über r aufgetragen werden. Der Schnittpunkt beider Kurven ergibt den günstigsten Wert von r, der bei den verwendeten Kobalt-Stahl-Magneten bei etwa 4 liegt.

Schließlich ist noch bei gegebenem r und t die Wahl von n zu erörtern. Aus Gleichung 1) geht hervor, daß jede Vergrößerung von n mit einer Vergrößerung von E gleichbedeutend ist. Mit Rücksicht auf die nach Gleichung 2) notwendig werdende Verkleinerung der Magnetabmessungen ist jedoch der Vergrößerung von n praktisch bald ein Ziel gesetzt.

Von der *Cambridge Instrument Co.* wurde nun nach diesen Gesichtspunkten ein Galvanometersystem gebaut mit 12 Magneten von $1{,}0 \times 0{,}3 \times 0{,}1$ mm Größe (theoretisches Optimum bei $1{,}0 \times 0{,}25 \times 1{,}25$ mm) und einem Spiegel von $1{,}5 \times 2{,}0$ mm Fläche und 0,2 mm Dicke. Die Normalempfindlichkeit dieses Systems ergab den im Vergleich mit der früheren Empfindlichkeit von 4000—6000 außerordentlich hohen Wert von 20000. *Lh.*

Weitere Bemerkungen zum Paschen-Galvanometer.

(Supplementary note on the Paschen Galvanometer.)

Von H. A. Daynes. *Journ. Scient. Instr.* **3**. *S. 329—331. 1926.*

Im Anschluß an die vorstehende Arbeit wird weiter die Frage behandelt, welchen Einfluß eine Abweichung der einzelnen Größen vom errechneten Optimum auf die Normalempfindlichkeit hat. Es wird gezeigt, daß die Änderung der Breite oder der Dicke der Magnete im Vergleich zur Änderung der anderen Größen von geringem Einfluß ist. Es wird daher empfohlen, bei der Herstellung die Länge der Magnete genau entsprechend den Bedingungen des Optimums zu machen und die Trägheitsbedingung durch Änderung von Dicke oder Breite zu befriedigen. Ferner wird gezeigt, daß erst etwa durch die 5fache Zahl der Magnete die Empfindlichkeit verdoppelt werden kann. Die Größe der Magnete ist dann $\sqrt[5]{2}$ mal kleiner. *Lh.*

Ein Panzer aus „Mumetal" für hochempfindliche Galvanometer.

(A „mumetal" magnetic shield for a sensitive galvanometer.)

Von A. V. Hill. *Journ. Scient. Instr.* **3**. *S. 335—337. 1926.*

Der Panzer besteht aus einem Kupferzylinder, auf den außen abwechselnd Ringe aus Mumetal und Kupferringe aufgebracht und mit Kupfernieten festgemacht sind. Oben und unten wird der Zylinder durch je zwei Mumetalblechplatten mit einer Zwischenplatte aus Kupferblech abgeschlossen. Das Gewicht eines Panzers von 10 cm Durchmesser und 10 cm Höhe beträgt nur etwa $2\,^1/_2$ kg, das Gewicht des dazu nötigen Mumetals 1 kg. Die Hauptbedingung bei Verwendung von Mumetal ist, daß der fertige Panzer ohne Zutritt von Sauerstoff bei 900° C geglüht wird. Jede nachherige mechanische Beanspruchung ist zu vermeiden, da dadurch die Permeabilität vermindert wird.

Der neue Panzer vermag, wie durch Versuche festgestellt wurde, die Wirkung fremder Felder auf etwa den 1000. Teil herabzusetzen, während z. B. zwei ineinandergeschobene Weicheisenzylinder von etwa 14 kg Gewicht die Wirkung nur auf $^1/_{50}$ vermindern konnten. *Lh.*

Ein selbstanlaufendes phonisches Rad.

(A self-starting phonic motor.)

Von D. C. Gall. *Journ. Scient. Instr.* **3**. *S. 351—352. 1926.*

Der feststehende Teil (Stator) trägt zwei ringförmige Wicklungen. Unter Verwendung einer Stimmgabel als Unterbrecher wird den Wicklungen im Rhythmus der Gabelschwingung aus einer Gleichstromquelle Strom zugeführt, und zwar so, daß die beiden Wicklungen nicht gleichzeitig, sondern abwechselnd erregt werden. Das Magnetfeld sucht nun die 10 Statorzähne und die 10 Rotorzähne zur Deckung zu bringen. Da jedoch die Statorzähne der linken gegen die der rechten Wicklung um eine halbe Zahnteilung verschoben sind, so können die Zähne nur bei synchronem Laufe bei jedem rechten und linken magnetischen Impuls zur Deckung kommen, der Motor muß also anlaufen. *Lh.*

Bücherbesprechungen.

Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, herausgegeben von der Schriftleitung der Naturwissenschaften, 5. Band. 8°. IV + 330 S. mit 103 Abb. Julius Springer, Berlin 1926. RM. 21.—, geb. RM. 22.50.

Die Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften liegen nun in ihrem 5. Bande vor und geben wiederum in der bekannten monographischen Darstellungsweise einen Überblick über verschiedene Forschungsgebiete. Berufene Fachleute behandeln Fragen, die teils im Mittelpunkt der Diskussion stehen, teils nach einer zusammenfassenden Betrachtung der erlangten Erkenntnisse oder des angefallenen Tatsachenmaterials verlangen.

„Über die Strahlung der Planeten" handelt der erste Beitrag (46 Seiten). Er stammt von E. Schönberg und gibt neben einem klaren Überblick über diese Frage neue Gesichtspunkte, die für das Studium des Energieaustausches im interplanetaren Raum sehr wichtig sind. In gleicher Weise sind diese Fragen aber auch für die Entwicklungsgeschichte der Planeten von Bedeutung und beanspruchen damit mittelbar in weiteren, nicht fachwissenschaftlichen Kreisen ein starkes Interesse.

In den letzten zwei Jahrzehnten hat sich die Photogrammetrie zu einer ganz selbständigen Disziplin entwickelt. Was sich hier an praktischen Verfahren eingebürgert hat und an Apparaten bewährt hat, behandelt O. Seliger in dem Aufsatz:

„Die photographischen Meßverfahren-Photogrammetrie" (48 Seiten). Die systematischen Erläuterungen der einzelnen Meßverfahren, zahlreiche Skizzen und die Abbildungen der verschiedenen Gerätetypen, die zum großen Teil schon eingehende Würdigung in dieser Zeitschrift gefunden haben, tragen dazu bei, dem Naturwissenschaftler auch von diesem, ihm zumeist wohl ferner liegendem Gebiet einen tieferen Eindruck zu vermitteln.

Das Letztere gilt ganz besonders von dem Beitrag von Alfred Wegener: „Die Ergebnisse der dynamischen Meteorologie." Der ferner Stehende wird überrascht von der Fülle der Probleme, die auf diesem Gebiet der angewandten Physik vorliegen und noch der Bewältigung harren, bis eine quantitative Analyse des Geschehens in der Atmosphäre erreicht werden kann, die dann auch die Vorausberechnung des Wetters an die Stelle der heutigen Prognose treten läßt. Es kann nicht genug unterstrichen werden, was der Verfasser sagt: daß die mathematische Analyse die statistische Betrachtungsweise abgelöst hat.

Hierzu haben die theoretischen Arbeiten von V. Bjerknes nicht unwesentlich beigetragen, auch wenn sich die an das bekannte Bjerknessche Programm sich knüpfenden Erwartungen nicht so rasch verwirklichen konnten, als man vielfach in Verkennung der vorhandenen Schwierigkeiten vermutete. Diese Schwierigkeiten werden durch die Strahlungsvorgänge in der Atmosphäre bedingt, deren genaue Kenntnis für eine quantitative Betrachtung nicht entbehrt werden kann, die aber noch keine befriedigende Deutung finden konnten. Weiter wird die Aufmerksamkeit in Anspruch genommen durch eine sehr klare Darstellung der Bjerknesschen „Polarfront"theorie der Zyklonen, eine Betrachtungsweise, die eine große Zahl zum Teil auch schon bekannter gesetzmäßiger Tatsachen über diese auffälligen Gebilde, ihre Entstehung und Entwicklung unter einem einheitlichen Gesichtswinkel vereinigt.

Verzichtet der Verfasser auch auf mathematische Entwicklungen, so wird dadurch der Eindruck von der Weite der Ziele der dynamischen Meteorologie in keiner Weise beeinträchtigt.

Es folgen dann Beiträge aus dem Gebiet der reinen Physik.

„Die elektrischen Kräfte zwischen Ionen und ihre Wirkungen" von Niels Bjerrum (20 S.).

„Lichtelektrische Ionisierung von Gasen" von Peter Pringsheim (19 S.).

„Atomzertrümmerung" von G. Kirsch (27 S.).

„Der experimentelle Beweis für den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes" von K. W. F. Kohlrausch (19 S.).

„Gasabsorption unter dem Einfluß elektrischer Entladung" von E. Pietsch (54 S.)

und

„Der Comptonsche Streuprozeß" von H. Kallmann und H. Mark (58 S.).

Diese sechs Beiträge behandeln Fragen aus unmittelbarer Nähe des Brennpunktes der physikalischen Forschung, auf die hier näher einzugehen aber verzichtet werden muß.

Am Schluß des Buches wird noch ein Inhaltsverzeichnis für die bisher erschienenen 5 Bände der Ergebnisse gegeben. *W. Keil.*

F. Paul Liesegang, Zahlen und Quellen zur Geschichte der Projektionskunst und Kinematographie. Kl. 8°. 125 S. Berlin, Deutsches Druck- und Verlagshaus G. m. b. H. (Hackebeil), 1926.

Der Verfasser, ein wissenschaftlicher Mitarbeiter des auf den genannten Gebieten für unser Sprachgebiet sehr früh geschäftlich tätigen Düsseldorfer Hauses Ed. Liesegang, hat sich seit einer Reihe von Jahren auch durch geschichtliche Aufsätze zu den hier behandelten Gegenständen

einen sehr guten Namen gemacht, da seine Mitteilungen mit großer Genauigkeit nach sorgfältigen Quellenforschungen abgefaßt worden waren. Er kannte also die Geschichte dieser Vorkehrungen, Verfahren und Vorschläge so gut wie keiner der technischen Optiker unseres Sprachgebietes, und diese überlegene Beherrschung des gesamten Stoffes hat der kleinen Schrift zu hohem Nutzen gereicht. Sie soll einem gründlichen Leser die Mittel zu eingehender Kenntnis verschaffen, macht aber, wie der Berichtende ausdrücklich bemerken möchte, die sorgfältigen früheren Einzelarbeiten des Verfassers mitnichten entbehrlich.

Der Stoff ist in zeitlicher Anordnung in 6 Hauptabschnitten behandelt

	Seite	bis zum Jahre
A. Projektionsapparat	7	1889
B. Lebensrad	30	1890
C. Projektions-Lebensrad	49	1888
D Photographie	58	1890
E. Anfänge der Reihenphotographie	64	1867
F. Entwicklung zum Kinematographen	70	1896

Diesen folgen 4 Nachträge

G. Projektion und Kinematographie in den natürlichen Farben	102	1916
H. Stereoskopische Projektion und Kinematographie	106	1891
I. Panorama-Projektion und -Kinematographie	110	1909
K. Tonbild und sprechender Film	113	1922

Im allgemeinen wurde also, wie auf S. 6 auch hervorgehoben, die neueste Zeit unberücksichtigt gelassen.

Besonders hingewiesen sei noch auf die verschiedenen Weiserlisten:

	Seite
1. Das Sachverzeichnis	116
2. Das Namenverzeichnis	121
3. Das Autorenverzeichnis	124.

Der Berichtende möchte zum Schluß seine aufrichtige Freude darüber aussprechen, daß in dem wohlbekannten Düsseldorfer Hause die Kenntnis der Entwicklung der dort hergestellten Vorkehrungen nicht allein mit wahrer Liebe gepflegt, sondern daß die in jahrelanger Arbeit erworbene Geschichtskunde in einer so bequem zugänglichen Form der Allgemeinheit dargeboten wird. Wer nur irgend für diesen Teil der Geschichte der Optik ein Herz hat, wird sich mit Hilfe der verschiedenen Verzeichnisse leicht von dem Verfasser belehren lassen können und seiner erstaunlichen Belesenheit aufrichtigen Dank zollen. *M. von Rohr.*

F. Löwe, Optische Messungen des Chemikers und des Mediziners. Mit 34 Abb. Dresden und Leipzig 1925. Theodor Steinkopff. 8°. XII, 166 S. Geh. 6.— RM, geb. 7.20 RM.

Dieses Werkchen bildet den sechsten Band in der Reihe der Technischen Fortschrittsberichte der chemischen Technologie in Einzeldarstellungen, von B. Rassow in Leipzig herausgegeben; diese erstreben das Ziel, den Fachmann in kurzer und übersichtlicher Form über alle neueren Vorgänge in den einzelnen Zweigen der chemischen Technik zu unterrichten. Der Verf. des vorliegenden Bändchens, der in der praktischen Optik wohlbekannte Abteilungsvorsteher Löwe im Zeiss-Werk zu Jena, bringt zwar nur eine Auswahl aus dem großen Gebiet der optischen Messungen, behandelt dafür aber die ausgesuchten Spezialgebiete in umfassender und überaus geschickter Weise, wobei besonderer Wert auf die eingehende Darstellung der Meßverfahren gelegt wird. Neben den naturgemäß vorherrschenden Instrumenten von Zeiss werden jedoch auch solche anderer Firmen besprochen. Der Stoff wird in die drei Hauptkapitel: Spektroskopie, Refraktometrie, Interferometrie, geteilt und ist nicht nur für den Chemiker und Mediziner, sondern auch für den Physiker recht wissenswert, zumal was die neuen Arbeitsmethoden der quantitativen Spektralanalyse betrifft. Anerkennend hervorzuheben sind noch die zahlreichen Literaturübersichten, sowie das ausführliche Namenverzeichnis und Sachregister. Dieses Buch sollte auch in jeder Bücherei eines physikalischen Instituts vorhanden sein. *Schck.*

Koordinaten und Höhen. 2. Teil. Regierungsbezirk Westpreußen. Gemessen und bearbeitet von der Trigonometrischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme. V und 71 S. Mit einem Übersichtsblatt. Berlin 1926. Im Selbstverlage.

Dieses Verzeichnis enthält als Fortsetzung zum 1. Teil[1]) die Messungsergebnisse der in den Jahren 1903—1913 ausgeführten Neumessungen II.—IV. Ordnung in Form von geographischen Koordinaten mit Längen nach Greenwich, ebenen Koordinaten nach C. F. Gauß und L. Krüger und N. N.-Höhen. *P. Werkmeister.*

Dr. P. Knoche, Die Röntgenphotographie. 8°. 111 S. mit 35 Abb. Berlin 1925, Union Deutsche Verlagsgesellschaft.

Die vorliegende Arbeit gibt zunächst eine gedrängte Übersicht über die Haupttypen der Röntgenapparate und ihre Hilfseinrichtungen wie Röntgenröhren, Härtemesser, Blenden, Durchleuchtungs- und Verstärkungsschirme, sowie einen Abriß über die Optik der Röntgenstrahlen. Der Schwerpunkt wird jedoch auf die photographische Seite des Themas gelegt und besonders jene Gebiete ausführlich behandelt, welche einen Einfluß auf die photochemische Entstehung des Röntgenbildes haben, also, neben den Grundlagen der Photographie, das Aufnahmematerial, Entwickeln, Fixieren und Kopieren der Bilder. Den Schluß bilden Kapitel über die Einrichtung der Aufnahmezimmer und über die Anwendung der Röntgenstrahlen in der Medizin und der Technik. Die sachverständig geschriebene Anleitung kann als erste Einführung in die Röntgenphotographie nur empfohlen werden. *Wr.*

Neue Preisliste von M. Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg i. S. Nivellierinstrumente für alle Einwägungen über und unter Tage. Nivelliertachymeter. 29 S. mit 24 Bildern.

Bei dieser Preisliste ist der begrüßenswerte Versuch gemacht worden, in der Einleitung die Leistungsfähigkeit der aufgeführten Instrumente zahlenmäßig darzustellen; sie enthält dementsprechend eine Tafel, in der für die verschiedenen Instrumente neben der Fernrohrvergrößerung und der Libellenangabe insbesondere der für die Zielweite 50 m geltende, aus dem Libellenfehler und dem Ablesefehler sich ergebende mittlere Fehler einer 1 km langen Strecke angegeben ist. Eine zweite Tafel enthält für die sechs benutzten Fernrohre alle zu deren Beurteilung erforderlichen Zahlenangaben.

Die aufgeführten Instrumente werden „nach ihrer Leistungsfähigkeit und ihrer zweckmäßigen Verwendungsmöglichkeit“ in vier Gruppen eingeteilt; die vierte Gruppe enthält dabei die „Nivellierinstrumente mit Einrichtung zur Geländeaufnahme“. Eine Gruppierung der Instrumente in eine Preisliste halte ich für recht zweckmäßig; die Bezeichnung der einzelnen Gruppen erscheint mir aber in dem vorliegenden Fall nicht ganz gelungen zu sein, insbesondere bin ich nicht einverstanden damit, daß von Feineinwägungen I. O. und Feineinwägungen II. O. die Rede ist.

Auf die bestens bekannten Instrumente hier näher einzugehen, ist unnötig; ich möchte nur darauf hinweisen, daß die Firma nun auch ein einfaches Nivellierinstrument mit einem abgeschlossenen Fernrohr mit innerer Einstellinse baut. Das Instrument wird wie die anderen Instrumente mit einer Dosenlibelle ausgestattet. *P. Werkmeister.*

Neue Preisliste von Otto Fennel Söhne, Cassel. Katalog geodätischer Instrumente, Ausgabe 1926. 65 S. mit Abbildungen.

Die in bekannter Weise durch besonders gute Abbildungen sich auszeichnende Liste umfaßt Nivellierinstrumente der verschiedenen Bauarten, Theodolite mit Strich-, Skala- Nonius- und Schraubenmikroskopablesung und Bussoleninstrumente; an Sonderinstrumenten findet man eine Einrichtung für Polygonzugmessungen in Städten, Vorrichtungen zum Aufstellen der Theodolite und Signale in der Grube, den Tachymeter und die Kippregel nach Wagner-Fennel und den Tachymeter und Topometer nach Hammer-Fennel.

Mit Ausnahme der Sonderinstrumente und der größeren Mikroskoptheodolite werden alle Instrumente mit staub- und wasserdichten Fernrohren mit innerer Einstellinse ausgestattet. An Stelle von Fadenkreuzen aus Spinnfäden werden hauptsächlich Glasplättchen mit Strichkreuzen verwendet. Bei den Fernrohren der Tachymetertheodolite ist die Additionskonstante gleich Null. *P. Werkmeister.*

[1]) Vgl. *diese Zeitschr.* **46.** *S. 395. 1926.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Juli 1927.** Siebentes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1926.

(Schluß von S. 297.)

Unterabteilung IIIb.

Im Jahre 1926 wurden folgende Gegenstände geprüft: *122. Übersicht über die Prüfungen*[1].

I. Ausdehnungsthermometer.

1049	(1220)	feine Thermometer mit Korrektionsangaben in 0,02 und 0,01°, geprüft in Temperaturen bis 100°, hiervon 258 (270) Kalorimeterthermometer,
1510	(2219)	Thermometer mit Korrektionsangaben in 0,05° und mehr, geprüft in Temperaturen bis 100°, darunter 4 Insolationsthermometer,
101	(71)	Siedethermometer für Höhenmessungen,
132	(305)	Beckmannsche Thermometer,
311	(371)	Tiefseethermometer,
2218	(2602)	hochgradige Thermometer, z. T. geprüft in Temperaturen bis 700°,
121	(97)	tiefgradige Thermometer, darunter 60 (30) Pentanthermometer für Temperaturen bis —190°.
zusammen 5442	(6885)	Thermometer.

Ferner:

576488	(618947)	Fieberthermometer.

II. Elektrische und optische Thermometer.

8	(17)	Widerstandsthermometer,
165	(106)	Thermoelemente, darunter 134 (88) aus Platin-Platin-Rhodium, 7 (2) aus Konstantan-Silber, 4 (6) aus Konstantan-Kupfer, 14 (5) aus Konstantan-Eisen, 6 (5) aus Nickel-Chromnickel,
13	(11)	Millivoltmeter für thermoelektrische Zwecke,
1	(1)	Probe Konstantandraht, Bestimmung des Schmelzpunktes und Temperaturkoeffizienten,
1	(0)	Nickelindraht, desgl.,
5	(16)	Wannersche Pyrometer, zum Teil mit mehreren Meßbereichen und 3 Rauchgläsern,
1	(6)	Glühfadenpyrometer nach Holborn-Kurlbaum,
1	(0)	Mikropyrometer mit 3 Lampen, 2 Rauchgläsern und dreifachem Objektiv,
11	(30)	Pyrometerlampen für das Holborn-Kurlbaumsche Pyrometer,
9	(7)	Rauchgläser,
1	(0)	Milliamperemeter mit 3 Skalen für optische Pyrometrie.
zusammen 216	(194)	Apparate.

[1]) Scheel bis 31. 3., Grützmacher, Jakob, Hoffmann, Heuse (vom 1. 4. an), Moeller, Ebert, Erk.

III. Instrumente für Druckmessung.

1	(11)	Quecksilber-Barometer,
30	(112)	Aneroid-Barometer,
134	(132)	Manometer für Messungen bis 1000 kg/cm²,
3	(2)	Vakuummeter,
250	(212)	Tiefseethermometer mit geschlossenem Schutzrohr bis 900 kg/cm²,
39	(39)	Tiefseethermometer mit offenem Schutzrohr bis 500 kg/cm²,
1	(0)	Kolbenpresse.
zusammen 458	(508)	Druckmeßinstrumente.

IV. Apparate zur Untersuchung des Erdöls.

64	(67)	Petroleumprober,
28	(17)	Flammpunktsprober,
302	(360)	Zähigkeitsmesser, darunter 110 (203) nach Ubbelohde, 5 (12) für höhere Temperaturen, 17 (20) mit Zehntelgefäß, sowie 8 (4) vierfache,
8	(4)	Zähigkeitsmesser nach Vogel-Ossag,
31	(12)	Kapillaren zum Zähigkeitsmesser von Vogel-Ossag,
5	(4)	Siedeapparate für Mineralöle.
zusammen 438	(464)	Apparate für Erdöle.

V. Sonstiges.

3	(0)	Proben versilberter Kupferdrähte von 0,17, 0,25, 0,35 mm Durchmesser, Bestimmung des Schmelzpunktes,
29	(0)	Pyrometerrohre (keramische), Bestimmung auf Luftdurchlässigkeit bei etwa 1280°,
7	(6)	Hygrographen,
7	(6)	Proben auf spezifische Wärme,
38	(27)	Verbrennungskalorimeter (Bestimmung des Wasserwertes auf elektrischem Wege),
3	(1)	Kohlenprobe und Baumwolle auf Heizwert,
2	(1)	Gaskocher,
19	(9)	Stoffe auf Ausdehnung zwischen 0 und 800°,
3	(2)	Glassorten auf thermometrische Eignung,
10	(1)	Platten verschiedener Stoffe auf Wärmeleitung,
3	(2)	Abschmelzen eines Thermometers unter Druck,
4	(1)	Ölprobe auf Zähigkeit und spezifisches Gewicht,
10	(8)	Posten = 300 (291) Legierungsringe für Schwartzkopffsche Dampfkessel-Sicherungsapparate,
2	(0)	Posten = 40 Blacksche Schmelzpfropfen,
1	(0)	Zündwert- und Flammpunktsprüfer (Jentsch).
zusammen 141	(64)	Gegenstände.

Die Prüfungsgebühren beliefen sich auf 102151,20 RM.

Die Prüfungen von nichtärztlichen Thermometern haben gegen das Vorjahr um etwa 20% abgenommen, entsprechend der allgemein ungünstigen Geschäftslage der Thüringer Thermometerindustrie. Für die Erledigung der Prüfaufträge hatte dies jedoch den schon lange wünschenswerten Erfolg, daß die Abfertigungsfristen von 8 auf 4—5 Wochen eingeschränkt werden konnten. Immerhin hatten auch diesmal wieder die Kalorimeter- und die Tiefseethermometer für die Deutsche Südatlantische Tiefsee-Expedition einen erheblichen Arbeitsaufwand beansprucht. Ebenso die mit möglichst genauen Korrektionen versehenen 11 Arbeitsnormale der Abt. I.

123. Quecksilberthermometer. a) Allgemeines.

Von den 5442 (6885) nichtärztlichen Thermometern entsprachen 397 (548) nicht den Prüfungsbestimmungen, 26 (20) gingen beschädigt ein, 64 (76) — einschließlich 41 (50) Stück freiwillig gesprungener Instrumente — wurden bei der Prüfung beschädigt; im ganzen mußten 487 (644) Thermo-

meter, d. h. etwa 9,0% (9,3%) aller eingereichten nichtärztlichen Thermometer als unzulässig zurückgewiesen werden.

b) Arbeitsnormale[1].

An den eigenen Normalthermometern wurden folgende Arbeiten ausgeführt. Die beiden Kalorimeterthermometer Nr. 33 und 34 wurden einer eingehenden Kontrolle unterzogen, ebenso wurde von den beiden Siedethermometern Nr. 892 und 893 das eine kontrolliert, während das andere, schadhaft gewordene vollständig neu bestimmt werden mußte. Für Temperaturen bis -35° wurden die Normale Nr. 298 und 299 kontrolliert und die beiden neuen Normale Nr. 463 und 464 neu bestimmt und mit Fehlertafeln versehen. Umfangreiche Arbeiten verursachten ferner die Bestimmungen sämtlicher Einzelkorrektionen von 8 neuen Arbeitsnormalen aus zwei neuen Glassorten, aus denen je zwei Einschlußthermometer von $0—100^{\circ}$ und $100—200^{\circ}$, sowie je zwei Stabthermometer von $0—600^{\circ}$ und $0—700^{\circ}$ beschafft und in ausgedehnten Reihen (bis gegen 640°) an das Platinthermometer angeschlossen wurden, so daß demnächst Mutterskalen für diese Glassorten aufgestellt werden können. Der Anschluß an das Platinthermometer wurde auch weiter für 7 Hauptnormale $0—100^{\circ}$ und für 23 ältere hochgradige Normale durchgeführt, die fast täglich zu den laufenden Prüfungen benutzt werden. Von den Normalthermometern zur Prüfung der Fieberthermometer wurden nur die nach Fahrenheit-Graden geteilten einer Revision unterzogen, weil sie keinen Eispunkt haben. Für die mit Eispunkt versehenen Celsius-Normalen ist solche jährliche Kontrolle nicht nötig, weil täglich die Eispunkte beobachtet werden.

An Apparaten ist neu konstruiert und in Betrieb genommen ein zweites Salpeterbad, in welchem eine Innenheizung nicht mehr angebracht ist, so daß an Dimensionen und somit auch an Stromverbrauch eingespart werden konnte.

c) Fieberthermometer[2].

Der Eingang von Fieberthermometern ist auch im verflossenen Jahr sehr lebhaft gewesen, so daß zwei der zur Verfügung stehenden Hilfslaborantinnen den weitaus größten Teil des Jahres beibehalten werden mußten. Zur Zeit sind 15 Laborantinnen und Hilfslaborantinnen mit Prüfarbeit beschäftigt. Zu den Prüfungen kamen längere systematische Untersuchungsreihen hinzu, die — mehr als im Vorjahr — einen wesentlichen Zeitaufwand erforderten. Diese Beobachtungen sind noch nicht abgeschlossen.

Zur Erleichterung der Ausfuhr von Fieberthermometern nach Rußland wurde durch die russische Handelsvertretung in Deutschland das russische Gesetz über die Prüfung und Beglaubigung von Fieberthermometern beschafft und durch Veröffentlichung bekannt gegeben (Anh. 1, Nr. 115).

124. Thermometerprüfanstalten unter der technischen Aufsicht d. Reichsanstalt[3].

Beim Thür. Landesamt für Maß und Gewicht wurden zur Prüfung eingereicht: 1581 (1925), davon zulässig 1488 (1766) Laboratoriumsthermometer bis 100°; 1642 (1332) Laboratoriumsthermometer bis 550°; 1657 (1815) meteorologische; 847 (840) gewerbliche Thermometer und 256 (298) Thermometer für den häuslichen Gebrauch; insgesamt 5983 (6210) Instrumente. Künstlich gealtert wurden 3162 (950) Thermometer.

Übersicht über die vom 1. Januar—31. Dezember zur Prüfung eingereichten Fieberthermometer.

	PTR	Thür. Landesamt für Maß und Gewicht	Anhalt. Staatsprüfamt	Summe
Gewöhnliche	—	19420	—	19420
Maximum	8236	818651	—	826887
Minuten-Maximum	568252	3108102	777305	4453659
Einschlußthermometer	466331	3332175	775880	4574386
Stabthermometer	110157	613998	1425	725580
Insgesamt	576488	3946173	777305	5299966
Davon zulässig mit Stempel	535421	3613580	752452	4901453
Davon zulässig ohne Stempel	402	141691	—	142093
Unzulässig in Prozent	7,0	4,5	3,2	4,6

[1]) Grützmacher, Heuse, Moeller. [2]) Ebert. [3]) Grützmacher, Heuse, Ebert.

Beim Prüfamt Hamburg wurden zur Prüfung eingereicht: 2, davon zulässig 2 Laboratoriumsthermometer bis 100°; 8, davon zulässig 7 Laboratoriumsthermometer bis 500°; 100 Thermometer für den häuslichen Gebrauch; insgesamt 110 Instrumente.

Die Tätigkeit des Thür. Landesamtes für Maß und Gewicht und des Anhaltischen Staatsprüfamtes in bezug auf die Prüfung von Fieberthermometern ist aus vorstehender Tabelle zu ersehen, in welcher auch die entsprechenden Zahlen für die Reichsanstalt aufgeführt sind.

125. Kapillardepression des Quecksilbers[1]).

Die früher beobachtete Krümmung der Gasisothermen bei kleinen Drucken (Bericht über das Jahr 1925, *diese Zeitschr.* **26.** *S. 162. 1926*), die theoretisch nicht begründet werden kann, erfordert weitere Untersuchungen über mögliche Fehlerquellen bei den betreffenden Messungen.

Unter diesem Gesichtspunkt wurde zunächst die Kapillardepression bei möglichst reinem Quecksilber neu bestimmt und untersucht, ob die Depression von dem auf dem Meniskus lagernden Gasdruck und von der Beschaffenheit des Quecksilbers abhängt.

Die für möglichst reines Quecksilber gefundenen Werte der Depression sind in Abhängigkeit von Rohrdurchmesser und Kuppenhöhe in der folgenden Tabelle 7 zusammengestellt, in der nur die außerhalb der starken Umrahmung liegenden Zahlen extrapoliert sind.

Tabelle 7.

Rohrdurchmesser	Kuppenhöhe					
	0,8 mm	1,0 mm	1,2 mm	1,4 mm	1,6 mm	1,8 mm
6 mm	0,82	0,99	1,15	1,30		
7	0,59	0,71	0,83	0,93	1,04	
8	0,42	0,50	0,58	0,65	0,72	0,79
9	0,31	0,37	0,42	0,46	0,51	0,55
10		0,30	0,34	0,37	0,41	0,43
11		0,25	0,28	0,30	0,33	0,34
12		0,21	0,23	0,25	0,26	0,28
13		0,18	0,20	0,21	0,22	0,23
14		0,15	0,17	0,18	0,19	0,20
15		0,13	0,14	0,15	0,16	0,17
16		0,11	0,12	0,13	0,14	0,14
17		0,09	0,10	0,11	0,12	0,12
18		0,07	0,08	0,09	0,10	0,10

Die Ergebnisse stimmen nahezu mit denen von Schleiermacher-Delcros überein, die nach einer Erörterung von Süring zur Reduktion von Gefäßbarometerlesungen gut geeignet sind; sie unterscheiden sich merklich von denen von Mendelejeff-Gutkowski, die in der älteren Literatur gebraucht werden. Ihre Genauigkeit wird auf etwa 10% geschätzt; d. h. bei einem Rohrdurchmesser von mehr als 15 mm ist die Unsicherheit der Größe der Kapillardepression ungefähr ebenso groß wie die Unsicherheit der optischen Einstellung. Ein Einfluß des Druckes (zwischen etwa 1 und 760 mm) auf die Depression konnte nicht festgestellt werden; die Oxydation des Quecksilbers, wie sie nach längerer Zeit durch Berührung mit der Zimmerluft bei normalem Gebrauch im Laboratorium eintritt, war bei gleichem Rohrdurchmesser und gleicher Kuppenhöhe ohne Einfluß auf die Größe der Depression; sie äußerte sich nur insofern, als Kuppenhöhen eingestellt werden konnten, die größer bzw. kleiner waren, als sie bei ganz reinem Quecksilber vorkommen.

Eine Fehlerquelle der Isothermenbestimmung bei kleinem Druck konnte aus dieser Untersuchung über die Kapillardepression nicht abgeleitet werden.

126. Ausdehnungsmessungen[2]).

a) Ausdehnung des Glimmers. Mit der im vorjährigen Tätigkeitsbericht beschriebenen Einrichtung ist der lineare Ausdehnungskoeffizient zwischen — 250 und 500° bestimmt. Ein Versuch, bis 800° das Glimmerkreuz zu erhitzen, scheiterte am Aufspalten des Glimmers.

Das bisherige Resultat ist in der folgenden Tabelle 8 enthalten:

[1]) Heuse. [2]) Ebert.

Tabelle 8.

Lineare Ausdehnung des Glimmers	
Zwischen 0 und	in mm/m
— 253°	— 1,35
— 190	— 1,20
0	0,00
+ 100	+ 0,90
250	2,25
500	5,00

b) Ausdehnungsmessungen bei tiefen Temperaturen. Für Untersuchungen bei flüssigem Wasserstoff ist der Henningsche Apparat aus Quarzglas in ein genau passendes Glasrohr gesteckt. In derselben Höhe wie die abgeschliffenen Flächen ist ein kurzes Ansatzrohr, das mit einem planparallelen Fenster abschließt, angebracht. So konnte das Röhrensystem mit Wasserstoffgas gefüllt und zum Gebrauch bei Temperaturen des flüssigen Wasserstoffes hergerichtet werden.

In dieser Weise sind folgende Stoffe zwischen + 100 und — 253° mit Zwischenpunkten bei — 78 und — 190° untersucht:

Die Gläser 16^{III} und 59^{III}, Porzellanstäbe der staatlichen Porzellan-Manufaktur mit der Bezeichnung S_{II}, L_{III} und H_{14}, dazu die Metalle Al (98,5; 99,2 und 99,9% Reinheit), Ag, Pb, Fe (V_{124} und $V_{406\,VE}$) und Mg.

Die Veröffentlichung der Werte wird zurzeit vorbereitet.

127. Grundlagen der Psychrometrie[1]).

In Fortsetzung der im vorigen Jahr begonnenen Versuche wurde das Aspirations-Psychrometer bei Zimmertemperatur und 40 bis 90% Feuchtigkeit, ferner bei den Temperaturen 40, 60 und 90° und den Feuchtigkeitsgehalten 10 bis 80% absolut geeicht.

Es hat sich gezeigt, daß bis 60° die Sprungsche Psychrometerformel ohne wesentlichen Fehler benutzt werden kann, daß darüber hinaus aber geringe Abweichungen auftreten. Die aus der allgemeinen Theorie folgenden Tabellen, die im Laufe des Jahres veröffentlicht wurden (s. Anhang 1, Nr. 113), geben die Verhältnisse besser wieder.

Für die Untersuchungen bei höheren Temperaturen ist ein Aspirationspsychrometer, das die Firma Fueß in Steglitz zur Verfügung stellte, in ein großes Messinggefäß gesetzt, das zur freien Durchsicht und zum Ablesen der Thermometer mit Seitenfenstern versehen wurde. Im oberen Tei dieses Gefäßes sind 2 Stöpsel eingeschliffen, von denen der eine als Hahn ausgebildet ist und zur Befeuchtung des einen Thermometers dient. Mit Hilfe des anderen kann das Uhrwerk des Ventilators anfgezogen werden. Zum Durchsaugen eines Dampf-Luft-Gemisches dienen je eine Zuführung und ein Auslaß.

An dem Auslaß ist mittels einer Einschmelzung eine Vorrichtung aus Glas angesetzt, die einmal — zum Einstellen konstanter Verhältnisse — zu einer Wasserstrahlpumpe führt, das andere Mal zu 2 Absorptionstürmchen (nach Obermiller) und einem Gasometer, mit denen die herrschende Feuchtigkeit während des Hauptversuches durch Volumenmessung und Wägung bestimmt wird.

Ein Teil der Glasapparatur und das Messinggefäß hängen in einem Thermostaten, der mit Palmin gefüllt ist.

Bei Messungen in höherer Temperatur und geringen Feuchtigkeiten wurde Luft aus dem Zimmer durch das Messinggefäß gesaugt. Bei mittleren Feuchtigkeiten dagegen mußte vorher das aus dem Zimmer angesaugte Dampf-Luft-Gemisch künstlich feuchter gemacht werden. Dazu wurde durch eine Düse eines aus Glas gefertigten Zerstäubers Wasser zerspritzt, indem zur wirksamen Aufteilung durch eine zweite Düse gegen den Wasserstrahl mittels eines Gebläses Luft gepreßt wurde. Bei hohen Feuchtigkeiten endlich ist statt des Wassers Wasserdampf aus einem Kessel in den Zerstäuber eingeleitet, so daß in ihm das angesaugte Gemisch bei erhöhter Temperatur eine größere Menge Wasserdampf aufnehmen konnte.

Mit dieser Apparatur soll außer den bereits mitgeteilten Beobachtungen noch die Luftfeuchtigkeit bei der Temperatur 120° gemessen werden.

128. Spektralphotometrie auf pyrometrischer Grundlage[2]).

Die aus Anlaß einer früheren Untersuchung (*diese Zeitschr.* **45.** *S. 229. 1925*) aufge-

[1]) Ebert. [2]) Hoffmann.

stellte Theorie der Spektralphotometer wurde weiter ausgebaut in der Absicht, die Zurückführung der spektralphotometrischen Messungen im sichtbaren Gebiet auf die Strahlung des schwarzen Körpers zu erleichtern und zu vereinfachen. Zu dem Zwecke wurde die Helligkeitsverteilung der Vergleichslichtquelle am Photometer nach König-Martens im ganzen sichtbaren Spektrum relativ zum schwarzen Körper bestimmt. Es ergab sich, daß die Farbtemperatur dieser Lichtquelle (einer Metallfadenlampe mit Mattscheibe und Projektionslinsen) nicht für das ganze sichtbare Spektrum denselben Wert hat, sondern mit zunehmender Wellenlänge ansteigt, und zwar im Gebiet von 480 bis 720 mμ von 2040 auf 2380° K. Dabei ist die reziproke absolute Farbtemperatur eine lineare Funktion der reziproken Wellenlänge (der Schwingungszahl).

Um etwaige zeitliche Änderungen dieser Vergleichslichtquelle unschädlich zu machen, wurde eine Reihe von Metallbandlampen, deren Band unmittelbar auf den Photometerspalt projiziert wurde, unter Vermittlung der Vergleichslichtquelle mit dem schwarzen Körper verglichen und schließlich eine besonders ausgesuchte Bandlampe am Photometer festmontiert, derart, daß man ihre Strahlung durch ein vorklappbares Prisma jederzeit an Stelle des schwarzen oder unbekannten Strahlers in das Photometer eintreten lassen kann. Auch bei dieser Bandlampe hängt die Farbtemperatur in gleicher Weise von der Wellenlänge ab, nur ist der Anstieg im gleichen Gebiete geringer. Mit diesen Messungen war eine sichere Grundlage für die Bestimmung schwarzer und Farbtemperaturen beliebiger Strahler geschaffen, die bereits mannigfach verwertet wurde und eine weitgehende Befreiung vom schwarzen Körper ermöglichte.

Über die Beziehungen, die zwischen den hier spektralphotometrisch bestimmten Farbtemperaturen und den durch direkte Farbeinstellung gewonnenen bestehen, sind gemeinsam mit Abt. IV Untersuchungen im Gange (vgl. unten).

129. Pyrometrische Lichtschwächungen[1]. Die Frage nach der pyrometrischen Schwächung von Rauchgläsern, die früher (*Zeitschr. f. Instrkde.* **43**. *S. 96. 1923*) für den Fall eines schwarzen Strahlers behandelt war, konnte jetzt auch für den allgemeineren Fall eines nicht schwarzen Strahlers befriedigend gelöst werden. Bezeichnen T_1 und T_2 die geschwächte und ungeschwächte schwarze Temperatur des Strahlers, so gilt für die „pyrometrische Schwächung“

$$\tau = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = -\frac{\lambda}{c} \cdot \ln D .$$

Hierin ist D die integrale Durchlässigkeit des Rauchglases. Sie hängt ab von der Farbtemperatur Θ der eintretenden Strahlung, betrachtet durch das Farbfilter am Okular. λ ist die wirksame Wellenlänge für die Farbtemperatur des Glühfadens allein, ebenfalls betrachtet durch dasselbe Okularfilter. Ist die anvisierte Strahlung schwarz, so sind Farbtemperatur und schwarze Temperatur identisch; ist sie nicht schwarz, so besteht zwischen ihnen eine fallweise verschieden große Differenz. Es läßt sich zeigen, wie Messungen an nicht schwarzen Körpern von bekannter Farbtemperatur in dem vom Okularfilter ausgeblendeten Gebiete einwandfrei zur Bestimmung der pyrometrischen Schwächung vor schwarzen Strahlern auszuwerten sind. Messungen vor verschiedenen Lichtquellen (Bandlampen, Punktlampen), deren Farbtemperatur mit dem Königschen Photometer bestimmt waren, bestätigten die Rechnungen. Zur Kontrolle wurden pyrometrische Messungen mit rein optischen Bestimmungen der spektralen und integralen Durchlässigkeit kombiniert. Für die letztere wurde das Universalphotometer benutzt, für die erstere ein neu gebauter Apparat, der sich in Verbindung mit dem Königschen Photometer sowohl bei Absolutmessungen als auch vor allem bei schnellen Vergleichungen gleichartiger Rauchgläser oder Farbfilter, wie sie für Prüfzwecke erwünscht ist, gut bewährt.

130. Bestimmung von Farbtemperaturen von Flammennormalen[2]. Die mit dem Königschen Photometer ausgeführten Messungen über spektrale Helligkeitsverteilungen und Farbtemperaturen gaben die Anregung dazu, eine Farbtemperaturskale aufzustellen, die für viele Zwecke der Beleuchtungstechnik von großer Bedeutung ist. Als erster Schritt dazu ist die Bestimmung der Farbtemperatur der Hefnerlampe und der 10-K-Pentanlampe anzusehen. Benutzt wurden die beiden grundsätzlich verschiedenen Methoden. 1. Es wurde mit dem Spektralphotometer die spektrale Helligkeitsverteilung der Lampe relativ zum schwarzen Strahler gemessen

[1]) Hoffmann. [2]) Hoffmann, Dziobek.

und daraus ihre Farbtemperatur abgeleitet. 2. Es wurde durch direkte Einstellung auf Farbgleichheit vor dem schwarzen Körper die Farbtemperatur einer elektrischen Glühlampe in Abhängigkeit von der Stromstärke bestimmt und dann wiederum durch Einstellung auf Farbengleichheit zwischen Flamme und Glühlampe die dazu erforderliche Stromstärke und damit die Farbtemperatur der Flamme ermittelt.

Es ergab sich für die absolute Farbtemperatur Θ

	nach Methode 1 (spektralphotometrisch)	nach Methode 2 (Farbeneinstellung)
für die Hefnerlampe	1900 ± 20^0	1910 ± 5^0
für die Pentanlampe	1940 ± 10^0	1930 ± 10^0

Die spektralphotometrischen Einstellungen vor der Hefnerlampe waren sehr unsicher durch das unruhige Brennen der Flamme, während andererseits bei der Pentanlampe die Streuung der durch Farbeneinstellung gewonnenen Werte verhältnismäßig groß war, was auf eine Abhängigkeit der Flammenfarbe von der Flammenhöhe zurückzuführen ist.

Abteilung IV.

Unterabteilung IVa.

131. Normal-Wellenlängen[1]).

Die Frage, inwieweit elektrische Felder auf die rote Cd-Linie λ 6438 einwirken, ist für die Benutzung dieser Linie als Wellenlängennormale von großer Bedeutung. Als Lichtquelle diente zur Untersuchung dieser Frage eine Glaskugel, in die durch Schliffe die Elektroden eingeführt waren. Die Kathode war ein eiserner Hohlzylinder, der an einem Ende ganz und am andern Ende zum Teil verschlossen war, und der das Kadmiummetall enthielt. Die Anode war ein zweiter, etwas längerer Eisenzylinder, der konzentrisch die Kathode umgab; der Abstand von Anode und Kathode betrug etwa $^1/_2$ cm. Die Glaskugel wurde mit Wasserstoff von geringem Druck gefüllt und die Entladung eingeleitet. Sobald durch die fortschreitende Erwärmung der Kathode sich genügend Cd-Dampf gebildet hatte, wurde der Wasserstoff fortgepumpt und das aus der Kathode austretende Licht mit Hilfe von Fabry-Perot-Ringen untersucht. Bei einer Klemmspannung von 400 bis 700 V und einer Stromstärke von 0,05 bis 0,17 Amp. stieg die elektrische Feldstärke bis etwa 2000 Volt/cm. An der roten Cd-Linie waren bei dieser Feldstärke noch keine Veränderungen zu bemerken. Da in der Kadmiumlampe von Michelson das Licht der Kapillare zur Beobachtung dient und in der Kapillare Feldstärken von dieser Größenordnung nicht erreicht werden, so kann hiernach gegen die Verwendung der Michelsonschen Cd-Lampe der Einwand eines etwa möglichen Starkeffektes nicht mehr erhoben werden.

132. Normal-Wellenlängen in Absorption[2]).

Die Intensitätsverteilung der Sonnenlinien ist abhängig von dem Betrag der Absorption. Diese Abhängigkeit ist die Ursache für auffallende Erscheinungen bei der Messung von Wellenlängen der Sonnenlinien mit dem Interferometer. Meggers und Burns fanden bei Linien stärkerer Intensität eine größere Rotverschiebung als bei Linien mit kleinerer Intensität. Dieser Gang in den Messungen und die Rotverschiebung überhaupt ergibt sich als Meßfehler, der bei breiten Linien auftritt. Bei der Messung der breiten Ultraviolett-Linien die als Normale dienen sollen, ist diese Fehlerquelle zu berücksichtigen. Eine Bestimmung von Ultraviolett-Normalen konnte nicht in Angriff genommen werden, da die hierzu nötige Quarz-Flußspatoptik nicht zur Verfügung stand.

133. Feinstruktur[3]).

Die Untersuchung der Linien des Kr und X wurde zu Ende geführt und veröffentlicht. (Anhang, Nr. 136.)

Die Untersuchung der Feinstruktur der theoretisch wichtigen Heliumlinien λ 4686 und λ 3203 wurde abgeschlossen und veröffentlicht.

134. Physiologische Optik[4]).

Die im vorigen Tätigkeitsbericht erwähnte Untersuchung über die Abhängigkeit der Farbe von der Intensität wurde abgeschlossen und veröffentlicht (Anhang, Nr. 137).

135. Wasserstoff-Entladung[5]).

Bei den Versuchen über Photometrie von Gasentladungen stellte sich heraus, daß das im Wasserstoff auftretende Kontinuum verschwindet, wenn man die Wasserstoffröhre genügend lange

[1]) Janicki. [2]) Lau.
[3]) Gehrcke, Janicki, Lau, Leo. [4]) Janicki, Lau.
[5]) Lau.

brennt. Da durch die Entladung allmählich aller aus dissoziiertem Wasserdampf herrührender Sauerstoff gebunden wird, liegt es nahe, anzunehmen, daß dieses Kontinuum irgendwie mit H_2O-Dampf in Zusammenhang steht.

Die für diese Versuche verwendeten Röhren enthielten in der positiven Säule metallische Blenden verschiedener Form. Vor der vollständigen Reinigung trat im Licht der Blendengegend ein lichtstarkes Kontinuum auf. Die Intensität dieser Röhre kann noch gesteigert werden durch Hintereinanderstellen mehrerer Blenden. Diese Röhre scheint für Ultraviolett-Untersuchungen sehr geeignet zu sein. Früher wurde dieses Kontinuum bereits als Strahlungsquelle nach Art der Röhren von Gehrcke und Lau (innen versilberte Glaswände) benutzt.

Sichere Kriterien über die Reinheit des Wasserstoffs lassen sich nicht nur aus dem Spektrum gewinnen, sondern auch aus der Form der Leuchterscheinung an der Blende. Bei Abwesenheit von Verunreinigungen schneidet die Leuchterscheinung auf der der Kathode zugewendeten Seite an der Blende scharf ab. Bei Verunreinigungen lagern sich halbkugelförmige verschiedenfarbige Gebilde davor. Das Licht, welches das Kontinuum aussendet, erscheint darin als blauer Saum.

Bei Anwesenheit von Hg oder CO lagert sich an diesen blauen Saum eine grünliche Schicht mit den entsprechenden Spektrallinien, bei Anwesenheit von Luft erhält man eine braune Schicht. Die Reihenfolge der Spektren in den verschiedenen Stellen dieser Leuchterscheinung ist derart, daß nach der Kathode zu die Linien mit geringerer Anregungsgeschwindigkeit auftreten, und in der Blendenöffnung die größeren Elektronengeschwindigkeiten nachweisbar sind. Es lassen sich so gut beobachtbare stillstehende Erscheinungen erzeugen, mit deren Hilfe sich relative Anregungsgeschwindigkeiten besser als in gewöhnlichen Schichten untersuchen lassen.

136. Astatisches Nadelgalvanometer[1]. Mit dem Nernst-Galvanometer Nr. 6 von Siemens & Halske wurden weitere eingehende Prüfungen vorgenommen, um den Grund für das Hin- und Herwandern der Nadel um einige Zehntel mm aufzufinden, das eintritt, wenn das Galvanometer auf höchste Empfindlichkeit justiert wird. Als Grund ergab sich schließlich die Unmöglichkeit, es hinreichend vollkommen zu astasieren. Wird nämlich das Nadelsystem von zwei um 90° entfernten Stellen aus aufs bestmöglichste astasiert (so daß eine Beeinflussung durch elektrische Erdstörungen völlig ausgeschlossen sein sollte), so zeigt sich trotzdem beim Prüfen von anderen Stellen aus, daß das Umlegen des Stabmagnets bedeutende Ausschläge erzeugt; diese reichen hin, die Unruhe der Nadel auf die elektrischen Erdstörungen zurückzuführen, weil sich eben das Nadelsystem nicht nach allen Richtungen zugleich astasieren läßt. Die Ursache hierfür dürfte in einem schwachen Eisengehalt des Galvanometergehäuses zu suchen sein.

137. Kalkspatkompensator[1]. Die Arbeiten mit dem Kalkspatkompensator konnten nicht zu Ende geführt werden, weil noch vergleichende Untersuchungen mit einem guten Soleilschen Quarzkompensator ausstehen, der, bei Halle Nachf. (Berlin—Steglitz) bestellt, demnächst zur Ablieferung gelangen soll.

138. Polarimetrische Prüfungen[2]. Während des Jahres 1926 wurden 9 (25) Saccharimeter-Quarzplatten zur Prüfung eingesandt, welche den an Saccharimeterquarze zu stellenden Anforderungen genügten. Außerdem wurde noch für das Reichsgesundheitsamt ein Polarisationsapparat mit Monochromator justiert und sodann einer genauen Untersuchung unterzogen.

139. Prüfungen auf Planparallelismus[2]. Die Prüfungen auf Planparallelismus und optische Homogenität sind in der folgenden Tabelle (S. 329) zusammengestellt.

Hervorzuheben ist, daß man mit den von der Firma Halle Nachf. hergestellten 4 Etalon-Quarzplatten bei richtiger Kombination 2 Luftplatten so justieren kann, daß ihre Dicke bis auf 0,003 bzw. 0,006 μ konstant ist.

Betreffs der an letzter Stelle erwähnten Quarzzylinder und der einen Kondensatorplatte s. unter Nr. 86.

---

[1]) Schönrock.

[2]) Schönrock, Einsporn.

Anzahl	Gegenstand	Art der Prüfung
17 (11)	Galvanometerspiegel	Ebenheit
10 (3)	große Glasplatten mit Durchmessern bis zu 260 mm, darunter 4 Lummer-Gehrcke-Platten	Planparallelismus und Spannung
3 (2)	Glasprismen	Ebenheit der Flächen
2 (14)	große Platten aus kristallinischem Quarz	optische Reinheit und Achsenfehler
1 (0)	Platte aus Quarzglas	Spannung
4 (0)	Etalon-Quarzplatten	optische Reinheit, Ebenheit und Achsenfehler
16 (0)	Etalonringe aus Invar	Justierung auf Parallelismus
2 (0)	Féry-Prismen aus Quarz	optische Homogenität (Reinheit und Schlieren)
1 (0)	Kalkspatplatte	Planparallelismus und Achsenfehler
63 (0)	Quarzzylinder	optische Reinheit, Planparallelismus und Dicke
2 (3)	Kondensatorkreisplatten von 293 mm Durchmesser	Ebenheit der Flächen

140. Spiegel aus Kruppstahl[1]).

Ein im Juni 1925 gelieferter, sehr gut ebener Spiegel aus Kruppstahl V_2A von 70 mm Durchmesser nnd 9,4 mm Dicke hat sich, und zwar unabhängig von seiner Auflagerung, mit der Zeit so verzogen, daß seine spiegelnde Oberfläche jetzt im Januar 1927 ziemlich regelmäßig kugelförmig konkav mit einem Krümmungsradius von 1,3 km geworden ist. Diese Tatsache bedarf einer weiteren Prüfung an anderen Spiegeln, und es sollen deswegen die Firmen Halle Nachf. und Carl Zeiss (Jena) gebeten werden, neues Material zur Verfügung zu stellen. — Im Vergleich dazu mag darauf hingewiesen werden, daß zwei seit 1910 im Besitz der Reichsanstalt befindliche Planspiegel aus der Brandes-Schünemannschen eisenhaltigen Spiegelmetall-Legierung ihre Ebenheit bisher nicht merklich geändert haben.

141. Polarimetrische Untersuchungen[1]).

Bei der Bestimmung der Rotationsdispersion nach der Lippichschen Methode mit Polarisationsapparat und Monochromator muß das schädliche falsche Licht unbedingt entfernt werden, weil es teilweise ungeschwächt den Analysator durchsetzt, während von der Intensität der eingestellten Wellenlänge bei kleinem Halbschatten nur ein sehr geringer Betrag hindurchgelassen wird. So sind, abgesehen im hellen Grün, genaue Messungen nicht auszuführen. Man muß entweder doppelte spektrale Zerlegung anwenden, was aber für die Praxis ziemlich kostspielig ist, oder Farbgläser möglichst von der Farbe der eingestellten Wellenlänge einfügen, was für die meisten Zwecke hinreichend ist. Es war daher wünschenswert, die geeignetsten Farbgläser herauszusuchen, um Einheitlichkeit in die polarimetrischen Prüfungen zu bringen und vor allem auch gegen das überaus ungenaue Arbeiten bloß mit Strahlenfiltern (ohne jede spektrale Zerlegung) erfolgreich ankämpfen zu können. Die Untersuchung steht vor dem Abschluß. Im sichtbaren Spektrum wird man mit den folgenden 5 Jenaer Farbgläsern des Glaswerkes Schott & Gen. fast immer auskommen:

Farbglas	Nummer des Farbglases	Dicke des Farbglases in mm	benutzbar für den Spektralbereich	
Rotfilter	F 4512	3,8	rot	0,770—0,620 μ
dunkles Gelbglas	F 5899	7,0	gelb	0,620—0,573
Grünfilter	F 4930	2,7	grün	0,573—0,495
Blaufilter	F 3873	2,0	blau	0,495—0,430
Blau-Uviolglas	F 3653	4,0	violett	0,430—0,390

[1]) Schönrock, Einsporn.

142. Untersuchung von Stahlkugeln[1]. Mit Bezug auf die im Maschinen-Laboratorium der Abt. II an Kugellagern vorgenommenen Versuche war es erwünscht, Näheres über die Genauigkeit der Kugeln zu erfahren, inwieweit nämlich die Durchmesser jeder einzelnen Kugel in sich übereinstimmen und ferner die mittleren Durchmesser der verschiedenen Kugeln untereinander. Zu dem Zwecke wurden vom Maschinen-Laboratorium 4 Sätze von Kugeln beschafft und zwischen Quarz- bzw. Glasplatten mit Hilfe der Fizeauschen Interferenzstreifen oder der Haidingerschen Ringe einer genauen Prüfung unterzogen. Das Ergebnis dieser Messungen ist in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Anzahl der geprüften Kugeln	Durchmesser in mm	größte Durchmesser-Differenz der einzelnen Kugel in μ		Abweichung der mittleren Durchmesser der Kugeln gegen denjenigen aller Kugeln in μ	
		im Mittel aus allen Kugeln	größter Wert unter allen Kugeln	mittlere	größte
23	3,0	0,25	0,83	0,35	1,28
23	6,0	0,59	0,89	0,71	1,75
17	9,0	1,12	2,20	0,64	1,50
15	12,7	0,79	1,64	0,59	1,88

143. Bestimmung der Konstante σ[2]. Die definitiven Messungen sind an einer Reihe neuer Empfänger aus verschiedenen Materialien bis auf einige Kontroll- und Korrektionsmessungen zu Ende geführt worden. Durch Benutzung

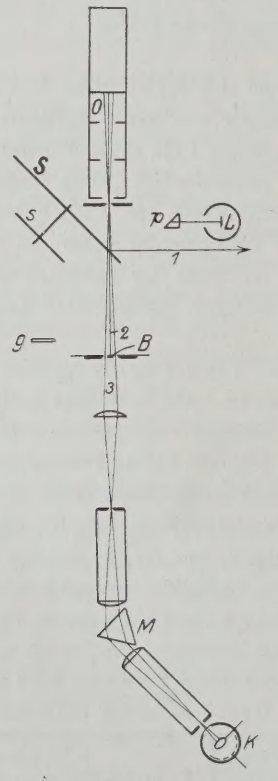


Abb. 11.

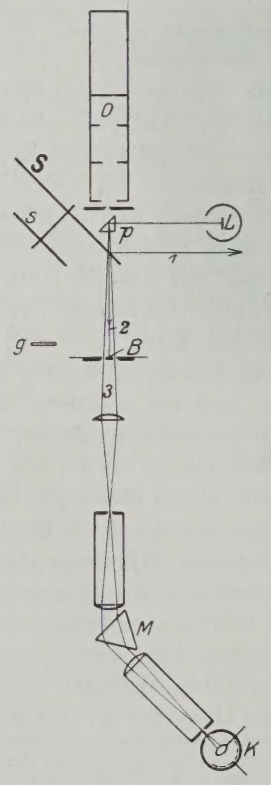


Abb. 12.

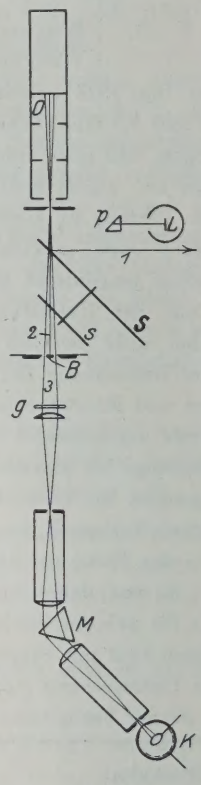


Abb. 13.

eines schnellschwingenden Mollschen Galvanometers ließ sich die Zeitdauer der Strahlungskompensation durch Stromheizung weiter verkürzen und damit die Genauigkeit der Messung weiter steigern.

[1]) Schönrock, Einsporn.
[2]) C. Müller.

Es ist beabsichtigt, den Messungen beim Goldschmelzpunkt noch einige Ergänzungsmessungen bei tieferen und höheren thermoelektrisch angeschlossenen Temperaturen anzufügen.

141. Lichteinheit[1]).

Der Warburgsche Plan einer auf die Hohlraumstrahlung gegründeten Lichteinheit erfordert für die bei der jeweiligen Strahlertemperatur nacheinander vorgesehenen photometrischen, bolometrischen und spektralphotometrischen (lichtelektrischen) Messungen eine während der Gesamtheit dieser Messungen überaus genau konstant bleibende Ofentemperatur (auf $^1/_3{}^0$ bei $T_1 = 2100^0$ bzw. $T_2 = 2800^0$), was Vorversuchen zufolge eine Heizstromkonstanz von etwa $^1/_4$ Promille bedingt.

Da für die Ofenheizung in der Reichsanstalt nur stark schwankender Netzstrom in ausreichendem Maße verfügbar ist und die Versuche[2]), die Netzschwankungen durch automatische Regulierung auf jene hohe Konstanz herabzumindern, infolge thermischer Trägheit keine sicheren Resultate ergaben, ist die in den Abb. 11, 12, 13 skizzierte neue Meßanordnung ausgearbeitet worden[1]), bei der durch dreifache Spaltung der Ofenstrahlung O die photometrischen, bolometrischen und spektralphotometrischen Messungen gleichzeitig (eventuell registrierend) erfolgen können und bei langsamem Ansteigenlassen die von Warburg gewünschten zusammengehörigen Tripletts jener Werte unmittelbar gewonnen werden.

Als Hilfsmittel zur Spaltung dient ein schräg im Strahlengang stehender, schwingend verschiebbarer Doppelsektor Ss, dessen vordere Sektorenflügel S spiegeln und einen bestimmbaren Teil (1) der Ofenstrahlung zur Lichtphotometrierung seitwärts lenken. Bei der tieferen Meßtemperatur ($T_1 = 2100^0$, Abb. 11) fällt der durch den Spiegelsektor S hindurchgehende Strahlungsanteil zu einem Teil (2) auf einen radiometrischen Empfänger B, z. B. ein Gitterbolometer; der durch die Bolometerlücken weitergehende Strahlungsrest (3) beleuchtet, durch einen Monochromator M spektral zerlegt, eine lichtelektrische Zelle K zwecks spektralphotometrischer Messung. Für die dreifachen Messungen bei der höheren Temperatur $T_2 = 2800^0$, wo, um gleiche Intensitäten wie bei T_1 zu erhalten, die Gesamtstrahlung auf etwa $^1/_3$, die spektrale Strahlung auf etwa $^1/_{50}$ geschwächt werden muß, wird der Doppelsektor in die Stellung Abb. 13 geschwenkt. Der durch den Spiegelsektor S hindurchgehende Strahlungsanteil (2, 3) erfährt hier durch den vor das Bolometer B tretenden zweiten Sektor s zunächst eine Schwächung auf ca. $^1/_3$ und hinter dem Bolometer durch das sich einschiebende Schwächungsglas g noch eine weitere Schwächung auf insgesamt ca. $^1/_{50}$ für die spektralphotometrische Vergleichung, während der an S reflektierte Lichtanteil (1) ungeändert bleibt und eine Bestimmung des Helligkeitsanstiegs mit der Temperatur erlaubt. — Die entscheidende Kontrollmöglichkeit, ob und inwieweit die Empfindlichkeit aller Meßgeräte während des einige Stunden erfordernden Überganges von T_1 zu T_2 ungeändert geblieben ist, erfolgt gemäß Abb. 12 durch ein Vorschlagprisma p, das an Stelle der Ofenstrahlung die Strahlung einer unterbelasteten konstanten Bandglühlampe L bei der Sektorstellung Abb. 11 ungeschwächt zur Wirkung bringt.

145. Registrierendes Spektralphotometer[1]).

Es wurden Versuche über die günstigste, trägheitsfreieste Methode zur Erzielung gestreckter Proportionalitätskurven durchgeführt, sowie über die Verwendungsmöglichkeit von Bogenlicht mit Hilfe spektraler Kompensation der Energieverteilung der Lichtquelle und ihrer zeitlichen Schwankungen. Die vom vereinfachten neuen Doppelmonochromator gelieferte Strahlung zeigte sich von Streustrahlung einwandfrei gereinigt.

146. Registrierende Lampenphotometrierung[1]).

In der Veröffentlichung vom Jahre 1925 (*Zeitschr. f. Physik* **34**. *S. 832*) war bereits auf die Möglichkeit hingewiesen worden, das neue — meßtechnische Abweichungen und Störungen fortlaufend ausgleichende — Registrierprinzip für Glühlampenphotometrierungen zu verwerten. Die Abbildungen 14, 15, 16 zeigen einige hiernach inzwischen gewonnene Registrierphotogramme, die schematische Abb. 17 die dabei benutzte provisorische Anordnung. L_1 ist eine Glühlampe, welche über ein Reflexionsprisma p_1 eine lichtelektrische Zelle K_1 beleuchtet, daneben zugleich rückwärts nach Art des Kochschen Kompensationsprinzips eine mit K_1 in Reihe geschaltete Ableitungszelle K_2. Die Beleuchtung von K_1 durch L_1 kann durch einen absatzweise vorzuschwenkenden rotierenden Stufensektor S in bestimmten Beträgen (z. B. um je 5%) geändert werden. Zwischen K_1 und K_2 ist ein registrierendes Saitenelektrometer R angeschlossen. In diesem erzeugt das periodische stufenweise Schwächen von L_1 periodische Registriermarken, die in ihrer Gesamtheit Reihen von punktierten Linien (Pro-

[1]) C. Müller. [2]) Einsporn, C. Müller.

portionalitätskurven) ergeben. (In Abb. 14 bis 16 mit 1, 2, 3, 4, 5 bezeichnet.) Durch ein Wechselprisma p_2 (punktiert gezeichnet) kann man zur Abwechslung mit der Sektorstufenbelichtung die Zelle K_1 durch die zu vergleichenden, einzusetzenden Glühlampen L_2 bzw. L_3 beleuchten. Man

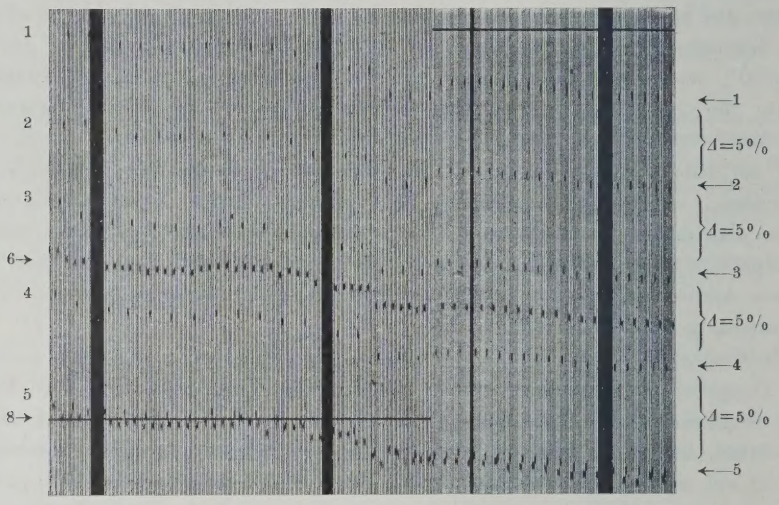


Abb. 15. | Abb. 14.
Registrierende Lampenphotometrierung.

Punktfolge:
6, 5, 8, 4, 6, 3, 8, 2, 6, 1, 8, 5, 6, 4 ... | Punktfolge:
5, 4, 3, 2, 1, 6, 8, 5, 4, 3, 2, 1, 6, 8, 5 ...

erhält dann auf der Registrierschicht Marken, welche innerhalb der Sektorenpunktfolgen liegen und in ihren Intensitätswerten zu diesen bequem interpoliert werden können. In den Aufnahmen 14 bis 16 ist die wiederkehrende Lichtmarkierung der Lampe L_2 durch die Reihe 6 bezeichnet. 7 und 8 sind Markierungsfolgen, die als Ersatz weiterer schwächerer Lampen durch Vorhalten von Glasplatten g vor L_2 erzeugt wurden. Die konstante Interpolationsgenauigkeit der ungeschwächten Lampe L_1 (6) erreicht schon bei der provisorischen Aufnahme 16 den hohen Wert von 2 Promille. Bei den Aufnahmen Abb. 14 und 15 erfuhr die Registrierapparatur durch Batteriestörungen sehr starke Nullpunktsschwankungen. Man sieht, wie diese Verschiebungen für die zu interpolierenden L_2-Werte 6 ohne weiteres herausfallen. In diesem automatischen Ausschalten aller zeitlichen Empfindlichkeitsänderungen und apparativen Abweichungen dürfte ein grundlegender Vorzug gegenüber den inzwischen von anderer Seite bekannt gegebenen Kompensationsmethoden liegen, vor allem bezüglich der Verwertung von Verstärkungsapparaturen mit ihren unsicheren, schleichenden Empfindlichkeitsänderungen. Die Versuche werden auf die Farbeinstellung von Lampen, ihre räumliche Lichtverteilung und direkte Aufnahme in Polarkoordinaten, auf integrierende Lichtmessung, sowie Auswertung von Schwächungsgläsern und -keilen ausgedehnt werden. Es ist ferner beabsichtigt, nach diesem Prinzip auch alle Präzisionsmessungen an der Warburgschen Lichteinheit registrierend und eventuell mit Verstärkung durchzuführen, indem man im Wechsel mit der Ofenstrahlung O fortlaufend von der Hilfslampe L (Abb. 12) mittels abgestufter Teilschwächungen Interpolationsmarken erzeugen läßt.

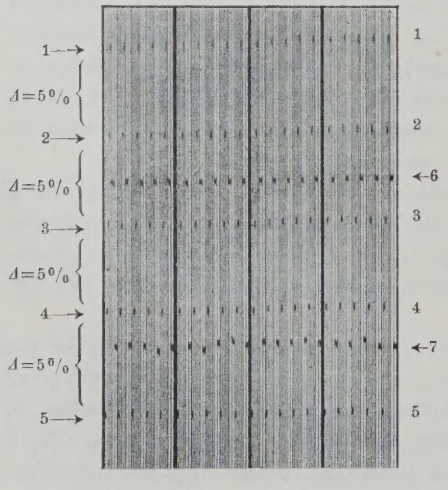


Abb. 16. Registrierende Lampenphotometrierung.

Punktfolge:
5, 4, 3, 2, 1, 6, 7, 5, 4, 3, 2, 1, 6, 7. 5 ...

Die beabsichtigten Untersuchungen konnten infolge Überlastung mit anderen Arbeiten leider wenig gefördert werden. Es wurden die Strahlungsuntersuchungen an Thermoelementstreifen fortgesetzt und Linear-Thermoelemente bis zu 0,02 mm Breite bei 0,5 μ Dicke gewonnen, welche noch höhere Empfindlichkeit als Mollsche Thermoelemente ergaben. Ferner sind mit Herrn Dr. Erwin Meyer im Telegraphen-Technischen Reichsamt Mikrophonversuche begonnen worden. Auch für die Arbeiten anderer Forscher wurden wie im Vorjahr Folien hergestellt und überlassen. Angesichts der vielseitigen Nachfrage und der mannigfachen Sonderwünsche bezüglich der neuen Folien aus Wissenschaft und Technik hat das Laboratorium Dr. K. Mey, Charlottenburg, die Folienherstellung unter laufender Beratung durch Dr. Müller übernommen und u. a. auch das Material für die Empfängerstreifen zur σ-Arbeit zur Verfügung gestellt. *147. Dünne Metallfolien*[1].

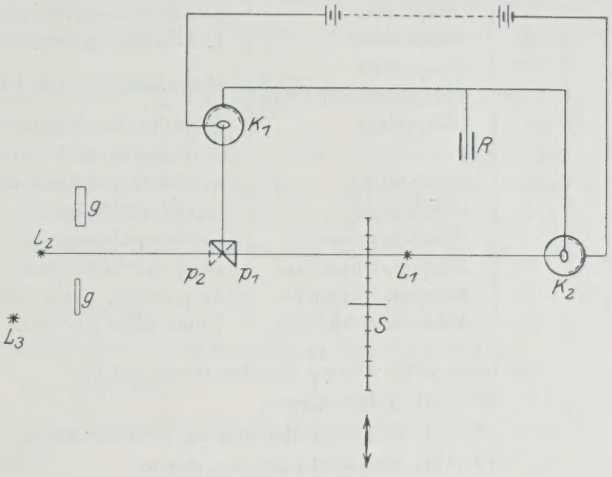


Abb. 17.

Die von den Herren Geheimrat Süring und Professor Marten angeregte Eichapparatur für Aktinometer ist fertiggestellt worden und nach Anschluß an den schwarzen Körper zur Ablieferung an das Meteorologische Institut in Potsdam gebracht worden. *148. Eichapparatur für Aktinometer*[1].

Die Versuche sind, dankenswert von der Osramgesellschaft, Fabrik A, und Herrn Direktor Dr. Mey unterstützt, an thorierten Kathoden und an Oxydkathoden als thermischen Empfängern in verschiedenen Brücken- und Kompensationsschaltungen fortgesetzt worden. Vereinzelte Röhrenpaare mit thorierten Kathoden ergaben recht gute Brückenkonstanz und hohe Strahlungsempfindlichkeit. Die an sich noch empfindlicheren Oxydkathoden ließen sich jedoch bisher wegen unstetiger Emissionsänderungen nicht in hochempfindlichen Schaltungen verwerten. Es ist zu hoffen, daß durch Verwendung von Verstärkerröhren mit speziellem Innenaufbau eine bessere Gleichmäßigkeit hinsichtlich der Wärmeableitung und -strahlung des Glühdrahts und der Anodenerwärmung durch Elektronenbombardement erzielt und damit eine noch konstantere Ruhelage erreicht wird. *149. Thermionenbolometer*[2].

Die Zahl der eingegangenen Photometrierungsanträge ist im Berichtsjahr weiter erheblich gestiegen — 253 (165) —, so daß teilweise Verzögerungen unvermeidlich waren und die wissenschaftlichen Arbeiten zeitlich wie räumlich empfindlich behindert wurden. *150. Koch-Goossches Registrierphotometer*[1].

Auf Durchlässigkeit bezüglich Gesamtstrahlung wurden 11 (12) Glasproben gemessen. *151. Absorptionsmessungen für Gesamtstrahlung*[1].

Unterabteilung IVb.

Die dioptrischen und spektroskopischen Prüfungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. *152. Dioptrische und spektroskopische Prüfungen*[3].

Die Untersuchungen der Durchlässigkeit von Gläsern wurden im Laufe des Jahres auf das ultrarote Spektralgebiet ausgedehnt; die Messungen erfolgten mit einem Mikroradiometer.

Ferner wurden mehrere Rinder-, Hunde- und Katzenaugen auf Durchlässigkeit ihrer durchsichtigen Bestandteile für ultraviolettes Licht untersucht. Diese Untersuchungen sollen auch im ultraroten Spektralgebiet vorgenommen werden, da hierfür ein besonderes medizinisches Interesse vorliegt.

Das Laboratorium für angewandte Optik wurde im Laufe des Jahres zur Ausführung photo-

[1]) C. Müller. [2]) C. Müller, Einsporn.
[3]) Wetthauer.

graphischer Arbeiten für die Abt. II und III häufig in Anspruch genommen; diese Arbeiten wurden vom Techniker Dahlmann ausgeführt.

Anzahl	Gegenstand	Art der Prüfung
3 (4)	Glasproben	Lichtbrechungsvermögen für die *D*-Linie.
4 (0)	Glasprismen	Lichtbrechungsvermögen für die *C*-, *D*-, *F*-Linie.
4 (0)	Glasproben	Durchlässigkeit für Ultrarot verschiedener Wellenlängen.
1 (0)	Flüssigkeitsfilter	
82 (61)	Glasproben	Quantitative Bestimmung der Lichtdurchlässigkeit für ultraviolettes und sichtbares Licht verschiedener Wellenlängen.
2 (0)	Stufenfilter	Lichtdurchlässigkeit der einzelnen Stufen.
2 (15)	Feldstecher	Lichtdurchlässigkeit.
2 (2)	Prismensysteme	Lichtdurchlässigkeit.
7 (0)	Photogr. Objektive	Lage der Bildflächen, sphärische und chromatische Aberration.
4 (2)	Photogr. Objektive	Brennweite, Lage der Hauptpunkte, Verzeichnung.
2 (0)	Mikroskopobjektive	Numerische Apertur.

153. Photometrische Prüfungen[1]).

Im Jahre 1926 wurden photometrisch geprüft:

46 (26) Hefnerlampen,

17 (8) Kohlefadenlampen als Normallampen,

415 (412) Metallfadenlampen, davon

278 (248) als Normallampen für photometrische Zwecke,

3 (23) als photometrische Normallampen bei verschiedenen Spannungen,

3 (—) Soffittenlampen als Normallampen,

2 (—) Nitralampen mit Blauglashülle (Tageslichtlampen) als Normallampen,

2 (—) Nitralampen mit Opalglashülle als Normallampen,

127 (141) Lampen in Dauerprüfung mit insgesamt 146 465 (132 991) Brennstunden,

2 Reflektoren,

2 Bogenlampen,

2 Scheinwerfer,

1 Eichung eines Photometers nach Gehlhoff-Schering,

1 Eichung eines Tubusphotometers der Firma Schmidt & Haensch; letzteres wurde nach Einsetzen eines Rotfilters auch für die Photometrierung von Neonlampen geeicht.

Von 2 Nitralampen sollte die Energieverteilung im Sichtbaren und im Ultravioletten bestimmt werden. Die Bestimmung im Sichtbaren erfolgte nach der im vorigen Tätigkeitsbericht beschriebenen Methode. Die Bestimmung der Energieverteilung im Ultravioletten erfolgte durch mehrmalige Aufnahme des Spektrums der Lampen mit einem Quarzspektrographen unter Schwächung mit Hilfe eines verstellbaren rotierenden Sektors und Aufnahme des Spektrums des schwarzen Strahlers bei gemessener Temperatur auf dieselbe Platte mit verschiedenen Belichtungszeiten; aus der Photometrierung der so erhaltenen Spektrogramme ergeben sich bei geeigneter Wahl der Belichtungszeiten Daten für die Energieverteilung der Lampe.

Die Methode arbeitet einwandfrei bis etwa 340 mμ; ob unterhalb dieses Wertes absorbierende Schichten im Kohlerohrofen die Messungen fälschen können, muß durch weitere Untersuchungen festgestellt werden.

Die internationalen Vergleichungen mit dem National Physical Laboratory und dem Bureau of Standards sind fortgesetzt worden; ihr Ergebnis ist, daß der Umrechnungsfaktor $\frac{J \cdot C \cdot P}{\text{HK}}$ 1,119 beträgt für die Farbe der Kohlefadenlampe und 1,148 für die Farbe der Metallfadenlampe. Eine internationale Verständigung der wissenschaftlichen Staatsinstitute in dieser Frage erscheint unbedingt notwendig.

---

[1]) Dziobek, Spiller

Bereits im vorigen Tätigkeitsbericht war darauf hingewiesen worden, daß die Art des verwendeten Photometers die Ergebnisse beim heterochromatischen Vergleich der Kohlefadenlampe mit der Vakuum-Wolframlampe bzw. Nitralampe beeinflußt. Die diesbezüglichen Messungen sind im Berichtsjahr zu Ende geführt und veröffentlicht worden[1]) (Anhang, Nr. 135).

Es wurde eine Methode ausgearbeitet, um mit Hilfe des Mollschen Thermoelements und des Zeissschen Schleifengalvanometers Lichtverteilungskurven objektiv aufzunehmen; die Methode ist veröffentlicht[2]).

Die Untersuchung der Albedo photometrisch wichtiger Substanzen wurde zum Abschluß gebracht; die Messungen sollen veröffentlicht werden[3]).

154. Photometrie von Gasentladungen[4]).

Die photometrischen Messungen an einer positiven Schicht, die an einer metallischen Blende in einer Wasserstoffentladung entsteht, wurden fortgesetzt; nachdem es gelungen war, Röhren zu schaffen, die genügend lichtstark sind, konnte mit dem Flimmerphotometer gearbeitet werden. Die größere Lichtstärke wurde durch Anwendung zylindrischer Blenden und Steigerung der Stromstärke bis 0,2 Amp. erreicht.

Anhang.

Veröffentlichungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Allgemeines.

1. Bericht über die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1925. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 97 u. 161. 1926.*
2. Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. **9.** Heft 2, 54 S. **10.** Heft 1, 258 S. Berlin, Julius Springer, 1926.
3. Denkschrift über die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt von Anfang 1921 bis Ende 1925. Reichstagsdrucksache Nr. 2067.
4. Mitteilungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung I für Maß und Gewicht. 10. Reihe, Nr. 1 bis 5. Berlin, Julius Springer, 1926.
5. Verzeichnis der Eichbehörden des Deutschen Reiches mit Angabe der Befugnisse. Aufgestellt von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung I für Maß und Gewicht. Berlin, Verlag Deutsches Reichsgesetzbuch für Industrie, Handel und Gewerbe, Robert und Bruno Schultz, 1926.
6. Tafel zur Vergleichung der Angaben der eichfähigen Getreideprober. Neuherausgegeben von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung I für Maß und Gewicht. Berlin, Julius Springer, 1926.
7. Instruktion VI, 1. Teil. Neuherausgegeben von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung I für Maß und Gewicht. Berlin, Verlag Deutsches Reichsgesetzbuch für Industrie, Handel und Gewerbe, Robert und Bruno Schultz, 1926.
8. Bekanntmachungen über Prüfungen und Beglaubigungen durch die Elektrischen Prüfämter. Nr. 205 bis 225. *Reichsministerialblatt* **53.** *S. 1290, 1282, 1337, 1355, 1357. 1925.* **54.** *S. 3, 38, 71, 76, 86, 169, 208, 545, 587, 907, 911, 912, 953, 959. 1926. Elektrotechn. Zeitschr.* **47.** *Heft 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 26, 29, 31, 33, 41, 43, 45, 47, 49, 50, 51. 1926.*
9. Prüfordnung für elektrische Meßgeräte. Berlin, Julius Springer, 1926.

Präsidial-Abteilung.

Amtliche Veröffentlichungen.

10. Bothe, Über die Kopplung zwischen elementaren Strahlungsvorgängen. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 547. 1926.*
11. Fischer und Tepohl, Bestimmung der Lösungsalkalität an gekörntem Glas. *Glastechn. Ber.* **4.** *S. 137. 1926.*
12. Fränz, Die Emissionsrichtung sekundärer β-Strahlen. *Zeitschr. f. Phys.* **39.** *S. 92. 1926.*

[1]) Dziobek. [2]) Spiller.
[3]) Dziobek, Spiller. [4]) Dziobek, Lau.

Private Veröffentlichungen.

13. Bothe, Der radioaktive Zerfall. *Handbuch d. Phys.* **22.** *S. 179. 1926.*
14. Bothe, Absorption und Zerstreuung der Röntgenstrahlen. *Handbuch d. Phys.* **23.** *S. 307. 1926.*
15. Bothe, Ein Versuch zur Strahlungsstatistik. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 321. 1926.*
16. Bothe, Lichtquanten und Lichtwellen. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 1280. 1926.*
17. Göpel, Längenmessung. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 42. 1926.*
18. Göpel, Winkelmessung. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 91. 1926.*
19. Hansen, Die Feinstruktur der Spektrallinien. *Handbuch d. physikal. Optik* **2.** *S. 185. 1927.*
20. Kolhörster, Bericht über die durchdringende Strahlung. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 290 u. 313. 1926.*
21. Kolhörster, Die Höhenstrahlung. *Der Naturforscher* **2.** *S. 515. 1926.*
22. Kolhörster, Apparat zur Messung der durchdringenden Strahlung. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 62. 1926.*
23. Kolhörster, Zur Bestimmung der Absorptionskoeffizienten der Höhenstrahlung. *Zeitschr. f. Phys.* **36.** *S. 147. 1926.*
24. Kolhörster, Die durchdringende Strahluug in der Atmosphäre. *Zeitschr. f. angew. Chem.* **39.** *S. 626. 1926.*
25. Kolhörster, Bemerkungen zu der Arbeit von R. A. Millikan: Kurzwellige Strahlen kosmischen Ursprungs. *Ann. d. Phys. (4)* **80.** *S. 621. 1926.*
26. Kolhörster, Zur Arbeit von R. A. Millikan und J. S. Bowen: Hochfrequenzstrahlen kosmischen Ursprungs. I. Pilotballonbeobachtungen in großen Höhen. *Zeitschr. f. Phys.* **38.** *S. 404. 1926.*
27. Kolhörster, Über die durchdringende Höhenstrahlung. *Mitteil. f. d. Zusammenkunft der Schweiz. Phys. Gesellschaft zu Freiburg am 30. u. 31. August 1926.*
28. Kolhörster, Die tägliche Periode der Höhenstrahlung. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 936. 1926.*
29. Kolhörster (mit v. Salis), Variation of Penetrating Radiation on the Jungfrau. *Nature* **118.** *S. 518. 1926.*
30. Kolhörster, Erwiderung zu der Arbeit von Herrn Behounek: Einige Bemerkungen zum Ursprung der durchdringenden Strahlung der Atmosphäre. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 555. 1926.*
31. Kolhörster, Vorläufiger Bericht über die im Sommer 1926 unternommene Expedition zur weiteren Erforschung der Höhenstrahlung. *Forschungen u. Fortschritte* **2.** *S. 180. 1926.*
32. W. Noddack, Photochemie. *Handbuch d. Phys.* **23.** *S. 594. 1926.*
33. W. Noddack, Die Natur des Lichts. *Handbuch d. physikal. Optik* **2.** *1927.*
34. W. Noddack (mit Eggert), Quantentheorie und Photographie. *Die Naturwissenschaften* **15.** *S. 57. 1927.*
35. W. und I. Noddack, Über das Element 61. *Die Metallbörse* **16.** *S. 985. 1926.*
36. W. und I. Noddack, Über die Elemente Masurium und Rhenium. *Die Metallbörse* **16.** *1926.*
37. W. und I. Noddack, Neuere Untersuchungen über die Elemente Masurium und Rhenium. *Die Metallbörse* **16.** *S. 2129. 1926.*
38. W. und I. Noddack, Recent Investigations of the Elements Masurium und Rhenium. *Continental Metallurgical and Chemical Engineering 1926, I, S. 109.*
39. Paschen, Serienenden und molekulare Felder. *Berl. Ber. 1926. S. 135.*
40. Scheel (mit Geiger), Herausgabe des Handbuches der Physik. Berlin, Julius Springer, 1926; in 1926 sind 10 Bände erschienen.
41. Scheel, Redaktion von Bd. 1 u. 2 des Handbuches der Physik.
42. Scheel, Physikalische Literatur. *Handbuch d. Phys.* **1.** *S. 180. 1926.*
43. Scheel, Raummessung und spezifisches Gewicht. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 146. 1926.*
44. Scheel, Spezifische Wärme (Experimenteller Teil). *Handbuch d. Phys.* **10.** *S. 321. 1926.*
45. Warburg, Über die stille Entladung in Gasen. Funkenentladung. *Handbuch d. Phys.* **14.** *S. 149 u. 354. 1927.*
46. Warburg und Rump, Über die Bildung von Ammoniak aus den Elementen durch stille Entladungen in Siemensschen Röhren. *Zeitschr. f. Physik* **40.** *S. 557. 1926.*

Abteilung I.

Private Veröffentlichungen.

47. Drewitz, Genauigkeitsanforderungen im Eichwesen. 2. Aufl. Berlin, Verlag Deutsches Reichsgesetzbuch. 1926.

48. Drewitz, Bearbeitung und kritische Besprechung der Judikatur im Maß- und Gewichtsrecht. *Jurist. Wochenschr. Heft 2, S. 172. Heft 5, S. 620. Heft 8, S. 1042. Heft 9, S. 1246. Heft 17/18, S. 2226. Heft 19, S. 2308. Heft 27, S. 2778. 1926.*

49. Kösters, Ein neuer Interferenzkomparator. *Zeitschr. f. Feinmech. u. Präzision* **34.** *S. 55. 1926.*

50. Kösters, Anwendung der Interferenzen zu Meßzwecken. *Handbuch d. physikal. Optik* **1.** *1927.*

Abteilung II.

Amtliche Veröffentlichungen.

51. Behnken und R. Jaeger, Die deutsche Einheit der Röntgenstrahlendosis. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 563. 1926.*

52. Engelhardt und Gehrcke, Beschreibung des Glimmlichtoszillographen zur Aufnahme schwacher Ströme (3. Mitteilung). *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 146. 1926.*

53. Giebe (mit Alberti und Leithäuser), Zwischenstaatliche Messungen der Wellenlängen von Großfunksendern. *Elektr. Nachrichten-Technik* **3.** *S. 69. 1926.*

54. Giebe und Scheibe, Leuchtende piezoelektrische Resonatoren als Hochfrequenznormale. *Elektrotech. Zeitschr.* **47.** *S. 380. 1926.*

55. Grüneisen und Goens, Untersuchungen an Metallkristallen. IV. Thermoelektrische Eigenschaften von Zink und Kadmium. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 278. 1926.*

56. Güntherschulze, Kathodenzerstäubung. I. Die elektrochemische Zerstäubung. *Zeitschr. f. Phys.* **36.** *S. 563. 1926.*

57. Güntherschulze, Die Energieverteilung zwischen Anode und Kathode der Glimmentladung. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 868. 1926.*

58. Güntherschulze, Kathodenzerstäubung. II. Die Ableitung der Gesetze der Stoßzerstäubung mit Hilfe von Silber in Wasserstoff. *Zeitschr. f. Phys.* **38.** *S. 575. 1926.*

59. Güntherschulze, Über den Einfluß geringer Zusätze von Alkali oder Erdalkali zu Quecksilber auf den normalen Kathodenfall. *Zeitschr. f. Phys.* **39.** *S. 491. 1926.*

60. Güntherschulze, Über einen neuen Effekt der anomalen Glimmentladung und seine Beziehung zum Pseudohochvakuum. *Zeitschr. f. Phys.* **40.** *S. 414. 1926.*

61. W. Jaeger und Meißner, Über die Messung der Permeabilität und Hysteresis ferromagnetischer Stoffe bei Hochfrequenz und die Grundgleichungen für ferromagnetische Stoffe. *Zeitschr. f. Phys.* **36.** *S. 161. 1926.*

62. W. Jaeger und v. Steinwehr, Über die Verbrennungswärme der Benzoesäure. *Zeitschr. f. phys. Chem.* **119.** *S. 214. 1926.*

63. Linckh und R. Vieweg, Über stroboskopische Beobachtungen. *Arch. f. Elektrotech.* **15.** *S. 509. 1926.*

64. Meissner, Zur experimentellen Prüfung der Entartung einatomiger Gase. *Zeitschr. f. Phys.* **36.** *S. 325. 1926.*

65. Meissner, Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium. 2. Widerstand von Gold, Zink, Kadmium, Platin, Nickel, Eisen und Silber bis herab zu 1,3° abs. *Zeitschr. f. Phys.* **38.** *S. 647. 1926.*

66. Meissner, Über die Vorgänge in den Gegenstromapparaten der Gasverflüssiger. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **5.** *S. 235. 1926.*

67. Meissner, Der Widerstand von Metallen und Metallkristallen bei der Temperatur des flüssigen Heliums. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 725. 1926.*

68. Reichardt, Die Bestimmung der Erwärmung bei kleinen Spulen. *Elektrotechn. Zeitschr.* **47.** *S. 1131. 1926.*

69. Schering und R. Vieweg, Über die Beurteilung der Lagerschmierung nach elektrischen Messungen. *Zeitschr. f. angew. Chem.* **39.** *S. 1119. 1926*; Nachtrag *ebenda S. 1601.*

70. Steinhaus, Über einige spezielle magnetische Meßmethoden. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 492. 1926.*
71. V. Vieweg und R. Vieweg, Über Lagerversuche. *Maschinenbau* **5.** *S. 201. 1926.*

Private Veröffentlichungen.

72. Behnken, Röntgentechnik und Elektromedizin. *Handbuch d. Phys.* **17.** *S. 126* und *195. 1926.*
73. Engelhardt, Der Glimmlichtoszillograph. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 240. 1926.*
74. Engelhardt, Über die Verwendung von Meßwandlern. *Die Elektrizität* **35.** *S. 243. 1926.*
75. Engelhardt, Prüfung, Systemprüfung und Beglaubigung von Meßwandlern. *Helios* **32.** *S. 89. 1926.*
76. Grüneisen, Emil Warburg zum 80. Geburtstage. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 203. 1926.*
77. Grüneisen, Zustand des festen Körpers. *Handbuch d. Phys.* **10.** *S. 1. 1926.*
78. Güntherschulze, Zur Theorie des Kathodendunkelraumes. *Zeitschr. f. Phys.* **40.** *S. 545. 1926.*
79. Güntherschulze, Technische Quecksilberdampf-Gleichrichter. *Handbuch d. Phys.* **17.** *S. 307. 1926.*
80. R. Jaeger, Über Magnetismus und elektrische Einheiten. *Lehrbuch d. Techn. Phys. von G. Gehlhoff, Abschn. VI, 3 u. 4. 1926.*
81. R. Jaeger, Über die Entwicklung der Technik der Röntgentherapie in Deutschland während der letzten Jahre und über die Bedeutung der Röntgendosiseinheit „R" für die Therapie. *Internationale Röntgentherapie von J. Wetterer, Abschn. II, 1 u. 2. 1926.*
82. W. Jaeger, Erzeugung von Wärme aus anderen Energieformen. *Handbuch d. Phys.* **9.** *S. 472. 1926.*
83. W. Jaeger, Thermodynamik der Erzeugung des elektrischen Stromes. *Handbuch d. Phys.* **11.** *S. 1. 1926.*
84. W. Jaeger mit Henning (Nr. 122).
85. Linckh und R. Vieweg, Stroboskopische Messungen. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 30. 1926.*
86. Meissner, Erzeugung tiefer Temperaturen und Gasverflüssigung. *Handbuch d. Phys.* **11.** *S. 272. 1926.*
87. Scheibe, Parallelschaltung von Senderöhren zur Erzeugung intensiver kurzer Wellen. *Jahrb. d. drahtl. Telegr.* **27.** *S. 1. 1926.*
88. Scheibe, Piezoelektrische Resonanzerscheinungen. *Jahrb. d. drahtl. Telegr.* **28.** *S. 15. 1926.*
89. Scheibe, Indikatoren, Meßmethoden und Wellenmesser für elektrische Wellen. *Helios* **32.** *Heft 3 u. 7. 1926.*
90. A. Schulze, Das elektrische Verhalten der Amalgame. *Helios* **31.** *S. 121, 133, 145. 1925.*
91. A. Schulze, Die elektrische Leitfähigkeit der flüssigen Legierungen. *Helios* **31.** *S. 277, 289, 301. 1925.*
92. A. Schulze, Die elektrische Leitfähigkeit von ternären und höheren Legierungen. *Helios* **31.** *S. 457, 465. 1925.*
93. A. Schulze, Der Einfluß der Verformung auf die elektrische Leitfähigkeit von Metallen und Legierungen. *Helios* **31.** *S. 497. 1925.*
94. A. Schulze, Das elektrische Verhalten von Legierungen mit Gasen. *Helios* **32.** *S. 49. 1926.*
95. A. Schulze, Beziehungen zwischen thermischer und elektrischer Leitfähigkeit bei Legierungen. *Helios* **32.** *S. 313, 325. 1926.*
96. A. Schulze, Die elektrische Leitfähigkeit der Legierungen und Verbindungen. II. Guertlers Handbuch d. Metallogr. 2. Bd., Zweiter Teil, 6. Heft, 3. Lieferung.
97. A. Schulze, Die thermische Leitfähigkeit der Metalle. Guertlers Handbuch d. Metallogr. 2. Bd. Zweiter Teil, 7. Heft, 1. Lieferung.
98. Steinhaus, Magnetische Messungen. *Hütte-Stauch, Taschenbuch der Stoffkunde S. 157. 1926.*
99. Steinhaus, Magnetische Eigenschaften. *Hütte-Stauch, Taschenbuch der Stoffkunde. S. 370. 1926.*
100. v. Steinwehr, Schwefel und Schwefelverbindungen. *Handbuch d. anorg. Chem.* **4.** 1,1. Im Druck.

101. R. Vieweg und V. Vieweg, Transformatoren. *Handbuch d. Phys.* **17.** *S. 216. 1926.*
102. R. Vieweg und V. Vieweg, Elektrische Maschinen. *Handbuch d. Phys.* **17.** *S. 238. 1926.*

Abteilung III.

Amtliche Veröffentlichungen.

103. Brodhun und Hoffmann, Die Gesamthelligkeit des Schwarzen Strahlers beim Palladium- und Platinschmelzpunkt und ihre Verwendbarkeit für eine Lichteinheit. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 137. 1926.*
104. Henning, Tensions- und Widerstandsthermometer im Temperaturgebiet des verflüssigten Stickstoffs und Wasserstoffs. *Zeitschr. f. Phys.* **40.** *S. 775. 1927.*
105. Heuse, Gasthermometrische Untersuchungen mit Helium, Neon, Stickstoff und Sauerstoff. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 157. 1926.*
106. Hoffmann, Über die Spaltbreitenkorrektion bei Messungen mit dem Spektralphotometer nach König-Martens. *Zeitschr. f. Phys.* **37.** *S. 60. 1926.*
107. Holborn und Otto, Über die Isothermen von Helium, Wasserstoff und Neon unterhalb — 200°. *Zeitschr. f. Phys.* **38.** *S. 359. 1926.*
108. Holborn und Otto, Über die Alterung von Thermometergläsern. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 415. 1926.*
109. Jakob, Verfahren zur Messung der Wärmeleitzahl fester Stoffe in Plattenform. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 475. 1926.*

Private Veröffentlichungen.

110. Ebert, Das Aspirationspsychrometer. *Zeitschr. f. Phys.* **35.** *S. 689. 1926.*
111. Ebert, Über Feuchtigkeitsmessungen. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 867. 1926.*
112. Ebert, Über die Prüfung von Fieberthermometern nach russischem Gesetz. *Glas u. Apparat* **7.** *S. 185. 1926.*
113. Ebert, Erzeugung und Messung von Drucken, Luftdruck; hohe und tiefe Drucke. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 327. 1926.*
114. Erk, Norwegens Technische Hochschule. *VDI-Nachrichten* **6.** *Nr. 27. 1926.*
115. Erk, Das Eichen von Dampfmessern mit Wasser. *Zeitschr. d. Ver. d. Ing.* **70.** *S. 101. 1926.*
116. Erk, Dynamische Volummessung. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 153. 1926.*
117. Henning, Kamerlingh Onnes †. *Zeitschr. f. d. ges. Kälte-Industrie* **33.** *S. 33. 1926.*
118. Henning, Redaktion von Bd. 9, 10, 11 des Handbuches der Physik.
119. Henning, Temperaturmessung. *Handbuch d. Phys.* **9.** *S. 521. 1926.*
120. Henning und W. Jaeger, Allgemeine physikalische Konstanten. *Handbuch d. Phys.* **2.** *S. 487. 1926.*
121. Holborn, Meßmethoden und Meßtechnik. *Handbuch der Experimentalphysik* **1.** *S. 1. 1926.*
122. Jakob, Arbeiten des Ausschusses für Wärmedurchgang. *Arch. f. Wärmewirtschaft u. Dampfkesselwesen* **7.** *S. 90. 1926.*
123. Jakob, Neuere Messungen der Wärmeleitzahl von Metallen und Legierungen. *Zeitschr. f. Metallkde.* **18.** *S. 55. 1926.*
124. Jakob, Amerikanische und deutsche Bezeichnung der Wärmedurchgangsgrößen. *Zeitschr. f. d. ges. Kälte-Industrie* **33.** *S. 21. 1926.*
125. Jakob, Conductibilité thermique de certains métaux et alliages. *Chaleur et Industrie* **7.** *S. 301. 1926.*
126. Jakob, Technische Physik. *Zeitschr. d. Ver. d. Ing.* **70.** *S. 172. 1926.*
127. Jakob, Wasserstoff als Kühlmittel für elektrische Maschinen. *Zeitschr. d. Ver. d. Ing.* **70.** *S. 889. 1926.*
128. Jakob, Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in den letzten fünf Jahren. *Zeitschr. d. Ver. d. Ing.* **70.** *S. 1589. 1926.*
129. Jakob, Ergebnisse der amerikanischen Drosselversuche an Wasserdampf. *Zeitschr. d. Ver. d. Ing.* **70.** *S. 1623. 1926.*

130. Jakob, Wärmeleitung. *Handbuch d. Phys.* **11.** *S. 42. 1926.*
131. Jakob, Wärmeleitung. *Müller-Pouillet. Lehrb. d. Phys. 11. Aufl. Bd. III, S. 871. 1926.*
132. Jakob und Erk, Die Rolle des Wärmeüberganges beim Vergleich von Wärmeleitzahlen nach Despretz. *Zeitschr. f. Phys.* **35.** *S. 670. 1926.*
133. Jakob (mit Kretzschmer und Stach), Messung von strömenden Gasen in überlasteten Rohrleitungen. *Die Meßtechnik* **2.** *S. 226. 1926.*

Abteilung IV.

Amtliche Veröffentlichungen.

134. Dziobek, Über die Transformation von einem trichromatischen System auf ein anderes. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 81. 1926.*
135. Dziobek, Über den photometrischen Anschluß der Wolfram-Vakuumlampe an die Kohlefadenlampe. *Zeitschr. f. Instrkde.* **46.** *S. 476. 1925;* Nachtrag *ebenda S. 586.*
136. Gehrcke und Janicki, Die Feinstruktur von Xenon- und Kryptonlinien. *Ann. d. Phys.* (4) **81.** *S. 314. 1926.*
137. Janicki und Lau, Über die Abhängigkeit der Farbe von der Intensität. *Zeitschr. f. Sinnesphysiol.* **57.** *S. 288. 1926.*
138. Spiller, Objektive Messung der Lichtverteilung von Lampen. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **8.** *S. 15. 1927.*

Private Veröffentlichungen.

139. Dziobek, Allgemeine Photometrie. *Handbuch d. physikal. Optik 1927.*
140. Einsporn, Spektralanalyse. *Handbuch d. physikal. Optik* **2.** *S. 101. 1927.*
141. Einsporn, Anregungsspannungen von Spektrallinien und Ionisierungspotentiale. *Handbuch d. physikal. Optik* **2.** *S. 359. 1927.*
142. Gehrcke, Herausgabe des Handbuches der physikalischen Optik. Leipzig, Verlag Joh. Ambrosius Barth, 1926.
143. Janicki (mit Feußner), Interferenz. *Handbuch d. physikal. Optik* **1.** *S. 317. 1926.*
144. Janicki und Lau, Zur Feinstrukturfrage. *Zeitschr. f. Phys.* **35.** *S. 1. 1925.*
145. Lau, Über das bisher dem Wasserstoff zugeschriebene kontinuierliche Spektrum. *Die Naturwissenschaften* **14.** *S. 982. 1926.*
146. Lau, Über die Intensitätsverteilung von Absorptionslinien unter Berücksichtigung der Messungen mit dem Interferometer. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 870. 1926.*
147. Lau, Fraunhofer als Spektroskopiker. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 259. 1926.*
148. Lau, Willensziele und Willenszielbewegungen. *Psychotechn. Zeitschr.* **1.** *S. 148. 1926.*
149. Leo, Über ausgewählte Kapitel des Heliumspektrums. *Ann. d. Phys.* (4) **81.** *S. 757. 1926.*
150. Müller, Erzeugung hoher Temperaturen. *Handbuch d. Phys.* **11.** *S. 340. 1926.*
151. Müller, Über einen Weg zur Gewinnung extrem hoher Gleichspannungen. *Zeitschr. f. techn. Phys.* **7.** *S. 148. 1926.*
152. Müller, Die Herstellung dünner Metallblätter und die Gewinnung durchsichtiger Metallfolien. *Japanisch-deutsche Zeitschr. f. Wissenschaft u. Technik* **4.** *S. 75. 1926.*
153. Spiller, Höhenstrahlung. *Sirius* **59.** *S. 242. 1926.*
154. Wetthauer, Doppelbrechung. *Handbuch d. physik. Optik,* Bd. I, 2. Lieferung. J. A. Barth, Leipzig 1927.

Das Rechnen mit und ohne Maschine.

Von
Dr. Leo Wenzel Pollak, Privatdozent der deutschen Universät in Prag.

1. Seit mehreren Jahren beschäftige ich mich eingehend mit dem Rechenmaschinenwesen und den Rechenhilfsmitteln aller Art. Als eine Frucht dieser Beschäftigung sind meine „Rechentafeln zur harmonischen Analyse“ [1]) anzusehen,

an deren Zustandekommen die selbstschreibende Addier- und Subtrahiermaschine der optischen Anstalt C. P. Goerz in Berlin das Hauptverdienst hat. Nur durch Verwendung dieser Maschine war es mir möglich, die sonst kaum zu bewältigende Arbeit zu leisten und ein Rechentafelwerk zu schaffen, das nach dem Ausspruche C. F. Marvins[2]), des Chefs des Wetterbüros der Vereinigten Staaten von Nordamerika, „die harmonische Analyse unzweifelhaft ebenso vollständig vereinfacht, wie es die wohlbekannten Rechentafeln Crelles für die Multiplikation und Division tun". In der Einleitung der genannten „Rechentafeln zur harmonischen Analyse" findet man eine Reihe von zahlenmäßigen Angaben, welche die Überlegenheit einer selbstschreibenden Addier- und Subtrahiermaschine gegenüber dem Kopfrechnen besonders deutlich hervortreten lassen. Die Frage, inwieweit eine Rechenmaschine — ich gebrauche das Wort Rechenmaschine, wie jetzt wohl allgemein üblich, für Maschinen, welche im wesentlichen für die Operationen zweiter Art, die Multiplikation und Division, gebaut sind, obgleich bekanntlich prinzipiell jede Addier- und Subtrahiermaschine auch für Multiplikationen und Divisionen (gelöst durch Multiplikation mit der Reziproke) benützt werden kann und umgekehrt — gegenüber dem Kopf-Handrechnen im Vorteil ist, selbst einmal festzustellen, hat mich daher besonders interessiert.

Untersuchungen dieser Art sind nicht absolut neu, wenn sie auch nicht gar zu oft angestellt wurden. Ich erwähne hier nur die Arbeit H. Hintermanns, „Vergleichende Untersuchungen über die Arbeitsleistung beim Rechnen mit und ohne Maschine" [3]), in der man ein kurzes Kapitel, das den Multiplikationsmaschinen gewidmet ist, findet. Auf die Ergebnisse des genannten Autors werde ich später noch Bezug nehmen. In der Literatur über experimentelle Psychologie sind mehrfach Hinweise auf einschlägige Fragen enthalten, die ich mir zum Teil zunutze gemacht habe.

Die folgenden Zeilen haben nicht allein den Zweck, die Ergebnisse und die Auswertung einiger, wie mir scheint, interessanter Experimente, die ich durch die freundliche Erlaubnis der Schulbehörden mit Schülern anzustellen Gelegenheit hatte, einem weiteren Kreise zugänglich zu machen, sondern auch eine Neuerscheinung auf dem Rechenmaschinenmarkte, nämlich die „Nova-Brunsviga" der deutschen Rechenmaschinenfabrik Grimme, Natalis & Co. A.-G. in Braunschweig einer Besprechung zu unterziehen. Die im folgenden mitgeteilten Vergleichungen zwischen dem Rechnen mit und ohne Maschine konnten angestellt werden, weil mir ein Exemplar der „Nova-Brunsviga" als Rezensionsexemplar übergeben wurde.

2. Kurze Beschreibung der „Nova-Brunsviga".

Die Anfang 1926 in den Handel gebrachte „Nova-Brunsviga Modell III" der Rechenmaschinenfabrik Grimme, Natalis & Co. A.-G. in Braunschweig ist im Einstellwerk 10stellig, hat zwei 10stellige Umdrehungszählwerke, von denen das eine durchgängige Zehnerübertragung besitzt, und 15 Stellen im Resultat- (Hauptzähl-) werk. Wie einer von Dr.-Ing. e. h. F. Trinks, dem um das Rechenmaschinenwesen in Deutschland so sehr verdienten Leiter der genannten Firma, verfaßten Broschüre «Geschichtliche Daten aus der Entwicklung der Rechenmaschinen von Pascal bis zur „Nova-Brunsviga"» zu entnehmen ist, wurde die neue Rechenmaschine unter Zugrundelegung der bisherigen 32jährigen Erfahrungen auf dem Gebiete des Rechenmaschinenwesens bei restloser Verwertung der bisherigen Einrichtungen und unter Hinzufügung ausschlaggebender Verbesserungen und Neuerungen geschaffen.

Die wichtigsten Verbesserungen sind die folgenden:

a) Vor allem erfolgte eine Neukonstruktion der Trommelscheiben, durch welche eine leichtere Bewegung des Einstellringes ermöglicht und erhöhte Sicherheit des Arbeitens gewährleistet wird.

b) Durch eine Verlängerung der Hauptachse, Neukonstruktion des Schlittens und der Zehnerübertragungshebel des Resultatwerkes, welche nicht mehr, wie bei den früheren Modellen, sämtlich hintereinander, sondern nun abteilungsweise arbeiten, konnte der Widerstand bei Betätigung der Kurbel so weit herabgesetzt werden, daß man diesen geringen Kraftaufwand bei Benutzung der neuen Maschine vielleicht als ihr auffallendstes Merkmal bezeichnen kann. Durch die genannten Maßnahmen wurde auch das unangenehme Gräusch der alten Sprossenradmaschinen zum Verschwinden gebracht.

c) Die Löschungen sämtlicher Werke (des Einstell-, des Umdrehungs- sowie des Resultatwerkes) werden nicht mehr mittels Löschwelle und Flügelmutter, sondern durch einen neuartigen, außerordentlich leicht ansprechenden, einfachen Hebelzug bewirkt.

d) Als sehr gelungen muß der neue Schlittentransport bezeichnet werden. Das durch zwei Anker gesicherte Schlittenschloß, welches zwangläufig arbeitet, gestattet nicht nur die schrittweise seitliche Bewegung des Wagens nach beiden Seiten, sondern man kann durch ein einfaches Hineindrücken des Schlittentransporthebels die Anker lösen und den Freilauf des Wagens erreichen.

e) Den allergrößten Fortschritt bringt aber die „Nova-Brunsviga“ für die Multiplikation von 3 und mehr Faktoren. Sie besitzt nämlich eine Einrichtung, mit der es möglich ist, automatisch ein berechnetes Ergebnis vom Resultatwerk auf das Einstellwerk, und zwar in jeder beliebigen Stellung des Schlittens, rückzuübertragen. Damit weist die „Nova-Brunsviga“ eine Vorrichtung auf, welche bisher noch keine Odhnerrechenmaschine besessen hatte. Diese Rückübertragung vom Resultatwerk aufs Einstellwerk erleichtert in der Praxis die Arbeit außerordentlich. Bei der Berechnung von Rauminhalten, Preisen von Holzstämmen, Kuben und höheren Potenzen usw., überall wo Produkte von 3 und mehr Faktoren zu bilden waren, wurde bisher in der Regel, wenn nur eine der gewöhnlichen Maschinen zur Verfügung stand, die Rechnung in zwei Arbeitsgängen ausgeführt. Man mußte zunächst das Produkt $a \times b$ in der üblichen Weise berechnen. Hernach hatte der Rechner das Einstellwerk durch Betätigung der Flügelmutter (der Löscheinrichtung) zu leeren, nun Ziffer für Ziffer des Resultates durch Betätigung der Einstellhebel zu übertragen und schließlich das Resultatwerk zu löschen. Jetzt erst konnte durch Betätigung der Handkurbel und des Schlittens die Multiplikation mit dem dritten Faktor begonnen werden. Abgesehen vom Zeitverlust besteht bei dieser Art der Übertragung des Zwischenresultates die Möglichkeit eines Fehlers durch falsche Ablesung oder Einstellung.

Die selbsttätige Rückübertragungseinrichtung der „Nova-Brunsviga“ vom Resultat- auf das Einstellwerk macht diese zeitraubende und unsichere ziffernweise Übertragung der Zwischenresultate überflüssig, sie transportiert mit zwei Handgriffen das Zwischenresultat in Bruchteilen einer Sekunde ins Einstellwerk und stellt die Maschine gleichzeitig zur weiteren Rechnung bereit.

f) Die Sicherung gegen falsche Bedienung ist noch weitergehend als bei allen bisherigen Modellen von Sprossenradmaschinen. Bei nicht beendeter Betätigung des Löschhebels, also nicht ordnungsmäßig ausgeführter Nullstellung sämtlicher Zählwerke, wird die Maschine automatisch gesperrt und es erscheint in einem besonderen

Schaufenster ein rotes Signal (Sperrzeichen), welches anzeigt, an welcher Stelle der Maschine die Ursache für die erfolgte Sperrung derselben zu suchen ist. Erst nach vollendeter Löschung wird die Sperrvorrichtung freigegeben und die Maschine kann weiter benutzt werden. Die bei den bisherigen Modellen der „Brunsviga" eingeführten, so wichtigen Sperreinrichtungen der Einstellhebel für alle Lagen der Kurbel außerhalb der normalen und der Drehsinnanzeiger wurde auch bei der „Nova-Brunsviga" beibehalten.

g) Das Umdrehungszählwerk mit durchgängiger Zehnerübertragung besitzt drei Stellungen. Die normale Stellung wird durch ein grünes Signal links vom Umdrehungszählwerk angezeigt. Erfolgt eine Drehung der Kurbel in positivem oder negativem Sinne, so verschwindet das grüne Signal, und schon die Farbe der erscheinenden Ziffern gibt dem Rechner Auskunft, ob sich das Umdrehungszählwerk in positiver bzw. negativer Lage befindet. Das Umdrehungszählwerk zeigt nämlich in positiver Stellung weiße, in negativer rote Ziffern.

h) Von sonstigen Neuerungen nennen wir nur noch den zwangsläufig arbeitenden, verbesserten Indikator, der eine Fehleinstellung ausschließt und ein über den Ziffern des Umdrehungszählwerkes laufendes, mit dem Schlittenschloß gekoppeltes Schaufenster, das die jeweilige Stellung des Schlittens in sehr bequemer Weise am Umdrehungszählwerk anzeigt. Endlich sei erwähnt, daß die Forderung einer neuzeitlichen Fabrikation: nämlich lehrenhaltig und daher austauschbarer Bau aller Einzelteile, restlos erfüllt ist.

3. Prüfung der Verläßlichkeit der „Nova-Brunsviga".

Meiner alten Gewohnheit folgend, habe ich auch die „Nova-Brunsviga" (Nr. 6T2N 404 Modell III) einer Verläßlichkeitsprüfung mit den für Rechenmaschinen üblichen Methoden [3a]) und durch längeren Gebrauch unterzogen. Es wäre dies nach meinen und meiner Fachgenossen [4]) über lange Zeit reichenden bisherigen Erfahrungen mit den Erzeugnissen der genannten Firma vielleicht nicht notwendig gewesen. Da aber nach dem vorstehenden eine Reihe von sehr wesentlichen Verbesserungen und Abänderungen gegenüber den früheren Modellen vorgenommen wurden, so schien es mir nicht überflüssig zu sein, auch in dieser Hinsicht volle Gewißheit zu haben. Das Ergebnis dieser Prüfung ist folgendes: Bei allen Prüfungsweisen und in vielmonatiger Verwendung zur Berechnung einer sehr großen Anzahl meteorologischer Tabellen, die ständig durch die Kreuzprobe und auf anderem Wege kontrolliert wurden, hat sich die „Nova-Brunsviga" als absolut verläßlich erwiesen. Weiter sollte die Funktionstüchtigkeit der Maschine auch bei Dauerleistungen, während welcher die Maschine ununterbrochen in einem Sinne sehr stark in Anspruch genommen wurde, erprobt werden. Ich habe zu diesem Zwecke in kontinuierlicher und raschester Folge 30000 7stellige Multiplikationen mit der „Nova-Brunsviga" ausgeführt. Um eine ständige und scharfe Überwachung der Angaben der „Nova-Brunsviga" zu haben, wurden von mir die ersten 30 Tabellen von Tafel II meiner „Rechentafeln zur harmonischen Analyse" mit der „Nova-Brunsviga" noch einmal gerechnet. Da die Vielfachen meiner „Rechentafeln" mit einer anderen Maschine (Goerz) seinerzeit gerechnet worden waren und sich überdies automatisch kontrollieren, war eine dauernde und sichere Überwachung der „Nova-Brunsviga" gewährleistet. Die „Nova-Brunsviga" hat ohne die geringste Störung auch diese schwere Prüfung bestanden und alle Resultate fehlerlos geliefert.

4. Rechenmaschine und Kopfrechner.

Um einen Überblick zu erhalten, wie sehr eine Rechenmaschine dem Kopf-Handrechner überlegen ist, habe ich einige diesbezügliche Versuche angestellt. Als Rechenmaschine wurde die genannte „Nova-Brunsviga“ verwendet. Für die Kopfrechnung wurden zunächst die Schülerinnen der 7. Klasse eines Gymnasiums herangezogen. Jede Aufgabe bestand aus den folgenden 6 Gruppen von Rechnungen:

I. 69×38, 79×28, 89×18, 99×48, 56×95.
II. 298×97, 309×86, 417×75, 568×69, 987×98.
III. 3999×49, 9498×95, 8959×87.
IV. 4835×219, 5946×328, 6957×493.
V. $9158 \times 168 \times 389$.
VI. $4{,}12988 : 14$, $5{,}34899 : 86$.

Mit Rücksicht darauf, daß die Absicht bestand, mit ganzen Schulklassen zu experimentieren, wurden die obigen Beispiele gewählt.

A. Maschinenrechnen.

Die angegebenen Beispiele wurden zunächst von mir auf der „Nova-Brunsviga“ gerechnet. Ich selbst, das möge gleich vorausgeschickt werden, habe bereits mehrere Jahre mit verschiedenen Modellen von Rechen- und Addiermaschinen gearbeitet, so daß die festgestellten Arbeitszeiten mit der „Brunsviga“ sich auch bei längerer Praxis gegenüber der Arbeitszeit kurz nach Erhalt der Maschine nicht mehr geändert haben. Die von mir erreichten Rechengeschwindigkeiten dürfen jedoch nur als mäßiger Durchschnitt, keineswegs als Spitzenleistung angesehen werden, da ich trotz längerer Beschäftigung mit Rechenmaschinen infolge meiner sonstigen Veranlagung und vieljährigen beruflichen Einstellung eine beträchtlichere Reaktionszeit aufweise.

Beim Arbeiten mit einer Rechenmaschine ist zweierlei zu unterscheiden. Nämlich die Zeit, welche zur bloßen Ausrechnung benötigt wird, und die Gesamtzeit, welche zum Einstellen der Aufgabe (Übertragen des einen Teiles der Rechnung in die Maschine), der Ausrechnung durch die Maschine und der Übertragung des Resultates auf Papier (Drucksorte, Buchungsblatt usw.) erforderlich ist. Augenblicklich existieren selbstschreibende Multiplikations- und Divisionsmaschinen noch nicht, oder sind in dem (meines Wissens) einzigen vorhandenen Falle einer Buchungsmaschine leider unerschwinglich. Man muß daher das durch die Maschine errechnete Resultat noch zu Papier bringen. Darum ist die Berücksichtigung dieser nicht unbeträchtlichen Zeit unerläßlich. Nun beträgt die Zeit, welche erforderlich ist, um den in die Maschine zu übertragenden Teil der Aufgabe einzustellen und das von der Maschine errechnete Resultat zu Papier zu bringen, ein ansehnliches Vielfache der Zeit, welche die Maschine braucht, um das richtige Resultat zu finden, und ist daher gesondert zu betrachten. Diese Zeit hängt nicht allein von der Veranlagung des Benutzers der Maschine ab, sondern in dieser Zeit macht sich auch ein die Maschine selbst sehr wesentlich charakterisierender Faktor, die Einrichtung des Einstellwerkes (Hebel oder Tasten), bemerkbar. Darum muß bei Begutachtung der Leistungsfähigkeit einer Maschine diese Zeit besonders ausgewiesen werden, wenn man der Maschine gerecht werden will. Auch die, wie mir scheint, bisher noch nicht endgültig entschiedene Frage, ob die Hebel- oder Tasteneinstellung die größere Arbeitsgeschwindigkeit und erhöhtere Einstellsicherheit gewährleistet, wird sich durch Analyse der zu einer Rechnung erforderlichen Zeitdauer und Vergleichung der Qualität der Ergebnisse (im später auseinandergesetzten Sinne) objektiv lösen lassen.

Die Versuche an der Rechenmaschine wurden folgendermaßen angestellt:

a) Vor allem habe ich jene Zeit ermittelt, welche die Maschine zur Lösung der verschiedenen Aufgaben benötigt, ohne daß die zur Übertragung der Ausgangszahl (Multiplikand oder Dividend) in das Einstellwerk erforderliche Zeit in die Arbeitszeit eingerechnet wird und ohne daß das gefundene Resultat zu Papier gebracht werden muß. Auch wurde von der Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk hier kein Gebrauch gemacht, da die Arbeitszeit bei Benutzung der Zehnerübertragung sehr von der Geistesgegenwart des Rechners an der Maschine abhängig ist. Diese in den folgenden Tabellen in der mit (a) bezeichneten Spalte — sie trägt die Überschrift: „Reine Maschinenzeit. Ohne Übertragung ins Einstellwerk, ohne Niederschrift des Ergebnisses der Ausrechnung und ohne Zehnerübertragung" — mitgeteilten Zahlen halte ich für sehr wichtige Charakteristiken der Maschine. Sie stellen eine in angebbaren Grenzen variable Maßzahl dar, die zur Beurteilung der Maschine ein bequemes Hilfsmittel gibt. Diese Zeit ist für einen und denselben geübten Maschinenrechner nach meinen Ermittlungen so wenig veränderlich, daß diese Fastkonstante geeignet erscheint, bei der Vergleichung von Maschinen verschiedener Typen gute Dienste zu leisten. Für verschiedene Rechner ist diese charakteristische Zahl veränderlich, wie man den Tabellen entnehmen kann. Auch noch aus einem andern Grunde wurde diese Zeit allein ausgewiesen. Sie wird nämlich auch dann noch die Maschine kennzeichnen, wenn dieselbe mit einem Druckwerk versehen sein wird. Die in der Spalte (a) angegebenen Zahlen stellen somit die Zeitdauer vor, welche eine fiktive, mit einem Schreibwerk versehene „Nova-Brunsviga" benötigen würde, um eine in ihr Einstellwerk übertragene Rechnung zu bewältigen und niederzuschreiben. Die Bedeutung dieser Maschinenkonstanten tritt noch besser hervor, wenn man eine elektrisch angetriebene Rechenmaschine zum Vergleich heranzieht. Da die Umdrehungszahl des Motors durch seine Bauart fixiert ist — abgesehen von den gewiß nicht ganz zu vernachlässigenden Stromschwankungen des Netzes —, muß diese eben definierte Zeit die Leistungsfähigkeit der Rechenmaschine und ihrer Antriebsvorrichtung ausgezeichnet charakterisieren, ohne daß irgendwelche persönlichen Eigenschaften des Benutzers hierbei eine Rolle spielen würden.

b) Weiter habe ich jene Zeit durch Beobachtungen ermittelt, welche notwendig ist, um die in das Einstellwerk bereits teilweise übertragene Aufgabe zu lösen und das Resultat zu Papier zu bringen. Auch bei diesen Multiplikationen ist also der eine Faktor bereits in der Maschine eingestellt, und nur der andere muß durch Betätigung der Handkurbel erzeugt werden. Dazu tritt hier nun noch die Zeit, welche zur Niederschrift des Resultates erforderlich ist. In beiden Fällen wurde es dem Rechner überlassen, ganz nach Erfahrung und Geschicklichkeit sich jenen Faktor zur Einstellung in die Maschine zu wählen, der ihm für die Erledigung der Aufgabe am geeignetsten erschienen ist. Bei Durchführung dieser Rechenmaschinenarbeiten wurde von mir mit größter Anspannung der Aufmerksamkeit und aller Kräfte gearbeitet, so daß man die gewonnenen Zahlen als meine „Charakteristiken" für maximale Leistungen bei kurzer Dauer ansprechen kann. Eine länger dauernde derartige Anspannung auch der physischen Kräfte bei mechanischem Betriebe der Maschine ist, für mich wenigstens, ausgeschlossen.

Die so gefundenen Arbeitszeiten können verglichen werden mit jenen, die sich ergeben, wenn der Rechner die Angaben der ihm gestellten Aufgabe nicht niederzuschreiben hat, also die Aufgabe ihm bereits aufgeschrieben überreicht oder die Zeit erst nach Niederschrift der zu lösenden Aufgaben zu zählen begonnen wird, wie dies in den Schulklassen bei einer meiner Versuchsreihen geschah.

c) Da ich aber einerseits auch die Verläßlichkeit der Schüler beim Abschreiben der Zahlen von der Tafel kontrollieren wollte, und andererseits bei Dauerleistungen der Rechenmaschine die Zeit, welche zur Übertragung der Aufgabe in die Maschine und die Niederschrift des Resultates erforderlich ist, sehr ins Gewicht fällt, habe ich auch die Zeit ermittelt, welche zur vollständigen Erledigung mehrerer hintereinander auszuführender Rechnungen benötigt wird. Man kann also nach dem früher Gesagten die Einrichtung des Einstellwerkes der Maschine, ihre Löschvorrichtungen, die Schnelligkeit des Benutzers, sein Gedächtnis (ob er den zweiten Faktor gut im Gedächtnis behält oder wiederholt auf die Vorlage schauen muß) usw., wenn auch nur in einem Komplex, prüfen.

Weiter wurde einmal mit Benutzung der Zehnerübertragung des Umdrehungswerkes, welche die Rechnung sehr wesentlich zu vereinfachen gestattet — z. B. sind statt 18 Kurbeldrehungen bei einer Multiplikation mit 99 nur eine positive und eine negative Drehung auszuführen — gearbeitet, das andere Mal ohne dieselbe. Bei diesen Versuchen wurde im Gegensatz zu den früheren darauf Wert gelegt, möglichst jene Verhältnisse zu reproduzieren, wie sie gewöhnlich bei meinen oft stundenlangen Rechenarbeiten herrschen. Die unter (c) angegebenen Rechnungen wurden in aller Bequemlichkeit, unter Kollationierung der eingestellten Zahlen und abgeschriebenen Ergebnisse usw. ausgeführt.

Die von mir in den Tabellen mitgeteilten Zeiten sind Mittelwerte größerer Versuchsreihen. Im allgemeinen wurden jedesmal 15 Multiplikationen in Gruppen zu je 5 Multiplikationen durchgeführt. Die Zeiten wurden mit einer Stoppuhr auf $^1/_5$ Sek. genau bestimmt. Die angegebenen Zeiten beziehen sich auf eine einzige der in den zwei linken Spalten näher bezeichneten Rechnungen. Die Reduktion auf eine Rechnung erfolgte deshalb, weil auf diese Weise die Zeitangaben untereinander leicht vergleichbar sind, ohne daß die Anzahl der einbezogenen Beispiele jedesmal angegeben werden muß.

Das Ergebnis meiner Ermittlungen ist in der nachstehenden Tabelle Nr. 1 zusammengefaßt. Bemerkt sei, daß die Produkte von mehr als 2 Faktoren mit Benutzung der einleitend näher beschriebenen neuen Einrichtung der „Nova-Brunsviga“ berechnet wurden, welche es gestattet, Monome (z. B. höhere Potenzen einer Zahl usw.) ohne Unterbrechung, in einem einzigen Rechenzuge, zu erledigen. Ohne automatische Übertragung des Zwischenresultates aus dem Resultatwerk ins Einstellwerk vergrößert sich die Arbeitszeit — abgesehen von der Gefahr eines Ablese- und Einstellfehlers — für eine Rechnung beträchtlich.

Zur Erläuterung der Tabellen erklären wir die Angaben einer Zeile von Tabelle 1: Die Maschine rechnet z. B. ein Produkt von 2 Faktoren, von denen jeder Faktor 2 ziffrig ist — wie man der ersten Zeile entnimmt — ohne Benutzung der Zehnerübertragung des Umdrehungszählwerkes in 3,8 Sek. Hingegen braucht man, falls mehrere solche Produkte hintereinander zu bilden und ihre Resultate in eine beispielsweise Lohnliste (Stundenlohn mal Arbeitszeit) einzutragen sind, durchschnittlich 13,7 Sek. ohne Zehnerübertragung und 12,8 Sek., wenn man sich der Zehnerübertragung bedient. In diesem Sinne sind mit Hilfe der Legende der Tabelle auch die anderen Zahlen zu deuten.

Bekanntlich wird heute auch schon in unseren großen industriellen Unternehmungen, Banken usw. das Personal auf Grund einer Eignungsprüfung beschäftigt. Es war daher zu erwarten, daß sich z. B. in den Lohnverrechnungsabteilungen Personen finden, die noch viel rascher als ich mit der gleichen Maschine die vorgelegten Auf-

Tabelle 1. Rechenzeiten in Sekunden mit Nova Brunsviga Nr. 6 T 2 N 404 Mod. III (Rechner: L. W. Pollak, Prag).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Gattung der Rechnung	Zahl der Faktoren	Zahl der Ziffern	(a) Reine Maschinenzeit. Ohne Übertragung ins Einstellwerk, ohne Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) Ohne Übertragung ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) — (a) Zeit zur Niederschrift des Ergebnisses der Rechnung	Anzahl der Ziffern des Ergebnisses	Zeit zur Niederschrift einer Ziffer des Resultates	(c) Zeitdauer für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk und mit Niederschrift des Ergebnisses	
								ohne Zehnerübertragung	mit Zehnerübertragung
Multiplikation	2	2 × 2	3,8	7,4	3,6	4	0,90	13,7	12,8
	2	3 × 2	4,8	9,3	4,5	5	0,90	16,2	15,0
	2	4 × 2	4,8	10,0	5,2	6	0,87	18,0	16,5
	2	4 × 3	7,7	14,0	6,3	7	0,90	22,5	18,6
	3	4 × 3 × 3	25,5	32,5	7,0	9	0,78	38,0	36,0
Division	—	4 : 2	20,0	31,0	—	6	—	41,0	—

Tabelle 2. Rechenzeiten in Sekunden mit Trinks-Brunsviga Nr. 32390 (Rechner: Krauf, Komotau).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Gattung der Rechnung	Zahl der Faktoren	Zahl der Ziffern	(a) Reine Maschinenzeit. Ohne Übertragung ins Einstellwerk, ohne Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) Ohne Übertragung ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) — (a) Zeit zur Niederschrift des Ergebnisses der Rechnung	Anzahl der Ziffern des Ergebnisses	Zeit zur Niederschrift einer Ziffer des Resultates	(c) Zeitdauer für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk und mit Niederschrift des Ergebnisses	
								ohne Zehnerübertragung	mit Zehnerübertragung
Multiplikation	2	2 × 2	2,5	5,8	3,3	4	0,83	9,0	7,8
	2	3 × 2	3,1	6,5	3,4	5	0,68	10,1	9,0
	2	4 × 2	2,9	8,2	5,3	6	0,88	10,7	8,5
	2	4 × 3	3,1	8,5	5,4	7	0,77	13,5	12,5
	3	4 × 3 × 3	(6,9)	17,6	10,7	9	(1,12)	32,4	27,1
Division	—	6 : 2	6,0	13,0	—	6	—	20,8	20,7

Tabelle 3. Rechenzeiten in Sekunden mit Brunsviga Nr. 29872 (Rechner: Bürovorstand E. Felder, Komotau).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Gattung der Rechnung	Zahl der		(a) Reine Maschinenzeit. Ohne Übertragung ins Einstellwerk, ohne Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) Ohne Übertragung ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) — (a) Zeit zur Niederschrift des Ergebnisses der Rechnung	Anzahl der Ziffern des Ergebnisses	Zeit zur Niederschrift einer Ziffer des Resultates	(c) Zeitdauer für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk und mit Niederschrift des Ergebnisses	
	Faktoren	Ziffern						ohne	mit
								Zehnerübertragung	
Multiplikation	2	2 × 2	2,3	7,0	4,8	4	1,20	9,5	8,0
	2	3 × 2	2,9	7,8	4,9	5	0,98	10,4	9,0
	2	4 × 2	2,9	8,3	5,4	6	0,90	10,8	8,9
	2	4 × 3	3,3	10,2	6,9	7	0,99	11,7	10,4
	3	4 × 3 × 3	13,6	22,1	8,5	9	0,94	22,0	19,9
Division	—	6 : 2	5,3	9,3	—	5	—	15,3	14,2

Tabelle 4. Rechenzeiten in Sekunden mit Nova-Brunsviga Nr. 6 T 2 N 679 Mod. II (Rechner: Fr. Stark, Komotau).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Gattung der Rechnung	Zahl der		(a) Reine Maschinenzeit. Ohne Übertragung ins Einstellwerk, ohne Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) Ohne Übertragung ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Resultates, ohne Zehnerübertragung	(b) — (a) Zeit zur Niederschrift des Ergebnisses der Rechnung	Anzahl der Ziffern des Ergebnisses	Zeit zur Niederschrift einer Ziffer des Resultates	(c) Zeitdauer für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk und mit Niederschrift des Ergebnisses	
	Faktoren	Ziffern						ohne	mit
								Zehnerübertragung	
Multiplikation	2	2 × 2	2,7	5,3	2,6	4	0,65	7,2	5,9
	2	3 × 2	3,4	6,5	3,1	5	0,62	9,0	7,9
	2	4 × 2	3,2	6,8	3,6	6	0,60	9,1	7,3
	2	4 × 3	4,3	7,6	3,3	7	0,47	10,9	9,6
	3	4 × 3 × 3	12,0	15,7	3,7	9	0,41	22,9	15,8
Division	—	6 : 2	7,7	11,9	—	5	—	15,5	15,7

gaben erledigen. Ich wandte mich daher an die Mannesmann-Röhren-Werke in Komotau mit der Bitte, die früher erwähnten 6 Gruppen von Beispielen von einem ihrer besten Maschinenrechner auf einer „Nova-Brunsviga“ oder einem anderen Modell der „Brunsviga“ nach denselben Grundsätzen, wie dies von mir geschehen war, rechnen zu lassen. Die Direktion der Mannesmann-Röhren-Werke entsprach meinem schriftlichen Ansuchen, wofür ich ihr auch hier meinen ergebensten Dank aussprechen möchte, und ließ durch drei Herren ihres Unternehmens die Beispiele rechnen und die hierzu erforderliche Zeit notieren. Die bei den Versuchen aufgenommenen Protokolle sind über meinen Wunsch stets von einem an den Experimenten nicht beteiligten Aufsichtsbeamten als Zeugen gefertigt.

Ich entnehme denselben die in den Tabellen 2, 3, 4 enthaltenen Ergebnisse, deren Vergleichung mit Tabelle 1 folgendes lehrt:

α) In nahezu allen Fällen ist Pollak (Tab. 1) der langsamste und Stark (Tab. 4) der rascheste Rechner. Nur die reine Maschinenzeit ist merkwürdigerweise nicht bei Stark, sondern bei Felder bzw. Krauf etwas günstiger.

β) Die Zeiten, welche Pollak und der rascheste Rechner der Mannesmann-Röhren-Werke in Komotau benötigen, verhalten sich im Durchschnitt wie 2 : 1. Bei kleinerer Ziffernanzahl der Faktoren ist das Verhältnis für Pollak etwas günstiger.

γ) Auch die von Stark zur Niederschrift des Ergebnisses der Rechnung benötigte Zeit ist durchwegs die kürzeste. Hingegen benötigt in diesem einzigen Falle nicht Pollak, sondern Felder die längste Zeit.

δ) Bemerkenswert ist die Tatsache, daß mit zunehmender Anzahl der Ziffern des Resultates die zur Niederschrift einer Ziffer des Ergebnisses erforderliche Zeit bei allen vier Rechnern sehr regelmäßig und nicht unbedeutend abnimmt.

ε) Das Verhältnis der Zeitdauer für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Ergebnisses und ohne Zehnerübertragung zu jener unter den gleichen Bedingungen mit Zehnerübertragung beträgt im Durchschnitt bei Pollak 1,10, bei Krauf und Felder je 1,16, bei Stark wieder am besten 1,24. Eine Maschine, die eine Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk nicht besitzt, bedeutet gegenüber einer mit durchgängiger Zehnerübertragung im Mittel einen Zeitverlust von rund 10—25%, je nach der Geistesgegenwart des Benutzers der Maschine.

Die von uns ermittelten Zahlen wollen wir mit denen von Hintermann a. a. O. veröffentlichten vergleichen. Die von Hintermann benutzte Maschine war eine sogenannte „Kalkulator“-Rechenmaschine. Auch Hintermann hat sowohl bei den Additionen als auch bei den Multiplikationen beträchtliche Schwankungen im Zeitaufwand, welche für die einzelne gleichartige Operation erforderlich ist, festgestellt, weshalb er nur die Gesamtzeit diskutiert. Um Hintermanns Befunde mit den meinigen vergleichbar zu machen, reduziere ich sie gleichfalls auf eine Rechnung. Als Aufgabenserien dienten Hintermann je 14 Multiplikationen mit Ziffern von gleicher Stellenzahl (einstellige mal zweistellige, einstellige mal dreistellige, zweistellige mal zweistellige, zweistellige mal dreistellige, dreistellige mal dreistellige Zahlen). Leider sind von Hintermann die gefundenen Zeiten nicht zahlenmäßig mitgeteilt, so daß ich gezwungen war, dieselben seinem Diagramm zu entnehmen. Weiter fügt Hintermann zu den reinen Maschinenzeiten noch die Zeiten für die Niederschrift des Ergebnisses von Hand hinzu, ohne jedoch anzugeben, inwieweit und ob er die für mehr Ziffern notwendige Verlängerung berücksichtigt hat.

Ich entnehme den Diagrammen Hintermanns nachstehende Zeiten (in Sekunden):

Multiplikationen	2×2	3×2	3×3 stellige Faktoren
14	120	150	160
1	8,6	10,7	11,4

Man bemerkt, wie gut sich die von Hintermann gemachten Angaben in unser Bild einfügen. Die Versuchsperson des Herrn Hintermann, Herr E. Brignoni-Zürich, ist unter die besten Maschinenrechner einzureihen.

Übereinstimmend lehren die Ergebnisse das relativ geringe Ansteigen der Maschinenzeiten bei zunehmender Stellenanzahl.

B. Kopf-Handrechnen.

Um die Resultate des Kopf-Handrechnens auf eine breitere Basis zu stellen, wurden zu den Experimenten die Schüler zweier Klassen herangezogen. Die erste Versuchsreihe habe ich am 22. Juni 1926 mit gütiger Erlaubnis des Landesschulinspektors Ministerialrat Dr. Lieblein und des derzeitigen Leiters des Mädchenreformrealgymnasiums in Prag, J. U. und Phil. Dr. F. Pick, in der VII. Gymnasialklasse der genannten Schule anstellen dürfen.

Zur näheren Charakterisierung der psychischen Situation sei erwähnt, daß mich die Mädchen der Anstalt als früheren Lehrer noch in Erinnerung haben und als Gatten einer beliebten Professorin der Anstalt kennen. Die Ergebnisse dürfen somit als von keinerlei Scheu beeinträchtigt angesehen werden. Da weiter die Versuche zum Schluß des Schuljahres, der sich mit Rücksicht auf den Unterrichtsbetrieb für die Experimente empfahl, und in einer Lehrstunde der darstellenden Geometrie — einem Schmerzenskinde des Frauenunterrichts — stattfand, ist eher anzunehmen, daß die Schülerinnen diese eingeschaltete Abwechslung als willkommene Ausfüllung der Zeit aufnahmen.

Die Mädchen der VII. Klasse der genannten Anstalt haben durch ihr sonstiges Auftreten ihre Reife bewiesen, weshalb die Wahl zunächst auf sie fiel. Ihr Benehmen bei den Experimenten hat unsere Meinung bestätigt. Von den 12 Schülerinnen der Klasse waren 11 anwesend. Die aus Mathematik reprobierte Schülerin fehlte. 10 von ihnen sind 18, 1 20 Jahre alt. Die wenige Tage nach dem Experiment verteilten Zeugnisse gaben über die allgemeine Qualität der Schülerinnen folgendes Bild: Es erhielten ein Zeugnis mit dem Kalkül „zum Aufsteigen in die nächsthöhere Klasse vorzüglich geeignet“ 4, die übrigen waren von der Schlußkonferenz nur als „geeignet“ bezeichnet worden. Unter den zum Aufsteigen geeignet befundenen 7 sind 3 schwache Schülerinnen, welche in sämtlichen Gegenständen nur „genügend“ als Abschlußnote erhielten. Die Mathematiknote „sehr gut“ (die beste bei uns eingeführte Zeugnisnote) erhielt nur 1 Schülerin, 6 „gut“, 4 „genügend“.

Der Vorgang bei den Versuchen mit dieser Klasse war folgender: Der Lehrer der darstellenden Geometrie und Mathematik Prof. H. Knobloch, in dessen Stunde die Rechenprüfung vorgenommen wurde, hatte die Freundlichkeit, mich bei dem Versuche zu unterstützen, wofür ich ihm zu Dank verpflichtet bin. Von den zu Beginn dieses Abschnittes mitgeteilten sechs Aufgabengruppen wurde zunächst die erste Gruppe von mir an die Tafel geschrieben und die Mädchen beauftragt, die Angaben zu notieren. Auf ein von mir gegebenes Zeichen hatten alle gleichzeitig mit dem Rechnen zu beginnen und Prof. Knobloch setzte die Sekundenuhr in Gang. Jede Schülerin, welche mit den Aufgaben der Gruppe fertig war, brachte dies Prof. Knobloch durch Aufheben der Hand zur Kenntnis, der die Zeit notierte. Bei einer geringen An-

zahl von Schülerinnen ist dieser Modus durchführbar und insbesondere dann, wenn die Aufgabengruppen genügend viele Beispiele umfassen. Ist die Aufgabengruppe aber zu klein, oder ist, wie im zweiten Versuche, die Schülerzahl groß, so reicht die notierende Hilfskraft, auch wenn sie die Schülerinnen kennt, nicht mehr aus. In diesem Falle half ich mir so, daß ich selbst die Zeitzählung übernahm. Nach vorher getroffener Vereinbarung hat jede Schülerin die ihr beim Erheben der Hand von mir zugerufene Zeit zur betreffenden Aufgabengruppe angemerkt. Meine mir bei diesem zweiten Versuche behilfliche Gattin überwachte stichprobenweise die Ehrlichkeit der kleinen Schülerinnen und die richtige Eintragung, soweit dies bei der großen Klasse möglich war.

Das Ergebnis in der VII. Klasse war nun folgendes:

Multiplikation: Stellenzahl der Faktoren	Minimum	Maximum
2×2	17,0 Sek.	38,0 Sek.
3×2	24,0 „	47,0 „
4×2	35,0 „	63,3 „
4×3	45,0 „	85,0 „
$4 \times 3 \times 3$	135,0 „	300,0 „
Division:		
6 : 2	107,5	210,0

Zunächst ist zu diesen Zahlen zu bemerken, daß die Minimalzeiten nicht derselben Rechnerin zugehören. Da aber bei den fünf Multiplikationsgruppen viermal dieselbe Rechnerin (Wien-Claudi) die beste Zeit erzielte, dürfen wir diese Zeiten mit den etwa von mir bei Benutzung der Rechenmaschine gefundenen, welche unter (b) mitgeteilt sind, vergleichen. Es müssen die unter (b) angeführten Zahlen gewählt werden, da ja auch den Schülerinnen die Zeit zur Anschrift des Ansatzes in die Arbeitszeit nicht eingerechnet wurde und sie weiter besonders angewiesen wurden mit größter Geschwindigkeit, jedoch ohne irgendwelche Rechenvorteile zu arbeiten. Ferner wird hier zunächst nicht darauf Rücksicht genommen, daß z. B. mir beim Rechnen mit der Maschine nicht ein einziger Fehler unterlaufen ist, trotzdem bei Bestimmung der Arbeitszeit die Rechnungen an verschiedenen Tagen wiederholt und vollständig durchgeführt wurden, während nicht eine einzige Schülerin, wie man der folgenden Zusammenstellung entnehmen kann, alle Beispiele richtig gelöst hat.

Bilden wir die Quotienten und die Unterschiede zwischen der Arbeitszeit eines mittelmäßigen Maschinenrechners und der besten Klassenrechnerin unter sonst gleichen Umständen, so erhalten wir die nachstehende Übersicht (Zeit in Sekunden):

Multiplikation	Zahl der Ziffern in jedem Faktor					Division
	2×2	3×2	4×2	4×3	$4 \times 3 \times 3$	6 : 2
Bester Klassenrechner	17,0	24,0	35,0	45,0	135,0	107,5
Mittelmäßiger Maschinenrechner . .	7,4	9,3	10,0	14,0	32,5	31,0
Bester Klassenrechner durch mittelmäßiger Maschinenrechner . . .	2,3	2,6	3,5	3,2	4,2	3,5
Δ_1	9,6	14,7	25,0	31,0	102,5	76,5
Δ_2	26,6	38,7	60,0	76,0	237,5	184,0

Schon hier fällt, in Übereinstimmung mit den Befunden anderer Autoren, auf, daß mit zunehmender Anzahl der Ziffern der zu multiplizierenden Faktoren

selbst der beste Rechner gegenüber der Maschine immer mehr und mehr zurückbleibt. Während die Kopf-Handzeit bei einem Produkt zweier Faktoren mit je zwei Ziffern nur das Doppelte der Maschinenzeit beträgt, steigt das Verhältnis auf das Vierfache bei einem Produkt dreier Faktoren mit $4 \times 3 \times 3$ Ziffern. Nicht unerwähnt soll bleiben, daß Hintermann für den Kopf-Handrechner noch ungünstigere Verhältnisse gefunden hat. Die Ursache sehe ich in der ganz hervorragenden Qualität der besten Rechnerin der von uns zu den Versuchen herangezogenen Schulklasse.

Der Vorteil, den die Benutzung einer Maschine bringt, tritt aber noch klarer zutage, wenn man, wie es sein muß, auch Richtigkeit der Ergebnisse vom Rechner verlangt. Dann muß man dem Kopf-Handrechner den Auftrag erteilen, jede Rechnung zweimal durchzuführen, indem wir die übrigens nicht vollkommen zutreffende Voraussetzung machen wollen, daß bei zweimaligem Rechnen jeder etwa vorgekommene Fehler aufgedeckt wird. Das Nachrechnen einer Rechnung ist ganz allgemein üblich und wird von Jugend an eingeschärft. Eigentlich gewährt es aber nur volle Sicherheit, wenn es eine zweite Person von Anfang an und unabhängig von der ersten (auf neuem Papier) besorgt. Der Zeitgewinn bei Verwendung einer Maschine, für die — wie noch später ausgeführt wird — ein Nachrechnen überflüssig ist, wird bei zweimaliger Durchführung der Operationen von seiten des Kopfrechnens (Δ_2) gegenüber dem bei einmaliger Rechnung (Δ_1) besonders deutlich. Man erwäge, daß so durch die Rechenmaschine „Nova-Brunsviga“ dank ihrer automatischen Übertragung des Zwischenresultates aus dem Resultat- ins Einstellwerk z. B. bei einem Produkt von nur drei Faktoren mit 4, 3 und 3 Ziffern fast 4 Minuten erspart werden, wobei der beste Kopfrechner einer Schulklasse einem nur als mittelmäßig zu bezeichnenden Maschinenrechner gegenüber gestellt wird, der überdies nicht einmal alle Vorteile der Maschine (Zehnerübertragung) ausnutzt. Geht man zur Bildung von Produkten mit noch mehr Faktoren über, die in der gleichen einfachen und sicheren Weise, wie die von drei Faktoren berechnet werden können, und läßt man die Zahl der Ziffern in jedem Faktor weiter anwachsen, so erfolgt eine abermalige Verschiebung in den Zeiten zugunsten der Maschine.

Ehe wir eine Vergleichung zwischen Kopf- und Maschinenrechner unter Berücksichtigung der Qualität des Ergebnisses geben, möchten wir noch einige pädagogisch interessante Zahlen anführen. Wir haben ausgezählt, wie viele Schülerinnen eine bestimmte Anzahl der zur Bearbeitung vorgelegten 19 Beispiele richtig gelöst haben und erhalten folgende Statistik:

Anzahl der richtigen Lösungen von 19 vorgelegten Beispielen									
absolut	15	14	13	12	11	10	9	8
in Prozenten	79	74	68	63	58	53	47	42
Schülerinnen	1	0	2	3	1	1	2	1

Man sieht: Nicht eine einzige Schülerin hat bei einmaliger Durchrechnung der Aufgaben alle Beispiele richtig gelöst. Nur eine erreichte 79% derselben. Etwa 60% der Aufgaben lösten 3 Schülerinnen und 1 Schülerin bewältigte nicht einmal die Hälfte aller Multiplikationen ohne Fehler. Weiter sei noch folgendes mitgeteilt. Ich habe untersucht, bei welchen Ziffern die meisten Multiplikationsfehler vorgekommen sind und finde die nachstehende Verteilung der 69 festgestellten Multiplikationsfehler:

Ziffer	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Anzahl der Multiplikationsfehler	31	16	10	0	1	4	5	2	0

Fast 50% aller Fehler entfallen somit auf die Ziffer 9 allein, 68% auf die beiden höchsten Ziffern 9 und 8. Auch der bei der besten Rechnerin vorgekommene einzige Multiplikationsfehler betrifft die Ziffer 9. Eine jedem Pädagogen bekannte Tatsache wird hier einmal statistisch bekräftigt.

Psychologisch interessant ist schließlich der Umstand, daß von den erwachsenen Schülerinnen, trotzdem ihnen keinerlei Nachteile aus einer unrichtigen Lösung entstehen konnten, relativ viele Täuschungen im später definierten Sinne versuchten: von 11 Schülerinnen 8. Darunter sind sogar 4, die in zwei und mehreren Gruppen der Vereinbarung entgegen Ausbesserungen u. dgl. unternommen haben. Ich möchte das als die jedem Lehrer geläufige „Suggestion der Schulbank" bezeichnen. Die 3 Schülerinnen, welche alle getroffenen Abmachungen bei der Arbeit eingehalten haben, sind in der Tat auch sonst als besonders reife und ernste Mädchen im Lehrkörper bekannt oder können als ausgezeichnete Rechnerinnen solcher Praktiken entbehren.

Wir wollen nun einen Index der Qualität des Rechners konstruieren, um eine Rangordnung der Schülerinnen aufstellen und die Leistung der besten Klassenrechnerin mit jener des Maschinenrechners vergleichen zu können. Da ich in der mir zur Verfügung stehenden Literatur für den vorliegenden Zweck keinen brauchbaren Index fand, habe ich selbst einen solchen definiert; er stellt nur einen ersten Versuch meinerseits in dieser Hinsicht vor. Der von mir eingeführte Index ist folgendermaßen gebaut:

$$J = \frac{(\text{Zahl der in jedem Beispiel vorkommenden Ziffern}) \text{ mal}}{(\text{Zahl der Beispiele}) \text{ mal } (\text{Gesamtrechenzeit in Sekunden}) \text{ mal}} \cdot \frac{(\text{Anzahl der richtig gelösten Beispiele})}{(1 + \text{Summe aller Fehler})}.$$

Dabei ist: Summe aller Fehler = Zahl der Multiplikationsfehler + Additionsfehler + Schreibfehler (+ Ablesefehler) + Täuschungsversuche.

Der Bau des Index dürfte aus der Formel ohne weitere Erläuterung verständlich sein. Es erwies sich als notwendig, Ablese- und Schreibfehler aufzunehmen, weil sich herausstellte und übrigens auch erwartet wurde, daß trotz Anschrift der Beispiele an die Tafel und Kollationierung der Angaben Schreibfehler unterlaufen werden. Einer Erklärung bedarf nur der unter den Fehlern erscheinende Begriff der Täuschungsversuche. Als Täuschungsversuch wurde alles gezählt, was gegen die Vereinbarung von den Schülerinnen unternommen wurde. Z. B. wurde eine offenkundig nachträgliche Verbesserung eines Resultates oder der Versuch, ein richtiges Ergebnis bei vollkommen falscher Ausrechnung zu unterschieben, die Mitteilung des Resultates ohne Ausrechnung (Abschreiben vom Nachbarn) usw. als Täuschungsversuch bezeichnet und als ein die Qualität des Rechners herabsetzendes Moment gewertet.

Diesem Index wurde ein die Rechenmaschine kennzeichnendes Maß gegenübergestellt. Es stellt eine vom Kopfrechner natürlich nie erreichbare, maximale Zeigerzahl vor und wurde deshalb Max. J genannt. Der Rechenmaschinenindex ist so gebaut:

$$\text{Max. } J = \frac{(\text{Zahl der in jedem Beispiel vorkommenden Ziffern}) \cdot (\text{alle Beispiele richtig})}{(\text{Zahl der Beispiele}) \cdot (\text{Zeit, welche die Maschine zur Rechnung braucht}) \cdot (1)} = \frac{\text{Zahl der in jedem Beispiel vorkommenden Ziffern}}{\text{Maschinenrechenzeit}}.$$

Die Summe aller Fehler konnte 0 gesetzt werden, da mir bei der Berechnung sämtlicher Beispiele mit der „Nova-Brunsviga" kein Fehler unterlaufen ist.

Unter Verwendung des oben definierten Index der Qualität des Rechners ergibt sich folgende Rangordnung (in Zehntausendsteln) der Schülerinnen:

1913, 1035, 855, 842, 435, 374, 335, 236, 228, 224, 62.

Die hier angegebenen Zahlen wurden in der Weise gefunden, daß der Index für jede einzelne Gruppe berechnet und die Punktzahlen aller Gruppen addiert wurden.

Die „Nova-Brunsviga" erhält bei dem gleichen Vorgang den folgenden Index (Rechner: Pollak):

a) Wenn man die „reine Maschinenzeit" verwendet oder eine fiktive, selbstschreibende „Nova-Brunsviga" zugrunde legt: 4,7384.

b) Falls man für die Maschinenzeit die unter (b) angeführte Zahl verwendet, also ohne Übertragung ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Resultates und ohne Zehnerübertragung arbeitet: 2,4909.

c) Wenn man als Maschinenrechenzeit die Zeitdauer einsetzt, welche für eine Rechnung einschließlich der Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk, mit Niederschrift des Ergebnisses und mit Benutzung der Zehnerübertragung erforderlich ist: 1,6634.

Daraus ergibt sich zunächst das folgende interimistische Resultat: Die Qualität selbst der besten Rechnerin einer in reifem Alter stehenden Gymnasialklasse verhält sich zu jener eines mittelmäßigen Benutzers der „Nova Brunsviga" wie 1913 : 24909 oder rund wie 1 : 13, wenn man nur einmalige Durchrechnung der Beispiele vom Kopf-Handrechner verlangt.

In den von uns eben verglichenen Fällen der maximalen Leistungen eines Kopf- und Maschinenrechners hat aber die höchste Anspannung aller Kräfte stattgefunden. Dies ist auf die Dauer nicht möglich. Dadurch verschlechtert sich das Verhältnis zwischen Kopf- und Maschinenrechner beträchtlich. Auch haben wir bei der Bewertung der Qualität des Kopfrechners nur die für die einmalige Durchrechnung der Aufgaben verbrauchte Zeit in den Nenner des Zeigers aufgenommen. Verlangt man nun vom Kopf-Handrechner auch die Richtigkeit der Lösung, welche die Maschine durch sich selbst garantiert und ohne die eine Rechnung ihren Namen nicht verdient, so wird der Kopfrechner die Rechnung zweimal führen müssen und einen eventuellen Fehler zu berichtigen haben.

Wir wollen darum noch die Qualität der besten Klassenrechnerin bei Verdopplung ihrer Arbeitszeit mit der für die Maschine bei aller Bequemlichkeit eines mittelmäßigen und eines sehr gewandten Benutzers derselben gültigen (c) vergleichen. Dabei haben wir den Kopfrechner noch bei Ableitung seines Index nicht unbeträchtlich bevorzugt. Denn bei der unter (c) angegebenen Rechenmaschinenzeit wurde die Einstellung der Aufgabe, die beim Kopfrechner nicht mitgezählt wurde, in die Arbeitszeit eingerechnet. Der etwa vorgebrachte Einwand, daß auch ein gewissenhafter Maschinenrechner die Aufgabe zweimal mit der Maschine rechnen wird, ist hinfällig, denn bei der Rechenmaschine ist ein zweimaliges Rechnen zwecklos und überflüssig. Bei der „Nova-Brunsviga" z. B. sieht man am Schlusse der Rechnung im Indikator und im Umdrehungszählwerk — auch bei der Division, wenn man sich der sogenannten empirischen Methode bedient — beide Faktoren bzw. Dividend und Divisor, so daß ein einziger Blick zur Kontrolle der Einstellung und der Abschrift des Ergebnisses genügt; ein zweimaliges Durchrechnen mit der Maschine ist daher überflüssig, weil die Maschine fehlerfrei arbeitet. Der Index der besten Klassenrechnerin sinkt dann auf 0,1125, jener des mittelmäßigen Maschinenrechners beträgt nach dem früheren unverändert 1,6634. Die Qualität der besten Rechnerin beträgt natürlich jetzt nicht

genau die Hälfte der früher festgestellten Zeigerzahl (0,1913), sondern etwas mehr, weil voraussetzungsgemäß bei zweimaliger Durchrechnung der Aufgaben keine Fehler übrigbleiben sollen, also im Nenner die Summe aller Fehler Null ist.

Der Index des besten Maschinenrechners der Mannesmann-Röhrenwerke (F. Stark) beträgt bei Benutzung der Zehnerübertragung im Umdrehungszählwerk (c), unter Berücksichtigung der zur Übertragung der Aufgabe ins Einstellwerk und Niederschrift des Ergebnisses erforderlichen Zeitdauer 3,4316 und würde auf 7,2050 anwachsen, wenn man ihm eine selbstschreibende „Nova-Brunsviga" zur Verfügung stellen könnte. Daraus geht abermals der ungeheure Wert eines Druckwerkes, dessen grundlegende Bedeutung für wissenschaftliche Arbeiten, z. B. die Entwicklung von Tabellenwerken, gar nicht abzuschätzen ist, hervor. Bei diesem Anlaß möchte ich die Anregung geben, daß im Falle der Einführung von Druckwerken bei den Rechenmaschinen die Typen so klein als nur möglich (Perlschrift) gewählt werden.

Wir ziehen daraus den wichtigen und bemerkenswerten Schluß: Die Qualität selbst der besten Rechnerin einer obergymnasialen Klasse, welche unter Anspannung aller ihrer Kräfte, die nur durch kurze Zeit zu ertragen ist, arbeitet, verhält sich zur Qualität einer die „Nova-Brunsviga" ohne irgendwelche besondere Anstrengung benutzenden Durchschnittsperson wie 1:15. Das Verhältnis wächst auf 1:31, wenn statt der Durchschnittsperson eine in zahlreichen Betrieben häufig anzutreffende vorzügliche Rechenmaschinenkraft zur Vergleichung herangezogen wird.

Literatur und Anmerkungen.

[1]) Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1926. Siehe auch *diese Zeitschr.* ***45****. S. 591. 1925.*

[2]) *Monthly Weather Review, Vol. 54, No. 1, Washington, January 1926, S. 14.*

[3]) Ausgeführt im Auftrage des psychologischen Institutes der Universität Zürich. I. Teil. Maximale Leistungen bei kurzer Dauer. Technik und Industrie, Halbmonatsschrift für das Gesamtgebiet der Technik. 1918, Heft 1/2, Zürich, Rascher & Co.

[3a]) Die Prüfung einer Rechenmaschine hat sich — wie einmal hier zusammengestellt werden möge — auf die folgenden Teile zu erstrecken und wird gewöhnlich in der Praxis in der nachstehenden Weise und Reihenfolge durchgeführt:

1. Zehnerübertragung des Resultatwerkes: a) Man stellt eine beliebige 6- oder 7stellige Zahl im Einstellwerk ein. Hernach wird die Handkurbel (K) der Maschine etwa viermal in positivem Sinne herumgedreht (abgekürzt geschrieben $4\,K+$); hernach wird der Zählwerkschlitten (oder kurz Schlitten) um eine Stelle weitergeschoben (abgekürzt $1\,V$) und nun die Handkurbel viermal in negativem Sinne gedreht ($4\,K-$). Oder schematisch in der oben angegebenen, üblichen Schreibweise: $4\,K+$, $1\,V$, $4\,K-$, $1\,V$, $4\,K+$ usw. In der zweiten Serie wird nach folgendem Schema gearbeitet: $4\,K-$, $1\,V$, $4\,K+$, $1\,V$, $4\,K-$ usw. Das Resultat dieser zwei Serien muß bei richtiger Funktion der Maschine 0 ergeben.

b) Man stellt die Zahl 370370370 ein. Dann muß

$3\,K+$ 111 111 111 0
$6\,K+$ 222 222 222 0
$9\,K+$ . . . . 333 333 333 0 usw.

geben.

2. Zehnerübertragung und gleichzeitig Löschung des Resultatwerkes. Man stellt eine 1 an der niedersten Stelle ein und dreht einmal negativ. Es müssen im Resultatwerk lauter 9 erscheinen. Bei Betätigung der Löscheinrichtung müssen

sämtliche 9 verschwinden und lauter 0 erscheinen. Ist ein Löschzahn gebrochen, so muß an der betreffenden Stelle die 9 stehen bleiben.

3. Indikator und Löscheinrichtung des Einstellwerkes. Es werden irgendwelche Zahlen im Einstellwerk, am besten lauter 9, eingestellt und die Angaben des Indikators mit den Hebelstellungen verglichen. Die Löscheinrichtung muß alle Hebel in die Ausgangsstellung zurückbringen.

4. Das durchgehende Umdrehungszählwerk der „Nova-Brunsviga". Man geht von der indifferenten Lage der Maschine aus und macht eine positive Kurbeldrehung ($1K+$). Durch diese eine positive Umdrehung stellt sich die ganze Maschine auf positive Arbeit ein. Nun werden zwei negative Umdrehungen durchgeführt. Bei richtiger Funktion der Maschine müssen lauter 9 im Umdrehungszählwerk erscheinen.

5. Löschung des Umdrehungszählwerkes. Anschließend an die unter (4) vorgenommene Prüfung des durchgehenden Umdrehungswerkes wird die Löschung des Umdrehungszählwerkes geprüft.

6. Das Schlittenschloß. Der Transport des Schlittenschlosses ist durch mehrmalige, stellenweise Verschiebung in beiden Richtungen zu kontrollieren.

7. Die Drehsinnsperre. Die Handkurbel wird aus der normalen Lage um einen etwa 30^0-Winkel herausgedreht. Hernach darf dieselbe bei richtigem Funktionieren der Drehsinnsperre nicht mehr in die normale Lage durch Rückwärtsbewegung gebracht werden können. Analog bei negativem Drehsinn.

8. Addition und Multiplikation: a) Die Hebel des Einstellwerkes werden auf 1, 2, 3, . . ., 9 gebracht. Die Multiplikation mit 9 muß lauter 1 als Resultat ergeben und nur an der vorletzten Stelle eine 0. Da $123\,456\,789 \times 9 = 111\,111\,11\,01$. Bei der Addiermaschine arbeitet man am besten mit der Repetitionstaste und erhält unter Benutzung der Zwischensummen- (Subtotal-)Taste das nachstehende Bild:

123456789
123456789
123456789
123456789
123456789
123456789
123456789
123456789
123456789

1111111101
9
1111111110

Die hier fett gedruckten Ziffern erscheinen im Original in roter Farbe.

b) Man stellt lauter 1 ein und überträgt dieselben ins Resultatwerk. Hernach löscht man das Einstellwerk und stellt nunmehr lauter 2 ein, die man ebenfalls ins Resultatwerk zum früheren Zwischenresultat überträgt, hernach verfährt man ähnlich mit lauter 3 usw. Durch die schließliche Übertragung von lauter 9 muß eine richtig arbeitende Rechenmaschine lauter 9, nur an der ersten Stelle eine 4, an der letzten eine 5 im Resultatwerk angeben, also 4 999 999 999 5. Endlich kann man zum Abschluß der Prüfung noch einmal die Zehnerübertragung des Resultatwerkes dadurch prüfen, daß man zum Resultat 5 hinzufügt; man hat also das Einstellwerk zu löschen, eine 5 an der niedersten Stelle einzusetzen und eine positive Kurbeldrehung auszuführen. Es müssen lauter 0 und an der ersten Stelle eine 5 erscheinen.

Dieselben Prüfungsweisen können auch unter sinngemäßer Abänderung und entsprechender Berücksichtigung der jeweiligen Kapazität der zu prüfenden Maschine auch für Rechenmaschinen anderer Systeme angewendet werden. Z. B. liefern zwei Tastenaddiermaschinen bei Anwendung desselben Textes das folgende Bild:

Dalton	Goerz
*	0
1 111 111 11	111 111 111
2 222 222 22	222 222 222
3 333 333 33	333 333 333
4 444 444 44	444 444 444
5 555 555 55	555 555 555
6 666 666 66	666 666 666
7 777 777 77	777 777 777
8 888 888 88	888 888 888
9 999 999 99	999 999 999
9 999 999 95	**4 999 999 995**

[1]) Vgl. dazu die folgenden Literaturnachweise:

a) Alt, E. (derzeit Direktor der sächs. Landeswetterwarte in Dresden): K. bayr. meteorol. Zentralstation, München 30. Nov. 1912. Betrifft eine im Jahre 1911 für die genannte Zentralstation und die ihr unterstellte Hochstation auf der Zugspitze gelieferte schreibende Trinks-Brunsviga-Rechenmaschine „Arithmotyp".

b) Charlier, C. V. L.: Vorlesungen über die Grundzüge der mathem. Statistik. Lund, Verlag Scientia (ohne Jahreszahl; nach dem Vorwort der 2. Aufl. zu schließen: 1920) S. 63.

c) Pollak, L. W.: Rechentafeln zur harmonischen Analyse. J. A. Barth, Leipzig 1926. Einleitung S. 11.

Pollak, L. W.: Ergebnisse der Temperaturaufzeichnungen des meteorol. Observatoriums auf d. Donnersberge (Böhmen) in d. Jahren 1905—23. I. Teil, Prag 1926, S. 89. (Verlag d. Institutes für kosm. Physik der deutschen Universität).

Pollak, L. W.: Das Periodogramm der Polbewegung. *Gerlands Beiträge zur Geophysik.* Leipzig 1927, S. 171. Akademische Verlagsgesellschaft.

Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion.

Von
Dr. **Rob. Richter** in Jena.

F. Kohlrausch[1]) hat ein Verfahren angegeben, um das Brechungsverhältnis eines Glasprimas auf dem Spektrometer mit streifend einfallendem Licht zu bestimmen. Er ließ das Licht einer Natriumflamme streifend in das Glasprisma eintreten, stellte das Beobachtungsfernrohr auf die Grenzlinie der Totalreflexion ein und ermittelte ein Brechungsverhältnis von 1,52067. Um das Verfahren auf seine Brauchbarkeit zu prüfen, wiederholte er die Messung mit einem leuchtenden Spalt nach dem Verfahren von Meyerstein (mit senkrechtem Lichtaustritt) und nach dem Verfahren von Fraunhofer (im Minimum der Lichtablenkung) und fand ein Brechungsverhältnis von 1,52070 bzw. 1,52071.

F. F. Martens[2]) hat das Verfahren von Kohlrausch in einer Zusammenstellung der wichtigsten Verfahren zur Bestimmung von Brechungsverhältnissen mit der Be-

---

[1]) F. Kohlrausch, Über Prismenbeobachtungen mit streifend einfallendem Licht. *Ann. d. Phys. u. Chem.* **16.** *S. 606—607. 1882.*

[2]) F. F. Martens, Über ein einfaches Spektrometer und die wichtigsten direkten Methoden zur Bestimmung von Brechungsexponenten. *Verh. d. D. Phys. Ges.* **3.** *S. 15—16. 1901.*

merkung erwähnt, daß es den Nachteil hat, nahe benachbarte Spektrallinien nicht trennen zu können. Auf diesem Nachteil beruht offenbar auch zum Teil die mangelnde Übereinstimmung der Kohlrauschschen Messungsergebnisse; denn bei dem Spaltverfahren wird auf die Mitte der doppelten Natriumlinie eingestellt, während die Grenzlinie der Totalreflexion nicht von der ideellen Mitte der Natriumlinien herrühren kann.

Das Verfahren von Kohlrausch ist daher nur zu refraktometrischen Messungen geeignet, und zwar mit einer Genauigkeit, die durch den gegenseitigen Abstand der Komponenten der benutzten Spektrallinie begrenzt ist. Eigentliche spektrometrische Untersuchungen lassen sich dagegen wegen mangelnder Reinheit des Spektrums nicht ausführen.

In der zuletzt genannten Beziehung hat C. Pulfrich[1]) eine Verbesserung gebracht; er schaltete zwischen die Lichtquelle und das von ihm konstruierte Refraktometer einen gezahnten Schirm, um die Grenzlinie der Totalreflexion verschiedener Spektrallinien voneinander zu trennen. Ein Verfahren, das sich auch auf die Kohlrauschsche Anordnung anwenden läßt, und mit dessen Hilfe Spektralfarben voneinander sauber getrennt werden können, die sich durch Lichtfilter nicht mehr trennen lassen. Wird das Verfahren von Pulfrich etwas verfeinert, so führt es schließlich, wie hier gezeigt werden soll, zu einer Auflösung sehr nah benachbarter Spektrallinien und zur Erzeugung eines reinen Spektrums.

1. Die Wiederholung des Kohlrauschschen Versuchs.

Da das Licht der Natriumflamme nicht streng homogen, sondern aus dem Licht der Spektrallinien D_1 und D_2 mit den Wellenlängen 589,60 $\mu\mu$ und 589,00 $\mu\mu$ zusammengesetzt ist, so entsteht die Frage, für welche der beiden Natriumlinien das Brechungsverhältnis durch das Verfahren von Kohlrausch bestimmt wird. Nimmt man an, daß die Grenzlinie der Totalreflexion nicht das Ergebnis einer Vermischung ist, sondern von einer bestimmten äußersten Linie herrührt, so kommt man in leicht ersichtlicher Weise zu dem Schluß, daß die langwellige Natriumlinie D_1 die Grenzlinie bilden muß. Diese Auffassung wird durch eine Messung bestätigt, die an einem großen Spektrometer der Zeiss Ikon A.-G. Goerz-Werk in Berlin-Zehlendorf gemacht wurde.

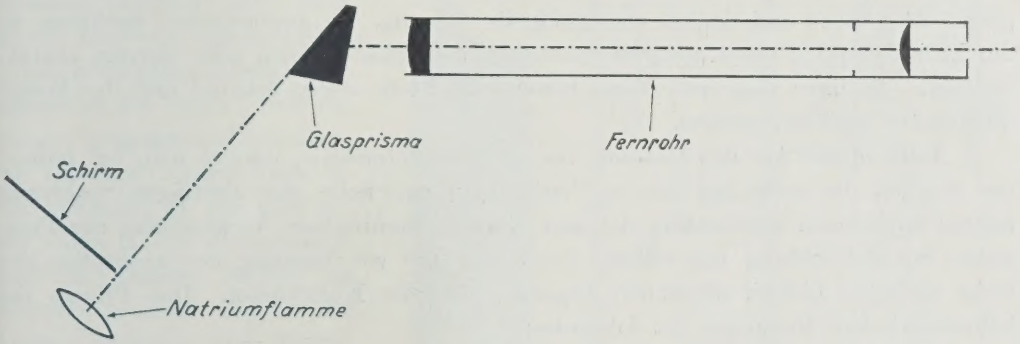
Der oben beschriebene Versuch von Kohlrausch wurde mit einem hochbrechenden Flintglasprisma mit 30° brechendem Winkel wiederholt, nur mit dem Unterschied, daß bei der nachfolgenden Messung mit leuchtendem Spalt die Brechungsverhältnisse für beide Natriumlinien bestimmt wurden. Mit streifend einfallendem Licht ergab sich ein Brechungsverhältnis von 1,715948, während mit leuchtendem Spalt die Brechungsverhältnisse 1,715952 für die langwellige Natriumlinie D_1 und 1,716023 für die kurzwellige Linie D_2 gefunden wurde. Der gemessene Unterschied zwischen den beiden Natriumlinien beträgt 71 Einheiten der sechsten Dezimale des Brechungsverhältnisses, in guter Übereinstimmung mit dem rechnerisch aus den Angaben des Glaskataloges gefundenen Wert von 72 Einheiten. Der gemessene Unterschied zwischen dem mit streifend einfallendem Licht gemessenenen Brechungsverhältnis und dem Brechungsverhältnis für die langwellige Natriumlinie D_1 beträgt nur 4 Einheiten der sechsten Dezimale und zeigt, daß die kurzwellige Natriumlinie ohne Einfluß auf die Lage der Grenzlinie der Totalreflexion ist.

[1]) C. Pulfrich, Universalapparat für refraktometrische und spektrometrische Untersuchung. *Diese Zeitschr.* **15.** *S. 391—392. 1895.*

2. Die Trennung der Natriumlinien.

Um die im vorhergehenden Abschnitt mitgeteilte zahlenmäßige Übereinstimmung dem Auge unmittelbar sichtbar zu machen, wurde der Versuch gemacht, die von beiden Natriumlinien herrührenden Grenzlinien der Totalreflexion voneinander zu trennen.

Dieser Versuch erschien aussichtsreich sowohl wegen der vorher gefundenen reinlichen Scheidung der Natriumlinien hinsichtlich ihrer Wirkung auf das Messungsergebnis, als auch wegen des dem streifend einfallenden Licht eigentümlichen Strahlenverlaufs. Der Querschnitt des streifend, oder nahezu streifend einfallenden Lichtbündels ist verschwindend schmal im Vergleich zu dem Querschnitt, den das Lichtbündel hat, sobald es aus dem Prisma wieder heraus in das Beobachtungsfernrohr eintritt. Bei der Abbildung der in unendlich großer Entfernung gelegenen, der Natriumflamme äquivalenten Leuchtfläche durch das Prisma sind die genannten Querschnitte als Eintritts- und Austrittspupille zu betrachten, deren Verhältnis bekanntlich die Angularvergrößerung



der Abbildung angibt; die leuchtende Natriumfläche wird also mit sehr starker angularer Verkleinerung abgebildet. Eine kurze Rechnung zeigt, daß eine leuchtende Fläche, die vor der Brechung vom Prisma aus gesehen etwa 17 Winkelminuten breit erscheint, nach der Abbildung durch das Prisma eine scheinbare Breite von nur 3 Winkelsekunden hat, also 340 mal verkleinert wird.

Das von C. Pulfrich[1]) schon bei weiter auseinander liegenden Spektrallinien angewandte Verfahren führt auch hier zum Ziele. Nach Pulfrich stellt man einen an seiner Kante gezahnten Schirm (siehe Abbildung) parallel zur Kante des Prismas zwischen Lichtquelle und Prisma, um das einfallende Lichtbündel einzuengen und die von den verschiedenen Spektrallinien herrührenden hellen Gebiete im Gesichtsfeld voneinander zu isolieren. Wird das Verfahren bei Natriumlicht angewendet, so bietet das Gesichtsfeld zunächst den Anblick eines leuchtenden Streifens, der auf der einen Seite durch die Grenzlinie der Totalreflexion und auf der anderen Seite durch das verwaschene Abbild der gezahnten Schirmkante begrenzt wird. Pulfrich hat den Schirm gezahnt, damit sein Abbild verwaschen erscheint und leicht von der scharfen Grenzlinie der Totalreflexion unterschieden werden kann. Statt dieses gezahnten festen Schirmes wurde ein Schirm mit geradliniger, wenn auch grob in Messingblech geschnittener Kante benutzt und mit einer Feinbewegung versehen, so daß seine Entfernung von der Ebene der Prismenfläche beliebig verändert werden konnte. Näherte man diesen Schirm langsam der Prismenebene, so wurde der Lichtspalt im Gesichtsfeld des Beobachtungsfernrohres sehr schmal und löste sich schließlich in zwei feine helle Streifen auf, deren Kanten die Grenzlinien der beiden *D*-Linien waren.

[1]) C. Pulfrich l. c.

Über neue Kolorimeter.

Von
Dr. **W. Ewald.**
(Wissenschaftlicher Mitarbeiter der Askania-Werke A.-G., Berlin-Friedenau.)

Ein Stoff in flüssiger oder fester Form erscheint grau bis schwarz, wenn er alle sichtbaren Lichtstrahlen in gleichem Maße absorbiert. Ist diese Absorption in den einzelnen Spektralbezirken eine verschiedene, so erscheint der betreffende Stoff gefärbt. Außer von der Natur des Stoffes ist die Färbung von der durchleuchteten Schichtdicke abhängig. An und für sich undurchsichtige Metalle zeigen in dünnen Schichten eine ausgeprägte Färbung, z. B. Gold eine grüne und Silber eine blaue Farbe. Umgekehrt beobachtet man an normalerweise als wasserhell bezeichneten Flüssigkeiten in genügenden Schichtdicken deutliche Farben, beispielsweise zeigt Glyzerin eine blaugrüne, Äthyläther und Azeton eine goldgelbe Tönung. Im gewöhnlichen Spektrum ist die Lichtabsorption durch gefärbte Stoffe durch dunkle Streifen oder Banden charakterisiert. An ihrer Lage und Form können die Stoffe selbst erkannt und ihre Menge quantitativ ermittelt werden.

Außer dieser Art der Messung, der Spektrophotometrie, wendet man bei färbenden Stoffen, die selbst in starker Verdünnung eine Seite des sichtbaren Spektrums nahezu auslöschen, zweckmäßig die sehr einfache unmittelbare Vergleichung der Farbstärke bei Beleuchtung mit weißem Licht an. Die zur Messung der Absorption des nicht zerlegten Lichtes dienenden Apparate sind die Kolorimeter. Das Prinzip der kolorimetrischen Messungen ist folgendes:

Man vergleicht zwei Farbstofflösungen, bei denen man von einer den Gehalt an färbender Substanz genau kennt, in solchen Schichtdicken miteinander, daß die Mengen des durchgelassenen Lichtes gleich sind. Man setzt hierbei voraus, daß der Gehalt einer Lösung an färbendem Stoff den Schichtdicken, für die gleiche Helligkeit besteht, umgekehrt proportional ist. Diese Beziehung gilt jedoch nur für eine bestimmte Wellenlänge, sobald sich der Absorptionskoeffizient mit der Wellenlänge ändert.

Obwohl man im allgemeinen beim Vergleich einer Farblösung mit einer Vergleichslösung die Schichtdicke der letzteren ändert, erreicht man natürlich dasselbe durch Konzentrationsänderung der letzteren. In anderen Fällen wählt man zur Messung der Farbtiefe einen Stoff von ähnlichem Farbentyp, z. B. zur Messung der Farbentiefe eines Bieres eine Jodlösung von bekanntem Gehalt.

Die erste hier zu beschreibende Gruppe von Kolorimetern sind die nach Stammer, die besonders in technischen Laboratorien für Zucker- und Erdöluntersuchungen Anwendung finden.

Zur Prüfung der Färbung des Handels-Erdöls sind verschiedene Kolorimeter in Benutzung, welche ihrem Prinzip nach mit den in Färbereien, Zuckerfabriken usw. zu demselben Zweck schon längst in Gebrauch befindlichen Kolorimetern übereinstimmen. Eine besonders für die Untersuchung von Erdölen abgeänderte Konstruktion (siehe Abb. 1 und 2) ist folgende:

In dem hölzernen Gehäuse *A* (siehe Abb. 2) befindet sich der zur Aufnahme des zu prüfenden Erdöls dienende Metallzylinder *c*, dessen Boden *b* aus einer mittels Metallfassung dicht festgeschraubten aufgeschliffenen Glasplatte besteht. Zylinder *c* steht auf einem durch Drehung des Knopfes *K* auf- und abwärts beweglichen Aufzug, der einen hiermit verbundenen Zeiger in Bewegung setzt und dadurch an dem auf

dem hölzernen Gehäuse befestigten Maßstabe m die Höhe der Verschiebung des Zylinders c in Millimeter anzeigt. In dem Deckel des Gehäuses hängt die unten in gleicher Weise wie c mit Glasplatte abgeschlossene Tauchröhre t, auf welcher zur Sicherung ihrer Lage eine kleine Ringfeder aufgeklemmt wird. Am Boden des Gehäuses liegt in schräger Stellung der Milchglasspiegel p; durch diesen wird bei a diffuses Licht in den Apparat geworfen. Das Licht geht einerseits durch das im Zylinder c befindliche Erdöl und die darüber stehende Tauchröhre t, andererseits durch ein innen geschwärztes Blendrohr z, welches vom Boden des Apparates bis zum optischen Vergleichsapparat reicht. Durch das Okular des letzteren werden mit Hilfe dieses aus zwei Rhomboeder-Prismen bestehenden Vergleichsapparates die durch c und die durch z gegangenen Lichtstrahlen auf einem runden Gesichtsfeld vereinigt, so daß man auf der einen Hälfte die ersteren, auf der anderen Hälfte die letzteren erblickt und so die beiden Farbtöne und Helligkeiten miteinander unmittelbar vergleichen kann.

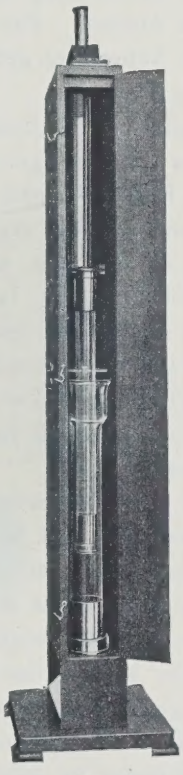


Abb. 1.

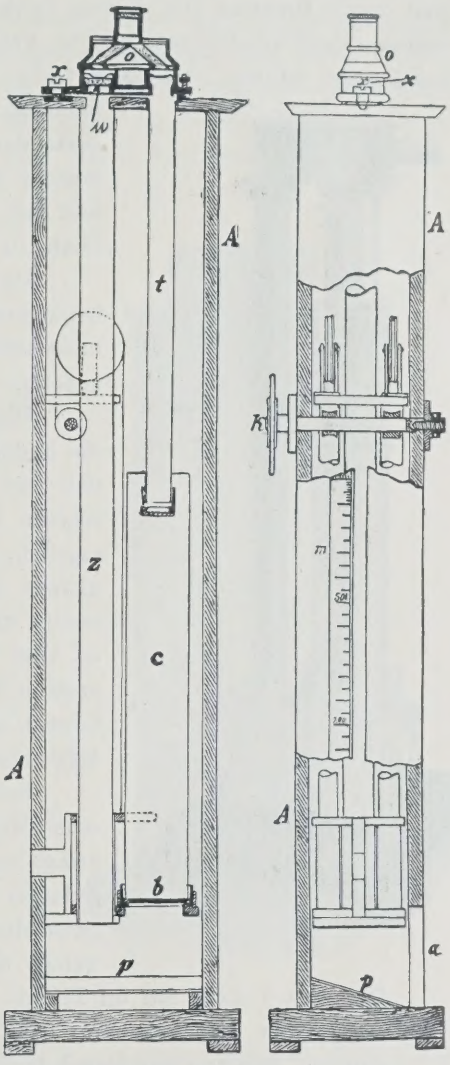


Abb. 2.

Als Normalfarbe wird eine Uranglasplatte benutzt. Dieselbe ist bei u in den Apparat einzulegen. Farbe und Dicke dieser Urannormalgläser sind so gewählt, daß bei Einstellung auf gleiche Farbe und Helligkeit der Vergleichsfelder an der Teilung des Kolorimeters sich für die üblichen Handelsmarken folgende Schichthöhen ergeben:

für Standard white	50,0 mm,
für Prime white	86,5 mm,
für Superfine white	199,5 mm,
für Water white	310,0 mm.

Zum bequemen Wechseln der Tauchröhre ist der Vergleichsapparat um die Achse bei x drehbar und kann also seitlich verschoben werden.

Zur Prüfung von Schmierölen, die sehr dunkel sind, ist es empfehlenswert, ein kürzeres Standgefäß zu benutzen.

Zur Untersuchung eines Erdöles wird folgendermaßen verfahren:

Zylinder c wird auf den tiefsten Stand gebracht, herausgenommen und mit der zu prüfenden Probe bis zur Marke gefüllt, vorsichtig wieder eingestellt, die Tauchröhre t eingesetzt und das Gehäuse A mit Ausnahme der Tür a verschlossen. Man stellt alsdann den Apparat so auf, daß von einem Fenster helles Licht einfällt, worauf man durch Drehung von K den Zylinder c so lange nach aufwärts schiebt, bis die beiden Gesichtsfeldhälften gleiche Farbentönung zeigen. Je höher man Zylinder c stellt, desto dünner wird die zwischen dem Boden der feststehenden Tauchröhre befindliche Schicht von Erdöl und entsprechend heller auch das Gesichtsfeld. Es ist einleuchtend, daß diese Schicht um so dünner wird, je tiefer gefärbt das Öl ist, und der Zeiger gibt die Dicke dieser Schicht auf der Skala in Millimeter an.

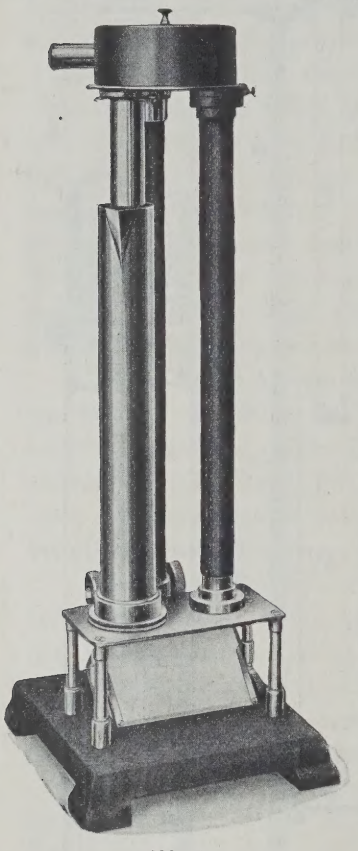


Abb. 3.

Das Kolorimeter ermöglicht rasches Arbeiten und bequemes Ablesen. Für scharfe Bestimmungen müssen mehrfache Ablesungen gemacht und aus ihnen das Mittel genommen werden.

Obgleich die Färbung des Normalglases den Farbton des Erdöls gut wiedergibt, so ist doch selbstverständlich, daß für Erdöl verschiedener Herkunft kleine Unterschiede im Farbton gegenüber dem Normalglase sich ergeben, so daß ein absolut genaues Einstellen auf gleiche Färbung der beiden Gesichtsfeldhälften nicht immer zu ermöglichen ist. Der hierdurch bedingte Fehler ist aber auch bei Anwendung eines Normalöles oder einer anderen Normalflüssigkeit ebensowenig zu vermeiden und bewegt sich zudem nur innerhalb weniger Bruchteile eines Millimeters.

Soll das Kolorimeter zu anderweitigen kolorimetrischen Messungen, z. B. für Farbstoffe, benutzt werden, so bringt man das zu prüfende Material in Lösung in den Zylinder c und ersetzt das Uranglas durch eine mit einer passenden Normalflüssigkeit gefüllte Beobachtungsröhre, welche man in das Blendrohr z einlegt.

Die Abb. 3 stellt ein im Prinzip gleiches Kolorimeter nach Stammer dar, das hauptsächlich zur Zuckeruntersuchung Verwendung findet.

Ähnlich arbeitet das Tauch-Kolorimeter in zwei veränderlichen Schichten nach Dubosq.

Das ursprünglich aus Holz bestehende Gestell für das Tauch-Kolorimeter ist durch eine Neukonstruktion aus Metall angefertigt. In seinem oberen Teil trägt dasselbe den optischen Beobachtungsapparat (photometrische Vergleichung nach Lummer-Brodhun), während in der Grundplatte des Gestells unter einem Winkel von 45 Grad eine Milchglasplatte zur Beleuchtung der Beobachtungsröhren angebracht ist. Die beiden Standgefäße, welche die zu untersuchende Flüssigkeit aufnehmen, besitzen nicht mehr fest aufgekittete Verschlußplatten, sondern abschraubbare Bodenplatten, ähnlich den Beobachtungsröhren bei den Polarisationsapparaten, wodurch ein leichteres und schnelleres Reinigen der Tröge ermöglicht ist.

Die Abb. 4 zeigt die Anordnung der Schwimmer (Tauchröhren) und der Standgefäße, Abb. 5 den Bewegungsmechanismus der Standgefäße und die Ablesevorrich-

tung zur Messung der Schichthöhen. Diese Tauch-Kolorimeter werden für eine meßbare Schichthöhe von 130 mm gebaut. Die Schwimmer selbst bestehen aus einem dickwandigen Glasrohr mit angesetzter Verschlußplatte. Diese Verschlußplatte ist mit dem Rohr nicht fest verkittet, sondern an dasselbe nur angerieben. Da der Rand der Glasröhren plangeschliffen ist, würde die Verschlußplatte auch ohne Bindemittel völlig fest an dem Glasrohre haften; aus praktischen Gründen sind diese Platten jedoch mit einem leicht wirkenden Bindemittel an die Glasröhre angepaßt. Als solches Mittel ist reines Wollfett zu empfehlen. Behufs Reinigung der Verschlußplatten lassen sich diese bei Verwendung von solchem Fett sehr leicht von den Schwimmern abziehen.

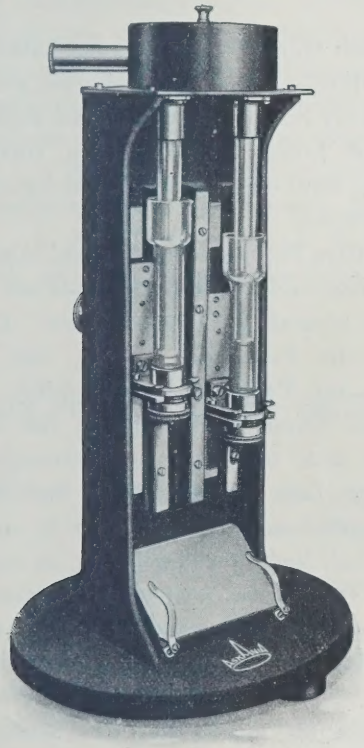


Abb. 4.

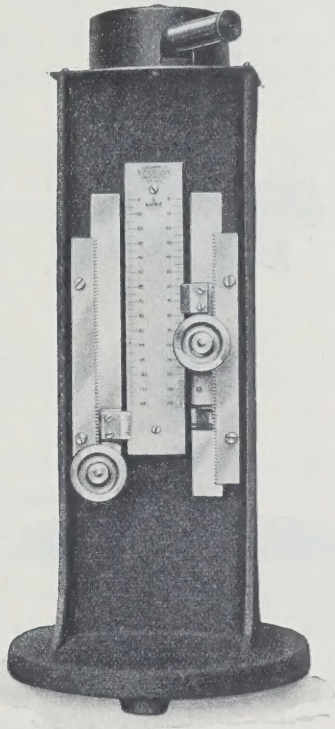


Abb. 5.

Durch Hinzufügung entsprechend ausgewählter Rauchgläser, welche zwischen den optischen Beobachtungsapparat und den Beobachtungsröhren einzuschalten sind, läßt sich dieses Kolorimeter auch im Sinne des Königschen Diaphanometers benutzen.

Für Untersuchung scharf ätzender Flüssigkeiten, z. B. Salpetersäure, können auf besonderen Wunsch ein paar Tauchröhren sowie Standgefäße beigegeben werden, bei denen die Verschlußplatten fest, und zwar säurebeständig angekittet sind.

Zum Gebrauch sind zunächst der Nullpunkt der Nonien von dem Nullpunkt der beiden Teilungen bei leeren Standgefäßen in Koinzidenz zu bringen, die Lupe nur so weit heraus- oder hereinzuschieben, bis die Trennuungslinie zwischen mittlerem Fleck und dem diesen konzentrisch umgebenden Ring völlig schärf erscheint.

Es wird sich nun in den meisten Fällen zeigen, daß innerer Fleck und umgebender Ring nicht gleiche Helligkeit aufweisen. Dies rührt davon her, daß das auf die Milchglasplatte fallende Licht nicht gleichmäßig in beide Tauchgefäße gelangt.

Das Kolorimeter muß nun zur Lichtquelle verschoben werden, bis Ring und Fleck gleiche Schattierung aufweisen; die richtige Aufstellung ist gegeben, wenn die feine Trennungslinie zwischen Ring und Fleck zum Verschwinden kommt.

Die Verschlußplatten der Standgefäße müssen vor jeder und nach jeder Benutzung sorgfältigst gereinigt werden. Alle Kolorimetermessungen sind zweckmäßig in einem dunklen Raum vorzunehmen.

Als letzte Neukonstruktion muß noch das Kolorimeter von Heele-Gallenkamp Erwähnung finden. Mit direkter Prozentablesung ausgerüstet, ist es frei von infolge Meniskenbildung entstehenden Fehlern, mit denen die Messungen an Kolorimetern anderer Konstruktionen behaftet sind.

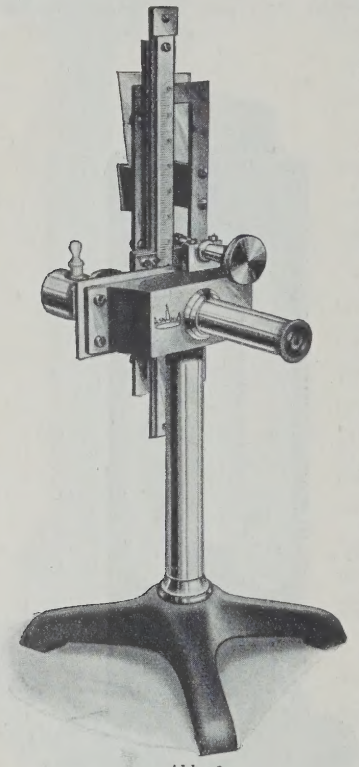


Abb. 6.

Kolorimeter nach Heele-Gallenkamp haben infolge ihrer leichten Handhabung und dabei doch großen Genauigkeit außer in der Indigobestimmung, zu welchem Zweck diese in erster Linie bestimmt waren, vorzugsweise Verwendung bei Blut- und anderen physiologischen Untersuchungen gefunden.

In das abnehmbare Beobachtungsrohr (vgl. Abb. 6) kommt die zu untersuchende Flüssigkeit, während der keilförmige Trog die normale Lösung aufnimmt. Letzterer bewirkt, daß die Farbe der Lösung von der tiefsten Tönung bis zur Farblosigkeit allmählich und regelmäßig abnimmt. Durch Vorbeiführung des keilförmigen Troges an dem optischen Beobachtungsrohr wird dann diejenige Lage gesucht, bei der beide Flüssigkeiten gleiche Färbungen zeigen, dann ist an der Skala der Prozentgehalt leicht abzulesen. Es ist darauf zu achten, daß das Okular des Beobachtungsapparates auf die Trennungslinie des Gesichtsfeldes scharf eingestellt ist und daß das Licht beide Hälften gleichmäßig beleuchtet.

Die vielen Mängel, mit denen das sonst im Prinzip so vorzügliche Kolorimeter von Heele-Gallenkamp behaftet ist, z. B. das öfter vorkommende Trüben der zu untersuchenden Flüssigkeit, bedingt durch die bei dieser Konstruktion nicht anders mögliche Kittungsart, der beschränkte Gebrauch auf nur bestimmte Flüssigkeiten, das umständliche Reinigen der nicht aus den Fassungen entfernbaren Tröge, sowie besonders die Verschiebung des Beobachtungsapparates an den Trögen vorbei, welches Anlaß zu einer inkonstanten Beleuchtung des Gesichtsfeldes gibt, ließen es notwendig erscheinen, durch vollständige Umarbeitung ein Instrument zu schaffen, welches von allen diesen Übelständen befreit ist und gleichzeitig größere Genauigkeit in der Messung garantiert.

Der frühere parallele Glastrog, der die zu untersuchende Flüssigkeit aufnimmt, ist durch ein mit Tubus versehenes Beobachtungsrohr ersetzt. Der die normale Flüssigkeit enthaltende keilförmige Glastrog ist optisch genau hergestellt und mit einer gegen sämtliche Flüssigkeiten (Säure, Laugen) widerstandsfähigen Substanz gekittet. Beide, das Beobachtungsrohr sowie der Keil, sind nicht mehr fest miteinander verbunden, sondern getrennt und behufs leichterer Reinigung resp. Füllung aus den Fassungen herausnehmbar.

Weiter ist bei der Neukonstruktion das den keilförmigen Trog ausbalancierende Gegengewicht, welches sich beim Gebrauch als lästig erwiesen hat, in Wegfall gekommen. Zur sanfteren Bewegung erfolgt die Vorbeiführung des keilförmigen Troges mittels Zahn und Trieb.

Zusammenfassung:

1. Kolorimeter nach Stammer, für Erdöluntersuchungen, großes Modell, für Schichthöhen bis zu 375 mm. Blendrohr, Standgefäß und Tauchröhre aus Metall (oder Glas).

2. Kolorimeter nach Stammer, ganz in Metall ausgeführt und hauptsächlich für Zuckeruntersuchungen. Bewegung der Tauchröhre durch Zahn und Trieb. Größte Schichthöhe 270 mm einschließlich vier Normalgläsern für Zuckerbestimmung oder zwei Urannormalgläsern für Petroleumuntersuchung, an Stelle des gewöhnlichen optischen Vergleichsapparates mit optischem Würfel nach Lummer-Brodhuhn ausgerüstet, wodurch die Empfindlichkeit eine größere ist.

3. Kolorimeter nach Dubosq zur Zuckeruntersuchung und für allgemeine Untersuchungen im chemischen Laboratorium.

4. Kolorimeter nach Heele-Gallenkamp zur vorzugsweisen Verwendung bei Blut- und anderen physiologischen Untersuchungen.

Ein Preisverzeichnis geodätischer Vermessungsinstrumente aus dem Jahre 1801.

Beiträge zur Geschichte des geodätischen und markscheiderischen Messungswesens und der vermessungstechnischen Instrumentenkunde Nr. 5.

Von
Karl Lüdemann in Freiberg, Sachsen.

Das wachsende Interesse an der Geschichte der Technik, das man in den beiden letzten Jahrzehnten in Deutschland beobachten konnte, ist, wenngleich in beschränktem Maße, auch der Entwicklungsgeschichte der deutschen Feinmechanik und Optik zugute gekommen. Ich erinnere hier nur an Namen wie Joh. A. Repsold, M. v. Rohr, H. Harting, denen sich noch manche andere hinzufügen ließen.

In der geodätischen Feintechnik läßt die Geschichtsschreibung noch viel zu wünschen übrig. So verfügt, um ein Beispiel zu nennen, von den beiden bereits im 18. Jahrhundert gegründeten und noch heute bestehenden Werkstätten, die ausschließlich Vermessungsinstrumente herstellen, den heutigen Firmen Max Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg-Sachsen und F. W. Breithaupt & Sohn in Kassel, nur die letztere über eine, von G. Schewior veröffentlichte Darstellung ihres Entwicklungsganges.

Dem Gründer der Hildebrand-Werkstätten, dem Berg-Mechanikus Johann Gotthelf Studer (1763—1832) gedenke ich, in nächster Zeit eine seiner Tätigkeit gerecht werdende Schilderung zu widmen. Heute möchte ich ein von ihm im Jahre 1801 als Anlage (S. 155—166) zu seinem in Leipzig 1801 bei G. J. Göschen erschienenen Werk: „Beschreibung eines vollständigen Apparats zu ökonomischen Vermessungen in Hinsicht auf dessen Bearbeitung, Prüfung und Gebrauch. 1. Winkelvermessungsinstrument. 2. Eine Grundlinienvermessungskette. 3. Eine Eisenscheibe“ veröffentlichtes Preisverzeichnis geodätischer Instrumente bekanntgegeben. Dieses Verzeichnis ist um so interessanter, als sich in der Preisliste von Joh. Chr. Breithaupt (1736—1799),

des Schwiegervaters von Joh. Gotth. Studer, keine Theodolite angegeben finden. W. Breithaupt sagt von ihm:

„Er beschäftigte sich fast nur mit Ausführung astronomischer Instrumente, was seine dienstliche Stellung mit sich brachte, da er hauptsächlich zur Ausführung astronomischer Instrumente für die unter Landgraf Friedrich II. neuerbaute Sternwarte angestellt war."

Aus dem Jahr 1801 gibt es auch ein Preisverzeichnis der Gebrüder Breithaupt, von denen der eine, F. W. Breithaupt (1780—1855), seine feinmechanische Ausbildung in Freiberg bei seinem Schwager, eben unserem Joh. Gotth. Studer, erhalten hat.

Das Preisverzeichnis von Joh. Gotth. Studer hat folgenden Wortlaut:

„Preisverzeichnis.

Die öfteren Nachfragen wegen der Preise vieler und besonders wichtiger Instrumente, veranlassen mich, die Preise einiger von mir verbesserten Instrumente hier anzuführen. Ein vollständiges Preis-Verzeichnis würde hier nicht an seinem Orte seyn; doch werde ich nicht unterlassen, bey andrer Gelegenheit die Preise mehrerer Instrumente anzugeben, und bey künftiger Bekanntmachung verschiedener meiner Erfindungen und Verbesserungen die Preise zugleich mit zu bestimmen.

1.) Ein großes Winkelmeß-Instrument, zu großen ökonomischen Landes Vermessungen, mit allem Zubehör, welches auf Verlangen zum Höhenmessen und Nivelliren mit eingerichtet werden kann 1200 bis 1500 Thlr.

Dieses Instrument, dessen Scheibe 18 bis 24 Zoll hält, wird durch Berechnung der Sehnen getheilet, und mit einem doppelten Nonius versehen, um die Minuten und Theile derselben auf beyden entgegengesetzten Seiten abnehmen, und die Theilung genau prüfen zu können. Der in der Alhidade festsitzende, und im Mittel der Scheibe sich bewegende stumpfe Kegel ist aus gehärtetem Stahl gearbeitet. Das große 4 Fuß lange mit feinen Stellungen versehene akromatische Fernrohr ruht auf einer 12 bis 16 Zoll langen Axe, deren Zapfen aus Spiegelmasse bestehen, und in metallnen Lagern liegen. An diese Axe kann eine Brandersche Wasserwage gehangen werden; eine andere aber ist auf die Alhidade winkelrecht mit der Axe befestiget.

Am Stativ befindet sich ein 2 Fuß langes akromatisches Untersuchungsfernrohr, an welchem so wie am Stativ und Instrument selbst, allenthalben wo es nöthig ist, feine Stellungen und Berichtigungsschrauben angebracht sind.

Hierzu werden mehrere zur Alhidade dienliche Schrauben, die erforderlichen Mikroskope, eine große Mayersche Wasserwage, große Boussole, und anderer nöthige Apparat, das Instrument selbst, in einem dazu eingerichteten Futterale, und das Stativ mit Apparat in einem großen Kasten geliefert.

2.) Ein großer Meßtisch, der für das zum Instrument gebaute Stativ eingerichtet ist, mit allem zu dergleichen wichtigen Vermessungen nöthigen Zubehör. Der Aufsatz ist mit einem akromatischen Fernrohr, und dieses mit feinen Stellungen versehen 90 bis 100 Thlr.

3.) Ein großes Stativ allein, mit allen feinen Stellungen nach meiner neuen Einrichtung 60 bis 70 Thlr.

4.) Das in diesem Werkchen beschriebene Winkelmeß-Instrument mit dazu erforderlichem Apparat, Stativ, Kasten, und Futteralen 300 Thlr.

5.) Ein dazu eingerichteter Meßtisch, mit dazu erforderlichen Stücken 25 bis 30 Thlr.

6.) Ein großer Meßtisch zum gewöhnlichen Feldmessen der Aufsatz mit Küpregel und Dioptern, das Stativ aber mit der Schraube ohne Ende versehen und zu feiner Horizontalstellung eingerichtet, mit dem nöthigen Apparat. 35 bis 40 Thlr.

7.) Kleinere Meßtische mit den zum Vermessen erforderlichen Stücken und verhältnißmäßigem Stativ 15 bis 30 Thlr.

8.) Eine große Boussole mit Dioptern, und dem mit einer Schraube ohne Ende versehenen Stativ nebst zum Vermessen nöthigen Stücken 25 bis 30 Thlr.

9.) Kleinere dergleichen mit Stativen ohne feine Stellungen 15 bis 20 Thlr.

10.) Ein Kompaß in Form einer Taschen-Uhr, wozu ein viereckiges Blatt von Ebenholz mit Dioptern versehen geliefert wird, worauf man den Kompaß befestigen kann. Das Ganze ist eingerichtet, es auf einen Stock zu stellen, und dienet zu kleinen Vermessungen, die keine strenge Genauigkeit erfordern. Dieser Apparat ist, weil man ihn bequem bey sich führen kann, auf Reisen zu empfehlen 11 bis 14 Thlr.

11.) Ein dergleichen Kompaß in Stunden oder Grade getheilet, mehr oder weniger elegant ohne Zulegplatte 7 bis 8 Thlr.

12.) Ein dergleichen Kompaß inwendig auf dem Boden mit einem Gradbogen versehen 8 bis 10 Thlr.

13.) Ein gewöhnlicher aber gut gearbeiteter Gruben-Kompaß von Messing auf einer viereckigen Platte 5 Thlr.

14.) Ein etwas größerer von der Art, mit länglicher Platte und feiner eingetheilet 6 Thlr.

15.) Ein dergleichen Kompaß nnter der Nadel mit einem Gradbogen oder auch die Platte mit Dioptern versehen 7 bis 10 Thlr.

16.) Ein vollständiges Markscheider Instrument mit allen nöthigen Stücken 60 Thlr.

17.) Ein dergleichen Markscheider Instrument mit der Verbesserung, durch welche man das reducirte Streichen, durch Verstellen des Theilungsringes von außen, erhalten kann, wobey noch eine Vorrichtung angebracht ist, die den Kompaß, wenn die Nordlinie parallel mit den Seiten der Zulegplatte ist, von selbst festhält, um die Magnetabweichung genau abnehmen zu können 70 Thlr.

18.) Eines dergleichen mit zwey Kompässen 85 Thlr.

19.) Die in vorstehenden Werkchen beschriebene verbesserte Eisenscheibe, nebst allen zum Gebrauch erforderlichen Apparat 70 Thlr.

20.) Der doppelte Apparat, der des geschwinden Arbeitens wegen sehr zu empfehlen ist. 130 Thlr.

21.) Ein guter Transporteur mit einem Nonius, Mikroskop zum Winkelabnehmen, einer Punktirmaschine, nachdem er größer oder kleiner verlanget wird 12 bis 20 Thlr.

22.) Eine Grundlinienvermessungskette von 20 Gliedern, 50 Fuß lang nach der vorstehenden Beschreibung nebst dem nöthigsten Apparat zur Kette 50 Thlr.

Sollten aber Thermometer, Zirkel oder andere beym Vermessen nöthige Stücke dazu geliefert werden; so würde sich der Preis nach Verhältniß erhöhen.

23.) Eine dergleichen Kette von 10 Gliedern 35 Thlr.

24.) Ein zu Vermessung mit dieser Kette nöthiger Stangenzirkel nach Verhältniß seiner Länge, die Stange von Stahl, und jeder Fuß darauf in 1000 Theile getheilet. Der Zirkel ist des genauen Stellens wegen mit einer Mikrometerschraube versehen 6 bis 10 Thlr."

Es folgen nun „ganz feine Wagen zum Probieren" und eine Reihe physikalischer Geräte, die hier nicht weiter interessieren. Erwähnt sei nur noch, daß auch die Herstellung von Probiergerät sich in den Hildebrand-Werkstätten bis heute erhalten hat.

Referate.

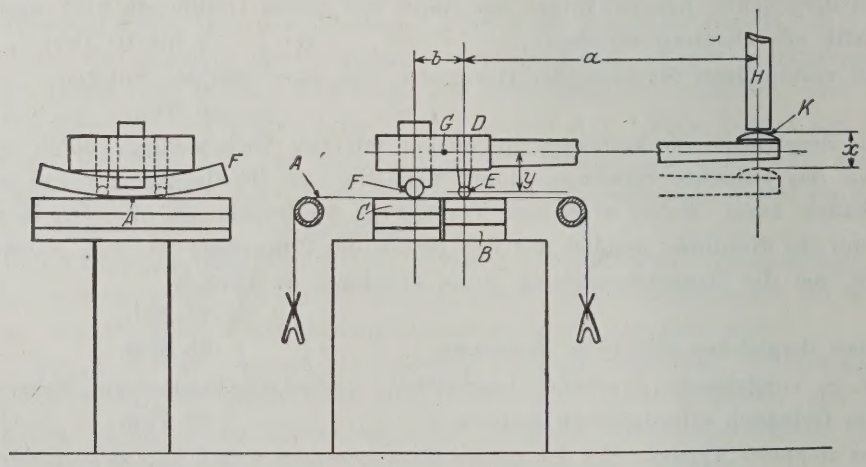
Die Messung dünner Drähte.

(The measurement of fine wires.)

Von G. A. Tomlinson. *Journ. of Scient. Instr.* **4.** *S. 74—75. 1926.*

Um die Durchmesser dünner Drähte, z. B. für Hitzdraht-Instrumente deformationsfrei und genau zu messen, wird im *National Physical Laboratory* die in der Abbildung dargestellte Anordnung verwendet.

Der durch Klammer-Gewichtchen gestreckte Draht A läuft über zwei Endmaß-Kombinationen B und C, die quer auf der ebenen Meßfläche eines als Unterlage dienenden dritten Endmaßes liegen. Die Endmaß-Differenz $B—C$ stellt auf etwa 0,0001 in. (2,5 μ) die Drahtdicke dar, so daß also der Höhenunterschied zwischen dem Drahtscheitel über C und der oberen Meßebene von B innerhalb $\pm$ 0,00005 in. liegt. Dieser Unterschied wird gemessen mit einem Fühlhebel D von etwa 30facher



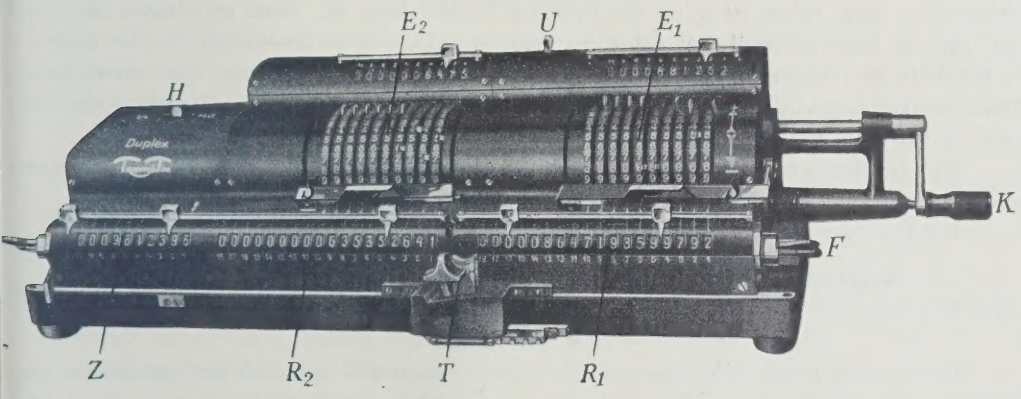
Vergrößerung, dessen Schwerpunkt G zwischen zwei Kugelfüßen E und einem schwach gekrümmten (r = rd. 3 m), hochglanzpolierten Stahlzylinder F liegt. Die Nullstellung des Hebels wird erhalten, wenn er mit allen drei Punkten auf B aufliegt und das Mikrometer H die Kugelfläche K berührt. (Die Angabe des Kriteriums für den Eintritt der Berührung fehlt in der Quelle. *Ref.*) Dann wird der Draht über die beiden Endmaße gelegt und die Höhe von K in der Stellung der Abbildung gemessen, also wenn die Kugeln E auf B und F auf den Draht über C aufliegen. Die geringe Krümmung von F erlaubt einen für das Augenmaß ausreichenden Spielraum in der Hebelstellung parallel zum Draht, ohne die Meßgenauigkeit zu beeinträchtigen. Verf. weist auch nach, daß sich der Meßdruck in unschädlichen Grenzen halten läßt. Die Messungsunsicherheit soll $\pm$ 0,00001 in. (0,25 μ) betragen. *G.*

Die Triumphator-Rechenmaschine „Duplex".

An Hand der Maschine.

Die Rechenmaschinenfabrik Triumphatorwerk in Mölkau bei Leipzig hat schon seit einer Reihe von Jahren eine als „Duplex" bezeichnete, die Verbindung von zwei Rechenmaschinen vorstellende Maschine in den Handel gebracht. Die beiden Teilmaschinen sind — wie die Triumphator-Rechenmachine überhaupt — für das Multiplizieren eingerichtete Addiermaschinen mit Sprossenrädern.

Ihrem Grundgedanken entsprechend besteht die „Duplex" aus zwei — je 10stelligen — Einstellwerken E_1 und E_2 (vgl. die Abb.) mit Hebeleinstellung und Schaulochablesung, zwei — je 18stelligen — Resultatwerken R_1 und R_2, und einem — 10stelligen — Zählwerk Z mit voller Zehnerübertragung. Die Einstellwerke haben getrennte Löschvorrichtungen; diese bestehen je in einem Schieber S, mit dem sämtliche Hebel des betreffenden Werkes in einfacher Weise auf Null gestellt werden können. Die Löschung der beiden Resultatwerke R_1 und R_2 sowie die des Zählwerkes Z geschieht mit einer Flügelschraube F; dabei kann man durch Umstellen von drei kleinen Hebeln entweder alle drei Werke oder nur zwei oder auch nur eines löschen.



Die Drehungen der Kurbel K erfolgen beim Addieren bzw. Multiplizieren — von rechts gesehen — im Uhrzeigersinn und beim Subtrahieren bzw. Dividieren gegen den Uhrzeigersinn. Von der Nullstellung des Zählwerkes Z ausgehend muß für dieses der Hebel H beim Multiplizieren auf „Mult" und beim Dividieren auf „Div" eingestellt werden. Das Vorwärtsbewegen des Schlittens mit den Resultatwerken R_1 und R_2 und dem Zählwerke Z um eine Stelle nach links oder rechts geschieht in einfacher und sicherer Weise mit dem Taster T.

Ist der Umschalthebel U auf „+" gestellt und wird die Kurbel K im Uhrzeigersinn gedreht, so wird in beiden Resultatwerken addiert; dreht man die Kurbel gegen den Uhrzeigersinn, so wird in beiden Resultatwerken subtrahiert. Steht der Hebel U auf „—", so wird bei einer Drehung der Kurbel im Uhrzeigersinn bei R_1 addiert und bei R_2 subtrahiert; wird die Kurbel gegen den Uhrzeigersinn bewegt, so wird umgekehrt bei R_1 subtrahiert und bei R_2 addiert. In jedem der vier möglichen Fälle arbeitet das Resultatwerk R_1 der Kurbelbewegung entsprechend; im Uhrzeigersinn addierend, gegen den Uhrzeigersinn subtrahierend.

Die Maschine kommt zunächst in Frage zur gemeinsamen Berechnung von zwei Produkten ma_1 und ma_2 — z. B. in der Form $s \sin \varphi$ und $s \cos \varphi$ —; man stellt dabei a_1 und a_2 in den beiden Einstellwerken E_1 und E_2 ein und multipliziert — mit H auf „Mult" und U auf „+" — mit dem gemeinsamen Faktor m, worauf die beiden Produkte in den Resultatwerken R_1 und R_2 erscheinen. Ferner kann man mit der Maschine zwei Ausdrücke von der Form $a_1 \pm b_1 m$ und $a_2 \pm b_2 m$ gleichzeitig berechnen; dabei sind durch die jeweils gegebenen beiden Zeichen die Stellung des Umschalthebels U und die Richtung der Kurbeldrehung bestimmt.

Besonders geeignet ist die Maschine zur Berechnung von Ausdrücken von der Form $\frac{a}{b} m$; man stellt dabei m in dem einen Zählwerk ein, führt die Division $\frac{a}{b}$ in dem anderen Maschinenteil

als umgekehrte Multiplikation aus und erhält dann gleichzeitig den Wert von $\frac{a}{b}m$ im Resultatwerk desjenigen Maschinenteils, in dem man m eingestellt hat. Durch Benutzung des Umschalthebels U, der — wie angedeutet — so gestellt werden kann, daß im rechten Maschinenteil addiert und im linken subtrahiert wird, kann man die Maschine benutzen zur Berechnung von Ausdrücken von der Form $\frac{a_1}{b_1}m_1 \pm \frac{a_2}{b_2}m_2 \pm \frac{a_3}{b_3}m_3 \pm \ldots$; daß sie damit auch verwendbar ist zur Berechnung von Ausdrücken von der Form $a_1 b_1 \pm a_2 b_2 \pm a_3 b_3 \pm \ldots$ und $\frac{a_1}{b_1} \pm \frac{a_2}{b_2} \pm \frac{a_3}{b_3} \pm \ldots$ ist ohne weiteres klar.

Beim Dividieren verlangt die Maschine für gewisse Rechnungen — z. B. bei $\frac{a}{b}m$ (s. o.) — das mittelbare Verfahren in Form der umgekehrten Multiplikation. Beim unmittelbaren Dividieren mit einer Rechenmaschine — bestehend in fortgesetztem Subtrahieren — muß man bekanntlich den Dividenden zuerst in dem Resultatwerk (Hauptzählwerk) einstellen — entweder unmittelbar wie z. B. bei dem „Arithmometer“ von A. Burkhardt oder mittelbar wie z. B. bei der „Triumphator“-Maschine mit Benutzung des Einstellwerkes — und dann mit entsprechenden Verschiebungen des Schlittens so lange subtrahieren, bis der Dividend verschwunden ist. Beim mittelbaren Dividieren muß man so lange addieren und dabei den Schlitten entsprechend verschieben, bis der Dividend im Resultatwerk (Hauptzählwerk) erscheint; für diesen Zweck wäre ein ober- oder unterhalb des Resultatwerkes liegendes Einstellwerk erwünscht, in dem man den Dividend ziffernweise einstellen kann, so daß man ihn während der Rechnung bequem vor sich hat.

Wie die Rechenmaschine „Duplex“ z. B. bei gewissen geodätischen Rechnungen zweckmäßig verwendet wird, hat A. Morpurgo [1]) vor kurzem gezeigt.

Der Preis der Maschine beträgt zurzeit 1850 RM. *P. Werkmeister.*

Kritische Betrachtung der gebräuchlichen Winkelprismen.

Von F. Schellens. In „Geodätische Woche Köln 1925“. Stuttgart 1926. Konrad Wittwer. 20 S. mit 14 Abb.

In der elementaren Vermessungskunde spielen bekanntlich die einfachen Instrumente zum Abstecken von rechten und flachen Winkeln — Rechtwinkel- und Flachwinkelinstrumente — eine große Rolle; neben der Kreuzscheibe sind dies heute — nachdem die Spiegelinstrumente (Winkelspiegel und Spiegelkreuz) als veraltet anzusehen sind — insbesondere die Prismeninstrumente. Von diesen Instrumenten behandelt der Verfasser in ausführlicher Weise unter Hervorhebung der Vor- und Nachteile das Dreiseitprisma (oder Bauernfeindsche Prisma) und das Fünfseitprisma (oder Gouliersche Prisma) zum Abstecken von rechten Winkeln, und die Flachwinkelinstrumente („Kreuzvisiere“) von H. Hensoldt & Söhne, R. Reiss, Gebr. Wichmann und C. Zeiss. Berücksichtigt werden dabei das Gesichtsfeld in horizontalem und vertikalem Sinn, die Einwirkung einer Vergrößerung der Prismenquerschnitte, die Bequemlichkeit des „Zielens“, die Helligkeit des Gesichtsfeldes, besondere Vorzüge der einzelnen Prismen und die Prismenfassung; im Zusammenhang mit diesen Fragen kommt der Verfasser auch auf die von ihm angegebene Einrichtung der Prismen für Steilsichten zu sprechen [2]).

Auf Grund der angestellten Betrachtungen wird bei den Rechtwinkelinstrumenten dem Fünfseitprisma und bei den Flachwinkelinstrumenten dem von R. Reiss nach den Angaben des Verfassers hergestellten, aus zwei Dreiseitprismen bestehenden der Vorzug gegeben.

P. Werkmeister.

Die Reflexion und Brechung des Lichts als Problem der Elektronentheorie.

Von P. P. Ewald. *Fortschritte d. Chemie, Physik u. physikal. Chemie Bd.* **18.** *Heft 8. Serie B.* Verlag von Gebr. Borntträger, Berlin 1925.

Der Entwicklungsgang des angedeuteten Problems wird von der Aufstellung des Brechungsgesetzes durch Snellius über die Theorien von Huyghens, Fresnel und Maxwell verfolgt

[1]) *Österr. Zeitschr. f. Vermessungsw. 1925. Nr. 3.*

[2]) Vgl. *diese Zeitschrift* **40.** *S. 202. 1920.*

bis zum Abschluß der Drudeschen Dispersionstheorie durch Lorentz und Planck. Letztere Theorie wird vom Verf. in bezug auf zwei spezielle Fragen eingehend behandelt: wie entstehen die bekannten Fresnelschen Formeln, und wie entsteht die Geschwindigkeit des sich ausbreitenden optischen Feldes aus den Elementarwellen von der Vakuumgeschwindigkeit c? Die geringere Geschwindigkeit des makroskopischen optischen Feldes wird durch kleine Phasensprünge hervorgerufen, die das optische Feld beim Durchtritt durch die Netzebenen erfährt. Zwischen den Netzebenen ist die Geschwindigkeit gleich der Vakuumgeschwindigkeit. Die Unterschiede in den Amplituden des elektrischen und des magnetischen Feldes in dem Körper werden dadurch verursacht, daß die elektrischen Wirkungen der oberen und unteren Körperhälften sich addieren, die magnetischen sich subtrahieren.

Das vorliegende Heft der „Fortschritte" ist, wie angekündigt und auch dem Inhalt nach angelegt, nicht nur für den Fachphysiker bestimmt, sondern in erster Linie für Vertreter der gesamten exakten Naturwissenschaften. Trotzdem findet der Fachphysiker in Zusätzen zum Haupttext eine präzisere Darstellung des Problems sowie zahlreiche Literaturnachweise für eingehendere Studien. *Flügge.*

Physikalische Optik.

Bericht des Progress Comittee für 1924—25. *(Physical optics.)*

(Report of Progress Comittee for 1924—25.)

Journ. Opt. Soc. America **12**. *S. 587—611. 1926.*

Die Kenntnisse der jüngsten Zeit über die wichtigsten Probleme der physikalischen Optik, in erster Linie über die Spektralfragen, werden zusammenfassend unter Angabe der wichtigsten Originalliteraturstellen dargestellt. Außer einer Tabelle der bekannten Spektralstrukturen der Elemente werden die Theorie der Spektralstruktur und des periodischen Systems besprochen. Ferner werden die Intensitätsfragen für Multiplets und Zeemann-Komponenten, Spektrallinien und Bandenspektra berührt. Auch die Beziehungen zur Quanten- und Wellentheorie finden ihre Erwähnung. Ein besonderer Abschnitt behandelt die Deutung der Spektralserien aus der Atomstruktur. An weiteren Emissionsproblemen kommen die Beziehungen der Bandenspektra zu den Isotopen, die Polarisation der Resonanzstrahlung, Stöße zweiter Art und Affinität zur Sprache. Abschnitte über den photoelektrischen Effekt und Lichtgeschwindigkeit schließen sich an. Den Abschluß bildet eine Zusammenstellung der wesentlichen Literatur mit insgesamt 125 Einzelangaben.

Flügge.

Über einige Kriterien zur Bestimmung der Güte eines Objektivs.

(Sur quelques criteriums pour déterminer la valeur d'un objectif.)

Von G. Demetrescu. *Revue d'Opt.* **5**. *S. 193—203. 1926.*

Verf. der vorliegenden Abhandlung hatte bereits früher angedeutet, daß das Hartmannsche Kriterium

$$T = \frac{100000}{F} \frac{\sum_r r d}{\sum_r r}$$

insofern unzureichend ist, als dasselbe dem Astigmatismus keine Rechnung trägt. Inzwischen ist von Yvon das Gegenteil behauptet worden. Hiergegen kann nun Verf. mathematisch beweisen, daß die Größe T von zwei Objektiven mit gleichen Zonenfehlern aber völlig verschiedenem Astigmatismus für beide dieselbe ist. Es wird an Stelle von T ein Koeffizient

$$\sigma_1'' = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \operatorname{tg} 1''} \frac{1}{h} \frac{2R}{F},$$

definiert, wo $\frac{1}{2h^2}$ das Trägheitsmoment des Zerstreuungsbildes im Brennpunkt ist. Dieser Koeffizient mißt den mittleren Radius des Zerstreuungsscheibchens besser als die Konstante T. Dieser Radius gehört zu einem Kreis, welcher den 0,843fachen Betrag des ganzen Lichtinhalts umschließt. Zur Bestimmung des Auflösungsvermögens eines Objektivs hat Verf. schon 1920 eine Größe definiert,

die sich mit der Yvonschen „Klasse“ als proportional herausstellt. Jedoch erteilt die Klasse und die ihr proportionale Definitionsgröße des Verf. dem Objektiv einen zu hohen Gütegrad. Brauchbarer soll der „Konzentrationskoeffizient“ sein, nämlich:

$$c = \frac{1}{10}\frac{F}{2R}\sigma_1'' = \frac{\sqrt{\pi}}{20\,\mathrm{tg}\,1''}\frac{1}{h}.$$

Flügge.

Über Feuchtigkeitsmessungen.

Von H. Ebert. *Physikal. Zeitschr.* **27.** *S. 869/70. 1926.*

Der Verfasser beschreibt eine Versuchsanordnung, mit der er die allgemeine Theorie der Feuchtigkeitsmessung bei einer Temperatur von 60° geprüft hat. Die Sprungsche Formel, die einen Speziallfall der allgemeinen Theorie darstellt, ist ja bekanntlich nur in einem engen Temperaturbereich, trotzdem aber für die meisten meteorologischen Messungen brauchbar. Gemessen wurde unter Benutzung der beschriebenen Anordnung einmal mit dem Assmannschen Aspirationspsychrometer, das andere Mal zur Kontrolle mit dem Absorptionstürmchen nach Obermüller und zwar in dem Feuchtigkeitsbereich zwischen 20 bis 90 Proz. Für hohe Feuchtigkeitsgehalte stimmten die Beobachtungen mit den Werten der Tafeln, die nach der allgemeinen Theorie berechnet worden sind, überein. Bei niedrigen werden die mit dem Psychrometer gemessenen Werte zu hoch erhalten. Die Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung betrug bei 20 Proz. Feuchtigkeit 5 bis 6 Proz. Dieser Betrag ist duch eine Beobachtungsgenauigkeit von 1 Proz. gesichert. *W. Keil.*

Ein neues astatisches Magnetometer (Nullinstrument).

Von Richard M. Bozorth, *Journ. of opt. Soc. of Am.* **10.** *S. 591. 1925.*

Das System des Instrumentes besteht aus einem kleinen astatischen Nadelpaar, 4 cm voneinander entfernt, mit Fadenaufhängung und Öldämpfung. Die beiden Spulen, je 8 cm lang, sind senkrecht stehend möglichst nahe dem System angeordnet. Die eine nimmt die Probe auf, deren entgegengesetzte Pole auf die symmetrisch neben ihnen befindlichen Nadeln im gleichen Drehungssinne wirken, wodurch eine größere Empfindlichkeit als bei früheren Anordnungen bedingt wird. Die andere Spule dient zur Kompensation des Spulenfeldes, dessen Abgleichung in üblicher Weise erfolgt. Der bei der Magnetisierung der Probe entstehende Ausschlag des Magnetometers wird nun durch ein in der anderen Spule befindliches stromdurchflossenes Solenoid kompensiert, so daß bei der Verwendung als Nullinstrument dieser Spulenstrom ein Maß für die Induktion der Probe ist. Die durchgeführte Berechnung vergleicht das Feld dieser Spule mit dem eines Probekörpers von bestimmter Länge und Querschnitt, stellt die Formel für die absoluten Werte von J auf und gibt den Fehler für wechselnden Polabstand an. Das Magnetometer ist speziell für Messung sehr kleiner Proben, wie dünnster Drähte und Streifen von Niederschlägen bestimmt. Bei einer Probe von 0,1 qmm Querschnitt entsprach ein Ausschlag von 1 mm bei 1 m Skalenabstand einer Änderung der Induktion von rund 25 Gauss, die zugehörige Änderung der Stromstärke in der Kompensationsspule war 0,03 Milliampere. *Ku.*

Zuschrift.

Bei Ausführung der Arbeit „Eichung des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messung von Schwärzungen“ (*diese Zeitschrift* **47.** *S. 61. 1927*) stand mir das Photometer des Kaiser Wilhelm-Insituts für Faserstoffchemie zur Verfügung. Für die liebenswürdige Erlaubnis zu dessen Benutzung bin ich Herrn Professor Herzog sehr dankbar.

Dr. Hans Beutler.

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **August 1927.** Achtes Heft.

Eine Neuausführung des registrierenden Mikrophotometers von Siegbahn.

Von
Erik Bäcklin in Upsala.

Die gesteigerten Forderungen an Objektivität bei der Bearbeitung von wissenschaftlichem photographischem Material veranlaßten eine große Zahl von verschiedenen Konstruktionen registrierender Mikrophotometer. Die Ansprüche, die an ein allgemein verwendbares Mikrophotometer gestellt werden können, sind zweierlei. Zuerst muß die erhaltene Intensitätskurve reproduzierbar sein und ein möglichst wahres Bild von den Schwärzungsgraden der photometrierten Platte geben. Dies ist bedingt durch die optische Ausrüstung des Instruments und durch die benutzte lichtempfindliche Anordnung. Zweitens muß das Verhältnis zwischen den Geschwindigkeiten, die den Registrier- und Objektplatten zugeteilt werden, über das ganze Registrierbereich konstant sein, was allein von der mechanischen Konstruktion und der Genauigkeit der Werkstattarbeit abhängt.

In Hinsicht auf Einfachheit und Zuverlässigkeit der Konstruktion ist das von M. Siegbahn[1]) beschriebene Mikrophotometer mit Keilübertragung zwischen Registrier- und Objektplatte sehr vorteilhaft. Es ist in Upsala seit drei Jahren im Gebrauch und hat sich sehr gut bewährt. Auch bei einer Reihe anderer Institute ist dieses Photometer jetzt in Benutzung.

Im Nachfolgenden wird eine etwas abgeänderte Konstruktion dieses Mikrophotometers beschrieben. Bei dieser Neukonstruktion ist ein bedeutend höheres Auflösungsvermögen als bei der früheren erreicht worden. Ferner ist das Instrument jetzt gedrängter gebaut und bequemer zu handhaben. Die sehr hohe Genauigkeit bei der Übertragung der Bewegung zwischen den beiden Platten ist auch bei der Neukonstruktion vorhanden, wodurch die Abstände der photographischen Einzelheiten in der zu photometrierenden Objektplatte an der Registrierplatte mit hoher Präzision ermittelt werden können.

I. Die mechanische Konstruktion.

Der Hauptsache nach ist das Prinzip des neuen Instruments dasselbe wie für das frühere. In gewisser Hinsicht hat es sich aber als vorteilhaft erwiesen, den verschiedenen Teilen eine etwas veränderte Lage zueinander zu geben und zwar hauptsächlich, um die Konstruktion stabiler und gedrängter zu gestalten. Zwecks größerer Bequemlichkeit bei der Handhabung sind daneben einige Anordnungen hinzugekommen.

Abb. 1 zeigt schematisch die mechanische Konstruktion und die Funktion der verschiedenen Teile. Die ganze Apparatur ist auf ein sehr festes Gußeisenfundament montiert

[1]) M. Siegbahn, *Phil. Mag.* **48**. *S. 217. 1924.*

(schraffiert gezeichnet). An der Vorderseite ist ein dickwandiges, lichtdichtes Messinggehäuse festgeschraubt, in welchem die Registrierplatte langsam mit Hilfe der vertikalen Schraube a herabbewegt wird. Diese Schraube ist an vier Stellen b, e, i und k gelagert; die beiden oberen Lager sollen nur Biegungskräfte aufnehmen. Der Registrierplattenträger c—f wird von der Schraube bei c und von der Schraubenmutter f geführt. Um Drehungen zu vermeiden, ist er mit einem kleinen Stahlstift versehen, der in einer vertikalen Spur in der Seite des Gehäuses läuft. Das größte verwendbare Plattenformat ist etwa 24 mal 15 cm. Die Treibmutter f ist in zwei Hälften geteilt, damit man durch Heben des Stahlstabes p die Mutter von der Schraube lösen kann. Das untere Ende h dieses Stabes bewirkt diese Auslösung automatisch, wenn das ganze Registrierbereich durchgelaufen ist. Damit bei der Auslösung das bewegliche System, Plattenhalter-Keil, nicht herabfällt, ist es mit Gegengewichten q ausbalanciert. Der hintere Teil der Schraubenmutter f ist zu einem Lager g für die Spitze des Keiles, der die Bewegung zum Objektschlitten l überführt, ausgebildet.

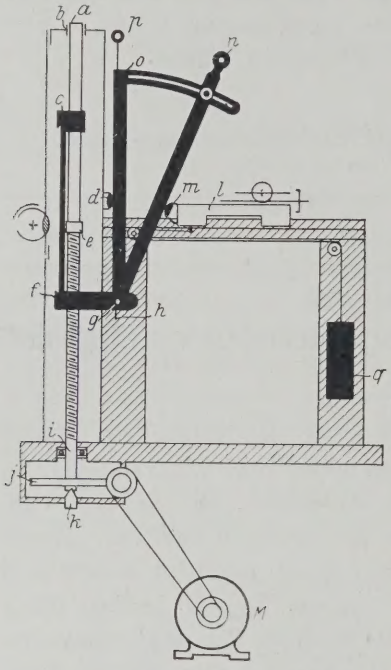


Abb. 1.
a Schraube, b, e, i, k Lager, c—f Plattenhalter, j Zahnrad mit Tangentenschraube, M Motor, l Objektschlitten, n—o Keil, d u. m Achatplatten.

Der Keil besteht aus zwei genau gerade geschliffenen Stahllinealen o und n, zwischen denen der Winkel, der die Abszissenvergrößerung der Registrierkurve bestimmt, eingestellt werden kann (etwa 1:3 bis 1:50). Die Lage des Keiles ist von den beiden Achatplatten m und d fixiert, von denen die erstere an dem beweglichen Objektschlitten l festgeschraubt, die zweite an das Gehäuse so befestigt ist, daß sich das vertikale Lineal immer parallel zur Schraubenachse und damit zur Verschiebungsrichtung der Registrierplatte bewegt. Der obere Teil des vertikalen Lineals o, zu einem Kreisbogen mit dem Zentrum in g zur Feststellung des geneigten Lineals ausgebildet, ist mit einer Skala versehen, an der die gewünschte Vergrößerung direkt eingestellt werden kann.

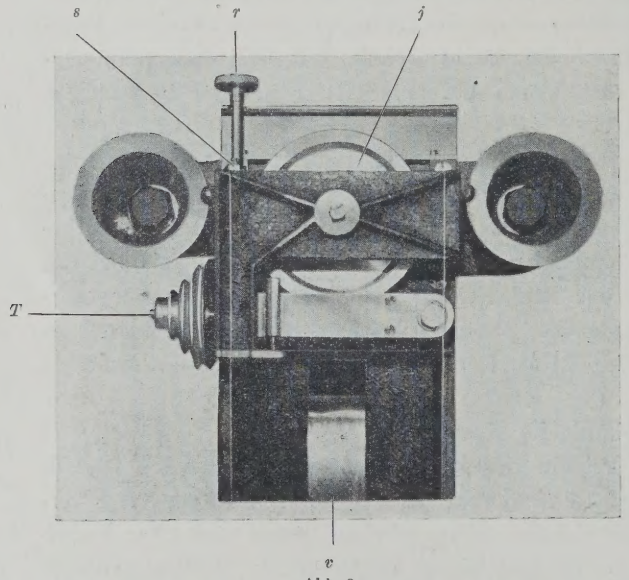


Abb. 2.
T Tangentenschraube, s Stützenschraube, r Schraube, j Zahnrad, v Gardine.

Der Objektschlitten wird mit seiner Achatplatte m durch das Gewicht q ständig gegen den Keil gedrückt. Mit einem Kreuzschlittentisch ist der Objektträger senkrecht und parallel zur Objektschlittenbewegung mikrometrisch verschiebbar.

Die Schraubentrommeln sind in $^1/_{100}$ mm geteilt. Die größte Länge, die ausphotometriert werden kann, also die Maximalverschiebung des Objektschlittens beträgt etwa 10 cm.

Die verhältnismäßig hohe Tourenzahl des antreibenden kleinen Elektromotors *M* ist durch den Schneckenantrieb *j* passend herabgesetzt. Das Regulieren der Registriergeschwindigkeit geschieht teils mit einem, dem Motor vorgeschalteten Widerstand (*N* Abb. 6), teils durch Umlegen der Treibriemen in verschiedene Stufen der Riemenscheiben. Die Tangentenschraube *T* des Schneckeneingriffs (s. Abb. 2) legt sich federnd gegen eine Stützenschraube *s* an, mit welcher der Druck gegen das Zahnrad *j* justiert werden kann. Die Schraube *r* löst die Verbindung zwischen Zahnrad und Tangentenschraube. Die für den herausragenden Teil der Schraubenmutter *f* notwendige Aussparung in der Rückwand des Gehäuses ist mit einer Gardine *v* aus 0,1 mm dickem Stahlband lichtdicht verschlossen. Abb. 3 ist eine Ansicht des Instruments.

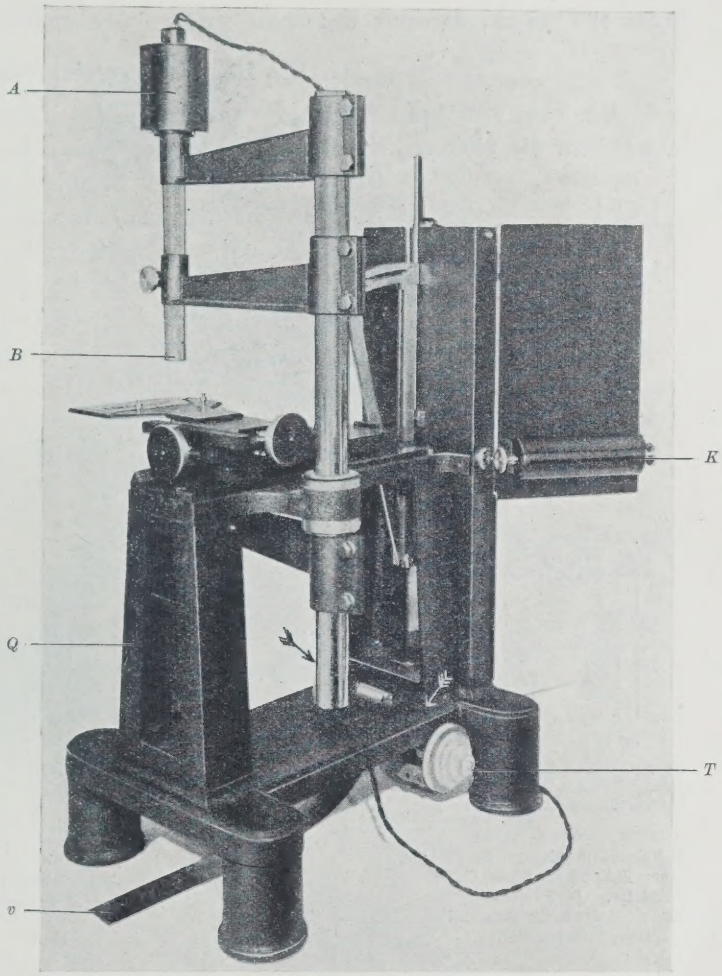


Abb. 3.
A Beleuchtungslampe im Gehäuse, *B* Kondensorlinse, *Q* Gewicht für den Objektschlitten, *v* Gardine, *T* Tangentenschraube, *K* Zylinderlinse, ⇒ Öllöcher für *T*.

II. Die optische Ausrüstung.

Die ganze optische Ausrüstung ist an einem kräftigen Stahlrohr montiert, das mit dem Fundament fest zusammengeschraubt ist (s. Abb. 4). Sie besteht aus der Automobil-Scheinwerferlampe *A* (6 V), der Kondensorlinse *B* und dem Objektiv *D*. Die zu photometrierende Platte *C* wird auf den Objektträger mit ihrer Schichtseite nach unten angebracht. Auf diese wirft die Kondensorlinse, mit Schraube einstellbar, ein verkleinertes Bild der leuchtenden zylindrischen Glühspirale. Das beleuchtete Gebiet der Platte wird von dem gleichfalls mit Schraubeinstellung versehenen Objektiv *D* in vergrößertem Maße auf den Spalt *E* abgebildet. Dieser mikrometrisch justierbare Spalt *E* blendet aus dem Bild einen Teil aus, der auf das unmittelbar darunter angeordnete lichtempfindliche Instrument *F* wirkt. Gewöhnlich wird als Projektionsobjektiv (*D*) das Mikroskopobjektiv „Leitz 2“, bei äußerst feinen und scharfen Einzelheiten der Objektplatte „Leitz 4“ verwendet. Das erstere gibt eine 8fache, das zweite eine etwa

30fache Projektionsvergrößerung. Mit einer mittleren Weite des Spaltes von 0,2 mm und ungefähr 10 mm Länge wird die registrierte Fläche der Objektplatte $0{,}04 \times 1{,}25\ mm^2$ bzw. $0{,}01 \times 0{,}33\ mm^2$. Die bisweilen zweckmäßige stärkere Vergrößerung ist natürlich von einer entsprechenden Herabsetzung der Intensität des projizierten Bildes begleitet. Besonders aus diesem Grunde und auch wegen der Anwendung eines älteren, weniger empfindlichen Galvanometers ist die früher verwendete Thermosäule durch eine Photozelle ersetzt, die eine bedeutend größere Leistungsfähigkeit besitzt.

III. Die Registriervorrichtung.

Der oben erwähnte Spalt E ist am Deckel des lichtdichten Gehäuses angeordnet, in welchem die photoelektrische Zelle F eingeschlossen ist. Schematisch ist die ganze Registriervorrichtung in Abb. 5 dargestellt. Die lichtempfindliche Schicht der Zelle, die zusammen mit dem ganzen Photometer geerdet ist, steht durch das Galvanometer G in Verbindung mit dem negativen Pol der kleinen Akkumulatorbatterie H (Akkumulatorenfabrik Tudor, 120 V), ihre Elektrode durch den Sicherheitswiderstand R (Dubilier, 50000 Ω) mit dem positiven Pol. Um Aperiodizität zu erhalten, ist das Galvanometer mit einem Nebenschluß R_2 (50 bis 650 Ω) geschaltet. Mit $R_2 = 350\ \Omega$ wird das Galvanometer vollständig aperiodisch, mit R_2 ein wenig größer wird es

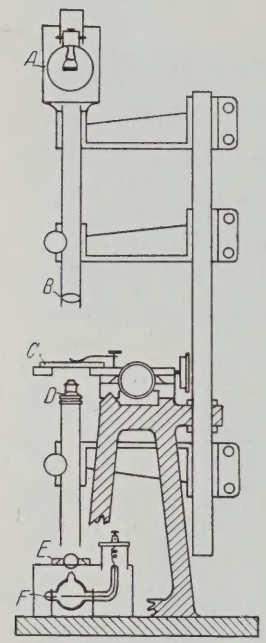


Abb. 4.
A Beleuchtungslampe im Gehäuse, *B* Kondensorlinse, *C* Objektplatte, *D* Projektionsobjektiv, *E* Spalt, *F* Photozelle im lichtdichten Gehäuse.

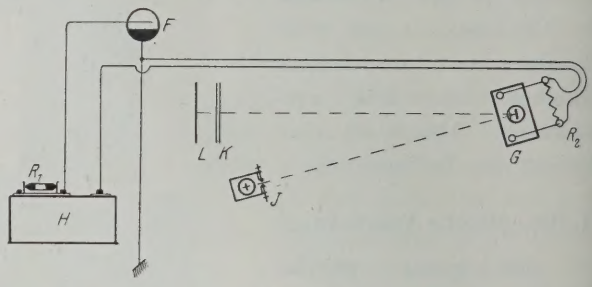


Abb. 5.
F Photozelle, *H* Akkumulatorbatterie 120 V, R_1 Sicherheitswiderstand 50000 Ω, *J* Registrierlampe, *G* Galvanometer, R_2 Nebenschluß 250 Ω, *K* Zylinderlinse, *L* Registrierplatte.

schwach periodisch und mit R_2 kleiner als 350 Ω wird die Dämpfung und die Einstellungszeit des Galvanometers zu groß. Die Leitungen sind soweit wie möglich mit geerdeten Bergmannrohren geschützt. Nahe vor dem Galvanometerspiegel befindet sich eine schwach positive Linse, die den von der Automobillampe J (6 V) stark beleuchteten vertikalen Spalt auf die horizontale Zylinderlinse K abbildet. Diese Zylinderlinse gibt von dem leuchtenden Spalt ein intensives punktförmiges Bild auf der Schichtseite der Registrierplatte.

Abb. 6 zeigt das im hiesigen Institut verwendete Mikrophotometer fertig montiert mit Stromunterbrechern, Regulierwiderständen, Akkumulatorbatterie usw.

IV. Die Einjustierung des Mikrophotometers.

Die Beleuchtungslampe A (s. Abb. 4) wird mit der Bajonettfassung des Deckels festgehalten. Nach Lösen dieses Deckels ist die Glühspirale der Lampe in die optische Achse der Kondensorlinse B und ungefähr (mit dem Auge geschätzt) senkrecht zum

Objektschlitten zu justieren. Dieses geschieht leicht dadurch, daß man das Bild der Glühspirale auf einem weißen Papier auffängt und in die Mitte der durch Reflexion an der inneren Rohrwand entstandenen Figur einstellt. Der Arm des Mikroskopobjektivs ist dann so zu drehen, daß das Lichtbündel zentral durch das Objektiv hindurchgeht. Danach wird das die ganze Optik tragende Stahlrohr so gedreht, daß das Bild der Glühspirale in den Spalt *E* fällt.

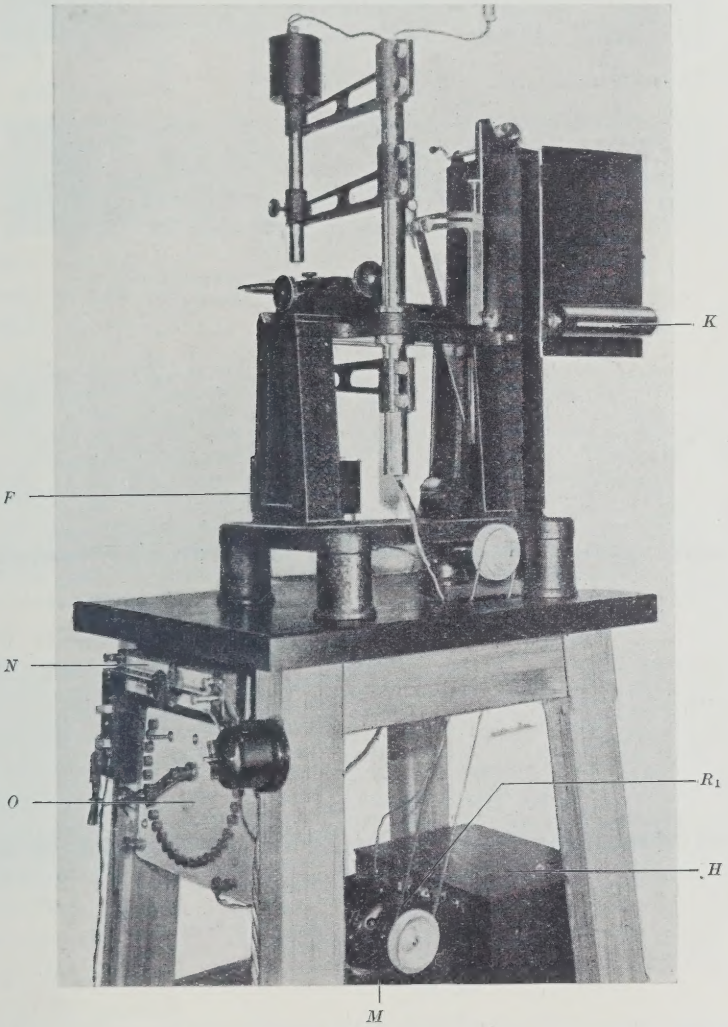


Abb. 6.
F Gehäuse für die Photozelle, *N* Vorschaltwiderstand des Motors, *O* Regulierwiderstand für die Lichtstärke, *M* Motor, *H* Akkumulatoren-Batterie, R_1 Sicherheitswiderstand, *K* Zylinderlinse.

Der Spalt, also das ganze die Photozelle umgebende Gehäuse, wird dann parallel zum Querschlitten, also auch senkrecht zum Objektschlitten eingestellt. Man legt deshalb auf den Objektträger einen engen geraden Spalt, z. B. durch Schneiden einer geschwärzten photographischen Platte hergestellt. Die Platte wird so gedreht, daß sich bei Verschiebung des Querschlittens das Bild in sich selbst bewegt. Dann ist der Spalt *E* und auch die Glühspirale parallel zum Bild zu drehen.

Die zu photometrierende Spektralplatte wird mit ihrer Schichtseite nach unten auf den Objektträger gelegt und scharf auf den Spalt abgebildet. Dies ist leichter

auszuführen, wenn ein größeres Gebiet der Platte beleuchtet ist. Die Einstellung der Spektrallinien senkrecht zu dem Objektschlitten (parallel dem Photospalte) ist wie

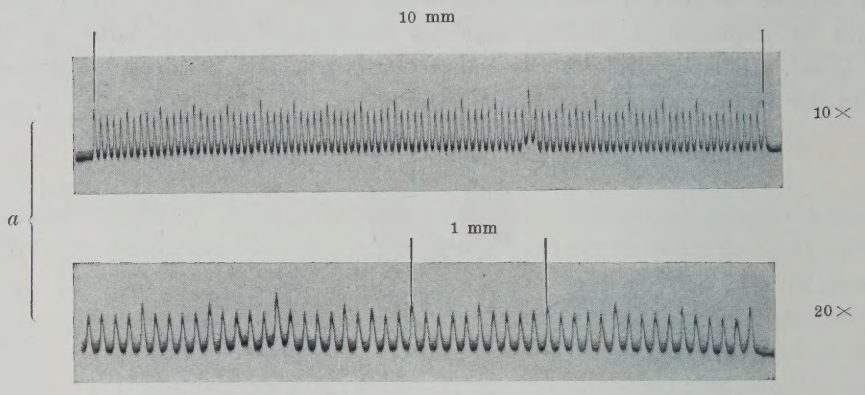


Abb. 7a. Okularmikrometer 0,1 mm, mit Thermosäule.
(10fache bzw. 20fache Abzissenvergrößerung.)

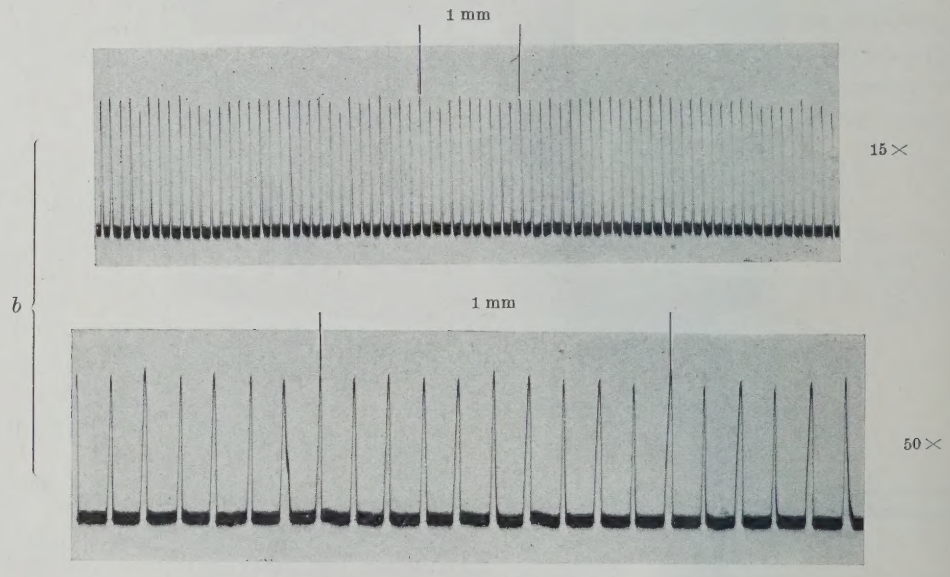


Abb. 7b. Okularmikrometer 0,1 mm, mit Photozelle.
(15fache bzw. 50fache Abzissenvergrößerung.)

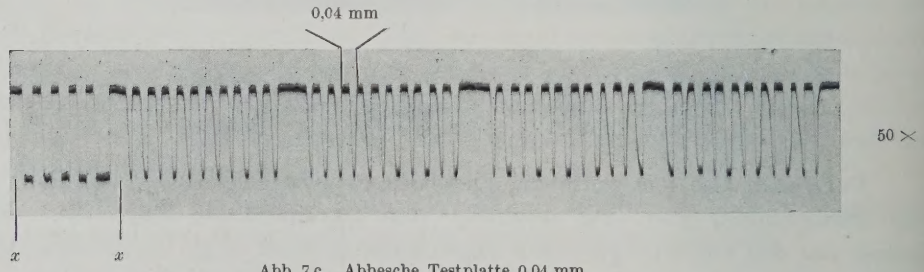


Abb. 7c. Abbesche Testplatte 0,04 mm.

Abb. 7 (etwa 0.9× nat. Größe).

oben für den Hilfsspalt, aber unter Beobachtung der Galvanometerausschläge auszuführen.

Zuletzt wird die Kondensorlinse auf das Maximum der Galvanometerausschläge eingestellt. Die Größe der Ausschläge wird durch Regulieren der Spaltweite E, der Lichtstärke (s. Abb. 6) oder der Spannung der Photozelle angepaßt.

V. Einige Versuchsresultate.

Um die Leistungsfähigkeit des Photometers zu prüfen, wurde eine kleine, auf Glas geritzte Okularmikrometerskala photometriert. Die Länge der ganzen Skala betrug 10 mm. Sie war in 100 Teile geteilt und der Abstand zwischen den kaum 1 mm langen Strichen demnach 0,1 mm. Anfangs wurde mit der Thermosäule geprüft. Abb. 7a zeigt die mit dem Objektiv „Leitz 2“ erhaltenen Kurven. Es scheint hier, als ob die Strichbreiten etwa $^1/_3$ der Strichabstände betrügen, obwohl sie mit Komparator gemessen nur $^1/_{10}$, d. i. $^1/_{100}$ mm, breit waren. Durch Ersatz der Thermosäule durch die Photozelle wurde, wie schon oben erwähnt, die Empfindlichkeit so weit gesteigert, daß eine bedeutend stärkere Projektionsvergrößerung verwendet werden konnte. Mit „Leitz 4“ und Photozelle wurden die Photogramme in Abb. 7b erhalten. Die Empfindlichkeit war dabei durchaus nicht die höchst erreichbare. Es ist dies eine wesentlich getreuere Abbildung als in Abb. 7a. Noch feinere Einzelheiten zeigt die Kurve in Abb. 7c. Sie stellt das Photogramm einer sogen. Abbeschen Testplatte dar, eine versilberte Glasplatte von etwa 0,015 mm breiten parallelen Ritzen in 0,040 mm Entfernung durchgezogen. Bei $x—x$ war die Beleuchtungslampe mit ungefähr demselben Takt, wie die Bilder der Silberstreifen den Spalt passieren, abgeblendet. Die schmaleren Zwischenräume sind noch nicht vollständig ausgebildet, was aber auch durch die Unregelmäßigkeiten der Silberkanten zu erklären ist. Auch einige Spektralplatten wurden photometriert. Die beiden ersten sind Röntgenemissionsspektra, von Herrn G. Kellström aufgenommen. Abb. 8a zeigt die $K\beta_1\beta_3$-Linien von Palladium

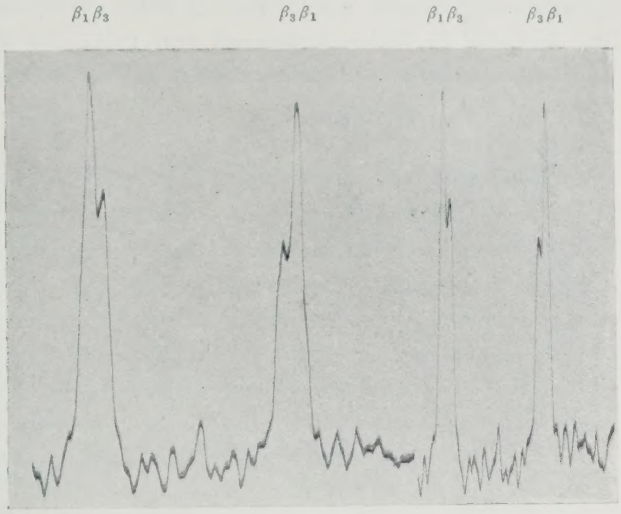


Abb. 8a. $Pd—K$ $\beta_1\beta_3$-Linien erster Ordnung. Abstand $\beta_1—\beta_3$ 0,06 mm. (0,8× nat. Größe.)

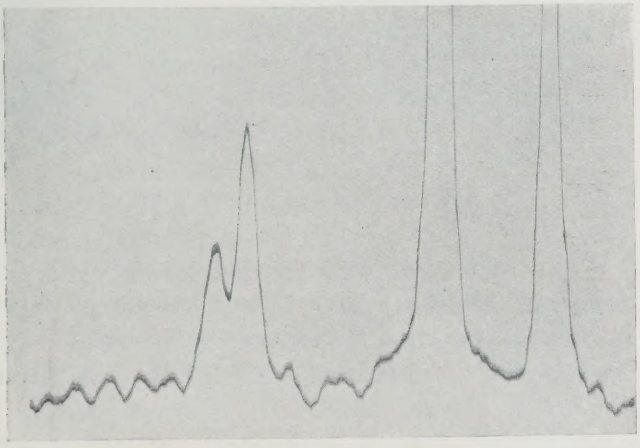


Abb. 8b. $Pd—K$ $\beta_1\beta_3$-Linien zweiter Ordnung. Abstand $\beta_1—\beta_3$ 0,13 mm. (0,8× nat. Größe.)

in der ersten Ordnung. Der Abstand der beiden Komponenten beträgt etwa 0,06 mm. In der zweiten Ordnung, wo der Abstand auf 0,13 mm gewachsen ist, sind die Komponenten etwas besser getrennt (Abb. 8b). Eine schöne Photographie von einem Röntgenabsorptionsspektrum wurde von Herrn E. Åse zur Verfügung gestellt (Abb. 9). Es ist dies die K-Absorptionsgrenze von 13 Al bei einer Wellenlänge von etwa 8 Å-E. Die rechts sichtbaren Emissionslinien rühren von dem Al-Deckblatt des Spaltes her.

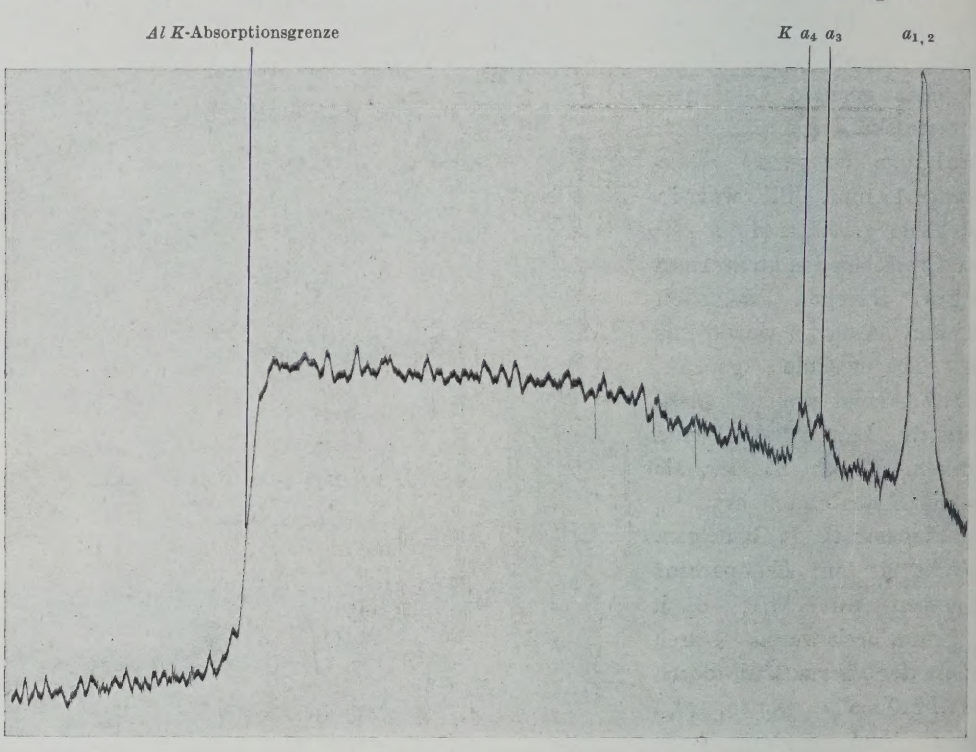


Abb. 9. (0,8 × nat. Größe.)

Zum Schluß sei auch dem Mechaniker Herrn I. Lindell, welcher das Instrument angefertigt hat und auch bei der Konstruktion einiger Einzelheiten beteiligt war, der beste Dank für seine Mitarbeit ausgesprochen.

Physikalisches Institut der Universität Upsala, Januar 1927.

Kardiographie.

Von

Privatdozent Dr. med. **H. Lullies,**

(Mitteilung aus dem physiologischen Institut der Universität Königsberg i. Pr.)

Das Herz, das in unermüdlicher Arbeit während des ganzen Lebens für einen Kreislauf des Blutes im Organismus sorgt, ist dasjenige lebenswichtige Organ, dessen Tätigkeit dem primitiven Beobachter am leichtesten zugänglich und zu allen Zeiten besonders eindrucksvoll gewesen ist: wie das Hin- und Herschwingen der Unruhe den Gang eines sonst unmerklich ablaufenden Uhrwerkes anzeigt, so hat der Schlag des Herzens von jeher als Ausdruck und leicht wahrnehmbares Kennzeichen des Lebens eines Organismus gegolten.

Dem Kundigen sagen aber beide Vorgänge mehr. Wie der Uhrmacher allein durch das Ohr Fehler im Gange der Uhr erkennen und mitunter bereits ihre Ursache feststellen kann, so vermag auch der Arzt aus der Tätigkeit des Herzens Schlüsse auf den Zustand des ganzen Kreislaufapparates, damit auf den Zustand anderer Organe und des ganzen Organismus zu ziehen.

Die Vorbedingung für derartige weitgehende Schlüsse ist die möglichst genaue Kenntnis aller Faktoren der Herztätigkeit, die beim lebenden Menschen jedoch durch einen wesentlichen Umstand außerordentlich erschwert wird, die relative Unzugänglichkeit des Herzens: Es handelt sich um ein gekapseltes Uhrwerk, das nicht geöffnet werden kann.

Die Herzdiagnostik war daher eine Kunst und ist es teilweise auch noch heute. Es ist erstaunlich, was die alten Ärzte ohne weitere Hilfsmittel, allein mit dem Tastsinn ihrer Fingerspitzen und dem Ohre hier geleistet haben. Als Kunst war sie aber an die Person des Künstlers geknüpft, ließ sich kaum mitteilen und war nur in langer Übung, von manchem überhaupt nicht zu erlernen. Das Bestreben der Wissenschaft mußte dahin gehen, auch hier, wie bei allen klinischen Untersuchungsmethoden die subjektive Note möglichst auszuschalten, das Gefühlte oder Gehörte zu objektivieren, d. h. graphisch aufzuzeichnen, abgesehen davon, daß für gewisse Feinheiten im Ablauf der Ereignisse, vor allem für die Festlegung ihrer genauen zeitlichen Beziehungen zueinander die Empfindlichkeit der Sinnesorgane nicht ausreicht, oder gar neuerdings Vorgänge diagnostisch herangezogen werden, für die der Mensch, wie für die Elektrizität, gar keine Aufnahmeorgane hat.

Alle Methoden, die es sich zur Aufgabe machen, die Erscheinungen, die mit der Herzaktion verbunden sind, in irgendeiner Form aufzuzeichnen, fallen unter den Begriff der „Kardiographie" im weitesten Sinne. Von dieser Kardiographie und den Hilfsmitteln, die sie heranzieht, soll im folgenden kurz die Rede sein, und zwar nur, soweit sie den Menschen betrifft, also unmittelbar praktisches Interesse hat [1]).

Der Hauptteil der chemischen Energie, die der Herzmuskel bei seiner Tätigkeit verbraucht, setzt sich in mechanische Energie um. Diese stellt die treibende Kraft des Blutstroms dar und interessiert den Kliniker in erster Linie. Sie führt zu Bewegungsvorgängen verschiedener Art, die teilweise von charakteristischen Schallerscheinungen begleitet sind. Ein weiterer äußerst geringer Bruchteil der verbrauchten Energie ist als elektrische Energie nachzuweisen, und ein je nach den Arbeitsbedingungen des Herzens mehr oder weniger großer Anteil tritt als Wärme auf. Mechanische, elektrische und thermische Vorgänge innerhalb einer Herzrevolution, stehen in ganz bestimmter zeitlicher Beziehung zueinander. Die sichere Kenntnis ihres Verlaufs würde eine feste Grundlage für die Beurteilung des Zustandes eines Herzens ergeben.

Den verschiedenen Energieformen entsprechend wird die Kardiographie verschiedene Hilfsmittel für die Aufzeichnung der Energieänderungen heranziehen müssen, je nachdem es sich um die Registrierung mechanischer Vorgänge niederer, oder höherer, akustischer Frequenzen, um elektrische oder thermische Vorgänge handelt. Hiernach hätte man zweckmäßig zu unterscheiden:

---

[1]) Neuere zusammenfassende Darstellungen des Gegenstandes durch O. Frank in Tigerstedts Handb. der physiolog. Methodik 2, 2. 1913. Straub, Gerhartz u. Boruttau in Abderhaldens Handb. der biolog. Arbeitsmethoden Abt. V. Teil. 4. 1. 1923, — R. Tigerstedt, Die Physiologie des Kreislaufs. Berlin u. Leipzig 1921.

1) Die Mechanokardiographie oder Kardiographie im engeren Sinne,
2) Die Phonokardiographie
3) Die Elektrokardiographie
4) Die Thermokardiographie.

Sämtliche Untergruppen stehen der schon angedeuteten gemeinsamen prinzipiellen Schwierigkeit der Kardiographie am Menschen gegenüber. Das Herz liegt verborgen und unzugänglich in der Brusthöhle. Alle Äußerungen seiner Tätigkeit gelangen erst nach Passieren der verschiedensten Gewebe und mehr oder weniger modifiziert an die registrierende Vorrichtung. Diese Tatsache dürfte die Aufnahme eines Thermokardiogramms bei geschlossener Brusthöhle von vornherein völlig unmöglich machen. Eine Thermokardiographie am Menschen gibt es also nicht, obwohl sie zu manchen interessanten Schlüssen auf den Zustand eines Herzens Gelegenheit geben könnte. Sie ist nur des theoretischen Interesses wegen erwähnt. Aber auch alle anderen Vorgänge bleiben den Registrierapparaten nur unter Vermittlung der Umgebung des Herzens erreichbar. Um so dringender ist die Forderung, daß wenigstens das, was wir erfassen können, nicht weiter durch unvollkommene Registriervorrichtungen entstellt wird, eine Forderung, die vor allem von O. Frank[1]) mit allem Nachdruck vertreten ist. Seine Entwicklungen zur Theorie der Registrierinstrumente werden die Grundlage bilden müssen für die Beurteilung schon vorhandener oder die Konstruktion neuer Vorrichtungen, die zur Aufzeichnung zeitlich veränderlicher Vorgänge irgendwelcher Art dienen sollen.

1. Das Mechanokardiogramm.

Bewegungen als Folge der Herzaktion treten an den verschiedensten Stellen des Körpers auf. Sie müssen sich auf sämtliche umliegenden Organe übertragen. So hat man die Herzbewegung durch geeignete Sonden mit Hilfe kleiner Ballons und der im folgenden zu beschreibenden Luftübertragung von der Speiseröhre und vom Magen aus registriert („Ösophaguskardiogramm" Minkowski[2]) Rautenberg[3]), oder einfach die Bewegung der Luft in den Lungen unter dem Einfluß der Volumänderungen des Herzens, (Cremer und Matthes, Klewitz[4]) das „Kardiopneumogramm" aufgeschrieben, um die erhaltenen Kurven diagnostisch zu verwerten. Der wichtigste und auffälligste Vorgang dieser Art ist jedoch nach wie vor der sogen. Herzspitzenstoß, d. h. die Bewegung der Brustwand durch die andrängende Spitze des arbeitenden Herzens. Er ist an der linken Brustseite im vierten oder fünften Zwischenrippenraum leicht zu fühlen.

Stellt man aber der Kardiographie die Aufgabe, das, was der palpierende Finger fühlt, aufzuzeichnen, so wird sogleich eine Schwierigkeit offenbar: So leicht es verhältnismäßig ist, die Bewegungsvorgänge aufzuzeichnen, so schwer oder gar unmöglich scheint es zu sein, die Kraft des Herzspitzenstoßes, deren Beurteilung dem Gefühl ganz besonders leicht fällt, zu registrieren, obwohl diese Kraft ein sehr wesentliches Moment für die Beurteilung des Herzmuskels ist. Es gibt keinen Kardiographen, der darauf angelegt ist, aus der aufgezeichneten Kurve wenigstens Schlüsse auf die Kraft des Spitzenstoßes ziehen zu lassen. Höchstens wirken einige alte, schlecht konstruierte Registriervorrichtungen nebenbei und unbeabsichtigt, jedenfalls unübersehbar als kraftregistrierende Instrumente. Sämtliche Kardiographen wollen bewegungsregistrierende

[1]) z. B. in Tigerstedts Handb. der physiolog. Methodik. Bd. **2**, 2. 1913.
[2]) Minkowski, *D. med. Wochenschr.* **32.** *S. 248. 1906.*
[3]) Rautenberg, *D. Arch. f. klin. Med.* **91.** *S. 251. 1907.*
[4]) Klewitz F., *D. Arch. f. klin. Med.* **124. 127.** *1918.*

Instrumente sein, also die Bewegungen der Brustwand unter dem Einfluß des Herzspitzenstoßes aufzeichnen, wobei sie unter allen Umständen mehr leisten als das Tastgefühl, das Bewegungsvorgänge, wie sie hier vorliegen, kaum aufzufassen vermag.

Auf die Schwierigkeiten, denen sich jedoch auch die einfache Bewegungskardiographie gegenübersieht, wenn man etwas höhere Anforderungen an das Verfahren stellt, hat Straub[1]) vor kurzem wiederum zusammenfassend hingewiesen. Jede Bewegung ist relativ. Es handelt sich also auch bei der Aufzeichnung der Bewegungen der Brustwand darum, ein geeignetes Bezugsystem zu wählen. Dies kann der äußere Raum sein; man muß dann dafür sorgen, daß die Bewegungen der Brustwand des Untersuchten, die mit dem Herzschlag nichts zu tun haben (Atembewegungen und sonstige willkürliche Bewegungen) nach Möglichkeit ausgeschaltet sind. Es kann aber auch eine Ebene als Bezugsebene gewählt werden, die die Brustwand berührt und als ruhend gegenüber der Herzbewegung angenommen wird. In diesem Falle wird die aufnehmende Vorrichtung in geeigneter Weise an der Brustwand selbst befestigt. Sie macht dann deren Bewegungen mit, zum kleinen Teil allerdings auch solche, die noch vom Spitzenstoß selbst herrühren, und so dem Kardiographen verloren gehen. Ferner darf der Kardiograph keine merkliche Rückwirkung auf den zu registrierenden Vorgang ausüben, also als reines bewegungsregistrierendes Instrument zu keinerlei Kraftänderungen in dem betrachteten System führen. Dieser Forderung ist verhältnismäßig leicht zu genügen. Nur bei den ältesten Methoden, die den einfachen Sphygmographen, den Pulsschreiber, benutzen (Marey, Landois), muß eine gewisse entstellende Rückwirkung auf den Bewegungsvorgang vorausgesetzt werden. Die dritte selbstverständliche Forderung ist die, daß die aufzeichnende Vorrichtung selbst, die Vorgänge, die ihr übermittelt werden, getreu wiedergibt.

Die älteren Konstruktionen, die diesen Ansprüchen nicht oder nur teilweise genügen, können nur kurz erwähnt werden. Genaueres und Literaturangaben sind bei Frank[2]) zu finden. Als Beispiel eines direkten Hebelapparates sei der Mareysche Sphygmograph genannt, mit dem man auch den Herzspitzenstoß registriert hat. Die Bewegungen der Pelotte p, die auf die Brustwand aufgesetzt wird (Abb. 1), werden durch den Hebel *h* in vergrößertem Maßstabe auf der bewegten berußten Fläche *pt* aufgeschrieben. Er ist nach dem oben Gesagten ein ungeeignetes Instrument, um Bewegungen zu registrieren, auch wenn sein Hebelsystem die zu registrierenden Bewegungen richtig wiedergeben könnte, was auch nicht der Fall ist.

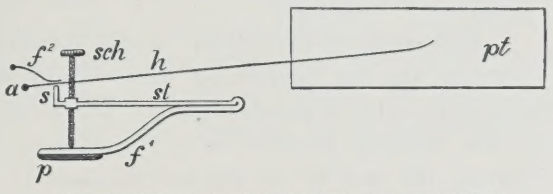


Abb. 1. Schema des Mareyschen Sphygmographen.
p Pelotte mit Stellschraube *sch*, f^1 federnder Halter, *h* Schreibhebel mit Drehpunkt *a*, *pt* berußte Schreibfläche, *st* Stellhebel mit Angriffspunkt *s*, f^2 Sicherungsfeder.

Alle späteren Konstruktionen benutzen das Lufttransmissionsverfahren nach Marey. Hierbei wird die Bewegung an der Herzspitze auf die elastische Verschlußmembran einer Metallkapsel übertragen. Diese steht durch eine Schlauchleitung mit einer zweiten gleichen Kapsel in Verbindung, deren Membran den Volumänderungen im System folgt und ihrerseits einen Schreibhebel in Bewegung setzt. In dieser Form stellt die Methode ein praktisch reines bewegungsregistrierendes Verfahren vor. Durch die Lufttransmission wird die „Güte" (Frank) eines solchen Apparats gegenüber einer

[1]) Straub in Abderhaldens Handb. der biolog. Arbeitsmethoden. Abt. V. Teil 4. 1. 1923.
[2]) l. c.

direkten Hebelübersetzung, etwa mittels eines Fadens, in jedem Falle etwas verringert. Die große Bequemlichkeit der Anwendung, die Trennung des Aufnahmeapparates vom Orte der Schreibung, wiegt diesen Nachteil jedoch reichlich auf.

Eine Aufnahmekapsel, wie sie Marey angegeben hat, zeigt Abb. 2. Sie kann innerhalb einer Trommel, die durch Bänder an der Brustwand befestigt wird, zur optimalen Einstellung durch eine Mikrometerschraube gehoben oder gesenkt werden. Die verhältnismäßig kleine Pelotte ermöglicht es, die Bewegungen eines fast punktförmigen Bezirks aufzuzeichnen. Diese Aufnahmekapsel ist durch einen Schlauch mit der Schreibkapsel verbunden, die den möglichst leichten Hebel trägt. Nach diesem Prinzip sind sämtliche älteren Kardiographen konstruiert. Die zahlreichen Varianten der Geberkapsel bedeuten nur unwesentliche Abänderungen der ursprünglichen Mareyschen Vorrichtung und haben wenig Interesse. Einfach und zweckmäßig ist die Benutzung eines einfachen Trichters anstelle der Geberkapsel. Er wird auf die Stelle des Herzspitzenstoßes aufgesetzt. Sein Hals ist mit der Schreibkapsel verbunden. Man schreibt auf diese Weise zwar nicht die Bewegung eines einzelnen Punktes der Brustwand, sondern die Durchschnittsverschiebung der gesamten innerhalb des Trichterrandes liegenden Fläche. Auf diese Weise wird aber diese Verschiebung jedenfalls in reinster Form, ohne Dazwischentreten weiterer Massen und Kräfte, in Volumänderungen des Registriersystems umgesetzt.

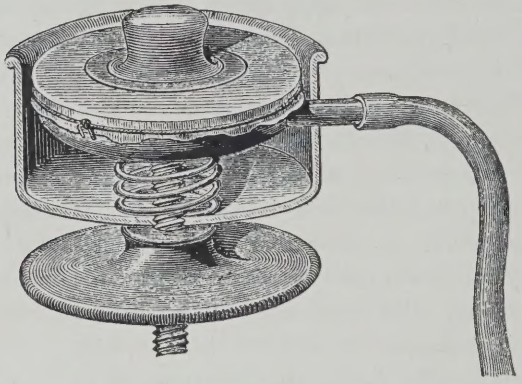


Abb. 2. Geberkapsel des Kardiographen nach Marey. (Mit Lufttransmission.)

Den größten Fortschritt in der Kardiographie bedeutet aber ohne Frage der Übergang von der Schreibung dieser Volumänderungen mittels Hebelübertragung, zu ihrer optischen Registrierung. Die große wirksame Masse des Schreibhebels, die bei den üblichen Kapseln unter Umständen noch übertroffen wurde durch die Vorrichtung, die den Hebel mit der Membran verbindet, setzt die Eigenschwingungszahl eines solchen Lufttransmissionssystems so weit herab, daß es für die Aufzeichnung feinerer Einzelheiten des Bewegungsablaufes an der Herzspitze unter allen Umständen nicht ausreicht. Die Einführung des gewichtslosen Lichthebels ermöglichte erst die Konstruktion von Schreibkapseln, die allen berechtigten Ansprüchen genügen konnten.

Abb. 3. Schema einer optischen Schreibkapsel („Herztonkapsel") nach Frank.

Bei derartigen optischen Kapseln wird die Bewegung der Membran der Schreibkapsel in Winkelbewegungen eines möglichst leichten Spiegels umgesetzt. Diese Winkelbewegungen zeichnet dann ein reflektierter Lichtstrahl auf einer bewegten lichtempfindlichen Fläche auf. Frank[1]) hat zwei Modifikationen solcher Kapseln angegeben, die vielfach in Gebrauch sind. Bei der einen ist der Spiegel in einem kleinen Gestell um eine Achse drehbar befestigt und steht durch ein kurzes Hebelchen mittels eines Knopfes mit dem Mittelpunkt der Gummimembran in Verbindung. Da aber das Trägheitsmoment auch des leichtesten Gestells stets um das Vielfache größer ist als das des Spiegels, ist in einer zweiten Konstruktion der

[1]) l. c.

Spiegel direkt auf die Membran geklebt. Die Öffnung dieser Kapsel ist nicht kreisförmig, sondern ein Kreissegment (Abb. 3). Damit sich der Spiegel nicht verzieht, ist er zunächst auf ein Glimmerplättchen aufgeklebt, das die Form eines Kreissektors hat. Bei Ausbauchungen der Membran führt der Spiegel Winkelbewegungen um die Sehne des Kreissegments als Achse aus. Für die praktische Verwendung sind meist mehrere derartige Kapseln, die von einer spaltförmigen Lichtquelle beleuchtet werden, auf einem Gestell vereinigt, um mehrere Bewegungsvorgänge, etwa außer dem Kardiogramm den Arterien- und Venenpuls zu verzeichnen. Die einzelnen Kapseln sind durch Mikrometerschrauben in horizontaler und vertikaler Richtung zu verstellen, um ein bequemes Einstellen des reflektierten Spaltbildes auf die lichtempfindliche Fläche zu ermöglichen. Abb. 4 zeigt eine derartige Anordnung mit einer Schreibkapsel, wie sie von M. Th. Edelmann in München geliefert wird.

Die Leistungsfähigkeit dieser Registrierkapseln mit direkt aufgeklebtem Spiegel läßt sich bei richtiger Dimensionierung infolge der geringen Massenwirkung so weit steigern, daß sie zur Aufzeichnung schnellster Druckänderungen im Lufttransmissionssystem dienen können, wie sie die Schallwellen darstellen. Sie sind unter dem Namen der Frankschen „Herztonkapseln" bekannt, aber selbstverständlich zur Aufzeichnung von Bewegungsvorgängen aller Art unter Vermittlung der Lufttransmission vortrefflich geeignet.

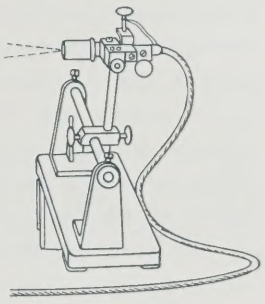


Abb. 4. Franksche Kapsel zur optischen Registrierung von Bewegungsvorgängen mittels Luftübertragung. (Bauart M. Th. Edelmann-München.)

Schließlich ist in diesem Zusammenhang kurz hinzuweisen auf eine in gewissem Sinne ideale Registrierungsmöglichkeit: die direkte Photographie der Herzbewegung mittels Röntgenstrahlen. So unersetzlich nun aber die Röntgenuntersuchung für den Arzt ist zur Orientierung über Größe und Form und Lage des Herzens, so wenig leistet sie vorläufig als Kardiographie in unserem Sinne. Man vermag zwar das Herz in verschiedenen Phasen seiner Tätigkeit leicht zu photographieren, man kann auch bereits eine ganze Anzahl von Serienaufnahmen in der Sekunde machen (Groedel[1]), aber um ein lückenloses Kardiogramm von allen Punkten der Herzsilhouette mit sämtlichen Einzelheiten zu erhalten, reichen die heutigen Vorrichtungen nicht aus.

2. Das Phonokardiogramm.

Gewissermaßen ein Teil des mechanischen Kardiogramms ist das Phonokardiogramm. Es enthält die Frequenzen des Mechanokardiogramms, die das Ohr an der Brustwand als Schall wahrnimmt. Daß es trotzdem vom Mechanokardiogramm stets scharf getrennt wird, geschieht mit demselben Recht, mit dem etwa Mechanik und Akustik in elementaren Physikbüchern in zwei gesonderten Abschnitten behandelt werden.

Bei dem Versuch, die relativ schwachen Schallerscheinungen, die mit der Herzaktion verbunden sind, zu objektivieren, sind erheblich größere Schwierigkeiten zu überwinden als bei der Aufzeichnung des gewöhnlichen Kardiogramms. Es mußte sich zunächst darum handeln, überhaupt einen greifbaren mechanischen Effekt von den Herztönen[2]) zu erhalten, erst später konnte man an die Konstruktion von Vorrichtungen gehen, die die Schallschwingungen überdies getreu wiedergeben sollten.

[1]) Groedel, 14. Tagung der Deutschen Röntgengesellschaft, München, 16.—18. April 1923.

[2]) Es wird im folgenden stets die übliche Bezeichnung Herztöne gebraucht, die jedoch nichts über den Charakter der Schallerscheinung aussagen soll.

Eine Anordnung der ersten Art ist die Apparatur von Hürthle[1]), die zum ersten Male eine objektive Markierung der Herztöne erlaubte. Ein Stethoskop steht in Verbindung mit einem Resonanzapparat, der eine Holzstimmgabel trägt. An ihren Zinken befindet sich ein Mikrophonkontakt, der einen elektromagnetischen Signalapparat betätigt. Die Schwingungen werden durch den Resonanzapparat verstärkt, übertragen sich auf die hölzerne Stimmgabel und auf den Mikrophonkontakt. Hierdurch erfährt der Strom in einem kräftigen Elektromagneten entsprechende Schwankungen. Diesem steht eine Eisenplatte gegenüber, deren Schwingungen durch Lufttransmission auf eine Schreibkapsel mit Hebel übertragen werden. Hürthle erhielt mit seiner Vorrichtung Kurven, denen ohne Zweifel die Herztöne als ursächliches Moment zugrunde lagen, wenn man auch bei den großen und kompliziert angeordneten Maßen, die in Aktion treten, sichere Schlüsse auf den ursprünglichen Vorgang nicht ziehen kann, was Hürthle wohl auch nicht beabsichtigt hat.

Ein Verfahren, das immerhin solche Schlüsse gestattet und über die zeitlichen Verhältnisse des Einsetzens der Herztöne relativ genaue Auskunft geben kann, hat Marbe[2]) angegeben. Er registriert die Schwingungen rußender Königscher Flammen dadurch, daß er einen Streifen Papier rasch an der Flammenspitze vorüberführt. Auf diesem setzen sich Rußringe im Tempo der Schwingungen der Flamme ab. In die Leitung, die das verwendete Acetylen der Flamme zuführt, ist die Aufnahmekapsel eingeschaltet, bei der eine dünne Kautschukmembran durch ihre Bewegungen den Gaszufluß zur Flamme entsprechend beeinflußt. Man erhält mit der Apparatur von Marbe als Ausdruck der akustischen Vorgänge bei der Herzaktion charakteristische Systeme von Rußringen, oder genauer von Ellipsen, deren kleine Halbachsen in gewisser Beziehung zur Amplitude der ursprünglichen Schwingung stehen sollen.

Die im folgenden zu erwähnenden Verfahren erheben meist den weitergehenden Anspruch, die akustischen Vorgänge auch quantitativ richtig wiederzugeben, also ein getreues Bild vom Verlauf des Herzschalles aufzuschreiben. In jedem Falle muß man sich darüber klar sein, daß dieses Ziel nur mehr oder weniger näherungsweise zu erreichen ist. Wir besitzen vorläufig keine Möglichkeit, Schallschwingungen so geringer Intensität ohne Einführung träger Massen aufzuschreiben. Das ideale Verfahren von Raps[3]), der die Dichteänderungen der Luft unmittelbar in der Änderung ihres Brechungsexponenten durch interferierende Lichtstrahlen aufschreibt, ist für die meisten akustischen Vorgänge nicht empfindlich genug. Trotzdem scheinen die Schwierigkeiten für die Aufzeichnung der Herztöne nicht unüberwindlich. Ihre Intensität ist zwar sehr gering, die Frequenzen aber, die ihren akustischen Charakter bestimmen, liegen relativ niedrig und umfassen einen kleinen Bereich. So wird es wenigstens im Prinzip möglich, auch mit Membranen, das Wesentliche richtig wiederzugeben, die, um eine ausreichende Empfindlichkeit zu erreichen, eine für sonstige akustische Ansprüche niedrige Eigenschwingungszahl haben.

Die ersten wirklichen Aufzeichnungen von Herztönen sind von Einthoven[4]) auf dem Umweg über die elektrische Energieform erhalten. Er übertrug den Herzschall von einem Stethoskop, das auf die Brustwand aufgesetzt wurde, durch einen Schlauch

---

[1]) Hürthle, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie* **60.** *S. 263. 1895.*

[2]) Marbe, R., *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie* **120.** *S. 205. 1907.*

[3]) Raps, A., *Wied. Ann.* **36.** *S. 273. 1889.* **50.** *S. 210. 1893.*

[4]) Einthoven und Geluk, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie* **57.** *S. 617. 1894.* — Einthoven, *ebd.* **117.** *S. 461. 1907.*

auf ein gewöhnliches Mikrophon. Dieses lag im primären Kreis eines eisenfreien Transformators. Die Stromschwankungen im sekundären Kreis wurden zunächst mit einem Kapillarelektrometer, später mit dem Saitengalvanometer registriert. Eine regulierbare seitliche Öffnung im Stethoskoptrichter erlaubte es, die niedrigen Frequenzen, d. h. das Mechanokardiogramm auszulöschen und die akustischen Phänomene allein aufzuzeichnen.

Die von Einthoven verwendete kurze und stark gespannte Saite hatte eine Eigenschwingungszahl von 2000—3000 pro sec., um die Stromschwankungen mit Sicherheit treu aufzuzeichnen. Da ein eisenfreier Transformator für den relativ kleinen Frequenzbereich der Herztöne bei geeigneter Dimensionierung der Wickelung (vgl. Wertheim-Salomonson[1]) praktisch verzerrungsfrei arbeiten kann und ein gutes Mikrophon nach den ausgedehnten Untersuchungen im Zeitalter des Rundfunks hier ebenfalls ausreichend getreu arbeiten dürfte, ist die Methode als solche auch heute durchaus zuverlässig. Des weiteren Vorteils wegen, Aufnahme und Registriervorrichtung räumlich vollkommen von einander trennen zu können, ist denn auch dieser Weg über die elektrische Energieform für die Registrierung mechanischer Vorgänge mehrfach beschritten[2]). Trotzdem werden die Herztöne heute in den gebräuchlichen Zusammenstellungen, auch in solchen, die gleichzeitig das Elektrokardiogramm galvanometrisch registrieren, wohl durchweg direkt durch mechanische Vorrichtungen aufgezeichnet. Auch diese reichen für die Anforderungen der Praktiker aus, sind mit einfachen Mitteln zu verwirklichen und vor allem, was für den Arzt besonders ins Gewicht fällt, einfacher zu handhaben.

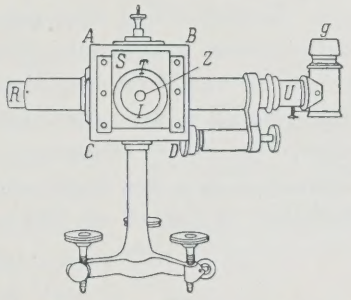


Abb. 5. Phonoskop von O. Weiß. *R* Projektionsmikroskop, *U* Beleuchtungsmikroskop, *g* Lichtquelle, *S* Schieber, *T* Tubus, *I* verschiebbare Hülse, *Z* Membran-Öffnung, *A B C D* Schutzkasten.

Wie schon beim Mechanokardiogramm angedeutet, gelingt es mit einer geeigneten Frankschen Kapsel mit optischer Registrierung, auch die akustischen Frequenzen des Kardiogramms zu erfassen und aufzuzeichnen. Als Aufnahmevorrichtung genügt ein einfacher Glastrichter, der eine seitliche Öffnung von regulierbarer Weite hat, um die niederen Frequenzen nach Belieben schwächen zu können. Frank glaubt auf Grund seiner theoretischen Analyse die Eigenschaften seiner Kapseln, Empfindlichkeit, Dämpfung und Eigenschwingungszahl so bemessen zu können, daß sich eine praktisch getreue Aufzeichnung ergibt.

Während Frank aus theoretischen Gründen die Eigenschwingungszahl seiner Membranen auf Kosten der Empfindlichkeit möglichst hoch wählte, haben andere Autoren die Empfindlichkeit ihrer Vorrichtungen nach Möglichkeit zu steigern versucht, wobei sie meist von vornherein auf absolute Treue der Registrierung mehr oder weniger verzichten mußten.

Ein derartiges sehr empfindliches Instrument ist das Phonoskop von O. Weiß[3]). Die schallaufnehmende Membran ist eine Seifenlamelle. Ihre Schwingungen werden auf ein feines Glashebelchen von 18 mm Länge und 0,01 mm Dicke übertragen, dessen Bewegungen durch ein Mikroskop stark vergrößert auf die lichtempfindliche bewegte Fläche projiziert werden. Die Anordnung zeigt Abb. 5. Ein Stativ trägt den Kasten *A B C D*,

[1]) Wertheim-Salomonson, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie.* **144**. *S. 489. 1912.*

[2]) Hoffmann, *ebd.* **146**. *S. 295. 1912.*

[3]) Weiß, *Arch. f. d. ges. Psychol.* **9**. *S. 463. 1902; Med. naturw. Arch.* **1**. *S. 437. 1908; Zeitschr. f. biol. Technik u. Methotik.* **1**. *S. 49; 99; 120. 1908—10; Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie.* **127**. *S. 74. 1909; Samml. anat. u. physiolog. Vorträge u. Aufsätze, Heft 7. Jena 1909.*

der zwei gegenüberliegende Öffnungen für das Beleuchtungsmikroskop *U* und Projektionsmikroskop *R* hat. Senkrecht zu dieser Achse befindet sich ein dritter Tubus *T*, in dem die Hülse *I* verschiebbar ist. In der Mitte ihrer inneren Deckplatte befindet sich ein kreisförmiges Loch *Z*. Über diesem wird durch Eintauchen in eine geeignete Seifenlösung eine Seifenlamelle erzeugt. An der oberen Wand des Kästchens ist nach allen Richtungen des Raumes beweglich das rechtwinklig gebogene Glashebelchen befestigt, dessen senkrechter Schenkel zwischen den Mikroskopobjektiven liegt, während eine kleine Öse am Ende des wagerechten Schenkels in das Zentrum der Seifenlamelle aufgenommen wird. Die Zuleitung des Schalles erfolgt durch einen offenen Trichter, der auf die Brustwand aufgesetzt wird. Der Trichterhals setzt sich in ein weites Rohr fort, das frei in die Hülse *I* hineinragt, um langsame Schwingungen von dem Apparat fernzuhalten. Die Empfindlichkeit des Apparates ist so groß, daß sogar von den fötalen Herztönen Kurven erhalten worden sind.

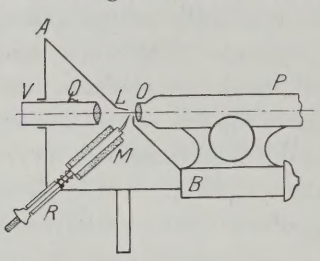


Abb. 6.
Gartenscher Schallschreiber.
A Dreieckiger Kasten als Grundkörper, *L* Öffnung für die Seifenlamelle, *M* Elektromagnet, *R* Stellvorrichtung für *M*, *VQ* Beleuchtungsmikroskop, *OP* abbildendes Mikroskop mit Fuß *B*.

Seifenlamellen sind des weiteren von Garten und von Gerhartz zur Schallaufzeichnung angewandt. Der Apparat von Garten ist, soweit mir bekannt, zur Aufzeichnung von Herztönen nicht benutzt worden, obwohl dieses im Prinzip bei geeigneten Dimensionen seiner Seifenlamelle ebenso wie bei dem Weiß'schen Phonoskop möglich wäre. Garten[1]) registrierte die Bewegungen der Seifenlamelle durch ein winziges Eisenstäubchen, das durch einen geeigneten Magneten im Zentrum der Membran festgehalten und durch ein Mikroskop auf der Registrierfläche abgebildet wird. Die Anordnung zeigt Abb. 6. Die Seifenlamelle wird über der Öffnung *L* eines massiven dreieckigen Kastens erzeugt. *M* ist der Elektromagnet, dessen zugespitzte Polschuhe sich gegeneinander und gegen die Seifenlamelle durch Schrauben fein verstellen lassen, um das Eisenstäubchen in die Mitte der Lamelle zu praktizieren. *O* ist das Objektiv des abbildenden, *Q* des Beleuchtungsmikroskopes. Der Kasten ist, um störende Resonnanzerscheinungen möglichst zu vermeiden, bis auf einen kleinen Hohlraum in der Umgebung der Lamelle mit Watte ausgestopft.

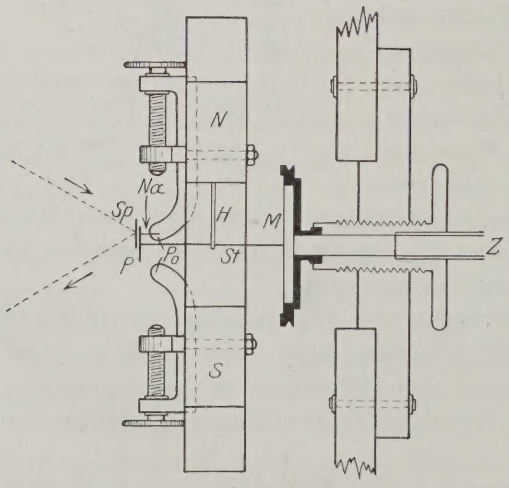


Abb. 7.
Membranteil des Schallregistrierapparates von Gerharty.
Z Schallzuführungsrohr, *M* Collodiummembran, *PSt* Stempel aus Bambusholz mit Führungshalter *H*, *Sp* Spiegel mit Nadellager *Na*, *NS* Elektromagnet, *Po* Polschuhe,

Gerhartz[2]) legt auf die Mitte seiner senkrecht stehenden Seifenlamelle ein kleines Glimmerspiegelchen auf, das durch ein Quarzfädchen eine bestimmte Drehungsachse erhält. Ein reflektierter Lichtstrahl schreibt die Winkelbewegungen des Spiegels. In späteren Konstruktionen bevorzugt Gerhartz trockene Membranen, wie sie wohl zu-

[1]) Garten, *Zeitschr. f. Biologie.* **56.** *S. 41. 1911.*

[2]) Gerhartz, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiolog.* **131.** *S. 509. 1910.* **147.** *S. 437. 1912.* Die Registrierung des Herzschalles. *Berlin 1911.*

erst von Ewald in seiner Camera acustica angewandt wurden. Eine dünne Collodiummembran *M* von 20 mm Durchmesser ist über eine Kapsel gespannt, in deren Zentrum das Schallzuleitungsrohr *Z* mündet (Abb. 7). Die Bewegungen der Membranmitte werden durch ein Stäbchen aus Bambusholz, das in dem Halter *H* ruht, auf den Spiegel *Sp* übertragen. Dieser ist mit einem kleinen Eisenblättchen hinterlegt, das durch zwei Nadeln *Na* in Körnungen des oberen Polschuhes eines Elektromagneten *NS* ruht. Bei Erregung des Magneten stellt sich das Eisenblättchen mit Spiegel in die Richtung der magnetischen Kraftlinien, wodurch eine besonders reibungsfreie Bewegung des Spiegels und eine regulierbare Dämpfung der ganzen Vorrichtung erzielt werden soll. — Besonderen Wert legt Gerhartz auf das Fernhalten der niederfrequenten Schwingungen aus dem Phonokardiogramm. Er verwendete einen Aufnahmetrichter, der durch eine durchlöcherte Aufsatzfläche abgeschlossen ist, und hält es für erstrebenswert, die groben Luftbewegungen durch eine völlig geschlossene Zwischenmembran, etwa eine mehrere Millimeter starke Holzplatte, vom Registrierapparat fernzuhalten.

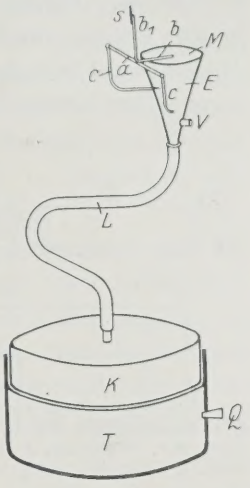


Abb. 8.
Älteres System der Herzschallregistrierung von Ohm. *T* Hartgummi-Gefäß mit Füllöffnung *Q*, *K* Sendekapsel, *L* Anschlußrohr, *E* Trichter, *M* Membran, *V* Ventil, *abb*$_1$ Hebel, *s* Spiegel, *cc* Hebelträger.

Auch Ohm[1]) benutzte eine allseitig geschlossene Aufnahmekapsel (Abb. 8). Sie besteht aus einem Kästchen *T* aus Hartgummi mit mehrere Millimeter dickem Boden, der auf die Brustwand aufgesetzt wird. Das Kästchen ist mit Wasser gefüllt und mit einer dünnen Gummimembran verschlossen. Auf ihr liegt die Gummimembran der Sendekapsel *K* des Lufttransmissionsystems. Die Empfängerkapsel *E* von 1,25 cm Durchmesser ist „mit feinstem Gummi abgeschlossen, das sich in möglichst geringer Spannung befinden muß". Er benutzte auch eine aus Paragummilösung gezogene Lamelle, die empfindlicher ist. Die Bewegungen der Membran werden durch ein Hebelsystem ab auf einen kleinen Spiegel *S* übertragen und photographisch registriert. Unmittelbar vor der Kapsel befindet sich wiederum das Ventil *V*, das in üblicher Weise die niedrigen Frequenzen von der Schreibkapsel fernhalten soll.

In einem zweiten Verfahren verwendet Ohm zur Registrierung ein Gelatinehäutchen von 3 cm Durchmesser. Als Spiegelträger dient in diesem Falle ein schmaler kurzer Streifen aus steifem Seidenpapier, der durch eine dünne Spitzenwelle gesteckt und mittels einiger Wattefasern gegen die Mitte der Lamelle geführt wird. Zur Vermeidung zufälliger störender Erschütterungen gibt Ohm die in Abb. 9 wiedergegebene Einrichtung an: Die Empfängerkapsel *E* ist, wie in der Weiß'schen Anordnung von dem Zuleitungsrohr *Z* getrennt. Beide lassen sich aber auf einem Schlitten gegeneinander verschieben, bis die beste Einstellung von Fall zu Fall erreicht ist. — Neuerdings scheint auch Ohm den Spiegel nach Frankschem Vorbild direkt exzentrisch auf die Membran zu kleben, wie aus dem „Apparat zur Registrierung des Herzschalles nach Ohm", der dem Siemensschen Elektrokardiographen beigegeben ist, hervorgeht. Bei dieser An-

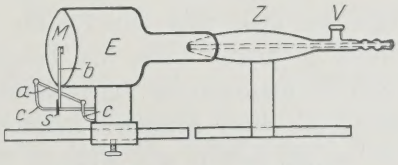


Abb. 9. Neueres System von Ohm. *E* Empfängerkapsel, *M* Membran, *ab* Hebelsystem, *s* Spiegel, *cc* Hebelträger, *Z* Zuleitungsrohr, *V* Ventil.

[1]) Ohm, *D. med. Wochenschr.* **37**. *S. 1432. 1911. Ztschr. f. experiment. Pathol. u. Therapie.* **11**. *138. 1912*; — Venenpuls u. Herzschallregistrierung usw. Berlin 1914.

ordnung gelangt außerdem ein anderer Rezeptor zur Anwendung. Die Schallschwingungen werden durch eine Holzmembran mittels eines Stiftes, ohne Vermittlung einer Flüssigkeit auf die abschließende Membran des Lufttransmissionssystems übertragen.

Eine besonders empfindliche Anordnung dieser Art ebenfalls mit trockener Membran, hat schließlich vor kurzem W. R. Hess angegeben. Hess[1]) benutzt eine Membran, die er über der Öffnung eines Glasrohres von 15 mm Weite durch Eintauchen des Rohres in eine Lösung von Paragummi in Benzol gewinnt. Erst nach dem Trocknen wird das Häutchen auf dem eigentlichen Membranträger *MT* (Abb. 10), der eine runde Öffnung von 5 mm Durchmesser hat, befestigt. Die Schwingungen der Membran werden auf einen wenige μ dicken und 5—7 mm langen Platinfaden übertragen. Der Platinfaden *PF* ist einerseits an den Fadenträger *FT*, andererseits durch eine kleine Fußplatte *FP* im Zentrum der Membran befestigt, so daß er einen äußerst geringen Zug auf die Membranmitte ausübt. Die geringe Durchbiegung, die er hierbei trotzdem noch zeigt, ändert sich bei Schwingungen der Membran und gibt diese im günstigen Falle in 4—6fach vergrößertem Maßstabe wieder. Durch das Mikroskop *M* werden diese Schwingungen des Fadens, der von der Lichtquelle *L* durch den Kondensor *K* beleuchtet wird, weiterhin stark vergrößert auf der Registrierfläche abgebildet. Als Rezeptor für den Schall verwendet Hess eine flache, schwach gewölbte Metallschale von 26 mm Durchmesser und 2—6 mm Tiefe, die Zuleitung zum Membranträger erfolgt durch einen Gummischlauch bei *Z*. Die Öffnung im System zur Unterdrückung der niedrig frequenten Schwingungen bringt Hess möglichst nahe am Rezeptor an, um das Zuleitungsrohr noch weiterhin gewissermaßen als Filter für die etwa übrig gebliebenen niederen Frequenzen auszunutzen. Die Wirkung des Ventils wird verändert durch Aufstecken verschieden langer Ansätze auf die Ventilöffnung. —

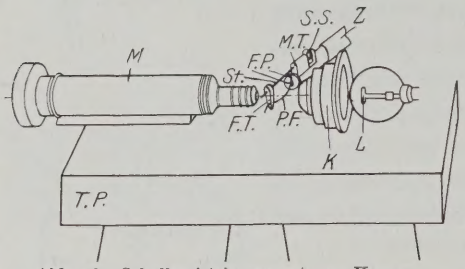


Abb. 10. Schallregistrierapparat von Hess. *M.T.* Membranträger, *F.T. St.* Fadenträger, *F.P.* Fußplatte, *P.F.* Platinfaden, *Z* Zuführungsrohr, *L* Lichtquelle, *K* Kondensor, *M* Mikroskop, *T.P.* Grundplatte.

Eine ernsthafte Kritik der eben in kurzen Zügen beschriebenen Methoden zu geben oder gar diese oder jene für die beste zu erklären, ist so gut wie unmöglich, da kein Autor in klarer Weise die wesentlichen Konstanten seines Instrumentes angibt: die leicht zu bestimmende Eigenschwingungszahl und Dämpfung des Registriersystems gleichzeitig mit einer normalen Herztonkurve, die unter den gleichen Bedingungen gewonnen wurde, als Beweis und Maßstab für die Empfindlichkeit des Systems. Nur Weiss hat auf Einwände hin, die Frank gegen sein Phonoskop erhob, solche Bestimmungen ausgeführt. Seine Registriersysteme waren annähernd aperiodisch gedämpft und hatten eine Einstellungszeit von etwa 0,01 sec. Eine derartige Vorrichtung wäre nach dem, was wir von der Beschaffenheit der Herztöne wissen, bei genügender Empfindlichkeit durchaus geeignet, wenigstens das Wesentliche richtig aufzuzeichnen.

Ein Umstand, der bei dieser Lage der Dinge eine Beurteilung der verschiedenen Vorrichtungen und der Kurven, die sie verzeichnen, weiter erschwert, ist die schon mehrfach erwähnte veränderliche Öffnung in der Schallzuleitung. Wie Frank mit vollem Recht bemerkt, liegt zunächst gar kein Anlaß vor, innerhalb der Bewegungsvorgänge der Brustwand, die durch den Herzspitzenstoß hervorgerufen werden, den Schwingungen, die zufällig die genügende Frequenz haben und in genügender Zahl auftreten, um vom

[2]) Hess, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie.* ***180.*** *S. 35. 1920.*

Ohre als Schall wahrgenommen zu werden, eine Ausnahmestellung einzuräumen. Es wäre wirklich ein erstrebenswertes Ziel, die Schwingungen sämtlicher Frequenzen innerhalb des Kardiogramms gleichmäßig treu und zuverlässig mit derselben Apparatur aufzuzeichnen, obwohl man auch den Wunsch des Arztes begreifen wird, im „Phono"-kardiogramm nur das zu finden, was dem Ohre hörbar ist. Der Hauptgrund jedoch, der dazu zwingt, die Herztöne möglichst rein „herauszusieben" und die gröberen mechanischen Vorgänge des Kardiogramms von der Registrierkapsel fern zu halten, ist in technischen Schwierigkeiten zu suchen. Es ist praktisch unmöglich, in der gleichen Kurve die langsamen ausgiebigen Bewegungen der Thoraxwand durch den Herzspitzenstoß und die äußerst schwachen akustischen Frequenzen amplitudengetreu im gleichen Maßstab aufzuzeichnen. Man muß also versuchen, die ersteren zu schwächen und erreicht dieses durch Öffnen des Registriersystems.

Man bewirkt durch eine solche Öffnung im Lufttransmissionssystem, daß die Druckschwankungen, die die Membran treffen, mehr oder weniger dem Differentialquotienten der ursprünglichen Volumänderungen proportional werden, und zwar um so mehr, je weiter die Öffnung ist und je langsamer die betreffenden Volumänderungen ablaufen. Es resultiert ein Gemisch der ursprünglichen Schwingungen und ihrer 1. Ableitungen. Jedenfalls werden die niederen Frequenzen erheblich mehr geschwächt als die höheren.[1])

In der Praxis wird nun stets so vorgegangen, daß die veränderliche Öffnung so weit geöffnet oder geschlossen wird, solange noch oder bis ein Effekt der gewünschten Größe am Registriersystem auftritt, und diese Willkür macht eine Beurteilung der verschiedenen Verfahren vollends unmöglich. Durch geeignetes Öffnen eines Registriersystems wird es in der Mehrzahl der Fälle gelingen, synchron mit den Herztönen Schwingungen an der registrierenden Membran zu erzeugen, die zwar letzten Endes durch die gleichen Vorgänge ausgelöst sein werden, wie die Herztöne, oft aber sicher nicht ein Abbild der akustischen Phänomene sind. Unter diesen Umständen wird in vielen Fällen von einer treuen Registrierung nicht die Rede sein.

Darauf kommt es aber dem Praktiker glücklicherweise auch garnicht an. Für ihn bedeuten die aufgezeichneten Herztöne eigentlich nichts weiter als Zeitmarken der Herztöne oder -geräusche. Sie sind ihm wichtige Fixpunkte innerhalb des Kardiogramms, die ihm Anfang und Ende einer Zusammenziehung der Herzkammer markieren, und zu den übrigen Vorgängen in Beziehung zu setzen sind. Und unter diesen Gesichtspunkten dürften fast alle beschriebenen Vorrichtungen ausreichen.

Was die einzelnen Methoden darüber hinaus an Treue der Wiedergabe der wirklichen akustischen Vorgänge leisten, kann bei der Lage der Dinge nur durch praktische Versuche entschieden werden, indem die gleichen Herztöne einmal mit dem zu prüfenden Verfahren und gleichzeitig mit einer praktisch vollkommenen Methode der Schallaufzeichnung aufgenommen werden. Eine solche besitzen wir heute anscheinend in der von F. Trendelenburg[2]) ausgebauten und theoretisch durchgearbeiteten Methode der Schallregistrierung mit Kondensatormikrophon, verzerrungsfreiem Widerstandsverstärker und hochfrequenter Oszillographenmeßschleife. Für Arzt und Klinik dürfte

[1]) vgl. O. Frank, *Zeitschr. f. Biologie* **50.** *S. 303. 1908.*

[2]) Trendelenburg, *Wissenschaftl. Veröffentl. a. d. Siemens-Konzern.* **3.** *Heft 2. S. 43.* Referat in *dieser Zeitschr.* **45.** *S. 192.*

trotzdem ein solches immerhin recht verwickeltes Verfahren kaum in Betracht kommen, da ihren bescheidenen Ansprüchen die verschiedenen direkten Methoden trotz ihrer Mängel durchaus genügen.

3. Das Elektrokardiogramm.

Sehr viel weitergehende Anforderungen müssen dagegen wiederum gestellt werden an die Treue der Aufzeichnungen der elektrischen Vorgänge, die die Herzaktion begleiten, oder wieder genauer ausgedrückt, der elektrischen Vorgänge, wie sie als Folge der Herzaktion von den verschiedenen Stellen der Körperoberfläche abzuleiten sind[1]). Diese Anforderungen sind jedoch relativ leicht zu erfüllen. Ihnen wird im wesentlichen von allen heute hierzu gebauten Apparaturen genügt, wenn diese richtig ausgenutzt werden.

Ein elektrisches Meßinstrument, das dem „Aktionsstrom" des Herzens getreu folgen soll, muß neben genügender Empfindlichkeit die Eigenschaft besitzen, den vorkommenden Stromschwankungen genügend schnell zu folgen. Alle üblichen hochempfindlichen Zeiger- oder Spiegelgalvanometer scheiden, wie leicht verständlich, hier von vornherein aus.

Das erste Instrument, mit dem vom unversehrten Körper die Kurve des Herzaktionsstromes — das Elektrokardiogramm (Ekg) — aufgezeichnet werden konnte, war das Kapillarelektrometer (Waller, Einthoven). Bei ihm wird bekanntlch die Tatsache benutzt, daß Änderungen der elektrischen Potentialdifferenz zwischen einer Quecksilberoberfläche und Schwefelsäure zu Änderungen der gegenseitigen Oberflächenkräfte führen, Der Quecksilbermeniskus in einer Glaskapillare, die mit Schwefelsäure gefüllt ist, wird bei solchen Änderungen der Potentialdifferenz entsprechende Bewegungen ausführen. Diese werden in einem Mikroskop beobachtet oder in üblicher Weise auf bewegter Fläche photographisch registriert. Wie nicht anders zu erwarten, besitzt aber auch dieses Instrument noch eine erhebliche Trägheit gegenüber den rasch verlaufenden Phasen des Ekg. Es ist eine Korrektur der erhaltenen Kurven nötig, die erst den wahren Verlauf der Potentialschwankung ergibt. Es ist immerhin bemerkenswert, daß Einthoven[2]) bereits auf diese Weise Kurven erhielt, die das Wesentliche durchaus richtig wiedergaben, wie die späteren Aufnahmen mit vollkommneren Instrumenten zeigten. Heute kommt das Kapillarelektrometer für die praktische Elektrokardiographie nicht mehr in Frage. Es behält sein Interesse als leicht und mit geringsten Kosten zu improvisierende Anordnung, die zum mindesten für die Demonstration der ganzen Erscheinung geeignet ist.

Für den Gebrauch in der praktischen Herzdiagnostik kommen heute nur Galvanometer in Betracht, die die Potentialschwankungen des Ekg's unmittelbar, ohne weitere Korrektur, richtig aufzeichnen. Sämtliche derartigen Instrumente sind nach dem Prinzip des Drehspulengalvanometers konstruiert. Sie erzielen die notwendige Empfindlichkeit bei gleichzeitig kürzester Einstellungszeit durch Anwendung eines beweglichen Leiters von möglichst geringer Masse unter dem Einfluß relativ starker äußerer Direktionskräfte in einem Magnetfelde möglichst hoher Intensität. Je nach der Ausbildung des Leiters als äußerst dünner gerader Draht, als Schleife oder kleinste Spule ergeben sich als Typen von geeigneten Galvanometern das sogen. Saitengalvanometer und der Schleifen- oder Spulenoszillograph.

---

[1]) Es ist in erster Linie die Haut, die die Potentialschwankungen wie eine in den Stromkreis eingeschaltete Kapazität verändert.

[2]) Einthoven, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie.* **60.** *S. 101. 1895.*

Das verbreitetste Instrument in den gebräuchlichen Elektrokardiographen ist ohne Frage das von Einthoven konstruierte Saitengalvanometer. Ein Schema gibt die Abb. 11. Zwischen den Polschuhen des starken Elektromagneten *m* befindet sich die wenige μ dicke Saite *S*, bei höheren Anforderungen ein versilberter Quarzfaden, für das Ekg in der Regel aus Platin, wohl auch aus Aluminium hergestellt. Beim Stromdurchgang biegt die Saite senkrecht zur Richtung der magnetischen Kraftlinien aus. Ihre Bewegungen werden durch ein Mikroskop *pm* bis zu tausendfach vergrößert auf der Registrierfläche *sch* abgebildet. Ein zweites Mikroskop *bm* dient zur Beleuchtung der Saite. Die Mikroskope sind durch entsprechende Bohrungen in den Polschuh des Magneten hindurchgesteckt, wodurch nebenbei bemerkt die Homogenität des Magnetfeldes erheblich gestört wird. Man bemüht sich durch Wahl von Spezialobjektiven von möglichst geringem Durchmesser diesen Einfluß zu verringern. Das nötige Licht liefert die Bogenlampe *b*, in deren Strahlengang die Kondensorlinse *d* eingeschaltet ist.

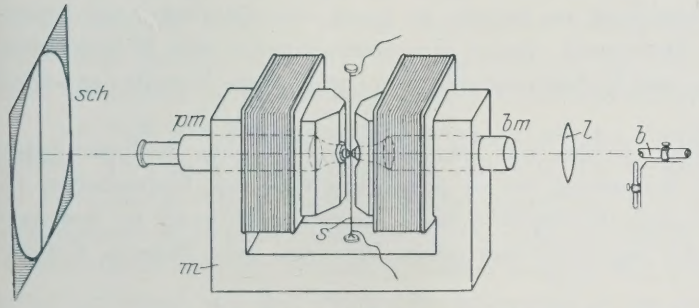


Abb. 11. Schema des Saitengalvanometers.
m Elektromagnet, *s* Saite, *pm* Projektionsmikroskop, *bm* Beleuchtungsmikroskop, *l* Beleuchtungslinse, *b* Bogenlampe, *sch* Registrierfläche.

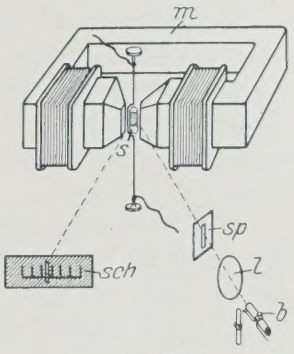


Abb. 12.
Schema des Oszillographen.
m Elektromagnet, *s* Spiegel, *sp* Spalt, *l* Beleuchtungslinse, *b* Bogenlampe, *sch* Schirm.

Die Hauptschwierigkeit, die die für den praktischen Gebrauch in Kliniken usw. bestimmten Konstruktionen zu überwinden haben, ist die außerordentliche Empfindlichkeit der dünnen Saite, die durch geringste mechanische Einflüsse unweigerlich zerstört wird. Durch vollkommenen Abschluß der Saite von der Außenwelt, durch geeignete Fadenträger und besondere Transportvorrichtungen wird sie in den verschieden Modellen gegen solche schädlichen Einwirkungen zu schützen versucht, und das Auswechseln eines beschädigten Fadens gegen einen neuen auch dem Ungeübten ermöglicht. Eine Mikrometerschraube erlaubt es, die Saite mehr oder weniger stark zu spannen und damit ihre Eigenperiode, Dämpfung und Empfindlichkeit weitgehend zu variieren und dem jeweiligen Zweck anzupassen. Zur Beurteilung dieser Eigenschaften ist für jedes Instrument unbedingt eine Eichvorrichtung erforderlich, die es erlaubt, durch Anlegen einer bekannten Potentialdifferenz zunächst die Empfindlichkeit des Instrumentes und damit, wenn man stets unter möglichst gleichen Bedingungen arbeitet, auch die anderen Größen, Eigenfrequenz und Dämpfung auf einen einmal als Optimum festgestellten Wert einzustellen.

Das Schema eines Oszillographen, des anderen Galvanometertyps, der für die Elektrokardiographie in Frage kommt, gibt Abb. 12. Wiederum ist zwischen den Polen eines starken Elektromagneten *m* der bewegliche Leiter *s*, jetzt eine Schleife oder kleine Spule, ausgespannt. Die beim Stromdurchgang resultierende Drehung des Leiters um die Verbindungslinie der Fixpunkte wird durch einen Spiegel von möglichst geringer

Masse, der ein schmales vom Spalt *sp* begrenztes Lichtbündel reflektiert, in bekannter Weise registriert. Richtig konstruierte Oszillographen können, wie das Spuleninstrument von Siemens zeigt, für die Aufzeichnung des Ekg's dem Saitengalvanometer durchaus ebenbürtig sein.[1]) Sie haben dabei den Vorzug, daß das einmal justierte System ohne jedesmalige Neueinstellung, die es bei ungeschickter Handhabung gefährdet, seine Eigenschaften beibehält und nicht durch äußere Einflüsse, Temperatur etc. ändert, wie es die Saite des Saitengalvanometers tut. Andererseits wird der geübte Beobachter aus einem Saitengalvanometer bei richtiger Handhabung in manchen Fällen doch mehr herausholen können als aus dem unveränderlichen System des Oszillographen, dessen Dämpfung allerdings auch durch Änderung der Feldstärke des Magneten in gewissen Grenzen variiert werden kann.

In dem Oszillographen des Bock-Thoma-Schärer'schen Elektrokardiographen wird das bewegliche System von einer einfachen Schleife aus Platin von 3—5 μ Dicke, also der Dicke der im Saitengalvanometer gebräuchlichen Saiten gebildet. Die beiden Schenkel sind ca. 0,5 mm voneinander entfernt und parallel. Sie tragen in der Mitte den winzigen Spiegel. Die Spannung der Schleife ist durch eine Spiralfeder mit Druckschraube regulierbar. Das Instrument nimmt also gewissermaßen eine Mittelstellung zwischen Saitengalvanometer und Spulenrheograph ein, ohne aber die Vorteile der beiden Typen zu vereinigen.

Zu Elektrokardiographen werden nun die kurz beschriebenen Meßinstrumente erst durch Einbau in eine Anordnung, die es auch dem technisch Ungeschulten ermöglicht, mit möglichst wenigen Handgriffen und geringstem Aufwand an Aufmerksamkeit ohne Gefährdung der Apparatur von seinen Patienten gute Ekge in Kurvenform zu erhalten.

Zu einer solchen vollständigen elektrokardiographischen Station gehört außer dem Galvanometer zunächst eine passende Lichtquelle, in der Regel eine kleine Bogenlampe. Von großer Wichtigkeit für die praktische Brauchbarkeit ist ferner eine zuverlässige photographische Registriervorrichtung. Die gebräuchlichen Apparate sind wohl durchweg für fortlaufendes Bromsilberpapier eingerichtet, das durch einen Motor von einer Vorratsrolle mit gleichmäßiger Geschwindigkeit von 30—50 mm pro Sekunde an dem Registrierspalt vorbeigeführt wird. Der belichtete Anteil läuft in einen lichtdichten Kasten, der sich zur Entwicklung des Streifens abnehmen läßt. Die Einrichtungen, die den Schlitz zur Kassette zu öffnen und zu schließen haben, sind zweckmäßig gleichzeitig als Messer zum Abschneiden des Streifens ausgebildet und zwangsläufig mit der Bewegungseinrichtung so verbunden, daß das Papier bei geschlossenem Schlitz nicht in Bewegung gesetzt werden kann.

Als Elektroden zur Ableitung der Ströme vom menschlichen Körper, meist von den verschiedenen Extremitäten, dienen biegsame Metallplatten unter Vermittlung feuchter Binden oder von Wannen, die mit Kochsalzlösung gefüllt sind. Neuerdings wird auch das Einstechen von Nadelelektroden unter die Haut (Straub) empfohlen. In jedem Falle besteht ein mehr oder weniger starker konstanter Körper- und Elektrodenstrom, der vom Galvanometer ferngehalten werden muß. Dieses wird in den klinischen Apparaturen wohl stets durch Einschaltung eines geeigneten Kondensators in den Stromkreis bewirkt, anstelle einer Kompensation des Nullstromes durch einen entgegengerichteten Strom, die immerhin eine gewisse Übung und Vorsicht erfordern würde. Eine Kapazität von etwa 20 MF oder mehr, wie sie in der Regel angewandt wird,

[1]) Schrumpf und Zoellich, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie* **170.** *S. 553. 1918.*

läßt die Frequenzen des Ekg's praktisch unverzerrt hindurch und schützt das Galvanometer vor Gleichspannungen, wie sie bei der Ableitung vom Körper auftreten.

Zur Eichung des Instruments, die wie schon angedeutet, wenigstens beim Saitengalvanometer vor jeder Aufnahme vorgenommen werden sollte, muß eine geeignete Potentiometeranordnung vorhanden sein. Die Schaltung muß so getroffen sein, daß durch Betätigung eines einfachen Schalters unmittelbar von der Aufnahme zur Eichung und umgekehrt übergegangen werden kann.

Schließlich müssen an jedem brauchbaren Elektrokardiographen Einrichtungen vorgesehen sein, gleichzeitig mit dem Ekg auch die übrigen Vorgänge, die mit der Herzaktion verbunden sind, also das Mechanokardiogramm und das Phonokardiogramm, gegebenenfalls noch die Pulsationen einer anderen Stelle des Gefäßsystems, durch einfache Zusatzapparate gleichzeitig mit dem Ekg aufzuzeichnen. Erst die zeitliche Verknüpfung aller dieser Vorgänge ergibt das erwünschte vollständige Bild vom Zustande des Kreislaufapparates. Ja, für manche Zwecke ist außerdem die gleichzeitige Aufzeichnung mehrerer Ekg'e, wie sie durch die Ableitung von verschiedenen Punkten der Körperoberfläche erhalten werden, erforderlich. Nicht zu vergessen ist endlich eine zuverlässige Zeitmarkierung. Die Aufgabe ist die, alle diese Vorgänge möglichst unter Benutzung einer Lichtquelle auf den Spalt des Registrierapparates zu projizieren.

Je nach dem Typus des Galvanometers müssen verschiedene Wege eingeschlagen werden. In dem hell erleuchteten Gesichtsfeld des Saitengalvanometers, in dem sich die Saite als dunkler Schatten befindet, lassen sich mit Leichtigkeit die Silhouetten verschiedener anderer Schreibhebel durch geeignete Linsen abbilden. Schwieriger ist es, gleichzeitig mit dem Saitenbild andere Vorgänge, die ebenfalls mikroskopische Projektion erfordern, auf dem gleichen Registrierspalt zu entwerfen, ohne eine zweite Lichtquelle zu benutzen. Weiss[1]) brachte die Mikroskope seines Phonoskops in das Strahlenbüschel, das aus dem Projektionsokular des Saitengalvanometers austritt, und erzielte durch geeignete optische Hilfsmittel die gleichzeitige scharfe Abbildung des Phonoskophebels und der Saite im gleichen Gesichtsfeld. In ähnlicher Weise hat Einthoven die Saiten zweier hintereinander gestellter Galvanometer durch eine Spezialoptik nebeneinander abgebildet. Wertheim-Salomonson[2]) hat ein empfindliches „Saitensignal", ein kleines Saitengalvanometer, angegeben, das einfach anstelle des Projektionsokulars in den Tubus eines großen Instrumentes gesteckt wird und zu den verschiedensten Zwecken, auch zur Markierung der Herztöne nach dem Verfahren von Einthoven dienen kann, während die Saite des großen Instruments das Ekg schreibt. In anderen Fällen wird das Licht einer Lichtquelle durch geeignete Spiegel geteilt, unter Umständen müssen auch die einzeln entworfenen Bilder durch geeignete Spiegelung an den gehörigen Platz gelenkt werden. Ganz besondere Kombinationen wären nötig, um neben der Saite Vorgänge, die durch die beschriebenen Spiegelkapseln mit reflektierten Lichtstrahlen geschrieben werden, unter Verwendung einer Lichtquelle zu registrieren. Diese Schwierigkeiten fallen fort bei den Galvanometern, die nach dem Typus des Oszillographen selbst solche Spiegelinstrumente darstellen. Verhältnismäßig einfach ist es auch bei diesen Instrumenten, für die gleichzeitige Aufzeichnung mehrerer Ekg'e, die von verschiedenen Punkten des Körpers abgeleitet werden, mehrere Registriersysteme in dem gleichen magnetischen Felde zu verwenden, während beim Saitengal-

[1]) Weiss, *Pflügers Arch. f. d. ges. Physiologie.* **128.** *S. 341. 1908.*
[2]) Wertheim-Salomonson, *ebenda.* **172.** *S. 413. 1918.*

vanometer mehrere Ekg'e gleichzeitig wohl stets nur durch die gleichzeitige Anwendung mehrerer getrennter Galvanometer aufgezeichnet werden[1]).

Wie derartige vollständige Herzstationen im einzelnen angeordnet sind, mögen schließlich noch einige Beispiele zeigen.

Die ersten derartigen Zusammenstellungen stammen wohl von Edelmann in München. Seine „große Herzstation" ist mit einem großen Elektromagnet-Saitengalvanometer eigener Konstruktion ausgerüstet und besitzt außer den oben erwähnten als unbedingt notwendig hingestellten Einrichtungen eine Anordnung zur Bestimmung der Widerstände des Galvanometerkreises, die für manche Fragen erwünscht sein kann. Für geringere Anforderungen, aber für die praktische Elektrokardiographie ausreichend, hat Edelmann ein „vereinfachtes Instrumentarium" konstruiert (Abb. 13). Es ist mit einem Permanent-Magnet-Saitengalvanometer versehen. Die für den Betrieb eines Elektromagneten nötigen Akkumulatoren fallen also fort. Die Saite ist bei diesem Modell vollkommen abgeschlossen und jedem Zugriff des Experimentators entzogen, was ebenfalls sicher einen Vorzug für die Praxis bedeutet, allerdings auf Kosten der möglichen Objektivvergrößerung. Um Raum zu sparen befindet sich die Registriervorrichtung unterhalb des Galvanometers. Das Saitenbild wird durch einen Spiegel in die entsprechende Richtung geworfen. Die Aufnahmen selbst können bei Tageslicht erfolgen.

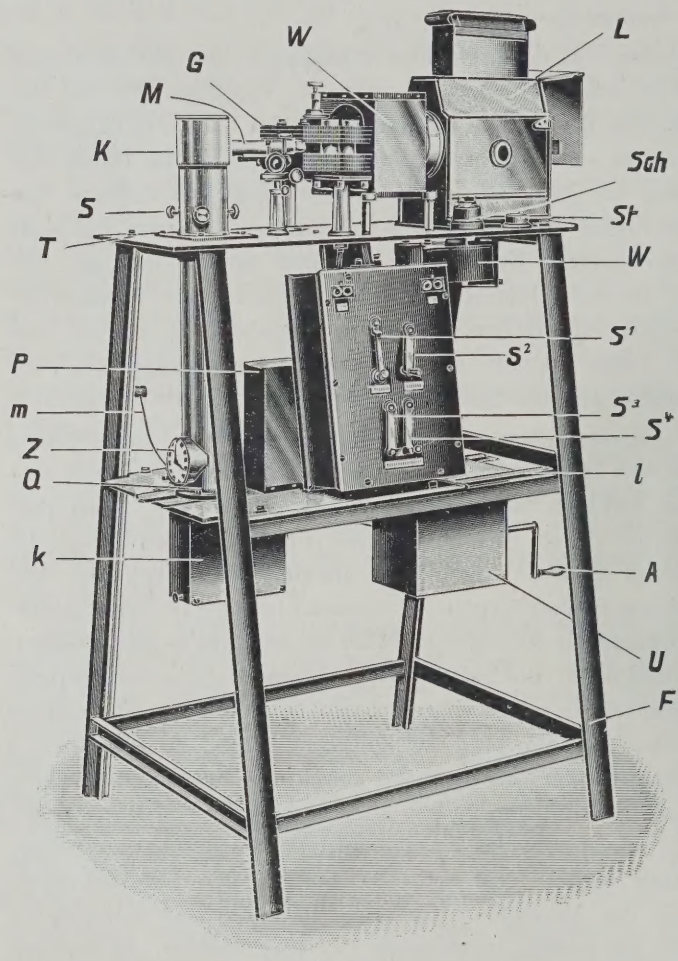


Abb. 13.
Elektrokardiograph von Prof. Dr. Max Edelmann & Sohn in München.
T obere Tischplatte, *G* Saitengalvanometer, *M* Mikroskop, *L* Bogenlampe, *K* Lichtschacht, *S* Zentrierschrauben der Blende, *W* Absorptionskasten, *m* Markiervorrichtung, *Z* Markieruhr, *Q* Kassettenschieber, *k* Kassette mit Vorsatzpapier, *P* Kasten für exponiertes Papier, *U* Laufwerk, *A* Aufzugskurbel, *l* Laufschienen für *U*, *Sch* Ausschalter für *L*, *St* Steckdose für *L*, *W* Vorschaltwiderstand für *L*, S^1—S^4 Stromschlüssel, *F* Füße.

Ähnlich war die Anordnung bei dem Elektro-Kardiographen der Firma Huth[2]). Das sorgfältig durchkonstruierte Saitengalvanometer nach Martens besitzt einen Elektro-

[1]) Nur die *Cambridge Scientific Instrument Company* lieferte eine Saitenbüchse, in der zwei nebeneinanderliegende Saiten aufgehängt sind, die durch dasselbe Mikroskop abgebildet werden und ebenfalls mit einem Instrument zwei unabhängige Vorgänge gleichzeitig registrieren lassen sollen.

[2]) Ihre medizinische Abteilung firmiert jetzt selbständig als „Medizinisch-Technische Compagnie".

magneten, der durch seine Form eine besonders hohe Feldstärke erzielen lassen soll. Ein recht praktischer Saitenbehälter, der beim Einschieben in das Galvanometer zurückbleibt, erleichtert das Einsetzen der Saite. Als Lichtquelle wird anstelle der Bogenlampe eine Glühlampe benutzt, die bei den Registriergeschwindigkeiten, wie sie beim Ekg vorkommen, wohl auch ausreichen kann, und die Apparatur entlastet. Schließlich wurde zu der Anordnung auch eine Einrichtung für automatische Entwicklung des belichteten Papierstreifens geliefert, die jedoch ebenso wie die Aufstellung des Galvanometers unterhalb der Registriervorrichtung in der neuesten Zusammenstellung des Huth-Elektrokardiographen aufgegeben ist.

Von ausländischen Konstruktionen sei nur der ausgezeichnete Elektrokardiograph der *Cambridge Scientific Instrument Company* genannt.

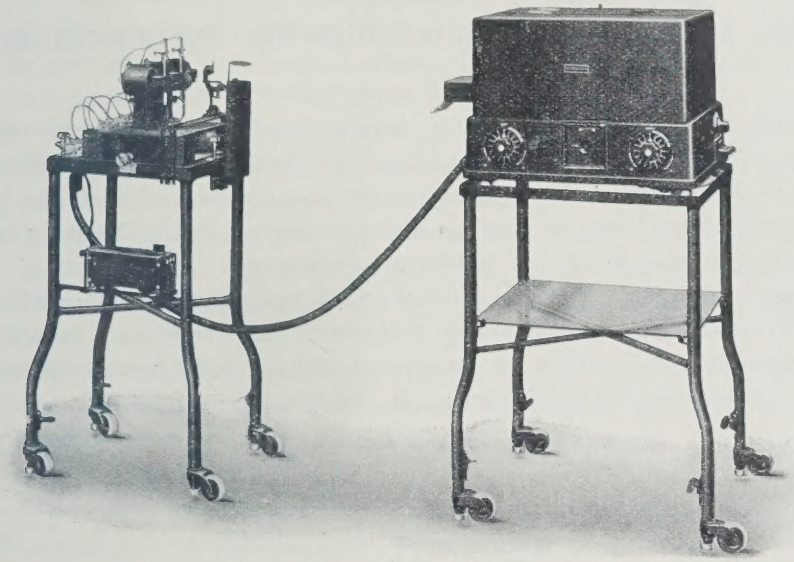


Abb. 14. Elektrokardiograph Type B der Siemens-Reiniger-Veifa G. m. b. H. Links: Galvanometer mit zwei Drehspulen. Rechts: Aufnahmeapparat. Dieser enthält die Lichtquelle (Glühlampe), die Registriervorrichtung mit Antriebsmotor und die zur Eichung des Galvanometers und Unterdrückung des Ruhestromes erforderlichen Teile (Widerstände, Normalelement, Kondensator).

Ein Spulen-Galvanometer benutzt allein der Kardiograph der Siemens-Reiniger-Veifa A. G. (Abb. 14), dem wohl alle Erfahrungen, die Siemens & Halske mit ihren bekannten technischen Oszillographen gesammelt haben, zugute gekommen sind. Das Galvanometer wird mit einem, aber auch mit zwei Spuleneinsätzen geliefert. Da es gegen Erschütterungen recht empfindlich ist, ist es auf vier Luftkissen gelagert. Als Lichtquelle reicht eine Glühlampe aus. Ein rotierender Polygonspiegel, der das vom Spiegel des Meßsystems reflektierte schwingende Lichtbündel auf eine Mattscheibe wirft und auseinanderzieht, erlaubt auch während der Aufnahme die subjektive Beobachtung der Kurve. Die gleichzeitige Registrierung von Bewegungsvorgängen mit Spiegelkapseln ist, wie schon angedeutet, relativ einfach. Für die Aufzeichnung des Herzschalls wird der Apparat nach R. Ohm geliefert.

Dieser Überblick über das, was der Arzt von der Kardiographie erwünscht, was er im günstigsten Falle von ihr erhoffen darf, und was ihm die Technik an Hilfsmitteln heute hierzu bietet, muß hier genügen. Dem Mediziner ist in der Tat heutzutage die Möglichkeit geboten, ohne größere Schwierigkeiten die mechanischen,

akustischen und elektrischen Vorgänge, die mit der Herztätigkeit verbunden sind, gleichzeitig graphisch aufzuzeichnen, den Verlauf der akustischen Vorgänge zwar nur mehr oder weniger näherungsweise, in jedem Fall jedoch mit einer Genauigkeit, die für die besonderen Zwecke des Arztes völlig ausreicht. Damit scheint die praktische Kardiographie in technischer Hinsicht zu einem gewissen Abschluß gekommen zu sein. Sache des Arztes bleibt es schließlich doch, aus den erhaltenen Kurven zum Wohle des Patienten das Richtige herauszulesen, und diese Aufgabe, die ihm kein noch so komplizierter Apparat abnehmen kann, erfordert auch heute nicht weniger Takt und Erfahrung als die alte Herzdiagnostik, bei der der Arzt nur auf Gehörsinn und Tastgefühl angewiesen war.

Über die Längenmessung mit Hilfe der Lichtinterferenz.

Von

Y. Väisälä, Professor der Physik an der Universität Turku, Finnland.

In meinem früheren Aufsatz Die Anwendung der Lichtinterferenz zu Längenmessungen auf größeren Distanzen[1]) habe ich eine Methode dargelegt, nach der eine bisher unerreichte Genauigkeit bei den Längenmessungen sich gewinnen ließe. Die ausgeführten Versuche machten es wahrscheinlich, daß die Methode wenigstens auf Distanzen von einigen hundert Metern anwendbar sei.

Nachdem ich infolge der Übersiedelung nach Turku und der Unterstützung von der Kordelinschen Stiftung eine bessere Gelegenheit zur Fortsetzung meiner Arbeiten und zur Anschaffung der Instrumente erhielt, habe ich meine Methode weiter entwickelt und Versuchsmessungen bis auf Strecken von 192 Meter ausgeführt. Da nach meinen

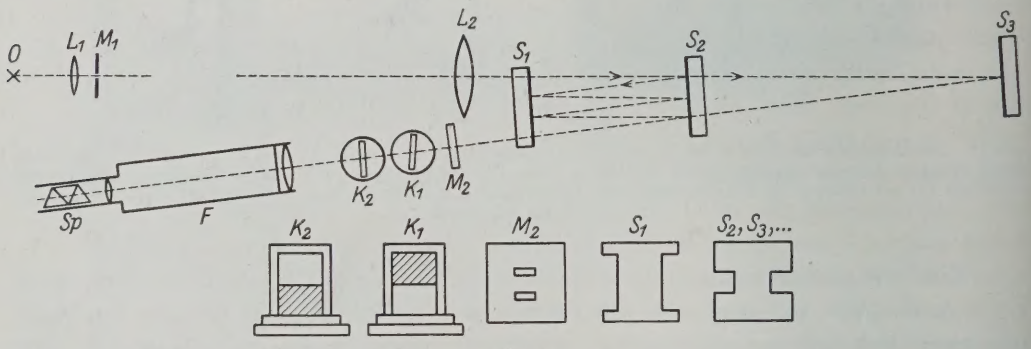


Abb. 1.

Versuchen die Ausführung von Längenmessungen nach der Interferenzmethode nicht nur möglich, sondern sogar ziemlich leicht und von großer Genauigkeit ist, so wird es angebracht sein, von meinen Versuchsanordnungen und bisherigen Erfahrungen schon jetzt hier zu berichten.

Die Versuchsanordnung (Abb. 1) ist mit geringen Modifikationen dieselbe wie das bei meiner früheren Arbeit S. 8 geschilderte zweite Verfahren. O ist eine 50 kerzige elektrische Lampe mit einem kurzen, geraden, spiralförmigen Glühfaden. Durch die Linse L_1 wird das verkleinerte Bild des Glühfadens auf den Spalt M_1 geworfen, wodurch eine nahezu punktförmige Lichtquelle erzeugt wird. Die Lichtstrahlen werden durch

---

[1]) *Veröffentl. des Finn. Geodät. Inst. Nr. 2*, Helsinki 1923. — Kurzes Referat in *dieser Zeitschr.* **44.** *S. 320–321, 1924.*

die Linse L_2 mit beinahe 20 m Brennweite parallel gemacht und auf ein System von drei parallelen Spiegeln geworfen. Ein Teil der Lichtstrahlen wird in den Spiegeln S_1, S_2 mehrmals reflektiert, ein anderer Teil geht durch den in dem Spiegel S_2 befindlichen Ausschnitt hindurch und wird von dem Spiegel S_3 durch einen anderen Ausschnitt von S_2 zurückreflektiert. Von den reflektierten Lichtstrahlen werden parallele Lichtbündel mit rechteckförmigem Querschnitt durch die Blende M_2 herausgeschnitten, wobei durch die Höhenverstellung der Blende bewirkt wird, daß je nach Bedarf nur die in dem oberen bzw. unteren Teil der Spiegel S_2, S_1 reflektierten Lichtstrahlen in Betracht kommen. Nachdem das eine von den Lichtbündeln durch den drehbaren Kompensator K_1, das andere durch K_2 durchgegangen, gelangen die Lichtbündel in das auf Unendlich fokussierte Fernrohr F.

Da die beiden Lichtbündel parallel in das Fernrohr eintreten, so bedecken die entstehenden Beugungsbilder einander. Sind nun die Lichtwege genau gleich groß, was z. B. in dem in der Abbildung angebenen Falle eintritt, wenn der Abstand $S_1 S_3$ genau dreimal so groß wie $S_1 S_2$ ist, so erscheint das gemeinschaftliche Beugungsbild der Bündel durch wagerechte Interferenzstreifen durchgezogen. Wird irgend ein Spiegel ohne Veränderung seiner Richtung verschoben, so wandern die Streifen und verschwinden, weil das Licht weiß ist, sobald der Spiegel sich etwa 2 μ verschoben hat. Durch die Beobachtung des Erscheinens der Interferenzstreifen kann man also die Distanz $S_1 S_3$ sehr genau zu einem Vielfachen der Distanz $S_1 S_2$ machen. Wird nun die Distanz der ersten Spiegel z. B. mit einem Endmaß gemessen, so ergibt sich auch die der anderen Spiegel.

Unter Anwendung eines Okularspektroskops Sp sieht man die Interferenzstreifen auch bei einem Phasenunterschied von mehreren Hundertstel mm, und mit Hilfe der Kompensatoren kann man Phasenunterschiede bis ein Millimeter und mehr kompensieren.

Für praktische Versuche habe ich in der Nähe des chemischen Laboratoriums der Universität Turku eine geeignete ebene Stelle gefunden. Für die Aufstellung von Spiegeln auf den Distanzen 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192 m von dem ersten Spiegel wurden Pfeiler, und zwar bis zu der Entfernung von 48 m Zementpfeiler von Größe $50 \times 50 \times 75$ cm^3, und für die größeren Entfernungen 96, 192 m mit Sand gefüllte Holzpfeiler gebaut. Um einen Spiegel in der Entfernung von 1 m sehr stabil mit dem ersten Spiegel zu verknüpfen, wurde für diese Spiegel ein gemeinschaftlicher Zementpfeiler von $1^1/_2$ m Länge gebaut. Auch für die Lichtquelle sowie für die übrigen optischen Teile wurden geeignete Pfeiler konstruiert. Die Spiegel wurden auf die Pfeiler in geeigneten Metallgestellen montiert, die mit Bewegungsschrauben für das Drehen sowie für das Verschieben der Spiegel um einige Zentimeter versehen sind. Für die Feststellung der Lage der Spiegel wurden auf den Pfeilern zwei mit kleinen Löchern versehene Messingklötze in gleichen Entfernungen symmetrisch zur Mittellinie der Pfeiler befestigt. Der wagerechte Abstand des Spiegels von dem Mittelpunkte der Löcher wird mit Hilfe des in Abb. 2 skizzierten Zentrierungsinstrumentes bis auf tausendstel Millimeter gemessen. Der Abstand der übrigen Löcher von den Löchern des ersten Pfeilers wurde mit einer Triangulationsmessung mit einer Genauigkeit von 1 — 2 mm bestimmt.

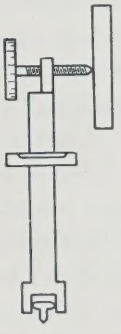


Abb. 2.

Bei dem Aufsuchen der Interferenzstreifen wurde folgendermaßen verfahren. Nachdem die Spiegel S_1, S_2, S_3 an die durch die vorbereitende Messung gewonnenen Stellen verschoben waren, wurde der Spiegel S_3 noch so weit (um einige Millimeter) verschoben, daß

beim Verschieben des Spiegels in entgegengesetzter Richtung die Streifen sicher zu finden waren. Dann wurden die Spiegel parallel gemacht[1]), das Spektroskop wurde auf das Okular gesetzt und so weit gedreht, daß das Spektrum vertikal erschien. Der eine Kompensator wurde senkrecht gegen die Lichtstrahlen gestellt und der andere Kompensator wurde von einem Gehilfen ruckweise gedreht, während der Beobachter auf das Erscheinen der Interferenzstreifen im Spektrum achtete. Falls nötig, wurde das Verfahren nach Umtausch der Rolle der Kompensatoren wiederholt. Dann wurde der Spiegel S_3 um $^1/_2$—1 mm weiterverschoben und das Aufsuchungsverfahren wiederholt, bis die Streifen erschienen.

Das Aufsuchen der Streifen in oben geschilderter Weise ist leicht und sicher. Bei den Versuchen auf jeder neuen Strecke verschob ich den letzten Spiegel nur um $^1/_2$ mm, wodurch es möglich wurde, die Streifen in zwei verschiedenen Stellungen des Spiegels zu beobachten. Obgleich die Kompensatoren etwa einmal in der Sekunde weiter gedreht wurden, und später noch schneller, wurden die Streifen stets in der ersten möglichen Stellung des Spiegels aufgefunden, und zwar auch in einem Falle, wo es wegen eines Rechenfehlers nötig war, den letzten Spiegel ca. 20 mm zu verschieben, bevor die Streifen sich auffinden ließen. Schon bei meinen ersten Versuchen konnte ich einen Bereich von 5—7 mm in einer Stunde untersuchen; die Geschwindigkeit würde aber bei der Anwendung von Keilkompensatoren viel größer werden, weil es dann leichter wäre, größere Phasenunterschiede zu kompensieren.

Nachdem das Interferenzphänomen aufgefunden, wurde der letzte Spiegel noch ein wenig verschoben, bis die Interferenzstreifen auch bei nahezu parallelen Kompensatoren sichtbar waren. Die endgültige Messung wurde mit den Kompensatoren ausgeführt, nachdem das Spektroskop weggenommen oder das Spektrum wagerecht gestellt war. In diesem Falle erscheinen die Streifen bei gleichem Phasenunterschied wagerecht. Aus den Ablesungen der Kompensatorenkreise wurde der noch übrigbleibende Phasenunterschied der beiden Bündel, und dadurch die Lage des letzten Spiegels in bezug auf die beiden ersten Spiegel bestimmt. Nach der Messung wurde die Lage der Spiegel in bezug auf die Löcher der Pfeiler durch das Zentrierungsinstrument gemessen. Da die Pfeiler ziemlich stabil sind (der Pfeiler [96] ausgenommen) kann jede einmal ausgeführte Messung später schnell wiederholt werden.

Weil ich noch nicht eine genügende Anzahl von Spiegeln vorrätig habe, um ohne Unterbrechung die Lage der sämtlichen Pfeiler bestimmen zu können, habe ich dies nur zweimal getan. Um die Sichtbarkeit der Streifen unter verschiedenen äußeren Verhältnissen zu untersuchen, habe ich den Abstand der Pfeiler (96) und (192) mit einander wiederholt verglichen. Ich habe Versuche unter verschiedenen Luftverhältnissen, u. a. bei ziemlichem Winde und auch im Sonnenschein, ausgeführt und stets sind die Streifen sichtbar gewesen. An klaren Abenden, wenn die Temperatur schnell abnimmt, sind die Streifen sehr unruhig und wandern ziemliche Strecken nach oben und unten, so daß die verschiedenen Pointierungen mit den Komparatoren Abweichungen von mehreren Hundertstel mm voneinander auf 192 m aufweisen. Bei bewölktem Himmel aber sind die Streifen in der Regel sehr ruhig.

Als Beispiel gebe ich die Anfang März bei bewölktem Himmel gemachten Bestimmungen der Lage des Pfeilers (96) im Bezug auf die äußersten Pfeiler an. Nimmt man für den Abstand (0,192) den Wert 192 m genau an, so bekommt man für den Abstand (0,96) folgende Werte:

---

[1]) S. meinen früheren Aufsatz, Seite 11.

1927		Beobachtung	Rechnung	B.-R.
		mm	mm	mm
März 5	$6^h,7$ p. m.	96 m — 0,760	— 0,748	— 0,012
6	$5^h,4$ „	— 0,880	— 0,874	— 0,006
7	$6^h,0$ „	— 1,007	— 1,010	+ 0,003
9	$10^h,2$ a. m.	— 1,214	— 1,234	+ 0,020
10	$3^h,7$ p. m.	— 1,392	— 1,399	+ 0,007
11	$4^h,7$ „	— 1,530	— 1,538	+ 0,008
12	$3^h,5$ „	— 1,677	— 1,665	— 0,012
12	$9^h,5$ „	— 1,711	— 1,698	— 0,013

Wie die gleichzeitig mit der Libelle gemachten Neigungsbestimmungen aufweisen, ist die kontinuierliche Verkleinerung des Abstandes (0,96) eine Folge der Neigung des schlecht fundierten, 2 m hohen Pfeilers (96). Vorausgesetzt, daß die Bewegung des Pfeilers (96) proportional mit der Zeit vorgeht, bekommt man die in der Spalte „Rechnung" befindlichen Werte. Der mittlere Fehler einer Beobachtung ist $\pm$ 0,013 mm, wobei auch die zufälligen Bewegungen des Pfeilers mitgewirkt haben. Würde man ein mit dem Quadrat der Zeit proportionales Glied mitnehmen, so würde der mittlere Fehler sich auf $\pm$ 0,005 mm vermindern. Da eine wiederholte Messung, die Justierung der Lampe und der Spiegel mit eingerechnet, 15—30 Minuten in Anspruch nimmt, kann die Methode zum Kontrollieren der gegenseitigen Unbeweglichkeit der Pfeiler benutzt werden.

In der Vervielfältigung der Distanzen kann man ziemlich weit gehen. So bin ich zu 192 m Abstand direkt von 48 m Abstand ausgegangen, und von 3 m bin ich einmal direkt bis zu 24 m übergegangen, und habe also den 3-m-Abstand achtfach gemacht.

Eine wichtige Voraussetzung für die Vervielfältigung der Distanzen ist, daß die Spiegel gut versilbert sind. Z. B. bei dem letzten Versuch wurde der Lichtstrahl 15mal von den Spiegeln reflektiert, während der andere Strahl nur eine Reflexion erlitt. Obgleich das Bild jener Strahlen viel lichtschwächer war, waren die Streifen doch sehr deutlich.

Von 1 m bin ich in der Regel zu 6 m übergegangen, und hier sind sogar bei mäßigem Winde keine Schwierigkeiten vorgekommen. Die Distanz der ersten Spiegel habe ich mit einem Endmaß bestimmt, dessen Enden sphärisch mit einem Radius von einigen Metern geschliffen sind. Erst in den letzten Tagen habe ich zu exakten Messungen greifen können, nachdem ich ein Endmaß hergestellt habe, das aus undurchsichtigem Quarzrohr besteht und mit durchsichtigen massiven Enden versehen ist.

Den kleinen Abstand zwischen den Enden des Maßes und den Spiegeln kann man leicht mit einer Genauigkeit von 0,1 μ mit Hilfe der Newtonschen Farbenringe bestimmen. An dem anderen Ende, wo die Krümmung größer ist, ist gewöhnlich ein optischer Kontakt entstanden.

Die eigentliche Interferenzmessung ist stets zweimal ausgeführt worden, und zwar symmetrisch zu dem Endmaße, so daß das eine Mal die Lichtstrahlen zwischen den Spiegeln S_1 und S_2 oberhalb des Endmaßes, das andere Mal unterhalb desselben reflektiert worden sind. Eine eventuelle Neigung der Spiegel zueinander ist somit eliminiert worden. Einmal habe ich absichtlich die Neigung der Spiegel sehr groß gemacht, habe jedoch keinen nennenswerten Unterschied hinsichtlich der übrigen Messungen beobachten können.

Nachdem die Distanz (0,6) bestimmt war, wurde der mittlere Spiegel mit seinem Gestell weggenommen und die Messung der Distanz (0,24) ausgeführt. Nach den mit verschiedenen Gewichten gemachten Versuchen hat das Entfernen des Spiegels keine nennenswerte Wirkung auf die Messungen gezeigt.

Die Resultate der an drei Tagen ausgeführten Messungen der Distanz (0,24) seien hier angegeben. Für die Länge der Quarzstange ist provisorisch 1000, 3000 + 0,0004 t mm genommen, wo t die Temperatur bezeichnet, die sich durch ein in ein kurzes Quarzrohr eingestecktes Thermometer ergab.

1927		Temperatur Grad	Richtung der Messung	Beobachtete Distanz m
Mai 4	8h p. m.	+ 7,9	vorwärts	24,006855
	9h „	6,2	rückwärts	40
5	1h „	10,9	vorwärts	32
	2h „	11,6	rückwärts	53
	7h „	9,6	vorwärts	55
	8h „	9,3	rückwärts	36
	9h „	8,8	vorwärts	46
	10h „	8,6	rückwärts	51
6	7h „	6,3	vorwärts	28
	8h „	6,1	rückwärts	35

Der mittlere Fehler einer einfachen Messung ist ± 0,010 mm, derjenige einer Doppelmessung also ± 0,007 mm. Es ist zu bemerken, daß beim Ausführen dieser Messungen an den Enden des Maßes keine Marken angebracht waren, wodurch die genaue Bestimmung der Stellen der Farbenringe in bezug auf die Endflächen möglich geworden wäre. Würde man die Enden des Maßes in der Weise schleifen, daß sie zu derselben Kugelfläche gehören würden, würde man den Abstand der Enden unabhängig von der Neigung der Stange bekommen.

Aus meinen bisherigen Erfahrungen geht hervor:

1. Die Längenmessung nach der Interferenzmethode ist ohne nennenswerte Schwierigkeiten ausführbar wenigstens bis zu einem Abstand von ca. 200 m, und durch das Additionsverfahren sogar noch weiter.

2. Der mittlere Fehler bei der Vervielfältigung des Quarzmeters ist nur ein Bruchteil von dem Mikron pro Meter, auf größeren Distanzen kaum größer als 0,1 μ pro Meter, also 0,1 mm pro Kilometer. Der auf sehr großen Distanzen eventuell vorkommende Temperaturunterschied kann natürlich gemessen und in den Rechnungen berücksichtigt werden

3. Die Ausführung der Messungen ist leicht und schnell. Alle Messungen können von zwei Personen gemacht werden, wie bei den obigen Messungen der Fall gewesen ist.

4. Die Kosten der Messungsinstrumente sind gering. Bis jetzt habe ich zu allen Versuchen zusammengerechnet kaum 20000 finn. Mk. (2000 RM) verwendet. Allerdings habe ich fast alle optischen Teile der Instrumente selbst verfertigt.

Meine Untersuchungen werde ich fortsetzen; so habe ich neue Quarzrohre zu Endmaßen in einer Länge von sogar bis 3 Meter bestellt. Ferner habe ich einige Vervollkommungen und Erweiterungen geplant und u. a. eine Modifikation ausgedacht, nach der der andere Spiegel unberührt bleiben darf.

Diese sowie einen ausführlichen Bericht über die Instrumente, Messungsmethoden und den Gang der Rechnungen werde ich später publizieren.

Meine Absicht ist, auch Längenmessungen auszuführen, bei denen eine Strecke von wenigen Zentimetern direckt in Lichtwellenlängen gemessen und diese Strecke durch das oben dargestellte Verfahren vervielfältigt wird.

Bei allen Arbeiten hat mir Fräulein Lyyli Hartonen, stud. math., geschickt und mit großem Interesse beigestanden.

Ein weiterer Beitrag zur älteren Geschichte der Rathenower Optischen Industrie-Anstalt.

Von
Dr. **Karl Albrecht** in Rathenow.

Gelegentlich einer neuerlichen Beschäftigung mit der ältesten Geschichte der Emil Busch A.-G., der früheren Königlich privilegierten Rathenower Optischen Industrie-Anstalt des Predigers Johann Heinrich August Duncker, scheint es mir wünschenswert, einige weitere Quellenstücke der Öffentlichkeit vorzulegen, die, wenngleich sie nichts von der bisherigen Auffassung wesentlich Abweichendes ergeben, doch wegen der Geschlossenheit ihres Inhalts von allgemeinem Interesse sein dürften.

Das erste Stück entstammt den Akten „Wegen der von den Predigern Wagener und Duncker behufs ihrer in Rathenow angelegten Schleiferey von Augengläsern erbethenen Unterstützung und wegen der ihnen ertheilten Concession. 1800—1804“ (Gen. Dir. Fabr. Dep. CDXXXIX Nr. 79), und wird im Geheimen preußischen Staats-Archiv aufbewahrt.

Es handelt sich bei diesen Akten, wie ich bereits in meiner Geschichte der Emil Busch A.-G.[1]) ausführte, um die Gründung der Rathenower Optischen Industrie-Anstalt durch den Rathenower Prediger J. H. A. Duncker in Gemeinschaft mit dem Garnisonspfarrer Samuel Christoph Wagener, um das Ersuchen der beiden, ein königliches Privileg für die Errichtung der Anstalt und gleichzeitig finanzielle Unterstützung seitens der Krone zu erhalten.

Bekanntlich wurde zur näheren Prüfung dieser Angelegenheit auch eine Kommission nach Rathenow entsandt, welche aus dem Königl. Kriegs- und Domänenrat Nikolai und dem Assessor Schaffrinsky bestand und 3 Tage — vom 14. bis 16. Oktober 1800 — in Rathenow anwesend war.

Schaffrinsky verhandelte namentlich mit Duncker über die technischen Probleme der Fertigung optischer Erzeugnisse und insbesondere über das nachgesuchte Patent für die von Duncker erfundene Vielschleifmaschine[2]), während Nikolai sich von Wagener über die mehr kaufmännischen Fragen unterrichten ließ.

Das folgende Quellenstück gibt nun den Bericht Wageners nach den Aufzeichnungen Nikolais wieder und vermittelt so in denkbar anschaulichster Weise ein abgerundetes Bild aus dem ersten Jahre der ältesten Unternehmung unserer deutschen optischen Industrie.

Bemerkenswert ist in diesem Bericht u. a. der Hinweis darauf, daß Duncker sich bereits länger als 10 Jahre mit der Herstellung von Mikroskopen befaßt habe. Es muß demnach angenommen werden, daß schon vor 1790 von dem Begründer der späteren Emil Busch A.-G. Mikroskope gefertigt wurden. Dementsprechend wäre die Angabe in meiner Geschichte der Emil Busch A.-G. „etwa seit 1792“ [3]) zu berichtigen.

---

[1]) Vgl. Albrecht, Die Geschichte der Emil Busch A.-G. 1800—1925. Ein Beitrag zur Erkenntnis der Struktur des Wirtschaftslebens. 1925. Optische Bücherei Bd. III. Gebr. Richters Verlag, Erfurt.

[2]) Vgl. Albrecht, Die älteste deutsche Mehrspindelschleifmaschine. *D. Opt. Wochenschr. 1924. X. Jahrg. Nr. 21.*

[3]) a.a.O. S. 15.

Das zweite Quellenstück stammt aus der Vossischen Zeitung (Königl. privilegierte Berlinische Zeitung von Staat- und Gelehrtensachen) und ist eine Anzeige Dunckers, die in der Beilage zum 150. Stück am 15. Dezember 1803 erschien.

Die hierin angegebene Preisliste ergänzt in wünschenswerter Weise die von mir bereits früher veröffentlichte vom 18. April 1803 [1]), da sie bereits eine vielseitigere Fertigung namentlich besserer Theaterperspektive erkennen läßt. Sehr interessant ist auch die Aufzählung der weiteren auf Lager befindlichen Erzeugnisse, für die leider keine Preise angegeben sind. Bemerkenswert ist hier wiederum der Hinweis auf die verschiedenen Arten der gefertigten Mikroskope, sodann aber auch auf ein Spezialerzeugnis „Die mechanische Doppellampe". Diese scheint sich größter Beliebtheit erfreut zu haben; in den Berliner Zeitungen der damaligen Zeit findet sie sich vielfach angezeigt, doch konnte ich eine nähere Beschreibung oder Abbildung bisher nicht ausfindig machen.

Nach diesen einführenden Vorbemerkungen lasse ich nunmehr die beiden Quellenstücke hier folgen:

Wageners Bericht an den Kriegs- und Domänenrat Nikolai in Rathenow, vom 14. bis 16. Oktober 1800.

„Die Entstehung dieser jetzt aufkeimenden Fabrikanstalt ist ziemlich zufällig. Der Prediger Duncker beschäftigte sich schon vor länger als 10 Jahren, teils aus Liebhaberei, teils um sich bei seiner mäßig dotierten Pfarre einen Nebenverdienst zu verschaffen, mit der Anfertigung von vollständigen Mikroskopen, die er ganz fertig selbst zu machen pflegte. Er bekam wegen der Güte, Wohlfeilheit und Präzision seiner Arbeit bald mehr zu tun, als er bestreiten konnte. Gleichzeitig entstand in ihm der Wunsch, denen die Industrieschule besuchenden Soldatenkindern mannigfaltigere Beschäftigung als durch das bloße Spinnen zu verschaffen, und da wir weiter erwogen, daß, nachdem die Ruppiner Schleiferei [2]) verunglückte, die Brillen und optischen Gläser im Lande noch nicht fabriziert werden, außerdem auch die ausländischen Waren dieser Art, z. B. die Nürnberger und Augsburger, schlecht zu sein pflegen und zum größten Nachteil der Augen gereichen, so glaubten wir, daß eine Fabrik von solchen optischen Gläsern im Lande, und besonders in Verbindung mit einer Industrieschule, ein sehr gemeinnütziges Unternehmen sein würde. Wenn wir auch als Unternehmer dabei keinen größeren Gewinn machten, so sind wir nach und nach dahin gekommen, daß wir gegenwärtig eine nicht unbeträchtliche Menge von Bestellungen befriedigen, mehrere aber, weil wir, ohne Unterstützung von seiten des Staates, nicht so sehr ins Große gehen wollen und können, bisher zurücksetzen mußten. Es werden gegenwärtig in unserer Anstalt alle Arten von Brillen und anderen optischen Sehwerkzeugen ganz fertig gemacht. Die erste Bearbeitung der Gläser, nachdem solche in der erforderlichen Peripherie abgeschnitten oder mit der Zange abgekniffen (gebröckelt) sind, geschieht mit Wasser auf Sandsteinen. Hiernächst werden sie auf der von uns erfundenen großen Schleifmaschine in messingnen Schüsseln ebenfalls mit nassem, zuerst mit gröberem, sodann mit feinerem Sand, sodann aber aus der Hand auf den kleinen Tritt- oder Handmaschinen geschliffen und endlich auf Seidenzeug mit nassem Trippel völlig poliert, wozu wiederum besondere Handmaschinen gebraucht werden. Das Hauptmaterial zu unseren Fabrikaten, nämlich das Glas, erhalten wir aus der Spiegelmanu-

[1]) a.a.O. S. 27.

[2]) Vgl. über diese: Albrecht, „Über Wandlungen der Betriebsformen in der deutschen Optik". *Jahrbücher f. Nationalökonomie und Statistik. 1924. S. 540 ff.*

faktur zu Neustatt a. D., zum Teil auch von der Zechliner Hütte. Das Spiegelglas bezahlen wir jetzt mit 7 Groschen pro Pfund, vorher mit 8 Groschen in Neustadt. Aus Zechlin erhalten wir Glasbrocken zu den Objektgläsern in Mikroskopen. Wievieldergl. Glasmaterial wir bisher jährlich verarbeitet haben, können wir, da wir noch im Anfang begriffen sind und bisher eigentlich nicht Buch geführt haben, nicht genau angeben.

Was das Nebenmaterial, nämlich die Einfassung der optischen Instrumente und dergl. betrifft, so haben wir solches bisher machen lassen und zu bekommen gesucht, wo wir Gelegenheit fanden. In Holz und Horn hat der Prediger Duncker selbst auch bisher viel gearbeitet, indessen wird solches künftighin, wenn er nicht die Aufsicht vernachlässigen soll, nicht mehr stattfinden können, und wir haben daher schon jetzt zwei Drechsler ganz in unserer Arbeit. Was von Metall ist, müssen wir machen lassen, wo wir am besten zu kommen können, mehrerenteils in Berlin. Manche Sachen, wie z. B. die stählernen feinen Bügeleinfassungen an den Brillen, können wir aus der ersten Hand, aller eingezogenen Erkundigungen ungeachtet, nicht ohne viel Schwierigkeiten bekommen, sondern müssen da von Kaufleuten nehmen, welches alles dann freilich etwas umständlich und kostbar ist. Inzwischen hoffen wir dahin zu kommen, um, wo nicht ganz eigene Ouvriers zu den Nebenarbeiten für unsere Anstalt engagieren, doch dergl. Leute hier herzuziehen oder wenigstens doch solche Maßregeln nehmen zu können, sodaß wir die Sachen wohlfeiler als bisher bekommen, so wie wir überhaupt, wenn wir nur erst noch einigen Fertigkeiten unserer Anstalt nähergekommen, werden darauf denken müssen, fabrikmäßiger zu Werke zu gehen, um, was wir nicht selbst machen können, aus der ersten Hand zu verschreiben und dergl. mehr.

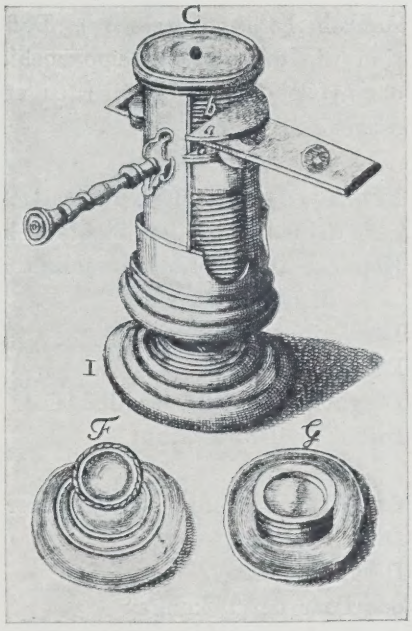


Abb. 1. Einfaches Mikroskop nach Wilson (vgl. Lehrgebäude der gesamten Optik 1757 Tab. XLVII), wie es von Duncker hergestellt wurde. Das Instrument wurde am Griff gefaßt und gegen das Licht gehalten. Bei *C* ist die Vergrößerungslinse angebracht, der Fuß *I* enthält eine konvexe Beleuchtungslinse. Das Präparat wird zwischen beiden Platten *a* — *a* geschoben und durch die Spiralfeder *b* gegen die im Tubus befindliche innen hohle Stellschraube gedrückt.

Was die Zahl der jetzt beschäftigt werdenden Personen betrift, so arbeiten am Schleifen und Polieren der Gläser gegenwärtig 19 bis 20 Schulknaben, teils Soldaten-, teils Bürgerkinder, außer den Schulstunden. Zuweilen sind es auch mehr also 30 gewesen. Die Knaben sind bisher tageweise bezahlt worden, da wir jedoch besser dabei zu gehen glauben, so werden wir von jetzt an stück- oder dutzendweise bezahlen.

Beiläufig wird hierzu bemerkt[1]), daß die Glasschleiferei sich in dem obersten Stockwerk des Wagenerschen Hauses in 4 Zimmern und einer Küche, die Anstalt zum Schlämmen des Schleifsandes, Schmirgels usw. aber in einem Behältnis auf dem Hof befindet. Dagegen arbeiten in der Behausung des Herrn Prediger Duncker die beiden Drechsler, auch werden dort, und zwar von ihm selbst, die messingnen und kupfernen Einfassungen und Armaturen der optischen Instrumente, zum Teil auch die messingnen Schüsseln zum Aus- und Abschleifen der Gläser gegossen usw.

[1]) Bemerkung des Kriegs- und Domänenrats Nikolai.

Da[1]) der Prediger Junckers in Braunschweig, welcher ehemals Feldprediger in Magdeburg war und sich mit dergl. optischen Arbeiten zum Verkauf beschäftigt, uns, vermöge seiner in diesen Orten noch habenden Kundschaft, im Inlande sehr hinderlich werden dürfte und sich dem Vernehmen nach, da er von unserer Entreprise etwas gehört hat, bereits schon ganz dazu anschickt, so müssen wir zum Schutz gegen diese Rivalität auf Verbot der ausländischen Mikroskope oder wenigstens auf deren sehr hohe Impostierung[2]) antragen, weil dies gerade der Artikel ist, mit welchem sich Juncker am meisten befaßt, mit dem wir aber gerade zuerst in einer solchen Anzahl auftreten können, daß die Nachfrage des Publikums ohne Aufenthalt befriedigt werden kann."

Anzeige Dunckers aus der Königlich privilegierten Berlinischen Zeitung vom Donnerstag, den 15. Dezember 1803.

„Der Beifall, mit dem das Publikum bisher die Fabrikate der optischen Industrie-Anstalt zu Rathenow beehrte, hat einen größeren Absatz zur Folge gehabt, als die Anstalt anfangs vermuten konnte. Mit Vergnügen macht sie daher bekannt, daß es ihr in Hinsicht auf diesen vergrößerten Absatz gelungen ist, die Preise von den meisten Artikeln herunterzusetzen[3]). Daß übrigens die Fabrikate noch von der nämlichen Güte sind wie damals, wie eine hochlöbliche Deputation der Technischen Kammer ihr ein ehrenvolles Attest hierüber zu erteilen beliebte[4]), davon kann sich jedermann überzeugen.

	Preise.
Konkave Brillen für Kurzsichtige in feinen doppelten Stahlbügeln	das Stck. 1 Thaler 18 Groschen (1 Th. 20 Gr.)
Konvexe Brillen für Schwachsichtige in dergl. Bügeln	das Stck. 1 Thaler 12 Groschen (1 Th. 12 Gr.)
Dergl. in Silberbügeln	zu verschiedenen Preisen (nicht angegeben)
Dergl. in Hornbügeln	das Stck. 2 Thaler 12 Groschen (nicht angegeben)
Dergl. in einfachen Stahlbügeln	das Stck. 1 Thaler (1 Th. 2 Gr.)
Brillen in Drahtfassung	das Stck. 3 Groschen, 8 Groschen und 16 Groschen (3, 8, 16 Gr.)
das Paar ungefaßte Konvexgläser	das Pr. 16 Groschen (16 Gr.)
Dergl. Mittelsorte	das Pr. 12 Groschen (12 Gr.)
Dergl. ordinäre	das Pr. 6 Groschen (6 Gr.)
das Paar dergl. konkav	das Pr. 12 Groschen (12 Gr.)
Doppel-Lorgnetten in Horn u. Messing	das Stck. 2 Thaler (2 Th. 8 Gr.)
Dergl. in Schildplatte u. Silber	das Stck. 4 Thaler (noch nicht angegeben)
Einfache Lorgnetten in Horn u. Messing	das Stck. 1 Thaler 4 Groschen (1 Th. 8 Gr.)
Dergl. ganz in Horn	das Stck. 20 Groschen (nicht angegeben)
Theater-Perspektive in geschmackvollen Fassungen	zu 2, 3, 4, 5 bis 8 Thalern (3 Th. 8 Gr. bis 4 Th.)
Dergl. achromatisch von sehr starker Wirkung	zu 10, 11 und 18 Thalern (noch nicht angegeben)

[1]) Fortsetzung des Wagenerschen Berichts.
[2]) = Verzollung; dieser Wunsch wurde übrigens seitens der Krone abgelehnt.
[3]) Die früheren Preise, soweit vergleichbar, nachstehend in Klammern.
[4]) Abgedruckt bei: Albrecht, Die Geschichte der Emil Busch A.-G. usw. S. 27 und 137.

Übrigens ist das Lager mit einem sehr schönen Sortiment Sonnen-[1]) und anderer Mikroskope, Kameras obscura, Handlupen, Lesegläser, Verjüngungsgläser, Fadenzähler und dergl. versehen. Alle diese und mehrere Artikel der Anstalt sind in Berlin bei dem Kaufmann Friedrich Wilhelm Lieber, Breitestraße 19, zu haben, woselbst auch die mechanischen Doppel-Lampen von Herrn Prediger Duncker in Rathenow zu haben sind, die für denen, so gern bei einer ruhigen und hellen Flamme arbeiten wollen, empfohlen werden können. Da ihr Äußeres nicht das Groteske der gewöhnlichen Lampen hat, so werden sie auch hierdurch bei den Freunden der Eleganz Beifall finden. Das Stück kostet $3^1/_2$, 4, $5^1/_2$, 10 und 12 Thaler."

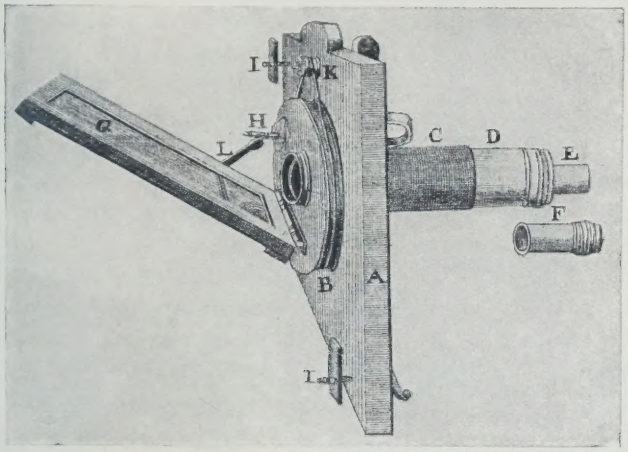


Abb. 2. Sonnen- oder Solar-Mikroskop nach Lieberkühn (aus dem zitierten „Lehrgebäude der gesamten Optik" 1757. Tab. LXI), wie es ebenfalls von Duncker hergestellt wurde. Zur Erläuterung: A = Grundbrett, B = drehbare Scheibe zur Einstellung des Spiegels G, der die Sonnen- (bzw. Kerzenlicht-) strahlen durch den ausziehbaren Tubus CDE leitet. HL ist eine Vorrichtung zur Verstellung des Spiegels, K zur Drehung der Scheibe B. II zum Befestigen des Instrumentes, z. B. am Fenster. In Verbindung hiermit wird üblicherweise ein einfaches Wilsonsches Mikroskop verwendet, welches mittels des Ansatzes F am Tubus E befestigt wird. Die Präparate werden in das Wilsonsche Mikroskop eingeschoben.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich, zumal bereits im vorstehenden des öfteren die Dunckerschen Mikroskope Erwähnung fanden, darauf hinweisen, daß sich im Besitze der Emil Busch A.-G. ein altes Mikroskop befindet, welches von J. H. A. Duncker selbst gefertigt worden ist. Das Instrument, dessen Abbildung hier beigefügt ist, wird ähnlich in dem bereits zitierten „Lehrgebäude für die ganze Optik" beschrieben als das „zusammengesetzte Mikroskop des George Sterrop"[2]). Auch Baker in seinen „Beyträgen zum nützlichen und vergnügenden Gebrauch und Verbesserung des Microskopii" Augsburg 1754 führt dieses Instrument auf, allerdings als „neu eingerichtetes doppeltes Mikroskop des Herrn Cuff". Es ist nicht uninteressant, die Abbildung aus dem „Lehrgebäude" von 1757[3]) mit der Photographie des noch

[1]) Unter „Sonnenmikroskopen" versteht man Vorläufer unserer Instrumente zur Mikroprojektion; es wurde als Lichtquelle bei diesen Mikroskopen am Tage die Sonne, nachts eine Kerze benutzt. Unter den zeitgenössischen Darstellungen vgl. u. a. „Vollständiges Lehrgebäude der ganzen Optik oder der Sehe-, Spiegel- und Strahlbrechkunst usw." von C. L. D. Altona, verlegt bei David Iversen. 1757. S. 454ff. Hieraus auch die obenstehende Abbildung eines Mikroskops nach Lieberkühn. Siehe auch die Beschreibung des einfachen Wilsonschen Mikroskops ebenda, S. 377ff. mit beigefügter Abbildung. Auch derartige Mikroskope wurden vielfach von Duncker gebaut.

[2]) a.a.O. S. 432ff. [3]) a.a.O. Tab. LIX.

erhaltenen alten Duncker-Mikroskopes zu vergleichen. Die Weiterbildung zu harmonischeren Formen und stabilerer zweckmäßigerer Bauart ist unverkennbar.

Das Dunckersche Mikroskop gestattet Untersuchungen im auffallenden und durchfallenden Licht. Der Tisch ist mittels Zahn und Trieb zum Heben und Senken eingerichtet. Der Tubus ist fest und nicht ausziehbar. Sodann aber besitzt das

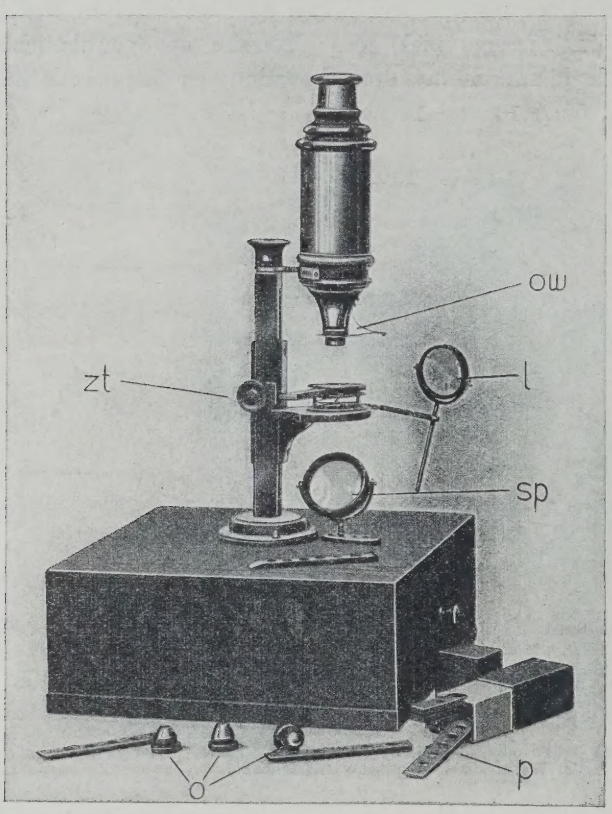


Abb. 3a. Von Duncker gefertigtes noch heute erhaltenes Mikroskop. Material: Mahagoni. Höhe des Gesamtinstrumentes: 46 cm, Maße des Kastens: 26 × 26 × 11 cm³, Tubuslänge: 21 cm. *ow*: Objektivwechselvorrichtung, *l*: bikovexe Linse für schrägauffallende Beleuchtung opaker Objekte, an viergliedrigem, beweglichem Halter, *sp*: Spiegel zur Beleuchtung durchsichtiger Objekte, neigbar und seitlich verstellbar, *zt*: Zahntriebeinstellung zum Heben und Senken des Tisches, *o*: einzelne Objektive, *p*: Präparate.

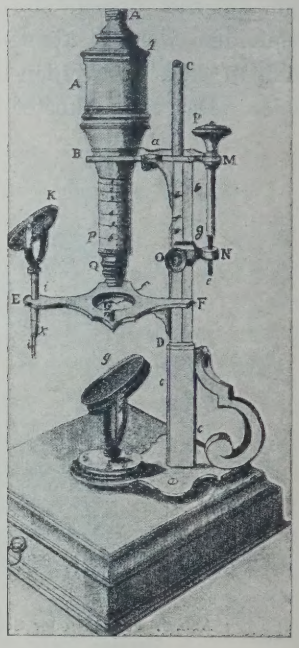


Abb. 3b. Mikroskop des George Sterrop, (aus dem „Lehrgebäude für die gesamte Optik" 1757, Tab. LIX). Material: Messing.
Zur Erläuterung: *ABQ*: Tubus, *BMNO*: Befestigungsvorrichtung am Stativ, Grobeinstellung erfolgt nach Lösen der Schraube *O* durch Auf- und Abwärtsschieben. Feineinstellung nach Festklemmen der Schraube *O* durch Drehen des Knopfes *P*. Der Tisch *EF* ist fest, Präparate werden lose aufgelegt. Der Spiegel *I* ist neigbar, die bikonvexe Linse *K* dient zur Beleuchtung opaker Objekte.

Dunckersche Instrument noch eine äußerst interessante Objektivwechselvorrichtung, wie sie ähnlich heute etwa in dem bekannten Schlittenwechsler oder den Objektivwechselvorrichtungen verschiedener petrographischer Mikroskope vorhanden ist.

Man sieht also auch hier, wie Duncker nicht etwa sklavisch Vorhandenes nachbaute, sondern stets aus Eigenem bessernd und vervollkommnend hinzutat.

Bücherbesprechungen.

E. Gehrcke, Handbuch der physikalischen Optik. Band I, erste Hälfte. 8°. VIII. 470 S. m. 223 Abb. Leipzig 1926, J. A. Barth.

Nachdem der rührige Verlag von Joh. Ambrosius Barth in Leipzig die in erster und zweiter Auflage als Beitrag zum Winkelmannschen Handbuch der Physik erschienenen „Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe" im Jahre 1924 in dritter Auflage als selbständigen, stattlichen Band herausgebracht hat, ist nun gegen das Ende des Jahres 1926 in dem

gleichen Verlag die erste Hälfte des ersten Bandes eines noch umfangreicher angelegten, für die neuzeitliche Naturforschung besonders bedeutungsvollen Werkes, des „Handbuches der physikalischen Optik“ erschienen. Die Herausgabe des auf zwei zweiteilige Bände berechneten Handbuches hat Professor Dr. E. Gehrcke übernommen. Um eine wirklich gründliche Behandlung des vielseitigen Stoffgebietes der physikalischen Optik gewährleisten zu können, sind nicht weniger als vierzig namhafte Fachgelehrte für die Mitarbeit gewonnen worden. Die Verteilung des Stoffes wurde so vorgenommen, daß im ersten Band vorwiegend die Wellenoptik und im zweiten Band die Quantenoptik abgehandelt wird. Dabei ist nicht versäumt worden, auf die Beziehungen zu den Fortschritten der technischen Physik einzugehen. Das Handbuch der physikalischen Optik bringt — um die vom Herausgeber im Vorwort mit Berechtigung ausgesprochenen Worte zu benutzen — „die von vielen Seiten ersehnte, zeitgemäße Darstellung eines durch überraschende Entwicklung in die Breite und Tiefe ausgezeichneten Wissensgebietes, in welchem sich alle Zweige der Physik, wie Elektrizität, Magnetismus, Mechanik, Wärme und auch benachbarte Wissenschaften, wie Chemie und Astronomie, berühren“.

Über den Inhalt der vorliegenden ersten Hälfte des ersten Bandes soll kurz berichtet werden.

W. Dziobek, Charlottenburg, behandelt die „allgemeine Photometrie“ (S. 1 bis 64). Er bespricht nach den grundlegenden Begriffsbestimmungen und Gesetzen die verschiedenen Photometerkonstruktionen für weißes Licht, die Spektralphotometer, die physiologisch-physikalischen Gesetze, die Kolorimeter und schließlich die Methoden der heterochromatischen Photometrie.

Das Gebiet der „Registrierphotometrie“ (S. 65 bis 72) und die einschlägigen Photometer mit Bolometern, Photozellen und Thermoelementen ist von P. P. Koch, Hamburg, bearbeitet.

Über die verschiedenen Methoden zur Messung der „Geschwindigkeit des Lichtes“ (S. 73 bis 90) berichtet F. Auerbach, Jena; desgleichen über die damit zusammenhängenden Fragen, wie z. B. die Definitionen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, der Geschwindigkeit in verschiedenen Stoffen und bewegten Medien.

Die „Hilfsmittel und dioptrischen Methoden zur Messung der Brechungsindizes fester, flüssiger und gasförmiger Körper“ (S. 91 bis 153) sind von C. Pulfrich, Jena, bearbeitet. Auf eine große Zahl hierher gehöriger Apparate ist ausführlich eingegangen worden.

„Die Brechungsindizes im allgemeinen“ (S. 154 bis 185), ihre Beziehung zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Dielektrizitätskonstante, normale und anormale Dispersion und Absorption sind von F. Jentsch, Berlin, behandelt.

G. Jaeckel, Berlin-Lichterfelde hat „die Brechungsindizes in physikalisch-chemischer Beziehung“ (S. 186 bis 218) bearbeitet; er berichtet im ersten Teil von den Gesetzen der Abhängigkeit des Brechungsindex von Dichte und Temperatur und im zweiten Teil über die Brechungsindizes von Gemischen und Verbindungen.

Die Gesetze der „Dioptrik in Medien mit kontinuierlich variablem Brechungsindex“ (S. 219 bis 236) werden von R. Straubel, Jena, entwickelt.

Im folgenden Abschnitt wird „die astronomische und terrestrische Strahlenbrechung“ (S. 237 bis 281) behandelt, die erstere von A. Bemporad, Neapel, die letztere von F. Wünschmann, Leipzig.

Anschließend hat in einem kurzen Abschnitt E. van Everdingen, de Bilt, die „Anomalie der terrestrischen Strahlenbrechung“ (S. 282 bis 292), die Kimmung, Luftspiegelung und Fata morgana dargestellt.

Die Theorie der Absorption des Lichtes im Luftmeer, die Bestimmung der Abhängigkeit dieser Absorption von der Zenitdistanz und praktische Messungsergebnisse findet man in dem Abschnitt „Die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre“ (S. 293 bis 316); die Darstellung der astronomischen Extinktion hat wieder A. Bemporad und die Bearbeitung der terrestrischen Extinktion F. Wünschmann übernommen.

Der letzte und umfangreichste Abschnitt des ganzen Bandes ist der „Interferenz“ (S. 317 bis 470) gewidmet. W. Feußner, Marburg, und L. Janicki, Charlottenburg, zeichnen gemeinsam verantwortlich für dieses Stoffgebiet. Nach einleitender Erörterung grundlegender Fragen und einem geschichtlichen Überblick wird die allgemeine Theorie der Interferenz dargestellt, um alsdann auf

die Behandlung der einzelnen Erscheinungen einzugehen. In einer ersten Gruppe werden die Fresnelschen Spiegelversuche, der Michelsonsche Spiegelversuch, das Fresnelsche Biprisma, der Lloydsche Spiegelversuch und einige andere hierher gehörige Versuche und Erscheinungen behandelt. In einer zweiten Gruppe sind die Interferenzerscheinungen dünner Blättchen und die Interferenzen durch mehrere Platten zusammengestellt, sowie eine Reihe wichtiger einschlägiger optischer Instrumente beschrieben. An den Schluß des Interferenz-Abschnittes sind kurze Betrachtungen über die Interferenzfähigkeit des Lichtes, über stehende Wellen und farblose Interferenzstreifen gesetzt.

Diese kurze Übersicht über den Inhalt zeigt wohl zur Genüge den Umfang des Materials, das in dieser ersten Hälfte des ersten Bandes zusammengetragen worden ist. Über den Wert und die Bedeutung des „Handbuches der physikalischen Optik" für alle auf diesem Wissensgebiet Tätigen brauchen keine Worte verloren zu werden. Dem Herausgeber, den Bearbeitern und nicht zuletzt auch dem Verleger werden für dieses drucktechnisch tadellos ausgestattete und mit nicht weniger als 223 sorgfältig ausgeführten Textabbildungen versehene Werk auch alle diejenigen dankbare Anerkennung zollen, welche sich der physikalischen Optik oder irgendeines ihrer Teilgebiete nur als Hilfswissenschaft bedienen. Das am Schlusse des zweiten Bandes erscheinende ausführliche Namen- und Sachverzeichnis wird das „Handbuch" zu einem wertvollen Nachschlagewerk gestalten.

H. Hartinger.

E. Gehrcke, Handbuch der physikalischen Optik. Band II, erste Hälfte. 8°. VI, 418 S. m. 166 Abb. Leipzig 1926, J. A. Barth.

Der gegen das Ende des Jahres 1926 erschienenen ersten Hälfte des ersten Bandes des „Handbuches der physikalischen Optik" hat der Verlag von Joh. Ambrosius Barth, Leipzig, zu Beginn des neuen Jahres schon die erste Hälfte des zweiten Bandes folgen lassen. Der zweite Band enthält hauptsächlich die Quantenoptik. Wie jedoch der Herausgeber bereits in dem im ersten Bande enthaltenen Vorwort betonte, konnte und sollte eine strenge Trennung in Wellenoptik und Quantenoptik nicht durchgeführt werden. Wie die nachfolgende kurze Inhaltsbesprechung zeigen wird, sind in reichlichem Maß auch die Beziehungen zu den technischen Anwendungen dargestellt worden.

Der erste von K. F. Bonhoeffer, Berlin-Dahlem, bearbeitete Abschnitt beschäftigt sich mit den „chemischen Wirkungen des Lichts" (S. 1—18), und zwar sowohl mit ihren Gesetzen, wie dem Grotthusischen und dem van t'Hoffschen Gesetz, dem photochemischen Äquivalentgesetz, als auch mit der Photochemie der Halogenwasserstoffe und der Ozonbildung und Zersetzung.

W. Meidinger, Berlin, behandelt im nächsten Abschnitt „die Bromsilberplatte" (S. 19—57). Einleitenden geschichtlichen Bemerkungen folgt die Darstellung der Technik der Bromsilberplatte, nämlich der Herstellung und des sogenannten Negativprozesses, und der Theorie der Bromsilberplatte.

Über „technische Reproduktionsverfahren" (S. 58—87) berichtet O. Mente, Berlin. Es werden die photographischen und photomechanischen Reproduktionsverfahren beschrieben und einige in der Praxis verwendete Einrichtungen im Bilde gezeigt und beschrieben.

Eine anregende Übersicht über Geschichte und Theorie der verschiedenen Methoden und Versuche zur „Farbenphotographie (S. 88—100) gibt E. Lehmann, Berlin.

Der folgende Abschnitt handelt von der „Spektralanalyse (S. 101—184). E. Einsporn, Charlottenburg, liefert eine Geschichte der Spektralanalyse, eine Besprechung der Emissions- und Absorptionsspektra der Elemente und ihrer Verbindungen, der Spektralanalyse der Himmelskörper und der quantitativen Spektralanalyse.

G. Hansen, Jena, hat den Abschnitt über „die Feinstruktur der Spektrallinien" (S. 185—230) übernommen. Er führt die zu diesen Untersuchungen notwendigen Interferometer auf, bespricht die Analyse feiner Strukturen und teilt die Ergebnisse der Feinstrukturforschung mit. Seinen Ausführungen fügt er ein Literaturverzeichnis der auf Feinstruktur untersuchten Elemente und ein nach Elementen geordnetes systematisches Literaturverzeichnis bei.

„Phosphoreszenz, Fluoreszenz und chemisches Reaktionsleuchten" (S. 231—358) betitelt sich der folgende, umfangreichste Abschnitt des ganzen Halbbandes. Dieses Gebiet hat R. Tomaschek, Heidelberg, bearbeitet. In eingehender Weise werden die mannigfaltigen Erscheinungen der Phos-

phoreszenz im ersten Teil des Abschnittes behandelt. Der zweite Teil ist der Fluoreszenz, und zwar der Resonanzstrahlung und der Bandenfluoreszenz gewidmet. Den Inhalt des dritten Teiles bilden die Erscheinungen des Trennungsleuchtens und der Szintillation. Der vierte und letzte Teil ist ausgefüllt mit dem chemischen Reaktionsleuchten und der Biolumineszenz, dem Leuchten von Lebewesen.

Über „Anregungsspannungen von Spektrallinien und Ionisierungspotentiale“ (S. 359—383) hat wiederum E. Einsporn berichtet. Nachdem er in der Einleitung auf die grundlegenden Beobachtungen und Arbeiten Woods, Starks, Gehrkes, Seeligers und Bohrs kurz eingeht, behandelt er die Elektronenstoßmethode im allgemeinen, das Quecksilber als Beispiel für das Elektronenstoßverfahren, die Beziehung zwischen Spektroskopie und Elektronenstoß und die kritischen Potentiale von Spektrallinien.

Den Schluß bilden die „Seriengesetze der Linienspektren“ (S. 384—418) in der Bearbeitung von K. W. Meißner, Frankfurt a. M. In gründlicher und übersichtlicher Weise ist dieses für die neuzeitliche physikalische Forschung so fruchtbare Gebiet dargestellt worden.

Im ganzen unterstützen 166 Bilder und graphische Darstellungen die klar und verständlich gehaltenen wissenschaftlichen Ausführungen der acht Fachgelehrten, die die erste Hälfte des zweiten Bandes des „Handbuches der physikalischen Optik“ bearbeitet haben. Daß in bezug auf drucktechnische Ausstattung die erste Hälfte des zweiten Bandes dieselbe günstige Beurteilung wie die erste Hälfte des ersten Bandes erfahren muß, ist selbstverständlich. Aber auch in Hinsicht auf den Umfang und den Wert des wissenschaftlichen Materials steht dieser Halbband dem zuerst erschienenen gewiß nicht nach. Jeder, der für die neuzeitliche physikalische Forschung etwas übrig hat, und vor allem die vielen, deren technisch-wissenschaftliche Berufstätigkeit oder Lieblingsbeschäftigung sie mit den hier behandelten Stoffgebieten in Berührung bringt, werden das Erscheinen dieses zweiten Halbbandes ebenso freudig begrüßen wie alle jene, welche als Studierende, Lehrer oder Forscher auf irgendeinem dieser physikalischen Wissensgebiete tätig sind. *H. Hartinger.*

E. T. Whittaker, Einführung in die Theorie der optischen Instrumente. Ins Deutsche übertragen nach der zweiten Auflage von *"The Theory of Optical Instruments"* und mit Anmerkungen versehen von Alfred Hay. 8°. VII, 104 S. m. 43 Abb. Leipzig 1926, J. A. Barth.

„Die deutsche Literatur über geometrische Optik ist keinesfalls arm an vorzüglichen Werken — es sei hier nur auf das klassische Buch von Czapski-Eppenstein, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente (3. Aufl. 1924), verwiesen; doch fehlte es bisher an einer gedrängten Darstellung, die von den einfachen Grundlagen ausgehend bis zur Theorie der Bildfehler in optischen Systemen führt. Diese Lücke wird durch das vorliegende Buch von E. T. Whittaker ausgefüllt. Es zeichnet sich durch klare Darstellung aus und macht sowohl einerseits den Benutzer eines optischen Instrumentes mit den fundamentalen wissenschaftlichen Grundlagen der geometrischen Optik vertraut, wie es andererseits dem konstruierenden Optiker wertvolle Dienste zu leisten vermag.

Im Anhang finden sich Anmerkungen, die den Leser des Buches auf historisch bedeutsame, grundlegende Arbeiten und neueste Schriften aus den Jahren 1923—25 hinweisen.“ (Vorwort des Übersetzers.)

Außer den geometrisch-optischen Grundlagen und der elementaren Fehlertheorie bringt das Werk einen Abriß der wichtigsten optischen Instrumente. Leider bedient sich das Buch nicht der traditionell gewordenen üblichen Buchstabenbezeichnungen, so daß es dem deutschen Leser häufig schwer möglich ist, einer Formel gleich ihre richtige Bedeutung anzusehen; jedoch dürfte dieser Umstand den eigentlichen und bezweckten Wert des Buches nicht herabsetzen. *Flügge.*

H. Kayser, Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente nach Wellenlänge geordnet. 8°. VI, 198 S. Berlin 1926, Julius Springer. Geb. 24 M.

Im sechsten Band seines Handbuches der Spektroskopie, welcher 1913 erschien, hat Kayser eine Tabelle der stärksten Spektrallinien aller Elemente, nach der Wellenlänge geordnet, herausgegeben. „Sie ist in den verflossenen 13 Jahren stark veraltet, zwar nicht unbrauchbar, aber ungenügend geworden.“ Durch die Einführung der Internationalen Normalen zweiter Ordnung und durch die zahlreichen Arbeiten auf diesem Gebiete, ist die Genauigkeit um eine Dezimale vor-

gerückt. Bei etwa 10% der stärkeren Linien hat die Angabe der Tausendstel Ångström-Einheiten Berechtigung. Diese Ergebnisse sind in der neuen Arbeit berücksichtigt.

Ferner ist das untersuchte Gebiet beträchtlich nach der langwelligen und der kurzwelligen Seite erweitert worden.

Bei der Angabe der Elemente ist weiter berücksichtigt worden, ob die Linien dem neutralen ionisierten usw. Atom zugeordnet wird.

„Die Tätigkeit auf spektroskopischem Gebiet ist im letzten Jahrzehnt so außerordentlich lebhaft geworden, daß eine Tabelle, welche heute richtig ist, wahrscheinlich schon in 6 Monaten eine ganze Anzahl von Korrekturen und Nachträgen verlangt. Die Tabellen sind daher auf Schreibpapier gedruckt und zu beiden Seiten freier Raum für Nachträge gelassen."

Die Tabelle enthält etwa 19000 Linien.

Es braucht nicht erst hervorgehoben zu werden, wie wichtig die neue Arbeit Kaysers für den praktischen Spektroskopiker ist. Kayser fördert durch seine selbstlose Arbeit die Grundlagen. Gerade in der Spektroskopie, in der so sehr viel in Fluß ist, ist die ganze Einstellung, die der vorliegenden zu grunde liegt, unentbehrlich. *Ernst Lau.*

Herbert N. Eaton.... *Aircraft instruments* (Flugzeuginstrumente). 8°. VI, 269 S. mit 10 Taf, u. 58 Fig. The Ronald Press Company, New York 1926.

In allen führenden Ländern der Welt wächst die Bedeutung der Luftfahrt. Dies hat die *Ronald Press Company* veranlaßt, eine Bücherreihe herauszugeben, die *Aeronautic library*, die in Einzelbänden jedes abgeschlossene Fragengebiet der aeronautischen Technik behandeln soll. Als Herausgeber hat der Verlag C. de F. Chandler gewonnen, einen ehemaligen führenden Offizier der Luftschifftruppen in den V. St, als Autoren Fachleute, die sich durch ihre Erfahrungen und Arbeiten als berufene Spezialisten auswiesen. Ein deutsches Gegenstück, möglicherweise Vorbild zu dieser Bücherreihe stellt das in den ersten Nachkriegsjahren im Verlag R. C. Schmidt-Berlin erschienene von namhaften Fachleuten bearbeitete Handbuch der Flugzeugkunde dar. Dieses Werk, das in einer stattlichen Reihe von Bänden die während der Kriegszeit auf deutscher Seite in der Luftfahrt gewonnenen Erfahrungen technischer Art gesammelt hat, ist inzwischen in vielen Punkten überholt. Band VIII dieser Reihe aus der Feder von K. Bennewitz[1]) ist überhaupt die erste zusammenfassende Darstellung über Flugzeuginstrumente. Das zu besprechende Buch stellt hierzu ein sehr beachtenswertes Gegenstück dar.

Die Fortschritte im Flugwesen während der letzten Jahre erfordern ein derart differenziertes Instrumentarium für die Handhabung und Leistungsprüfung von und die Forschung an Luftfahrzeugen, daß neue Instrumententypen entwickelt, die meisten schon vorhandenen Geräte verbessert werden mußten. Dies hat man in den V. St. schon bald erkannt und zur Bearbeitung dieser Fragen bei dem *Bureau of Standards* eine besondere Abteilung für aeronautische Instrumente eingerichtet. Dieser Abteilung gehören der Verfasser H. N. Eaton und seine sechs Mitarbeiter an.

Das Buch selbst kann als modernes Handbuch der Flugzeuginstrumentenkunde bezeichnet werden. Sein Inhalt erfreut sich einer sehr klaren Darstellung, die durch eine Reihe sehr guter Abbildungen und vorbildlich übersichtlicher Skizzen wirksam unterstützt wird. Tabellarische Zusammenstellungen, die dem Vergleich einzelner Instrumententypen dienen, sind sehr nützlich, ebenso die Zusammenstellung der physikalischen Konstanten in dem 1. Anhang und die der Bedingungen, die die von staatlichen Stellen der V. St. anzukaufenden Instrumente erfüllen sollen, in einem zweiten. Daß theoretische Betrachtungen über die Meßgrundlagen sich auf das Notwendigste beschränken, ist kein Nachteil. Sehr zahlreiche Fußnoten weisen auf neuere Einzelarbeiten grundlegender Art hin, die für eingehendes Studium unentbehrlich in einem allgemein orientierenden Handbuch nur im Auszug berücksichtigt werden können. Dem Physiker vermittelt das Buch einen nachhaltigen Eindruck von der außerordentlichen Mannigfaltigkeit der im Flugwesen durch Messungen zu untersuchender Vorgänge und den die Messungen beeinträchtigenden Schwierigkeiten. Es kann nicht oft und stark genug unterstrichen werden, daß Messungen in und an dem bewegten Luftfahrzeug gegenüber solchen im Laboratorium immer unter erschwerenden Umständen stattfinden. Die

[1]) Besprechung in *dieser Zeitschr. 43. S. 60. 1923.*

Begleitumstände sind von einem Einfluß, den man zunächst nicht vermutet, ganz abgesehen von den physiologischen, durch die menschliche Natur begründeten.

In sehr klarer Weise behandelt die allgemeine Einleitung die extremen Bedingungen, denen Meßgeräte und Meßanordnungen im Flugzeug genügen müssen, die sich aus diesen Begleitumständen ergeben. Praktisch lassen sich die Flugzeuginstrumente ohne Unterschied der Art in drei Klassen einteilen:

1. Dienstinstrumente, solche, die zur Handhabung des Flugzeuges erforderlich sind,
2. Instrumente für Abnahmeprüfungen, solche zur Ermittlung der Leistungen,
3. Experimentierinstrumente, solche zur messenden Überprüfung der am Modell (im Windkanal) gemessenen Eigenschaften.

Die Gliederung des Inhaltes folgt aber nicht dieser Dreiteilung, sondern hält sich an die Artunterschiede. Das erste Kapitel beschäftigt sich mit Höhen- und Steiggeschwindigkeitsmessern. Besondere Erwähnung verdient hier die Tabelle mit den Angaben über die Standardatmosphäre, auf die in den V. St. seit 1925 die amtlichen Messungen bezogen werden. Die Daten sind bis für eine Höhe von 15000 m gegeben. Über die einzelnen beschriebenen Instrumente sich auszulassen, würde zu weit führen, jedoch muß erwähnt werden, daß die auftretenden Instrumenten- und Meßfehler jeweils ausführlich erwähnt werden.

Von den Geschwindigkeitsmessern handelt das zweite Kapitel. Daß man vier verschiedene Arten, je auf einem anderen physikalischen Prinzip beruhend, kennt zur Ermittlung der Geschwindigkeit des Luftfahrzeuges gegen Luft, beweist, wie wichtig diese Größe ist. Gebührende Behandlung finden hier auch die verschiedenen zur Anwendung gelangenden Staurohre und Düsen, ebenso wie die Grundlagen und Konstanten für ihre Eichung.

Kap. 3 behandelt die Instrumente zur Kontrolle der Richtung und Lage. Eingehend werden die Frage des Kompasses im Flugzeug und die außergewöhnlichen Umstände, denen bei seiner Benutzung Rechnung getragen werden muß, besprochen. Man erfährt auch, daß der neuerdings in Amerika aufgekommene, während des seinerzeitigen Weltfluges erprobte Induktionskompaß bereits zwei Arten der Anzeigeübertragung kennt. Weiter findet man in diesem Kapitel Angaben über Kurvenneigungsanzeiger, gewöhnliche Neigungsmesser, Kreiselhorizonte und Abtriftmesser.

Sehr wichtige Instrumente, die zur Überwachung der Antriebsmaschine werden in dem Kap. 4 besprochen. Allein acht verschiedene Arten von Tachometern werden hier aufgeführt und zwei Anordnungen zur Fernübertragung der Anzeige. Zur Überwachung der Kühlwasser- und Öltemperaturen haben sich vier Thermometerarten als sehr brauchbar erwiesen. Der Öldruck und der Luftdruck im Betriebsstoffbehälter wird meist mit Hilfe eines Bourdonrohrmanometers ermittelt. Hier finden sich auch Angaben über Tankinhaltsanzeiger und „Höhengas"-Regler.

Ein weiteres Kapitel verbreitet sich über Manometer. Damit wird ein Übergang hergestellt zu den Meßgeräten, die ausschließlich im Freiballon und Luftschiff Verwendung finden, die das Kap. 6 in Geräten zur Prüfung der Ballonhülle und der Druckverhältnisse im Ballon, Kap. 7 in Thermometern behandelt.

Da der Kompaß nicht zu den Navigationsinstrumenten gerechnet wird, beschränkt sich Kap. 8 auf die Beschreibung der Methoden zur Bestimmung der Grundgeschwindigkeit, deren Richtung und Windkomponente und der hierzu entwickelten Geräte. Sextanten mit und ohne künstl. Horizont und mechanische Rechenhilfen zur Lösung der Navigationsaufgaben finden sich hier besprochen, ebenso der Goerzsche Sonnenkompaß. In Kap. 9 finden sich Angaben über Sauerstoffatmungsgeräte für Höhenflüge, in Kap. 10 über seltener gebrauchte Sonderinstrumente wie beispielsweise Beschleunigungsmesser.

Über eine rein beschreibende Darstellung hebt sich das Buch dadurch hinaus, daß es, wie schon oben kurz erwähnt, nicht nur die Eichgrundlagen für die einzelnen Instrumente, sondern auch ausführlich die möglichen Anzeige- und Meßfehler behandelt. Dadurch wird es zu einem wertvollen Nachschlagebuch nicht nur für den Instrumentenkonstrukteur, sondern auch für den Physiker, der sich mit Messungen im und am Flugzeug befaßt. *W. Keil.*

C. A. Crommelin. Beschrijvende catalogus der Historische Verzameling van Natuurkundige Instrumenten in het Natuurkundig Laboratorium der Rijks-Universiteit te Leiden. 71 S. mit 4 Porträts und 11 Instrumentenabbildungen. Leiden 1926.

Die in dem vorstehend genannten wissenschaftlichen Katalog beschriebene Sammlung physikalischer Geräte dürfte zu den allerwichtigsten und interessantesten ihrer Art gehören. Ihr größter Teil umfaßt die Sammlung von Wilhelmus Jacobus s'Gravesande (1688—1742) und Petrus van Musschenbroek (1692—1761). Die meisten Stücke stammen aus der Werkstatt von Jan van Musschenbroek (1687—1747) dem älteren Bruder von Petrus. Die Lehrbücher der beiden erstgenannten sind wohl bekannt. Im Zusammenhang mit diesen gibt die Sammlung ein getreues Bild der physikalischen Wissenschaft um etwa 1750 herum. Musschenbroek insbesondere kann man ja wohl als den Ahnherrn der heutigen Experimentalphysik-Vorlesungen bezeichnen, und die beschriebenen Apparate sind seine Vorlesungsapparate. Außerdem zeigt die Sammlung die feinmechanischen Leistungen der Familie Musschenbroek und ihrer Werkstatt. (Johann Joosten v. M. 1660—1707, Samuel Joosten v. M. 1639—1682, und der oben genannte Jan v. M.). Der letzte schrieb ja auch einen Anhang, Luftpumpen und Luftpumpenversuche behandelnd, zu dem Buch seines Bruders. Die Sammlung umfaßt eine nicht unbeträchtliche Zahl von Instrumenten, die in beiden oben genannten Lehrbüchern selbst nicht beschrieben, die aber auf die gleichen Urheber zurückzuführen sind.

Eine wertvolle Ergänzung für die Arbeiten des Verf. des Katalogs bot ein Auktionskatalog der Instrumente aus dem Besitz von Petrus v. M., der zufällig aufgefunden wurde. Dieser Katalog weist an physikalischen Instrumenten über 600 Nummern auf. Ein Teil der Stücke ist durch die Hand des Feinmechanikers Jan Paauw, über dessen Leben nichts weiter bekannt ist, und der sie erwarb, wieder in das physikalische Kabinett zurückgelangt. Aus welchem Grunde Petrus v. M. eine so umfangreiche Privatsammlung hatte, ist nicht ganz klar.

Besonders erwähnt sei eine bemerkenswerte, für die damaligen Leistungen der Feinmechanik charakteristische Luftpumpe von Samuel v. M. Weiter ist noch zu erwähnen eine Mitteilung über Funde von Mikroskopen und Linsen von Leeuwenhook, in Zusammenhang mit der Tatsache, daß seit der Versteigerung seines Besitzes 1747 etwa 250 damals vorhandene Mikroskope bis auf 7 Exemplare verschollen sind.

Nach der Begründung des physikalischen Instrumentenbaus durch die Familie Musschenbroek und ihre unmittelbaren Nachfolger, Jacob Leupold in Leipzig und Jan Paauw in Leiden, ging diese Kunst im wesentlichen nach England, (Nairne, Dollond, Smeaton, Newman, Whitehurst, Watkins, Hill usw.), bis dann deutsche Werkstätten, wie z. B. Repsold in Hamburg und Fraunhofer in München sie erreichten und übertrafen.

Der eigentliche Katalog umfaßt 1. Luft- und andere Pumpen (16 Nummern), 2. Mikroskope, Fernrohre und sonstige optische Instrumente (21 Nummern), 3. Sammlung s'Gravesande-Musschenbroek (109 Nummern), 4. Thermometer und Hygrometer (13 Nummern), 5. Verschiedenes, darunter Normalmaße und Gewichte, geodätische Instrumente, Kompasse, auch in kardanischer Aufhängung, mathematische Modelle (64 Nummern), 6. Elektrisiermaschinen (9 Nummern).

Eine Anzahl sehr guter Abbildungen ist beigegeben, erwähnt seien die Porträts von Leeuwenhook, s'Gravesande sowie Samuel und Petrus v. Musschenbroek. *Block.*

Jahresbericht IV der Chemisch-Technischen Reichsanstalt 1924/25. 242 S.

Die Chemisch-Technische Reichsanstalt ist bekanntlich aus dem ehemaligen Militärversuchsamt hervorgegangen, wodurch wohl ein Teil ihrer Arbeiten in ihrer Richtung bestimmt wird, insofern als die vorhandenen Einrichtungen ihrem neuen Zweck nutzbar gemacht werden. Aus dem sehr reichhaltigen Jahresbericht seien nur einige wenige Punkte erwähnt, die für die Leser dieser Zeitschrift von besonderem Interesse sein könnten.

I. Abteilung für allgemeine Chemie. Eine Reihe von Arbeiten hat die Untersuchung, Wirtschaftlichkeit der Anwendung und Sicherheitsvorschriften der technischen Gase zum Gegenstand, insbesondere Azetylen. Ein großer Teil der Arbeiten ist im Einvernehmen mit dem Preuß. Handelsministerium ausgeführt, als Unterlagen für die behördliche Überwachung des Verkehrs

mit verdichteten und verflüssigten Gasen. Ein anderer Teil ist vom Deutschen Azetylen-Verband veranlaßt und hat die Zersetzung des Gases bei verschiedenen Drucken, Temperaturen und Zündungen zum Gegenstand. Besonders erwähnt seien Versuche mit automatischen Rückschlagsicherungen gegen Flammendurchschlag, die günstiger sind als Wasservorlagen. Es können hierbei die Erfahrungen bei der Konstruktion von Schweiß- und Schneidbrennern nutzbar gemacht werden. Die Abteilung führt auch gemeinsam mit dem Fachausschuß für Schweißtechnik bei dem Verein deutscher Ingenieure Versuchsarbeiten aus, so z. B. über die Anwendung des Gasols und dessen Eigenschaften. Die Grundlagen der noch in der Durchführung befindlichen Schweißversuche werden ausführlich dargestellt. Weiter wird über Arbeiten über die Transport- und Handhabungssicherheit von technischer Blausäure berichtet, die nach den Ergebnissen nicht als Sprengstoff angesehen werden kann. Auch ihre Lagerfähigkeit sowie die Eignung verschiedener Aufsaugematerialien wird untersucht. Hochkonzentrierte Blausäure erwies sich dabei unter recht einfachen Vorsichtsmaßnahmen als ungefährlich, nicht aber geringerprozentige. Auch eine interessante Arbeit über die Handhabungssicherheit von Celluloid ist zu finden.

II. Abteilung für Sprengstoffe. Über die bekannte Oppauer Explosion hat die Anstalt ein ausführliches Gutachten ausgearbeitet, das in einer Fachzeitschrift erschienen ist. Eine endgültige Klärung der Ursache war nicht möglich. Eine große Reihe von Arbeiten hat Gutachten über einzelne Unfälle, Explosionen usw. zum Gegenstand, bzw. Fragen der Handhabungs- und Transportsicherheit. Besondere Versuche bezogen sich auf das Verfahren der Prüfung von Sprengstoffen in Bleizylindern und die Vermeidung einer Reihe von Fehlerquellen bei dieser Methode. Eine weitere Arbeit hatte die photographische Messung der Zündflamme von Zündhütchen zum Gegenstand, um mit ihrer Hilfe zu einem Urteil über ihre Zündfähigkeit zu kommen.

III. Abteilung für Metallchemie und Metallschutz. Nach allgemeinen Erörterungen über die Frage des Korrosionsvorgangs bei Metallen werden die Arbeiten zur Klärung der Erscheinungen durch Messung von Strompotentialkurven weitergeführt. Die Passivität von Aluminium läßt sich auf die Bildung von Oxydhäutchen zurückführen. Bei Aluminium ist die Korrosion von der vorhergegangenen Wärmebehandlung abhängig. Weitere Arbeiten praktischer Art haben den Schutz durch Zink-, Blei- und Zinnüberzüge zum Gegenstand, sodann die Methoden der Prüfung von Anstrichfarben und Anstrichen, und besondere Untersuchungen über Lithopone und Zinksulfid. Besonders erwähnt sei die im Gang befindliche Untersuchung über technische Methoden der Anstrichprüfung auf Wetterbeständigkeit und Schutzvermögen gegen Rostung und Korrosion des Untergrundes und eine Arbeit über den Glanzgrad von Anstrichen, wobei dieser als die Intensität des regelmäßig reflektierten Lichtes, ausgedrückt in Hundertteilen des gesamten reflektierten Lichtes definiert wird. Zur Messung dieser Größe ist von der Firma Goerz ein recht bequemes Photometer gebaut worden, bei dem das von einer Fläche regelmäßig reflektierte Licht durch meßbare Schwächung mit Hilfe eines Graukeils mit dem diffus reflektierten verglichen wird.

IV. Physikalische Abteilung. Eine Untersuchunng elektrischer Zünder wird ausführlich durchgeführt, hauptsächlich in Richtung auf elektrischen Widerstand, Minimalstrom, d. h. denjenigen Strom, den der Zünder bedarf, um überhaupt abzubrennen, während jeder kleinere Strom bei beliebig langer Zeit keine Wirkung hat, und Reaktionszeit, die vom Zünder selbst und der Stromstärke abhängt. Andere Arbeiten hatten explosible Gasgemische und Schutz gegen Fortpflanzung von Explosionen zum Gegenstand, sowie die Selbstentzündung von Benzin durch elektrische Vorgänge und mechanische Reibung, worüber ausgedehnte Versuchsreihen mitgeteilt werden. Zur Frage einer Abänderung der Beschußprüfung von Handfeuerwaffen werden die erforderlichen ballistischen Versuche angestellt, weiter die Messungen mitgeteilt, die anläßlich großer Sprengungen in Frankreich angestellt wurden, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionswellen zu messen. Als Messungshilfsmittel diente eine Fensterscheibe als Membrane, die durch die Druckwelle durchgebogen wurde. Die Ergebnisse der Messungen sind mitgeteilt. Endlich wurden Messungen über die Lichtstärke von Leucht- und Signalkerzen angestellt, die technisch erhebliche Schwierigkeiten boten, hauptsächlich wegen verschiedenartiger Lichtstärke, Rauchentwicklung usw. Es wird dabei ein Rumfordsches Schattenphotometer benutzt, das in seiner Genauigkeit völlig genügt.

Block.

H. Ebert. Anleitung zum Glasblasen. Herausgeg. von F. Hauser. 6. Aufl. 8°. VIII, 122 S. m. 79 Abb. Leipzig 1926. Joh. A. Barth. Geb. 7,50 RM.

Schon fünf Jahre nach dem Erscheinen der 5. Auflage kommt hier die nun wesentlich erweiterte 6. Auflage des Ebertschen Leitfadens heraus. Die Entwicklung der experimentellen Forschung in den letzten Jahrzehnten hat in immer steigendem Maße die Verwendung von Vakuumapparaturen bei fast allen physikalischen Arbeiten mit sich gebracht. So herrscht besonders bei den Studierenden der Physik ein lebhaftes Bedürfnis nach einer Anleitung zum Erlernen der Glasblasekunst, ohne die ein Arbeiten im physikalischen Laboratorium jetzt überhaupt kaum mehr möglich ist. Die vorliegende Neubearbeitung des vor 40 Jahren zuerst erschienenen Leitfadens von Ebert berücksichtigt die Fortschritte der Glasbereitung in den letzten Jahren wie auch die Bedürfnisse der modernen Hochvakuumtechnik.

Zunächst wird das Handwerkszeug des Glasbläsers beschrieben. Darauf wird sehr ausführlich auf die Grundoperationen eingegangen, die auch beim Bau verwickelter Glasapparate immer wiederkehren. Bei der Anordnung des Stoffes ist sorgfältig darauf geachtet worden, daß immer von den einfachen zu den schwierigeren Handgriffen übergegangen wird, so daß der Leitfaden wirklich zum Erlernen des Glasblasens bequem zu gebrauchen ist. In den letzten Kapiteln wird die Anfertigung einer ganzen Reihe von Spezialapparaten genau beschrieben, die im Laboratorium besonders häufig gebraucht werden. Das letzte Kapitel ist speziell der Anfertigung von Vakuumappraten gewidmet.

Hansen.

F. Wenner. Praktische Rechenbildkunde (Nomographie). VI, 78 S. mit 30 Abb. Aachener Verlags- und Druckerei-Gesellschaft 1926. 3,00 RM.

Das Buch soll ein Leitfaden sein, der „auf dem kürzesten Wege" diejenigen Kenntnisse vermittelt, die zur Herstellung einer graphischen Rechentafel — der Verfasser benutzt die Bezeichnung „Rechenbild" — für eine gegebene Gleichung notwendig sind. Behandelt werden Gleichungen mit zwei, drei und noch vier Veränderlichen, was ja auch für die meisten praktischen Fälle ausreicht.

In bezug auf die Tafelform teilt der Verfasser ein in „Linienrechenbilder" — dies sind Tafeln mit Linienskalen — und „Punktrechenbilder" — also Tafeln mit Punktskalen —; bei einem Beispiel mit vier Veränderlichen wird ein „Punkt-Linien-Rechenbild" — dies ist eine Tafel mit Linien- und Punktskalen — verwendet. Im Anschluß an dies „gewöhnliche Punktrechenbild" — mit einer Geraden als Ablesekurve — ist die Rede von einem „Punktrechenbild mit paralleler Ausfluchtung" und von einem „Punktrechenbild mit winkelrechter Ausfluchtung"; da hierbei nur je zwei Punkte auf einer Geraden liegen, und man doch nur bei drei auf einer Geraden liegenden Punkten von „Ausfluchten" sprechen kann, so halte ich diese Bezeichnung für mißverständlich.

Bei den „Linienrechenbildern" werden nur solche besprochen, bei denen alle Linienscharen geradlinig sind; dabei wird eigentümlicherweise — auch bei den einfachsten Tafelformen — immer wieder — offenbar mit Rücksicht auf die entsprechenden „Punktrechenbilder" — von der grundlegenden Determinante ausgegangen. Die „Punktrechenbilder" werden — der Dualität zwischen beiden Tafelformen zuliebe — mit Hilfe von Linienkoordinaten erklärt; bei dem angegebenen Ziel und dem Umfang des Buches hielte ich die Erklärung mit Hilfe einer einfachen Proportion für zweckmäßiger.

Die Berücksichtigung von verschiedenen Maßeinheiten bei den Koordinaten ist bei den „Linienrechenbildern" für den Praktiker nicht notwendig.

Die beigefügten Beispiele sind in der Hauptsache der Vermessungskunde und der astronomischen Orts- und Zeitbestimmung entnommen.

P. Werkmeister.

J. Wilip (Dorpat). *On new precision-seismographs.* 8°. 26 S. m. 7 Fig. Tartu-Dorpat 1926.

Es wird ein neues luftdicht einschließbares Horizontalpendel mit galvanometrischer Registrierung beschrieben. Der Vorteil des Instrumentes liegt in einer relativ hohen Empfindlichkeit trotz kleiner Dimensionen. Das Instrument ist weiter frei von häufig sehr störenden Einflüssen der Luft.

P. Duckert.

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **September 1927.** Neuntes Heft.

Beiträge zur Theorie des dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas.

Von

Stadtvermessungsrat a. D. **Fr. Schulze** in Hannover.

1. Mit der allgemeinen mathematisch-optischen Theorie des Prismas haben sich zahlreiche Autoren beschäftigt, wie aus den Literaturangaben in dem grundlegenden Werk: „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe“ von † Dr. Siegfried Czapski, Breslau 1893, neu herausgegeben unter dem Titel: „Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe“ von † Dr. Siegfried Czapski und Otto Eppenstein. 3. Aufl. Leipzig: J. A. Barth 1924, zu entnehmen ist. In der Regel wird das Problem der Abbildung durch ein Prisma als Sonderfall der Brechung und Reflexion sowie der Abbildung durch zentrierte Kugelflächen, als Begrenzungsflächen von Glaskörpern, behandelt, und dieses dann noch unter der Bedingung, daß der Winkel eines Lichtstrahles, der als Achse eines konvergenten Lichtbündels mit unendlich kleinem Öffnungswinkel aufzufassen ist, gegen die Achse des optischen Systemes so klein sei, daß der Kosinus gleich der Einheit und der Sinus gleich der Tangente und diese beiden Funktionen gleich dem Bogen gesetzt werden dürfen. Derartige Strahlen werden paraxiale Strahlen genannt.

Als besonders wichtige Schriften über den in Rede stehenden Gegenstand außer dem genannten Werke kommen in Frage:

C. F. Gauß, Dioptrische Untersuchungen. Göttingen 1841,

H. Helmholtz, Physiologische Optik. Hamburg und Leipzig 1867,

L. Seidel, Trigonometrische Formeln für den allgemeinsten Fall der Brechung des Lichtes an zentrierten sphärischen Flächen. München 1867,

O. Röthig, Die Probleme der Brechung und Reflexion. Leipzig 1876,

A. Gleichen, Die Haupterscheinungen der Brechung und Reflexion des Lichtes. Leipzig 1889.

Wir wollen uns nun im folgenden nicht mit dem allgemeinen Problem der Brechung und Reflexion beim Durchgang der Lichtstrahlen durch ein Glasprisma mit beliebigen Winkeln beschäftigen, sondern gleich von vornherein uns auf ein (nahezu) rechtwinklig-gleichschenkliges Prisma mit verhältnismäßig kleinen Dimensionen beschränken, wie sie im Vermessungswesen als Bauernfeindsche Winkelprismen vielfach verwendet werden. Dann aber soll auch das Schellenssche Prisma für Steilsichten in seiner Wirkung näher untersucht werden. Vorausgesetzt wird die Kenntnis der in der Optik gebräuchlichen Begriffe und Bezeichnungen sowie der Grundgesetze für die Brechung und Reflexion an beliebigen Trennungsflächen.

2. Der Strahlengang bei der Entstehung der festen Bilder im Prisma.

Bekanntlich werden vom Prisma zwei Arten von Bildern erzeugt die beweglichen und die festen. Es wird im folgenden vorausgesetzt, daß nur Lichtstrahlen in Frage kommen, die auf eine der beiden Kathetenflächen auffallen, und daß die Hypotenusenfläche spiegelnd gemacht ist durch eine Amalgamschicht.

Bewegliche Bilder werden erzeugt durch Lichtstrahlen, die zwei Brechungen (an den Kathetenflächen) und eine Reflexion an der Hypotenusenfläche erleiden, bevor sie ins Auge gelangen. Die Ablenkung des unter dem Winkel α einfallenden Lichtstrahles ist $w = C + 2\alpha$; das Prisma wirkt in diesem Falle wie ein Planspiegel.

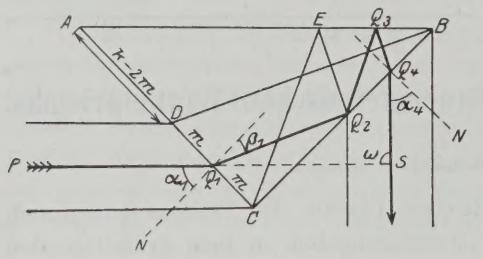


Abb. 1.

Erfährt der unter dem Winkel α_1 (gegen die Flächennormale) einfallende Lichtstrahl (s. Abb. 1) im Innern des Prismas zwei Reflexionen, so ist die Ablenkung

$$w = C + (\alpha_4 - \alpha_1)$$

und für $C = 90^0$, $\alpha_1 = \alpha_4$, also $w = 90^0 =$ Const. D. h. die Lage des Bildes ist unabhängig von dem Einfallswinkel, also eine feste. Nur diese festen Bilder kommen für die Anwendung des Prismas im Vermessungswesen in Betracht, und aus diesem Grunde beschränken wir unsere Untersuchungen auf solche, feste Bilder liefernde Lichtstrahlen.

Aus der Abb. 1 ist zu ersehen, daß als Grenzstrahl derjenige zu betrachten ist, für den der Punkt Q_3 mit dem Punkt B zusammenfällt. Für einen beliebigen Einfallswinkel α ist der Grenzstrahl bestimmt durch eine Gleichung vierten Grades für $\operatorname{tg}\alpha$. Ist $\alpha = 45^0$ und $n = 1{,}534$ (Brechungsexponent für Kronglas), so ist

$$\sphericalangle CBD = \sphericalangle ECB = 27^0\,27', \qquad 2m = CD = k \cdot \operatorname{tg} 27^0\,27' = 0{,}519\,k,$$

d. h. die für die Entstehung fester Bilder optisch wirksame Fläche ist etwas größer als die Hälfte der Kathetenfläche. Der über AD liegende Teil der Kathetenfläche kommt für die Entstehung fester Bilder also nicht in Betracht.

3. Der Einfluß der Winkelfehler des Prismas auf die Größe der Ablenkung.

Die von den optischen Werkstätten hergestellten Prismen sind in den Winkeln natürlich nur näherungsweise den Sollwerten 90^0 und 45^0 gleich; die Abweichungen betragen bei guten Prismen bis zu $\pm 2'$, bei schlechten wesentlich mehr. Werden die Fehler der Winkel C, A, B mit γ, α, β bezeichnet, so muß sein

$$\gamma = \alpha + \beta.$$

Allgemein ist die Ablenkung

$$w = C + (i_4 - i_1),$$

wenn i den Einfallswinkel bezeichnet. Der Fehler dw berechnet sich für den unter dem Winkel i_1 einfallenden Strahl aus

$$dw = dC + d(i_4 - i_1) = \gamma + di_4, \qquad di_4 = i_4 - i_1,$$

wo di_4 den Fehler des Winkels i_4 bezeichnet, den der austretende Strahl mit der Flächennormale bildet.

Es ist nun, wenn $C = 90 + \gamma$, $B = 45^0 + \beta$ ist:

$$\sphericalangle\, CQ_2Q_1 = i_1' - \gamma = \sphericalangle\, Q_3Q_2B,$$
$$\sphericalangle\, Q_4Q_3Q_2 = 90 + 2\gamma - 2\beta - 2i_1',$$
$$i_4' = i_1' - (\gamma - 2\beta) = i_1' + \delta.$$

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist, wenn n den Brechungsexponenten (Luft = 1) bezeichnet:

$$\sin i_4 = n \sin i_4' = n \sin (i_1' + \delta)$$
$$= n \sin i_1' + n\,\delta \cdot \cos i_1' + \cdots$$

oder, bis auf Glieder von der Ordnung δ^2:

$$\sin i_4 - \sin i_1 = \delta \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}\,.$$

Nun ist aber

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2},$$

mithin ist

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{2 \cos \dfrac{\alpha + \beta}{2}},$$

und wenn $\dfrac{\alpha - \beta}{2}$ einen so kleinen Wert hat, daß der Sinus gleich dem Bogen gesetzt werden kann, so wird

$$\alpha - \beta = \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \dfrac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Dies gibt für den vorliegenden Fall:

$$i_4 - i_1 = \frac{\delta \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}}{\cos \dfrac{i_4 + i_1}{2}}.$$

Im Nenner kann nun $\frac{1}{2}(i_4 + i_1) = i_1$ gesetzt werden, so daß sich als Schlußformel ergibt:

$$dw = \gamma \pm \delta \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \cdot \sec i_1\,, \qquad \delta = \gamma - 2\,\beta\,.$$

Mit $n = 1{,}534$, $i_1 = 45^0$ ergibt sich

für $\delta =$	1	2	3	4	5	6′:
$\Delta = dw - \gamma = \pm$	2,7	5,4	8,2	10,9	13,6	16,3′.

Aus diesen Zahlen ist die Wichtigkeit richtigen Schliffs der Winkel des Prismas zu ersehen, wenn man bedenkt, daß einem Winkelfehler von $\pm$ 2′ eine Querverschiebung des Endpunktes einer 100 m langen Strecke von $\pm$ 58 mm entspricht.

4. Strahlengang für einen in der Querschnittsebene liegenden Lichtstrahl.

Es sei in Abb. 2 ABC der Querschnitt eines rechtwinkligen gleichschenkligen Prismas und P ein leuchtender Punkt in der Ebene des Querschnittes. Der Scheitel C des rechten Winkels wird zum Ursprung eines kartesischen Koordinatensystemes angenommen, die Kathete CA zur $+x$-, die Kathete CB zur $+y$-Achse. Die Koordinaten von P seien x_0, y_0.

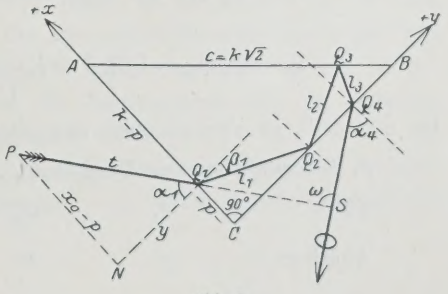


Abb. 2.

Dann sind die Gleichungen der Strahlen:

1. Einfallender Strahl PQ_1:

$$y - y_0 = (x - x_0) \operatorname{tg} (90 + \alpha_1) = (x_0 - x) \operatorname{cotg} \alpha_1\,, \qquad \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{x_0 - p}{y_0},$$

oder

$$x + y \operatorname{tg} \alpha_1 = x_0 + y_0 \operatorname{tg} \alpha_1 .$$

2. Gebrochener Strahl $Q_1 Q_2$:

$$y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg} (90 + \beta_1) = (x_1 - x) \operatorname{cotg} \beta_1 ,$$

oder

$$x + y \operatorname{tg} \beta_1 = p ;$$

$$\sin \beta_1 = \frac{\sin \alpha_1}{n}, \qquad \cos \beta_1 = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}, \qquad \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\sin \alpha_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} .$$

3. Reflektierter Strahl $Q_2 Q_3$:

$$y - y_2 = (x - x_2) \operatorname{tg} (90 - \beta_1) = (x - x_2) \operatorname{cotg} \beta_1 ,$$

oder

$$x - y \operatorname{tg} \beta_1 = x_2 - y_2 \operatorname{tg} \beta_1 = 0 - y_2 \operatorname{tg} \beta_1 .$$

4. Reflektierter Strahl $Q_3 Q_4$:

$$y - y_3 = (x - x_3) \operatorname{tg} (180 + \beta_1) = (x - x_3) \operatorname{tg} \beta_1$$

oder

$$x \operatorname{tg} \beta_1 - y = x_3 \operatorname{tg} \beta_1 - y_3 .$$

5. Gebrochener Strahl $Q_4 S$:

$$y - y_4 = (x - x_4) \operatorname{tg} (180 + \alpha_4) = (x - x_4) \operatorname{tg} \alpha_4 ,$$

oder

$$x \operatorname{tg} \alpha_4 - y = x_4 \operatorname{tg} \alpha_4 - y_4 = 0 - y_4 .$$

Ist nun $-\operatorname{cotg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_4 = -1$, so bildet der einfallende mit dem austretenden Strahl einen rechten Winkel. Das ist also der Fall, wenn $\alpha_1 = \alpha_4$ ist, d. h. wenn der Strahlengang im Prisma ein symmetrischer ist. Dann ist auch $\beta_1 = \beta_4$. Für die Folge wird diese Annahme gemacht.

6. Koordinaten der Punkte Q_1, Q_2, Q_3, Q_4:

Punkt:	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
Abszisse x:	p	0	$\dfrac{k - y_2}{1 + \operatorname{cotg} \beta}$	0
Ordinate y:	0	$p \operatorname{cotg} \beta$	$y_2 + \dfrac{k - y_2}{1 + \operatorname{cotg} \beta}$	$y_3 - \dfrac{(k - y_2) \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{cotg} \beta}$.

7. Lichtwege:

$$t = P Q_1 = y_0 \sec \alpha = (x_0 - p) \operatorname{cosec} \alpha ,$$

$$l_1 = Q_1 Q_2 = p \operatorname{cosec} \beta = n p \operatorname{cosec} \alpha ,$$

$$l_2 = Q_2 Q_3 = (k - y_2) \sin 45 \cdot \operatorname{cosec} (45 + \beta) = \frac{k - y_2}{\sqrt{2}} \operatorname{cosec} (45 + \beta),$$

$$l_3 = Q_3 Q_4 = l_2 \operatorname{tg} \beta = l_2 \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} .$$

Ist $\alpha = 45^0$, so vereinfachen sich diese Formeln wesentlich, wie folgt:

8. Koordinaten der Punkte $Q_1 \ldots Q_4$:

Punkt:	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
Abszisse x:	p	0	$\dfrac{k - y_2}{1 + \sqrt{2 n^2 - 1}}$	0
Ordinate y:	0	$p \sqrt{2 n^2 - 1}$	$\dfrac{y_2 + k \sqrt{2 n^2 - 1}}{1 + \sqrt{2 n^2 - 1}}$	$y_3 - x_3 \dfrac{1}{\sqrt{2 n^2 - 1}}$.

9. Lichtwege:

$$t = y_0 \sqrt{2} = (x_0 - p)\sqrt{2},$$

$$l_1 = n p \sqrt{2}, \qquad l_2 = (k - y_2)\frac{n\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2n^2 - 1}},$$

$$l_3 = \frac{l_2}{\sqrt{2n^2 - 1}} = \frac{n\sqrt{2}(k - y_2)}{\sqrt{2n^2 - 1} + 2n^2 - 1}.$$

5. Die Lage der Bildpunkte.

Die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Lichtstrahlen treffen beim direkten Sehen auf die Pupille des Auges und durch diese auf die Linse, die dann ein umgekehrtes Bild des leuchtenden Punktes auf der Netzhaut entstehen läßt. Das Bild einer leuchtenden Fläche setzt sich zusammen aus den Bildpunkten der Flächenpunkte, entsprechend das Bild eines Körpers. Das Bild eines leuchtenden Punktes wird demnach im Auge hervorgerufen durch die Vereinigung der Strahlen des vom Punkte ausgehenden Lichtbündels, dessen Basis die Öffnung der Pupille ist, die nach Abbe-Czapski[1]) zwischen 2 und 5 mm sich ändern kann. Ein solches Lichtbündel wird als ein Elementarbündel bezeichnet. Das Bild eines Körpers bzw. einer Fläche entsteht also durch eine unendlich große Anzahl solcher vom Punkte P ausgehenden Elementarbündel.

Die Eigenschaften der durch Brechung veränderten Elementarbündel sind zuerst durch Kummer[2]) untersucht worden in seiner Abhandlung: „Allgemeine Theorie der geradlinigen Strahlensysteme". In dieser klassischen Abhandlung wird nachgewiesen, daß die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlenbündel nach irgendwelchen Brechungen und Reflexionen im allgemeinen überhaupt keinen Vereinigungspunkt (Bildpunkt) haben, sondern daß nur auf der Achse des Strahlenbündels zwei Punkte (von Kummer Brennpunkte genannt) vorhanden sind, durch die je zwei Strahlen zweier zueinander senkrechten Strahlenbüschel (Meridional- und Sagittalstrahlen) hindurchgehen. Die gesamten auf das Flächenelement der brechenden Fläche auffallenden Strahlen eines homozentrischen Bündels schneiden sich in zwei zueinander senkrechten Linien von unendlich kleiner Ausdehnung, die in diesen beiden Brennpunkten (nach Kummer) die Achse senkrecht schneiden. Zwischen diesen beiden Linien befindet sich die Stelle des kleinen Querschnittes des Strahlenbündels, und in diesen versetzt das Auge das Bild des leuchtenden Punktes. Als Bild erscheint dem Auge also eine unendlich kleine Linie oder eine unendlich kleine kreisförmige Fläche. Die von Kummer Brennpunkte genannten beiden Achsenpunkte werden jetzt erster und zweiter Bildpunkt genannt. Nach dem Sturmschen Satze[3]) liegen in der durch den zweiten Bildpunkt gehenden Brennlinie die Brennpunkte der zur ersten Hauptkrümmungsebene der brechenden Fläche senkrechten ebenen Teilbüschel und umgekehrt liegen in der durch den ersten Bildpunkt gehenden Brennlinie die Brennpunkte der zur zweiten Hauptkrümmungsebene senkrechten ebenen Teilbüschel.

Es handelt sich also jetzt darum, die Lage des ersten und des zweiten Bildpunktes kennen zu lernen. Wir benutzen hierfür die von Schellbach angegebene Methode[4]) zur Bestimmung der Bildpunkte.

[1]) a. a. O. *S. 188.*

[2]) Borchardt, *Journ. f. reine u. angew. Mathematik.* **57.** *S. 189.*

[3]) *Liouvilles Journ.* **3.** *S. 357. 1838; Pogg.s Ann.* **65.** *S. 116, 374. 1845; Compt. Rend.* **20.** *S. 554, 761, 1238. 1845.* [4]) A. Gleichen, a. a. O. *S. 5ff.*

Der erste Bildpunkt ist der Schnittpunkt zweier unendlich benachbarten Strahlen in der ersten Hauptkrümmungsebene, der zweite Bildpunkt ist der Schnittpunkt zweier unendlich benachbarten Strahlen in der zweiten Hauptkrümmungsebene des Flächenelementes, das die Basis des einfallenden Bündels ist. Im ersten Falle kann das Bogenelement ersetzt werden durch den Bogen des Krümmungskreises im ersten, im zweiten Falle durch den Bogen des Krümmungskreises im zweiten Hauptschnitt, deren Halbmesser bekanntlich bestimmt sind durch die Wurzeln der Gleichung:

$$\frac{1}{\varrho^2} - \frac{h}{\varrho} + g = 0,$$

wo

$$g = \frac{r\,t - s^2}{n^4}, \qquad h = \frac{(1+p^2)\,t + (1+q^2)\,r - 2\,p\,q\,s}{n^3},$$

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \qquad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \qquad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}, \qquad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$

$$1 + p^2 + q^2 = n^2$$

und

$$z = f(x, y)$$

die Gleichung der Fläche in kartesischen Koordinaten ist.

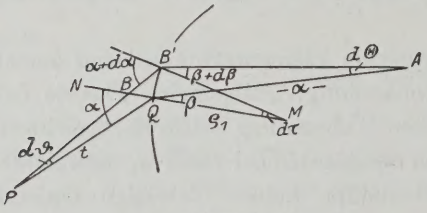


Abb. 3.

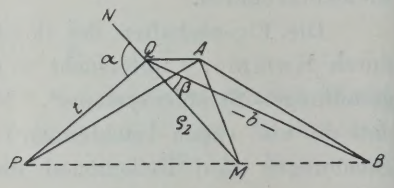


Abb. 4.

Es sei Abb. 3 der erste, Abb. 4 der zweite Hauptschnitt der brechenden Fläche im Einfallspunkte Q; M sind die beiden Krümmungsmittelpunkte. Dann bestehen die Gleichungen:

$$\alpha + d\alpha - d\tau = \alpha + d\vartheta = \sphericalangle NBP,$$

$$d\alpha = d\vartheta + d\tau, \qquad d\tau \text{ der Kontingenzwinkel},$$

$$ds = \varrho_1\,d\tau, \qquad t \cdot d\vartheta = ds \cdot \cos\alpha,$$

$$d\alpha = ds\left(\frac{\cos\alpha}{t} + \frac{1}{\varrho_1}\right);$$

$$d\beta = d\tau - d\theta, \qquad a \cdot d\theta = ds \cdot \cos\beta,$$

$$d\beta = ds\left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{\cos\beta}{a}\right).$$

Wird für ϱ_1 und ϱ_2 der mittlere Krümmungshalbmesser

$$\varrho = \sqrt{\varrho_1\,\varrho_2}$$

eingeführt, so ergibt sich die Grundgleichung:

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\dfrac{1}{\varrho} + \dfrac{\cos\alpha}{t}}{\dfrac{1}{\varrho} - \dfrac{\cos\beta}{a}}.$$

Diese kann auch geschrieben werden:

$$\frac{F_1}{t} + \frac{F_2}{a} = 1,$$

wo

$$F_1 = (\varrho \cos\alpha) : \left(\frac{d\alpha}{d\beta} - 1\right), \qquad F_2 = (\varrho \cos\beta) : \left(1 - \frac{d\beta}{d\alpha}\right)$$

ist. F_2 bezeichnet die Entfernung QA für $PQ = \infty$ und F_1 die Entfernung QP für $QA = \infty$.

Nach Abb. 4 ist

$$\sphericalangle PQN = \alpha, \qquad \sphericalangle BQM = \beta,$$

$$\frac{t\varrho}{2}\sin(\pi - \alpha) + \frac{b\varrho}{2}\sin\beta = \frac{tb}{2}\sin(\alpha - \beta),$$

woraus folgt:

$$\frac{\sin\beta}{t} + \frac{\sin\alpha}{b} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\varrho}.$$

Bezeichnet nun f_1 den Wert von t für $b = \infty$ und f_2 den Wert von b für $t = \infty$, so geht die letzte Gleichung über in

$$\frac{f_1}{t} + \frac{f_2}{b} = 1,$$

wo

$$f_1 = \frac{\varrho \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)}, \qquad f_2 = \frac{\varrho \sin\alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$$

ist.

Ist die Trennungsfläche der beiden Medien eine Ebene, so ist $\varrho = \infty$. Die Grundgleichungen gehen dann über in

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = -\frac{a}{t}\cdot\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}, \qquad \frac{b}{t} = -\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Ist das Brechungsgesetz, d. h. die zwischen α und β stattfindende Beziehung, bekannt, so ist auch $\frac{d\alpha}{d\beta}$ bekannt und es können dann die Bildabstände a und b vom Punkt Q berechnet werden mit Hilfe der beiden vorstehenden Gleichungen.

Die Lage der Bildpunkte A und B für einen in der Ebene des Querschnitts des Prismas liegenden leuchtenden Punkt P.

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist, wenn n den Brechungskoeffizienten des Prismenglases bezeichnet:

$$\sin\alpha = n\sin\beta.$$

Hieraus folgt durch Differentiation

$$\cos\alpha \cdot d\alpha = n\cos\beta \cdot d\beta,$$

und hieraus

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{n\cos\beta}{\cos\alpha}.$$

Damit werden die beiden Grundgleichungen, wenn das Minuszeichen rechter Hand fortgelassen wird:

$$\frac{a}{t} = \frac{n\cos^2\beta}{\cos^2\alpha}, \qquad \frac{b}{t} = n. \qquad 1)$$

Das Zeichen — bedeutet, daß die beiden Bildpunkte virtuelle sind. Es ist also die Bildentfernung a abhängig vom Einfallswinkel α.

Werden die Bildabstände für den ersten Bildpunkt A mit a_1, a_2 usw., die Bildabstände für den zweiten Bildpunkt B mit b_1, b_2 usw. bezeichnet, so ist nach Abb. 2:

$$a_1 = n\,t \cdot \frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\alpha_1}, \qquad a_2 = l_1 + a_1, \qquad a_3 = l_2 + a_2, \qquad a_4 = \frac{l_3 + a_3}{n} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\beta_4}.$$

Die Elimination von a_1, a_2, a_3 gibt:

$$a_4 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{n} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\beta_4} + t \cdot \frac{\cos^2\beta_1 \cdot \cos^2\alpha_4}{\cos^2\alpha_1 \cdot \cos^2\beta_4} = \frac{\sum l}{n} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\beta_4} + t \cdot \frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\beta_4} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\alpha_1}. \qquad 2)$$

Für den zweiten Bildpunkt B ergeben sich die Bildabstände:

$$b_1 = n\,t, \qquad b_2 = l_1 + b_1, \qquad b_3 = l_2 + b_2, \qquad b_4 = \frac{l_3 + b_3}{n}.$$

Die Elimination von b_1, b_2, b_3 gibt:

$$b_4 = t + \frac{l_1 + l_2 + l_3}{n} = t + \frac{\sum l}{n}. \qquad 3)$$

Die Differenz $a_4 - b_4 = \Delta$ wird die homozentrische Differenz genannt. Sie ist gegeben durch

$$\Delta = \frac{\sum l}{n}\left(\frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\beta_4} - 1\right) + t\left(\frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\beta_4} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\alpha_1} - 1\right). \qquad 4)$$

Die homozentrische Differenz ist also abhängig vom Lichtweg $\sum l$ im Prisma, von der Entfernung t des leuchtenden Punktes vom Prisma, von dem Brechungsexponenten n und von dem Einfallswinkel α_1 sowie dem Austrittswinkel α_4.

Wird der Faktor von t gleich null, d. h. ist

$$\frac{\cos^2\beta_1}{\cos^2\beta_4} \cdot \frac{\cos^2\alpha_4}{\cos^2\alpha_1} = 1,$$

so ist

$$\cos\alpha_1 : \cos\beta_1 = \cos\beta_4 : \cos\alpha_4,$$

woraus, wegen

$$n \sin\beta_1 = \sin\alpha_1, \qquad n \sin\beta_4 = \sin\alpha_4,$$

folgt:

$$\alpha_1 = \alpha_4, \qquad \beta_1 = \beta_4.$$

Die homozentrische Differenz ist dann

$$\Delta = \frac{\sum l}{n}\left(\frac{\cos^2\alpha_1}{\cos^2\beta_1} - 1\right) = \frac{\sum l}{n} \cdot \frac{(1 - n^2)\sin^2\alpha_1}{n^2 - \sin^2\alpha_1}. \qquad 5)$$

Diesem Ausdruck entspricht ein symmetrischer Strahlengang im Prisma und das Minimum der Ablenkung des einfallenden Strahles, die allgemein gleich

$$\gamma + \alpha_4 - \alpha_1$$

ist, wenn $\gamma = \sphericalangle\, A\,C\,B$ des Querschnittes ist. Die Bedingung $\gamma = 90^0$ führt dann auf die weiteren Bedingungen

$$B = \alpha_3 + \beta_1, \qquad A = \alpha_3 + \beta_4 = B = 45^0;$$

d. h. jeder der beiden Hypotenusenwinkel muß gleich einem halben Rechten sein, wenn die Ablenkung gleich einem Rechten sein soll.

Aus Gl. 5) folgt, daß Δ negativ ist für $n > 1$; d. h. für ein Glasprisma ($n = 1{,}534$ für Kronglas) liegt der zweite Bildpunkt, vom Auge aus, hinter dem ersten.

Bei den Anwendungen des Winkelprismas im Vermessungswesen ist nun stets t gegenüber dem Lichtweg $\sum l$ so groß, daß in den Formeln 2) und 3) das Glied mit

dem Faktor $\sum l$ vernachlässigt werden darf. Dann erhalten wir für die Bildabstände a_4 und b_4:

$$a_4 \overset{n}{=} t \cdot \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_4} \cdot \frac{\cos^2 \alpha_4}{\cos^2 \alpha_1} \overset{n}{=} t, \qquad b_4 \overset{n}{=} t.$$

In der nachstehenden Tabelle sind die Lichtwege und die Beträge der homozentrischen Differenz für $n = 1{,}534$ und symmetrischen Strahlengang für verschiedene Einfallswinkel α angegeben und zwar in der Einheit Millimeter.

α	45°	50°	60°	70°	80°	90°
β	27° 27′	29° 58′	34° 22′	37° 47′	39° 57′	40° 41′
$\sum l$	28,21	28,85	30,29	31,64	32,61	32,83
$-\Delta$	6,71	8,50	12,50	16,74	19,20	21,40

Der Lichtweg $\sum l$ ist für einen Strahl berechnet, der die Kathete AC des Prismenquerschnittes in einem Punkte Q_1 trifft, so daß $CQ_1 = 6{,}5$ mm $\overset{n}{=} \frac{1}{4} AC$ und $AC = BC = 25$ mm ist.

6. Die Bildkurve (Kaustik).

Es sei in Abb. 5 EE die brechende Ebene, PQ ein vom leuchtenden Punkt P ausgehender Strahl, der an der Trennungsfläche $E-E$ der beiden Medien nach dem Snelliusschen Gesetz gebrochen wird. Auf der Verlängerung des gebrochenen Strahles liegen im Abstande a, bzw. b von Q der erste Bildpunkt A bzw. der zweite Bildpunkt B. B liegt auf dem von P auf die Ebene $E-E$ gefällten Lote PQ'. Ändert der Strahl $PQ = t$ seine Richtung, so beschreibt der Bildpunkt A eine Kurve, die symmetrisch ist zur Linie PQ' und die eine auf dieser im Abstande a_0 von $E-E$ befindliche Spitze S hat. Um die Gleichung dieser Kurve, die Kaustik genannt wird, zu finden, wählen wir Q' zum Ursprung eines kartesischen Koordinatensystemes mit $Q'Q$ als $+x$-Achse und $Q'P$ als y-Achse.

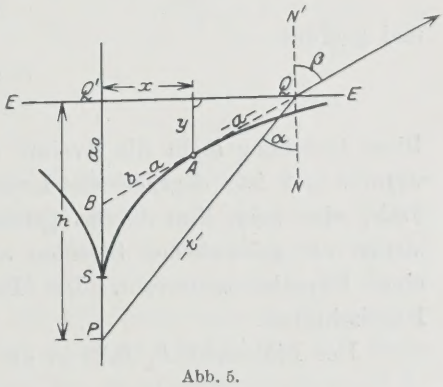


Abb. 5.

Bezeichnet n den Brechungsexponenten, p einen zunächst unbestimmten Parameter und ist

$$a_0 = \frac{1}{n} \cdot \overline{PQ} = \frac{h}{n},$$

so ist die Gleichung des gebrochenen Strahles:

$$x = \frac{n\,p}{\sqrt{h^2 + (1-n^2)\,p^2}}\, y + p = \frac{n\,p}{\sqrt{h^2 + \nu^2\,p^2}}\, y + p,$$

wo zur Abkürzung:

$$\nu^2 = 1 - n^2$$

geschrieben ist. Durch Fortschaffen des Nenners erhalten wir die Gleichung

$$f(x, y, p) = n^2\,p^2\,y^2 - (h^2 + \nu^2 \cdot p^2)(x-p)^2 = 0.$$

Um die einhüllende Kurve zu finden, setzen wir die partielle Ableitung von f

nach p gleich null und eliminieren p aus der so entstehenden Gleichung und aus $f=0$. Es ist

$$0=\frac{\partial f}{\partial p}=n^2 p y^2+(h^2+\nu^2 p^2)(x-p)-n^2 p(x-p)^2 .$$

Wird diese Gleichung mit p multipliziert und von der so entstehenden neuen Gleichung $f=0$ subtrahiert, so läßt der Rest sich durch $x-p$ teilen. Es bleibt übrig

$$h^2 x+\nu^2 p^3=0 ,$$

woraus sich der Parameter p ergibt zu

$$p=-\left(\frac{h^2 x}{\nu^2}\right)^{1/3} .$$

Wird $\frac{\partial f}{\partial p}=0$ mit $x-p$ multipliziert und zu der neuen Gleichung $f=0$ addiert, so folgt

$$n^2 x y^2-\nu^2(x-p)=0 ,$$

und hieraus:

$$x-p=\left(\frac{n^2 x y^2}{\nu^2}\right)^{1/3} .$$

Die Elimination von p liefert die Gleichung der Kaustik in der Form

$$x=\left(\frac{n^2 x y^2}{\nu^2}\right)^{1/3}-\left(\frac{h^2 x}{\nu^2}\right)^{1/3} ,$$

und geordnet:

$$\left(\frac{n y}{h}\right)^{2/3}-\left(\frac{\nu x}{h}\right)^{2/3}=1 . \qquad \nu^2=1-n^2 .$$

Diese Gleichung stellt die Evolute einer Ellipse mit den Halbachsen $n h$ und νh dar, wenn $n>1$ ist; dagegen die Evolute einer Hyperbel, wenn $n<1$ ist. Im ersten Falle, also beim Eintritt des gebrochenen Strahles in ein optisch dünneres Medium, stehen die gebrochenen Strahlen auf einer Ellipse, im entgegengesetzten Falle auf einer Hyperbel senkrecht. Der Punkt P ist in jedem Falle ein Brennpunkt des Kegelschnittes.

Der Bildpunkt P_1 fällt in die Trennungsfläche der beiden Medien, wenn

$$\alpha=\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1}{n^2-1}}$$

ist. Ist α größer als dieser Grenzwert, so findet eine Reflexion statt.

Der größte Wert, den die Abszisse x annehmen kann, ergibt sich aus

$$\max x=\frac{h}{\sqrt{n^2-1}} ;$$

die kleinste Ordinate y aus

$$\min y=\frac{h\sqrt{1-n^2}}{n} .$$

7. Strahlengang für einen beliebig gerichteten Strahl[1]).

Es sei (nach Abb. 6 und 7) $A'B'C'$ der den leuchtenden Punkt P enthaltende Querschnitt des Prismas, $PQ_1=t$ ein von P ausgehender Strahl, der im Prisma zwei-

[1]) Siehe auch E. Daseke: Zur Theorie des Winkelprismas. *Diese Zeitschr.* **46.** *S. 10—15. 1926.*

mal gebrochen und zweimal reflektiert wird, dann bei Q_4 ausfährt und ins Auge gelangt.

Die durch t gelegte Ebene senkrecht zur Querschnittsebene schneidet diese in der Geraden $PQ_1' = t'$, die durch die Normale Q_1N gelegte Ebene senkrecht zur Querschnittsebene schneidet diese in der Geraden $Q_1'N_1''$ und die Kathetenfläche $A'C'C''A''$ in der Geraden $Q_1Q_1' = q$, die parallel ist zu den Prismenkanten.

Die durch die Normale Q_1N_1 parallel zur Querschnittsebene gelegte Ebene schneidet die Kathetenfläche $A'C'C''A''$ in der Geraden EQ_1E'. Die Richtung des einfallenden Strahles ist dann gegeben, wenn der Winkel $\varphi = \sphericalangle N_1''Q_1'P$ und der Winkel $\vartheta = \sphericalangle Q_1PQ_1'$ gegeben oder bekannt sind.

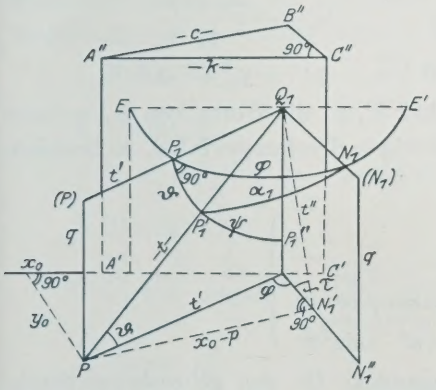


Abb. 6.

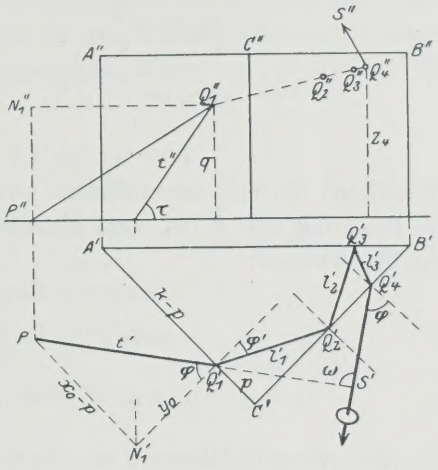


Abb. 7.

Eine Kugel um Q_1 als Mittelpunkt mit dem Halbmesser 1 wird von der projizierenden Ebene $P(P)Q_1Q_1'$ in einem Großkreisbogen gleich $\pi/2$ geschnitten; dem Winkel ϑ entspricht der Bogen P_1P_1'. Die durch Q_1 gelegte Horizontalebene schneidet die Kugel in einem Großkreisbogen gleich π; dem Winkel φ entspricht der Bogen P_1N_1. Die Einfallsebene, d. i. die Ebene durch die Flächennormale Q_1N_1 und den einfallenden Strahl schneidet die Kugel ebenfalls in einem Großkreise; der Bogen $P_1'N_1$ ist gleich dem Einfallswinkel α_1. Der Winkel des einfallenden Strahles mit der Geraden Q_1Q_1' ist mit ψ bezeichnet. Dann bestehen als Folgerungen aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz[1]) nachstehende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} &\cos\psi : \cos\psi' = \nu' : \nu = n, \qquad \psi = 90 - \vartheta, \\ &\sin\vartheta : \sin\vartheta' = \nu' : \nu = n, \\ &\sin\varphi : \sin\varphi' = \nu' \cos\vartheta' : \nu\cos\vartheta = n\cos\vartheta' : \cos\vartheta \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

wo ν, ν' den Brechungsindex der beiden Medien und n den Brechungsexponenten (ν Luft $= 1$) bezeichnet.

Aus dem bei P_1 rechtwinkligen sphärischen Dreieck $N_1P_1P_1'$ (Abb. 6) ergibt sich

$$\cos\alpha_1 = \cos\varphi \cdot \cos\vartheta . \qquad 7)$$

Ist $\varphi = 0$, so liegt der einfallende Strahl in der Normalebene, die dann mit der projizierenden Ebene zusammenfällt. Ist $\vartheta = 0$ und $\varphi > 0$, so liegt der einfallende Strahl in der durch P gehenden Querschnittsebene. Dann ist $\varphi = \alpha_1$. Ist $\varphi = 0$

[1]) Abbe-Czapki, a. a. O. *S. 12 u. 13.*

und $\vartheta = 0$, so trifft der einfallende Strahl die Kathetenfläche des Prismas senkrecht das Prisma wirkt dann wie ein Planspiegel.

Um den Strahlengang verfolgen zu können, nehmen wir C' zum Ursprung eines dreiachsigen kartesischen Koordinatensystems, die Kante $C'A'$ zur $+x$-, die Kante $C'B'$ zur $+y$- und die Kante $C'C''$ zur $+z$-Achse; die Prismenkanten natürlich unendlich lang gedacht. Der Punkt P ist in seiner Lage gegen das Prisma festgelegt durch seine rechtwinkligen Koordinaten $x_0, y_0, z_0 = 0$.

Dann ist

$$t^2 = (x_0 - p)^2 + y_0^2 + q^2,$$
$$t'^2 = (x_0 - p)^2 + y_0^2 = (t \cdot \cos\vartheta)^2,$$
$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{q}{t'}, \qquad \operatorname{tg}\vartheta' = \frac{q}{t'\cos\varphi}, \qquad \operatorname{tg}\tau = \frac{q}{y_0},$$
$$\sin\varphi = \frac{x_0 - p}{t'}, \qquad \cos\varphi = \frac{y_0}{t'}, \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{x_0 - p}{y_0},$$
$$p = x_0 - y_0 \operatorname{tg}\varphi, \qquad q = \operatorname{tg}\vartheta \sqrt{(x_0 - p)^2 + y_0^2} = \operatorname{tg}\vartheta \cdot t'.$$

Bezeichnen die mit einem Akzent versehenen Winkel ϑ', φ' die Werte von ϑ, φ nach der Brechung und β den zum Einfallswinkel α gehörigen Brechungswinkel, so bestehen die Beziehungen;

$$\left.\begin{aligned} n\sin\beta &= \sin\alpha, \\ n\sin\vartheta' &= \sin\vartheta, \\ n\sin\varphi' &= \sin\varphi \cdot \frac{\cos\vartheta}{\cos\vartheta'} = \frac{n\sin\varphi\cos\vartheta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\vartheta}}. \end{aligned}\right\} \qquad 8)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen können die Bestimmungsstücke für den gebrochenen Strahl berechnet werden.

Aus Abb. 6 folgt ferner

$$\operatorname{tg}\tau = \frac{\operatorname{tg}\vartheta}{\cos\varphi}, \qquad \operatorname{tg}\vartheta = \cos\varphi \cdot \operatorname{tg}\tau. \qquad 9)$$

Der Strahl PQ_1 kann als Schnittlinie der projizierenden Ebene mit der Ebene PQ_1N_1' oder, mit anderen Worten, als Schnittlinie der projizierenden Ebene der Horizontalprojektion t' und der Projektion t'' auf die yz-Ebene betrachtet werden.

Die Gleichungen des einfallenden Strahles $PQ_1 = t$ sind dann:

$$\left.\begin{aligned} y - y_0 &= (x - x_0)\operatorname{tg}(90 + \varphi) = (x_0 - x)\operatorname{cotg}\varphi, \\ y - y_0 &= (z - z_0)\operatorname{tg}(90 - \tau) = (z - z_0)\operatorname{cotg}\tau. \end{aligned}\right\} \qquad 10)$$

Die Gleichungen des gebrochenen Strahles $Q_1Q_3 = l_1$ sind nach dem Vorhergehenden:

$$\left.\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\operatorname{tg}(90 + \varphi') = (x_1 - x)\operatorname{cotg}\varphi', \\ y - y_1 &= (z - z_1)\operatorname{tg}(90 - \tau') = (z - z_1)\operatorname{cotg}\tau', \end{aligned}\right\} \qquad 10a)$$
$$\operatorname{tg}\tau' = \frac{\operatorname{tg}\vartheta'}{\cos\varphi'}.$$

Gleichungen des reflektierten Strahles $Q_2Q_3 = l_2$:

$$\left.\begin{aligned} y - y_2 &= (x - x_2)\operatorname{tg}(90 - \varphi') = (x - x_2)\operatorname{cotg}\varphi', \\ y - y_2 &= (z - z_2)\operatorname{tg}(90 + \tau') = (z_2 - z)\operatorname{cotg}\tau', \end{aligned}\right\} \qquad 10b)$$

Gleichungen des reflektierten Strahles $Q_3Q_4 = l_3$:

$$\left.\begin{aligned} y - y_3 &= (x - x_3)\operatorname{tg}(180 + \varphi') = (x - x_3)\operatorname{tg}\varphi', \\ y - y_3 &= (z - z_3)\operatorname{tg}(90 - \tau') = (z - z_3)\operatorname{cotg}\tau', \end{aligned}\right\} \qquad 10c)$$

Gleichungen des austretenden Strahles $Q_4 S$:

$$\left.\begin{aligned} y - y_4 &= (x - x_4)\operatorname{tg}(180 + \varphi) = (x - x_4)\operatorname{tg}\varphi\,, \\ y - y_4 &= (z - z_4)\operatorname{tg}(90 - \tau) = (z - z_4)\operatorname{cotg}\tau\,. \end{aligned}\right\} \qquad 10\,\mathrm{d})$$

Die beiden Horizontalprojektionen des einfallenden und des austretenden Strahles stehen also auf einander senkrecht.

Koordinaten der Punkte Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 und Lichtwege.

Die Ausdrücke für die Abszissen und die Ordinaten dieser Punkte gehen aus den entsprechenden Formeln des 4. Abschnittes hervor durch Ersetzen von α durch φ und von β durch φ'. Das Gleiche gilt für die Lichtwege. Die z-Koordinaten der Punkte $Q_1 \ldots Q_4$ ergeben sich als Schnittlängen der in den Endpunkten der Ordinaten errichteten Normalen zur xy-Ebene mit der projizierenden Ebene zur yz-Ebene. Die Ausführung der Rechnung ergibt folgendes:

1. Punkt Q_1:

$$x_1 = p, \qquad y_1 = 0, \qquad z_1 = q,$$

2. Punkt Q_2:

$$x_2 = 0, \qquad y_2 = p\operatorname{cotg}\varphi', \qquad z_2 = q + \frac{p\operatorname{cotg}\varphi'}{\operatorname{cotg}\tau'} = q + y_2\operatorname{tg}\tau',$$

3. Punkt Q_3:

$$x_3 = \frac{k - y_2}{1 + \operatorname{cotg}\varphi'}, \qquad y_3 = y_2 + \frac{k - y_2}{1 + \operatorname{tg}\varphi'}, \qquad z_3 = z_2 - \frac{k - y_2}{(1 + \operatorname{tg}\varphi')\operatorname{cotg}\tau'} = z_2 - (y_3 - y_2)\operatorname{tg}\tau',$$

4. Punkt Q_4:

$$x_4 = 0, \qquad y_4 = y_3 - \frac{(k - y_2)\operatorname{tg}\varphi'}{1 + \operatorname{cotg}\varphi'} = y_3 - x_3\operatorname{tg}\varphi', \qquad z_4 = z_3 - \frac{(k - y_2)\operatorname{tg}\varphi'}{(1 + \operatorname{cotg}\varphi')\operatorname{cotg}\tau'} = z_3 - (y_4 - y_3)\operatorname{tg}\tau'.$$

Lichtwege.

$$t^2 = (x_0 - p)^2 + y_0^2 + q^2 = t' \cdot \sec\vartheta\,,$$

$$l_1^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = \frac{p^2}{\sin^2\varphi'}(1 + \cos^2\varphi' \cdot \operatorname{tg}^2\tau'),$$

$$l_2^2 = (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2 = \frac{(k - y_2)^2}{1 + \sin 2\varphi'}(\sin^2\varphi' + \cos^2\varphi'\sec^2\tau'),$$

$$l_3^2 = (x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + (z_4 - z_3)^2 = \frac{(k - y_2)^2}{\cos^2\varphi'(1 + \operatorname{cotg}\varphi')^2}(1 + \sin^2\varphi'\operatorname{tg}^2\tau').$$

Es ist nun die Frage zu beantworten, ob der einfallende und der austretende Strahl sich schneiden.

Wenn ein Schnittpunkt vorhanden ist, so muß dieser jedenfalls in der projizierenden Ebene des austretenden Strahles, die auf der xy-Ebene senkrecht steht, liegen.

Die Koordinaten des Schnittpunktes sind die Werte von x, y, z, die gleichzeitig die Gl. 10) und die Gleichung der projizierenden Ebene:

$$\frac{-x}{y_4\operatorname{cotg}\varphi} + \frac{y}{y_4} + \frac{z}{\infty} = 1, \quad \text{oder} \quad x\operatorname{tg}\varphi - y + y_4 = 0$$

erfüllen.

Wird in Gl. 10) x_0, y_0, z_0 eliminiert mittels

$$z_0 = 0, \qquad x_0 = p + t' \cdot \sin\varphi, \qquad y_0 = t' \cos\varphi,$$

so gehen diese über in

$$x\cos\varphi + y\sin\varphi = p\cos\varphi + 2\,t'\cos\varphi\sin\varphi,$$
$$y - z\operatorname{cotg}\tau = t'\cos\varphi.$$

Sind ξ, η, ζ diese Werte von x, y, z, so ist

$$\xi = \frac{\begin{vmatrix} -y_4 & -1 & 0 \\ p\cos\varphi + t'\sin 2\varphi & \sin\varphi & 0 \\ t'\cos\varphi & +1 & -\operatorname{cotg}\tau \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \operatorname{tg}\varphi & -1 & 0 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ 0 & +1 & -\operatorname{cotg}\tau \end{vmatrix}}$$

$$\eta = \frac{\begin{vmatrix} \operatorname{tg}\varphi & -y_4 & 0 \\ \cos\varphi & p\cos\varphi + t'\sin 2\varphi & 0 \\ 0 & t'\cos\varphi & -\operatorname{cotg}\tau \end{vmatrix}}{D}, \qquad D = -\frac{\operatorname{cotg}\tau}{\cos\varphi},$$

$$\zeta = \frac{\begin{vmatrix} \operatorname{tg}\varphi & -1 & -y_4 \\ \cos\varphi & \sin\varphi & p\cos\varphi + t'\sin 2\varphi \\ 0 & +1 & t'\cos\varphi \end{vmatrix}}{D}$$

Diese Werte für x, y, z müssen, wenn ein Schnittpunkt vorhanden ist, die Gleichungen 10 d) des austretenden Strahles befriedigen. Die Auflösung der Determinanten ergibt verwickelte Ausdrücke, mit denen nichts anzufangen ist. Es ist daher besser, in jedem besonderen Falle diese Rechnung durchzuführen, falls die gestellte Frage beantwortet werden muß.

8. Der geometrische Ort der Bildpunkte.

Aus der Gl, 8):

$$\sin\varphi' = \frac{\sin\varphi}{n} \cdot \frac{\cos\vartheta}{\cos\vartheta'} = \sin\varphi \sqrt{\frac{1 - \sin^2\vartheta}{n^2 - \sin^2\vartheta}}$$

geht hervor, daß der Brechungswinkel φ' der projizierenden Ebene abhängig ist vom Brechungsexponenten, vom Einfallswinkel φ der projizierenden Ebene und vom Winkel ϑ. Daraus folgt, daß die Bildpunkte für die in der projizierenden Ebene $P(P)Q_1Q_1'$ (Abb. 6) verlaufenden Strahlen des Büschels mit der Spitze P nach der Brechung nicht in einer zur xy-Ebene senkrechten Ebene liegen können und daß daher auch das Bild einer im Punkte P errichteten Senkrechten zur xy-Ebene gekrümmt erscheinen muß.

Fällt man von dem Bild A des Punktes P (auf einem beliebigen Strahl PQ_1) das Lot auf die xy-Ebene (Horizontalebene), so liegt der Fußpunkt des Lotes nicht auf der Spur der projizierenden Ebene des gebrochenen Strahles $Q_1'Q_2'$, und ebenso das Bild in Richtung des austretenden Strahles Q_4S nicht in der Ebene, deren Spur $Q_4'S'$ in der xy-Ebene ist.

Für den in der xy-Ebene verlaufenden Strahl PQ_1' ist, wenn für diese Lage

der Winkel φ mit α und der Winkel φ' mit β bezeichnet wird, nach dem Snellius-schen Brechungsgesetz:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

Für den Strahl PQ_1 gilt die Gleichung

$$\sin\varphi' = \frac{n\sin\alpha}{n}\sqrt{\frac{1-\sin^2\vartheta}{n^2-\sin^2\vartheta}} = n\sin\beta\sqrt{\frac{1-\sin^2\vartheta}{n^2-\sin^2\vartheta}},$$

woraus folgt:

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\beta} = \frac{n\sqrt{1-\sin^2\vartheta}}{\sqrt{n^2-\sin^2\vartheta}}. \qquad 11)$$

Nun ist nach einem bekannten goniometrischen Satze

$$\frac{\sin x - \sin y}{\sin x + \sin y} = \operatorname{tg}\frac{x-y}{2}\cdot\operatorname{cotg}\frac{x+y}{2}.$$

Die Anwendung dieses Satzes gibt

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi'-\beta}{2} = \operatorname{tg}\frac{\varphi'+\beta}{2}\cdot\frac{n(1-\sin^2\vartheta)^{1/2}-(n^2-\sin^2\vartheta)^{1/2}}{n(1-\sin^2\vartheta)^{1/2}+(n^2-\sin^2\vartheta)^{1/2}}.$$

Wird rechts mit dem Nenner erweitert, so kommt:

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi'-\beta}{2} = \operatorname{tg}\frac{\varphi'+\beta}{2}\cdot\frac{(1-n^2)\sin^2\vartheta}{2n^2-(n^2+1)\sin^2\vartheta+2n^2\cos\vartheta},$$

wo im Nenner unter der Wurzel $1-\sin^2\vartheta+\sin^4\vartheta$ vernachlässigt wurde, weil ϑ in den Anwendungen einen verhältnismäßig kleinen Betrag nicht überschreitet. Die Differenz $\varphi'-\beta$ ist nun stets so klein, daß der Tangens gleich dem Bogen gesetzt werden darf; auch kann aus demselben Grunde für $\frac{1}{2}(\varphi'+\beta)$ β gesetzt werden. Dann wird also

$$d\varphi' = \beta - \varphi' = 2\operatorname{tg}\beta\,\frac{(n^2-1)\sin^2\vartheta}{4n^2\cos^2\frac{\vartheta}{2}-(n^2+1)\sin^2\vartheta}. \qquad 12)$$

Es ist also $d\varphi'$ für $n^2>1$ stets positiv, d. h. der Winkel β ist dann stets größer als der Winkel φ'; der geometrische Ort des Bildes des Punktes P ist mithin für $n^2>1$ eine Kurve, die die konvexe Seite der yz-Ebene zukehrt. Das Entgegengesetzte ist der Fall für $n^2<1$.

Bei gegebenem φ ist $d\varphi'=0$ für $\vartheta=0$, dann ist $\varphi'=\beta$. Für $\vartheta=90^0$ ist $d\varphi'$ ein Größtwert, nämlich

$$\max d\varphi' = 2\operatorname{tg}\beta.$$

Ist $n=1{,}534$ (Kronglas), so ist für $\vartheta=20^0$ $d\varphi'=0{,}0363\cdot\operatorname{tg}\beta$, für $\vartheta=45^0$ ist $d\varphi'=0{,}213\operatorname{tg}\beta$.

Ist $\alpha=45^0$, so ist $\beta=27^0\,27'$, $\operatorname{tg}\beta=0{,}5195$; mithin

$$d\varphi'=0{,}01886 \text{ oder } 1{,}08^0 \text{ für } \vartheta=20^0,$$
$$d\varphi'=0{,}1107 \quad \text{„} \quad 6{,}34^0 \text{ für } \vartheta=45^0.$$

Der gebrochene Strahl trifft die yz-Ebene (Kathetenfläche BC) im Punkte Q_2. Bei gegebenem Einfallswinkel φ und stetig sich änderndem Winkel ϑ beschreibt der Punkt Q_2 in der yz-Ebene eine Kurve, deren Gleichung wir jetzt feststellen wollen.

Für die y- und z-Koordinate des Punktes Q_2 hatten wir S. 429 die Ausdrücke erhalten:

$$y = p\operatorname{cotg}\varphi', \qquad z = q + y\operatorname{tg}\tau' = t'\cdot\operatorname{tg}\vartheta + y\operatorname{tg}\tau'.$$

Aus

$$\sin\varphi = \frac{\sin\alpha\cos\vartheta}{\sqrt{n^2-\sin^2\vartheta}}, \qquad \cos\varphi' = \sqrt{\frac{n^2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\vartheta}{n^2-\sin^2\vartheta}}$$

folgt

$$\operatorname{cotg}\varphi' = \frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\vartheta}}{\sin\alpha\cos\vartheta}.$$

Es ist weiter

$$\operatorname{tg}\tau' = \frac{\operatorname{tg}\vartheta'}{\cos\varphi'},$$

$$\operatorname{tg}\vartheta' = \frac{\sin\vartheta'}{\cos\vartheta'} = \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{n^2-\sin^2\vartheta}}, \quad \text{also} \quad \operatorname{tg}\tau' = \frac{\sin\vartheta}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\vartheta}}.$$

Damit geht die Gleichung zwischen y und z über in

$$z = t'\operatorname{tg}\vartheta + y\frac{\sin\vartheta}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\vartheta}}, \qquad y = p\frac{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\sin^2\vartheta}}{\sin\alpha\cos\vartheta},$$

also

$$z = t'\operatorname{tg}\vartheta + p\frac{\operatorname{tg}\vartheta}{\sin\alpha}, \qquad y = p\frac{\sqrt{\dfrac{n^2-\sin^2\alpha}{\cos^2\vartheta}-\cos^2\alpha\operatorname{tg}^2\vartheta}}{\sin\alpha}. \tag{13}$$

Durch Elimination von ϑ ergibt sich die Gleichung des geometrischen Ortes von Q_2 in der Form:

$$\frac{\sin^2\alpha}{p^2(n^2-\sin^2\alpha)}\cdot y^2 - \frac{(n^2-1)\sin^2\alpha}{(t'\sin\alpha+p)^2(n^2-\sin^2\alpha)}z^2 = 1. \tag{14}$$

Die Kurve ist also eine Ellipse, wenn

$$\frac{(n^2-1)\sin^2\alpha}{(t'\sin\alpha+p)^2(n^2-\sin^2\alpha)} < 0$$

ist, im entgegengesetzten Falle eine Hyperbel, und, wenn dieser Quotient gleich Null ist, eine Parabel, deren Achse die y-Achse ist.

Wird die Gl. 14) geschrieben:

$$A^2y^2 - B^2z^2 = 1, \tag{14a}$$

so sind die Halbachsen des Kegelschnittes:

$$a = \frac{1}{A} = \frac{p\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}, \qquad b = \frac{1}{B} = \frac{t'\sin\alpha+p}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{n^2-\sin^2\alpha}{n^2-1}}. \tag{14b}$$

Die Auflösung der Gl. 14) nach y und z gibt:

$$\left.\begin{aligned} y &= \sqrt{\frac{n^2-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}+\frac{(n^2-1)p^2}{(t'\sin\alpha+p)^2}z^2}, \\ z &= \frac{t'\sin\alpha+p}{p\sin\alpha\sqrt{n^2-1}}\sqrt{y^2\sin^2\alpha-p^2(n^2-\sin^2\alpha)}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Für das Prisma aus Glas ist $n>1$, also auch $n^2>1$ und $n^2-\sin^2\alpha>0$; mithin ist der Kegelschnitt für $n>1$ eine Hyperbel.

9. Die Verschiebung des Punktes Q_2' in der y-Achse

ist

$$v_y = p(\operatorname{cotg}\varphi' - \operatorname{cotg}\beta) = -\frac{\sin(\varphi'-\beta)}{\sin\varphi'\sin\beta}p,$$

oder auch

$$v_y = \frac{\sin(\beta - \varphi')}{\sin\beta \sin\varphi'} p \overset{n}{=} \frac{\beta - \varphi'}{\sin^2\beta} p = \frac{p\, d\varphi'}{\sin^2\beta}. \qquad 16)$$

Für $\vartheta = 20^0$ war $d\varphi' = 0{,}01886$, für $\vartheta = 45^0$ war $d\varphi' = 0{,}1107$. Damit wird

$$v_y = \frac{0{,}01886\, p}{\sin^2\beta} \quad \text{bzw.} \quad v_y = \frac{0{,}1107\, p}{\sin^2\beta}. \qquad 16\,a)$$

Die in der Praxis benutzten Winkelprismen haben gewöhnlich 25 mm lange und 9 mm hohe Kathetenflächen. Der Einfallspunkt Q_1' liegt 6,5 mm vom Scheitel C des rechten Winkels entfernt. Mit diesen Zahlen wird in Millimeter:

$$v_y = \frac{0{,}1226}{\sin^2\beta} \quad \text{bzw.} \quad v_y = \frac{0{,}7196}{\sin^2\beta}\,\text{mm}. \qquad 16\,b)$$

Damit ist die nachstehende Tabelle berechnet, in der die Strecken in der Einheit Millimeter enthalten sind. Die Strecke $CQ_2' = y_2$ ist gleich $p \operatorname{cotg}\beta = 6{,}5 \operatorname{cotg}\beta$; $BQ_2' = k - y_2 = 25 - y_2$.

β	10^0	20^0	$27^0\,27'$	30^0	$40^0\,40'$	45	ϑ
v_y	4,07	1,05	0,58	0,49	0,29	0,24	20^0
v_y	23,9	6,17	3,35	2,88	1,70	1,44	45^0
y_2	36,84	17,86	12,53	11,26	7,57	6,50	0^0
$k - y_2$	− 11,84	7,14	12,47	13,74	17,43	18,50	0^0

Ist D_2 der Schnittpunkt des dem Brechungswinkel $\varphi' = \beta - d\varphi'$ entsprechenden gebrochenen Strahles mit der y-Achse, so ist $CD_2 = y_2 + v_y$, $BD_2 = k - y_2 - v_y$. Der gebrochene Strahl $Q'D_2$ wird in D_2 total reflektiert; der reflektierte Strahl trifft die Hypotenuse im Punkte D_3, wo er nochmals reflektiert wird nach dem Punkte D_4 der Kathete CB, wo er gebrochen wird, um dann im Auge das Bild des Punktes P entstehen zu lassen. Der austretende Strahl D_4S' steht senkrecht auf dem einfallenden Strahl $PQ_1' = t'$.

Die Verschiebungen der Punkte $Q_3'Q_4'$ sind zu berechnen, Es ist

$$BQ_3' = (k - y_2)\frac{\sin\beta}{\sin(45 + \beta)}, \qquad BD_3 = (k - y_2 - v_y)\frac{\sin(\beta - d\varphi')}{\sin(45 + \beta - d\varphi')}. \qquad 17)$$

Die Verschiebung des Punktes Q_3' in der Hypotenuse ist also

$$v_c = BQ_3' - BD_3.$$

Es ist ferner

$$BQ_4' = BQ_3' \cdot \frac{\sin(45 + \beta)}{\cos\beta}, \qquad BD_4 = BD_3 \cdot \frac{\sin(45 + \beta - d\varphi')}{\cos(\beta - d\varphi')}; \qquad 18)$$

die Verschiebung des Punktes Q_4' in der Kathete CB ist also

$$v = BQ_4' - BD_4. \qquad 19)$$

Die Größe der Verschiebung des Punktes $Q_4' = v$ ist aus der nachstehenden Tabelle zu ersehen. Für $\vartheta = 20^0$ ist $d\varphi' = 1^0\,4{,}8'$, für $\vartheta = 45^0$ ist $d\varphi' = 6^0\,20{,}4'$. Die Streckenlängen sind in Millimeter angegeben.

α	15° 27′	31° 39′	45° 0′	50° 5′	88° 3,5′	—	—
β	10°	20°	27° 27′	30°	40° 40′	45°	ϑ
BD_3	— 3,06	2,19	5,58	6,66	10,98	12,66	20°
BD_4	— 2,50	2,07	5,90	7,30	14,17	17,58	
BQ_4'	— 2,09	2,60	6,34	7,93	14,98	18,50	
v	0,41	0,53	0,44	0,63	0,81	1,08	
BD_3	— 3,05	2,72	3,60	4,69	9,03	10,76	45°
BD_4	— 2,29	2,36	3,52	4,77	10,74	13,70	
BQ_4'	— 2,09	2,60	6,34	7,93	14,98	18,50	
v	0,20	0,24	2,82	3,16	4,24	4,80	

Den Verschiebungen v entsprechen Verschiebungen $d = v \cos \alpha$ senkrecht zum austretenden Strahl $D_4 S'$.

Für $\alpha =$	15° 27′	31° 39′	45° 0′	50° 5′	88° 3,5′ ist
$d =$	0,40	0,45	0,31	0,40	0,03 mm für $\vartheta = 20°$,
$d =$	0,19	0,20	1,99	2,02	0,14 mm für $\vartheta = 45°$.

Dem Einfallswinkel $\alpha = 90°$ entspricht ein Brechungswinkel $\beta = 40° 41{,}3'$ für $n = 1{,}534$. Bei der Verwendung des Winkelprismas im Vermessungswesen kommen nur die Zahlen für $\alpha = 45°$ in Betracht.

Der Schnittpunkt S' der Horizontalprojektion des einfallenden und des austretenden Strahles für $\alpha = 45°$ wird also in Richtung der Hypotenuse AB um rund 2 mm nach rechts (nach dem Punkte B hin) verlegt, wenn der Winkel ϑ 45° beträgt. Bei einem Neigungswinkel des einfallenden Strahles gegen die durch den Punkt P gelegte Querschnittsebene von $\vartheta = 20°$ beträgt die seitliche Verschiebung der Projektion des austretenden Strahles auf diese Querschnittsebene nur 0,31 mm; sie ist also nicht mehr wahrnehmbar.

10. Das Winkelprisma von Schellens.

Das Winkelprisma von Vermessungsdirektor Schellens-Düsseldorf unterscheidet sich von dem Bauernfeindschen dadurch, daß die beiden Endflächen, die genau senkrecht zu den Prismenkanten geschliffen sein müssen, spiegelnd gemacht sind. Eine Beschreibung und Theorie dieses Prismas, das auch für Steil- und Tiefsichten bis zu etwa 35 Grad Neigung gegen die Horizontalebene gebraucht werden kann, findet sich in der *Zeitschr. f. Vermess. 1919, S. 356*[1]).

Die Wirkungsweise dieses Prismas ist unmittelbar ersichtlich aus dem Vorhergegangenen, wenn man sich vorstellt, daß das Schellenssche Prisma ersetzt wird durch ein Prisma mit beliebig langen Kanten, und wenn man das Prisma dann schneidet mit einer durch den leuchtenden Punkt P gehenden Querschnittsebene (xy-Ebene). Die Horizontalspuren der projizierenden Ebene des Strahlenverlaufs im Prisma sind die Spiegelbilder desselben in den beiden Endflächen.

Die vom Neigungswinkel ϑ abhängige seitliche Verschiebung der Projektion des aus dem Prisma austretenden Strahles auf die Horizontalebene durch den Mittelpunkt der Pupille ist gegeben durch

$$v = (k - y_2) \operatorname{tg} \beta - (k - y_2 - v_y) \operatorname{tg} (\beta - d\varphi'), \qquad 20)$$

wo die einzelnen Argumente die aus dem Vorhergehenden ersichtliche Bedeutung haben.

[1]) Referat in *dieser Zeitschr. 40. S. 202—203. 1920.*

Die Genauigkeit der Kreisteilung bei kleinen Hochleistungstheodoliten.

Von

Karl Lüdemann in Freiberg.

In den Nachkriegsjahren sind von mehreren deutschen feinmechanischen Werkstätten Hochleistungstheodolite hergestellt und auf den Markt gebracht worden, die kleine Abmessungen, geringes Gewicht und leichte Beförderungsmöglichkeit mit einer großen Leistungsfähigkeit, insbesondere mit einer beträchtlichen Genauigkeit der Winkelmessung, verbinden. Die Kreise dieser Instrumente werden mit Schraubenmikroskopen oder optischen Feinmeßeinrichtungen abgelesen, die den Ablesefehler klein halten. Die Fernrohre sind so konstruiert, daß auch der bei der Zielung zu erwartende Fehler, soweit er aus dem Fernrohr fließt, erheblich herabgedrückt wird. Es ergibt sich also die Notwendigkeit, auch auf die Herstellung der Kreisteilungen besonderen Wert zu legen.

Über die Genauigkeit der Kreisteilung derartiger Instrumente, die von den Firmen M. Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg i. Sa., C. Zeiss in Jena und H. Wild in Heerbrugg hergestellt werden, sind im Schrifttum der letzten Jahre ziemlich viele Angaben gemacht worden. Von diesen zeichnen sich die Untersuchungen von K. Lüdemann [1] [1]), W. Schermerhorn [2] und Fr. Ackerl [3] dadurch aus, daß sie übereinstimmend nach der Methode von Hk. J. Heuvelink [4] ausgeführt sind und so einen guten Vergleich ermöglichen.

Hk. J. Heuvelink richtet die Untersuchung einer Kreisteilung in Übereinstimmung mit der praktischen Benutzung des Instrumentes auf die Ermittelung der Durchmesserfehler. Von diesen trennt er durch eine abgebrochene Fouriersche Reihe den regelmäßigen Bestandteil ab und erhält so den unregelmäßigen Anteil. Dieser letztere ist — vom Standpunkt des Praktikers aus gesehen — für die Güte der Teilung hauptsächlich maßgebend, da ja der regelmäßige Fehler, falls seine Folge keine allzu ungünstige Gestalt hat, durch die Messung mehrerer Sätze an verschiedenen Kreisstellen im wesentlichen ausgeschaltet wird.

Es wird bezeichnet mit τ der mittlere vollständige Teilungsfehler, mit τ' bzw. τ'' bzw. τ''' der mittlere zufällige Teilungsfehler, je nachdem die Glieder der Fourierschen Reihe

$$a \sin(2\varphi + A) + b \sin(4\varphi + B) + c \sin(6\varphi + C) + \cdots$$

mitgenommen werden.

Die untersuchten Kreise hatten folgende Teilungsdurchmesser:

Hildebrand	Zeiss	Wild
80	75	95 mm

Die für die Fouriersche Reihe gefundenen Ergebnisse sind in Tafel 1 zusammengestellt.

W. Schermerhorn legt der Messung 1 das größere Gewicht bei.

Die Tafel 1 zeigt, inwieweit der Einfluß des regelmäßigen Teilungsfehlers durch Beobachtung an mehreren, regelrecht verteilten Kreisstellen ausgeschaltet wird.

In der Tafel 2 habe ich die für den mittleren vollständigen Kreisteilungsfehler τ und die τ', τ'' und τ''' ermittelten Zahlen in Bogenmaß zusammengestellt und die linearen Werte dazugeschrieben.

Aus der Tafel 2 ergibt sich, daß die früher „vielfach verbreitete Ansicht, die Teilungen derartig kleiner Kreise ließen sich nicht mit großer Genauigkeit herstellen,

[1]) Siehe das Literaturverzeichnis am Schluß.

nicht grundsätzlich richtig ist“ [1 S. 156]. Sie zeigt in Verbindung mit den Angaben über den mittleren Ablese-, Ziel- und Richtungsfehler, die in den verschiedenen Veröffentlichungen über die drei Instrumente der Firmen Hildebrand, Zeiss und Wild enthalten sind, aber auch, daß die Teilungsgenauigkeit gegenüber den praktischen Bedürfnissen bereits über die Grenze des richtigen Verhältnisses hinaus gesteigert ist oder daß man — praktisch gesprochen — von einem nennenswerten Einfluß der Teilungsfehler nicht mehr reden kann.

Diese kleinen Hochleistungstheodolite sind jedenfalls bei der Triangulation III. und IV. O., bei der Kleindreiecksmessung, bei feinen und feinsten Zugmessungen über (Stadtvermessung) und unter Tage (Durchschlags- und Tunnelachsenangaben) und bei ähnlichen Arbeiten mit Vorteil zu verwenden.

Tafel 1.

Glied	Hildebrand		Zeiss				Wild	
			Messung 1		Messung 2			
	Amplitude	Phasenkonstante	Amplitude	Phasenkonstante	Amplitude	Phasenkonstante	Amplitude	Phasenkonstante
	"	°	"	°	"	°	"	°
2	0,247	318,5	1,08	91,1	1,74	66,6	0,216	147,9
4	0,050	153,2	0,40	109,8	0,48	13,6	0,123	319,5
6	0,038	269,1	0,06	177,7	0,07	295,6	0,082	262,7

Tafel 2.

Wert	Hildebrand		Zeiss				Wild	
			Messung 1		Messung 2			
	Bogenmaß	linear	Bogenmaß	linear	Bogenmaß	linear	Bogenmaß	linear
	"	μ	"	μ	"	μ	"	μ
τ	$\pm$ 0,197	$\pm$ 0,038	$\pm$ 1,08	$\pm$ 0,20	$\pm$ 1,39	$\pm$ 0,25	$\pm$ 0,176	$\pm$ 0,041
τ'	0,083	0,016	0,75	0,14	0,59	0,11	0,152	0,035
τ''	0,080	0,016	0,65	0,12	0,35	0,06	0,083	0,019
τ'''	0,092	0,018	0,69	0,13	0,49	0,09	0,065	0,015

Angezogene Schriften.

1. K. Lüdemann, Der Hildebrand-8-cm-Theodolit mit Schraubenmikroskopen und seine Verwendung bei Stadtvermessungen. *Diese Zeitschr.* **43.** *S. 145—161. 1923.*
2. W. Schermerhorn, Vergleichung des neuen Zeiss-Theodolits mit heutigen Konstruktionen. *Diese Zeitschr.* **45.** *S. 16—35. 1925.*
3. Fr. Ackerl, Prüfung der Teilung eines Wildschen Universaltheodolits. *Österreich. Zeitschr. f. Vermw.* **24.** *S. 85—96. 1926.*
4. Hk. J. Heuvelink, Die Prüfung der Kreisteilungen von Theodoliten und Universalinstrumenten. *Diese Zeitschr.* **45.** *S. 70—84. 1925.*

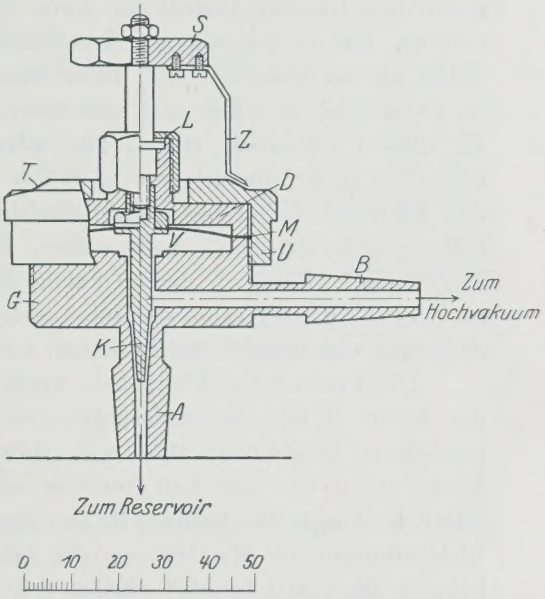
Fettfreies Regulierventil für das Hochvakuum.

Von
Bernhard Josephy in Berlin-Dahlem.
(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie.)

In allen den Fällen, wo man beim Arbeiten im Hochvakuum gefettete Hähne vermeiden muß, macht sich der Mangel an einem geeigneten Ersatz bemerkbar. Das

bewährte Stocksche Ventil[1]) gestattet nur einen Gasstrom völlig zu unterbrechen und wieder zu öffnen, aber nicht ihn zu regulieren. Nach Prytz[2]) gelingt es durch Benutzung einer porösen Platte, die für Quecksilber bis zu 1 Atm. undurchlässig, für Gase aber durchlässig ist, diese durch Eintauchen in Quecksilber zu verschließen oder durch Herausheben in dem Maße zu öffnen, wie der Durchlässigkeit des Plattenmaterials für das Gas entspricht. Auf Regulierbarkeit ist auch hier kein Wert gelegt.

Für viele Zwecke zeigen die erwähnten Anordnungen den Nachteil, daß man die Strömung nicht regulieren kann. Weiterhin ist bei der Verwendung von Quecksilber als Sperrflüssigkeit bei den Modellen von Stock und Prytz die Verunreinigung des Gases mit Quecksilberdampf nicht zu vermeiden. Das nachträgliche Ausfrieren des Quecksilberdampfes bereitet dann Schwierigkeiten, wenn die Gase bei den jeweils verwendeten Drucken bei der Temperatur der flüssigen Luft kondensiert werden. Außerdem ist die chemische Aktivität vieler Gase gegen Quecksilber häufig so störend, daß man am besten auf die Verwendung von Quecksilber ganz verzichtet. Eine glückliche Lösung stellt das Bodenstein-Ventil[3]) dar, das aber infolge Verwendung größerer Mengen von Platin und Platin-Iridium sehr kostspielig ist. Es reguliert die durchgehende Gasmenge durch Hebung und Senkung eines Konus in einem Trichter. Der Konus ist von einem Platingehäuse umgeben, das den Abschluß gegen die äußere Atmosphäre bezweckt. Aus diesem ragt die Konusspindel hervor und ist durch Schweißung mit dem Gehäuse vakuumdicht verbunden. Die Hebung und Senkung wird durch die Deformierbarkeit des Gehäuses ermöglicht. Bodenstein[4]) weist darauf hin, daß man dies Ventil auch aus anderen Metallen wird herstellen können. Doch ist es nicht gelungen, genügend dünne Folien miteinander und auf den massiven Konus hochvakuumdicht zu verschweißen ohne die Deformierbarkeit soweit herabzusetzen, daß Bewegungen im Maße einer günstigen Hubhöhe des Ventilkonus unmöglich werden.



Fettfreies Hochvakuum-Regulierventil.
G = Grundplatte (Siemens-Martin-Stahl, K = Konusspindel (Siemens-Martin-Stahl), S = Schraube (Siemens-Martin-Stahl), M = Membran (Nickelblech), D = Deckplatte (Messing), U = Überwurfmutter (Messing), Z = Zeiger (Messing), A = Reservoir-Ansatz, B = Vakuum-Ansatz, L = Lager der Spindel, V = Ventilraum, T = Teilung.

Es wurde daher ein Hahn konstruiert, der die Formgebung des Bodenstein-Ventils benutzt, aber auf Schweißung verzichtet und statt dessen die Membran mit Bleilamellen abdichtet. Als Material wurde Stahl verwandt. Die Membran besteht aus einem $^1/_{10}$ mm dicken kreisrunden Nickelblech. Sie ist, wie die Abbildung zeigt, in der Mitte durchbohrt und wird auf die Konusspindel aufgesetzt bis auf einen Teller und nach Zwischenlegung von dünnen Bleiringen durch kräftiges Anziehen der Mutter auf-

[1]) Stock, *Ber. 54 A. 144 (1921).*
[2]) Prytz, *Ann. d. Physik* **18.** *S. 103. 1917.*
[3]) Bodenstein und Dux, *Zeitschr. f. physikal. Chem.* **85.** *S. 305. 1913.*
[4]) Bodenstein, *Ber. 51. 1644 (1918).*

gepreßt. Man stellt den Konuskegel, der spitzer als der Trichter ist[1]), zentrisch ein, legt die Deckplatte D auf und schraubt das äußere große Gewinde fest.

Der Betrieb des Ventils ist sehr einfach und geschieht durch Betätigung der Schraube S. Sie ist in L drehbar gelagert und vermag daher ihre Höhe nicht zu verändern. Da sich aber bei der Drehbewegung ihr Gewinde in das Gegengewinde, mit dem die Konusspindel am oberen Ende versehen ist, einschraubt, wird eine Senk- und Hebebewegung des Konus erreicht und damit dem durch den Ansatz A aus einem Reservoir einströmenden Gas der Eintritt in V mehr oder weniger verwehrt. Zum Schließen des völlig geöffneten Hahnes sind mehrere Drehungen der Schraube S über 360^0 erforderlich. Hierin liegt die gute Reguliermöglichkeit des Ventils begründet. Der Raum V ist gegen die umgebende Atmosphäre von unten durch die Grundplatte G mit Konus, von oben durch die abgedichtete elastische Membran M begrenzt und gestattet dem Gas den Austritt nur durch den Ansatz B, der in die Hochvakuumapparatur mündet. Ein an der Schraube S befestigter Zeiger gibt ein Maß für den Öffnungsgrad. Es ist nur zu beachten, daß dieser Hahn, entgegen den sonst üblichen, bei Drehung im Uhrzeigersinne öffnet und umgekehrt schließt, falls man Rechtsgewinde verwendet. Er arbeitet vollständig fettfrei und erlaubt sehr geringe Veränderungen der Öffnung über den ganzen Bereich von „Zu“ bis „Offen“ vorzunehmen, wie sie besonders bei den gefetteten Nadelventilen nicht erreicht werden können, da das Fett Fäden vor der Öffnung zieht, die dann wieder reißen. Es konnte beispielsweise bei einem Chlordruck von 60 mm im Reservoir durch Öffnung des Ventils der Gasdurchgang von $3{,}5 \cdot 10^{-5}$ g/sec bis $1{,}7 \cdot 10^{-2}$ g/sec variiert werden. Dieser Bereich läßt sich noch weit vergrößern durch Änderung des Druckes im Reservoir.

Die Prüfung auf Dichtigkeit wurde am Hochvakuum vorgenommen. Dabei war der Ansatz A mit der atmosphärischen Luft in Verbindung (Kalziumchloridrohr vorgeschaltet), Ansatz B am Mac Leod. Hierbei drang bei unserm Modell[2]) eine stündliche Menge von $1 \cdot 10^{-4}$ ccm Luft (760 mm) ein. Diese geringe Menge ist eingetreten durch sämtliche Fugen des Raumes V, also durch den Ventilkonus in dem Trichter und die Bleidichtungen der Membran an der Achse und dem äußeren Gehäuse. Im Gebrauch hat sich das Ventil bewährt. Selbst bei Chlor und Brom hat es wochenlang zuverlässig gearbeitet.

Vermieden werden muß die Anwesenheit von Feuchtigkeit beim Arbeiten mit aktiven Gasen wie Chlor, Brom, Sauerstoff, Schwefeldioxyd usw., weil sonst die Metallflächen korrodieren. Während der Zeit, in der das Ventil nicht benutzt wird, ist es vor Feuchtigkeit zu schützen. Man bewahre es im Exsikkator auf oder verschließe die Ansätze gasdicht.

Zusammenfassung.

Das Bodensteinsche Ventil aus Platin und Platin-Iridium bedarf einer Abänderung, um es aus Nickel und Stahl anzufertigen. Im Obigen wird eine Anordnung beschrieben, die das Platingehäuse durch ein Nickelblech ersetzt und ohne Schweißung einen hochvakuumdichten Abschluß gegen die Atmosphäre erreicht.

---

[1]) Haber, *Zeitschr. f. Elektrochem.* **19.** *S. 57. 1913.*

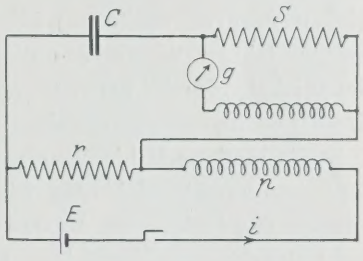
[2]) Dieses Modell wurde sehr sorgfältig von dem Mechanikermeister Lütge im Kaiser Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie ausgeführt.

Über die Empfindlichkeit einer Methode zur Messung der Gegeninduktivität.

Von
Morton Masius in Worcester, Mass.

Die sehr einfache Methode zur Messung einer Gegeninduktivität vermittelst einer Kapazität nach Pirani und Carey Foster[1]) leidet an dem Übelstande, daß eine genaue Einstellung häufig schwierig ist, und daß daher empfindliche Meßinstrumente erforderlich sind. Man hat deswegen die Messung mit einfachem Stromstoß und ballistischem Galvanometer durch die Messung mit sinusoidalen Wechselströmen und Vibrationsgalvonometer ersetzt[2]). Es läßt sich jedoch zeigen, daß, bei Einhaltung geeigneter Versuchsbedingungen, eine sehr erhebliche Genauigkeit mit den allereinfachsten Mitteln erzielt werden kann.

Das Schaltungsschema ist aus der Abbildung ersichtlich. Der Widerstand der Primärrolle und der Stromquelle E zusammengenommen sei p, der der Sekundärrolle und des Galvanometers zusammengenommen sei g. Wird im Primärkreise ein Strom i erzeugt, so entsteht im Sekundärkreise die induzierte Menge



$$q_i = \frac{L_{12}\, i}{g+s}.$$

Andererseits geht von der zur Aufladung des Kondensators C benötigten Menge

$$Q = C r i$$

der Bruchteil

$$q_g = Q\frac{s}{s+g} = C r i \frac{s}{s+g}$$

durch das Galvanometer. Sind q_i und q_g gleich und von entgegengesetzter Richtung, so bleibt das Galvanometer ohne Ausschlag, und es ist

$$C r s = L_{12}.$$

Ist die letzte Bedingung nicht genau erfüllt, so mißt das Galvanometer die Menge

$$q = q_g - q_i = \frac{i}{s+g}(C r s - L_{12}),$$

oder

$$q = \frac{E}{(p+r)(s+g)}(C r s - L_{12}).$$

Es möge nun $C r s$ um einen geringen Betrag, beispielsweise um 0,1 % von L_{12} abweichen, so daß

$$C r s - L_{12} = \pm,001\, L_{12}.$$

Diese Bedingung läßt sich durch eine große Anzahl von Wertsystemen C, r, s, erfüllen. Es handelt sich nun darum, dasjenige Wertsystem C, r, s zu finden, für welches q und daher

$$A = \frac{E}{(p+r)(s+g)}$$

[1]) F. Kohlrausch, Praktische Physik. 13. Aufl. **119.** 4.
[2]) Campbell, *Phil. Mag.* **14.** *S. 494. 1907; diese Zeitschr.* **27.** *S. 354. 1907.*

möglichst groß wird. Zunächst ist sofort klar, daß C nicht zu klein gewählt werden darf, weil sonst r und s im Nenner von A zu groß werden. Es werde nun C passend gewählt, nämlich so, daß r und s nicht allzu groß werden, daß aber genügend Spielraum für die Ausgleichung bleibt; dann ist rs annähernd konstant, nämlich gleich L_{12}/C. Eine leichte Rechnung ergibt nun, daß der Maximalwert von A dann erhalten wird, wenn

$$\frac{r}{s} = \frac{p}{g}.$$

Es wurde nun durch Versuche bestätigt, daß in der Tat für Wertsysteme, die der letzten Bedingung genügen, die Einstellgenauigkeit außerordentlich viel größer ist als für solche, die von dieser Bedingung erheblich abweichen. Mit einer Le Clanché-Zelle als Stromquelle und einem nicht besonders empfindlichen Galvanometer konnte, für $L_{12} = 20$ Millihenry und $C = 2$ Mikrofarad, die Genauigkeit leicht auf 0,2 % getrieben werden. Sollte man über Präzisions-Widerstände und -Kapazitäten verfügen, so daß es lohnen würde, die Werte von Crs noch genauer abzulesen, so könnte die Genauigkeit durch Verwendung einer Stromquelle von größerer elektromotorischer Kraft und eines empfindlicheren Galvanometers weiter gesteigert werden.

Es muß noch hinzugefügt werden, daß man, um g zu erhalten, zum Widerstande der Sekundärrolle nicht den wirklichen Widerstand des Galvanometers zu addieren hat, sondern die Größe, die B. O. Peirce[1]) als den scheinbaren ballistischen Widerstand des Galvanometers bezeichnet hat. Nun ist diese Größe zwar nicht konstant, und überhaupt nicht wohl definiert[2]), doch kann man den passenden Wert von g leicht in genügender Annäherung experimentell ermitteln. Zu diesem Behufe isoliert man den Sekundärkreis vom Primärkreise und vom Kondensator, erzeugt im Sekundärkreise bei kurz geschlossenem s durch Änderung des Stromes im Primärkreise einen Induktionsstoß, der einen passenden Galvanometerausschag gibt, und ermittelt alsdann, welchen Wert man s geben muß, um den Galvanometerausschlag, bei gleicher primärer Stromänderung, zu halbieren. Dieser spezielle Wert von s, der natürlich zum Wert von s bei der eigentlichen Messung von Crs in gar keiner Beziehung steht, ist praktisch gleich dem gesuchten Werte von g. Für eine genauere Betrachtung dieser Verhältnisse sei auf die eben zitierte Arbeit des Verfassers verwiesen.

Worcester, Mass., Worcester Polytechnic Institute, März 1927.

Die Entwicklung der Firma J. & A. Bosch-Straßburg, ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Präzisionsmechanik.

Von
W. Keil in Berlin-Steglitz.

Es kann wohl als geschichtliche Tatsache hingenommen werden und bedarf sicherlich keiner weiteren Begründung, daß die feinmechanische Kunst in Deutschland im letzten Jahrhundert ihren Ruf und Aufstieg den guten Beziehungen verdankt, die sie zur Wissenschaft, insbesondere zu den Hochschulen, unterhielt und in voller Kenntnis ihrer Rückwirkungen sorgfältig und vielfach unter Hintansetzung der eigenen Vorteile pflegte. Ohne diese günstigen Vorbedingungen, die Anregungen der Wissenschaft auf einen empfänglichen Boden fallen ließen, wäre die oft schwierige instrumentelle Ver-

[1]) B. O. Peirce, *Proc. Am. Acad. of Sc.* **42.** *S. 161. 1906.*
[2]) Masius, *Phys. Rev.* **23.** *S. 649. 1924.*

wirklichung mancher geistreichen Idee unverständlich und sicherlich unterblieben. Es kann demnach nicht weiter auffallen, daß sich feinmechanische Werkstätten, neuerdings Betriebe vom Umfange einer großen Fabrik, hauptsächlich an den Orten finden und dort entstanden, wo die Voraussetzungen zu einer räumlich engen Fühlung mit der Wissenschaft gegeben waren, an den Sitzen der Hochschulen.

Als sich im Jahre 1888 die Vettern F. J. Bosch und A. Bosch in Straßburg niederließen, um eine feinmechanische Werkstätte zu gründen, hatten sie sich das reiflich überlegt und waren gerade auf Straßburg gekommen, weil sie dort günstige Vor-

Fr. Jos. Bosch.

Albert Bosch, gest. 16. Jan. 1924.

bedingungen im Sinne der vorstehenden Ausführungen erwarteten. Sie stammten aus Jungingen (Schwaben), aus einer Familie, die anscheinend eine besondere Anlage für die feinmechanische Kunst vererbte. Verwandtschaftliche Beziehungen zu dem Gründer des weltbekannten Unternehmens, Robert Bosch-Stuttgart, die anzunehmen sehr nahe liegt, bestehen aber nicht. Jedoch verband F. J. Bosch Freundschaft mit Dr. Robert Bosch, nachdem sie beide in jüngeren Jahren bei Siemens Broths. in London gearbeitet hatten. Beide Gründer der Straßburger Werkstätte waren Feinmechaniker von Beruf, beide hatten sie sich im In- und Auslande umgesehen und eine breite Grundlage an praktischen Erfahrungen und gründlichen Kenntnissen, wie sie das Fach für selbständig-konstruktives Arbeiten erheischt, erworben. Es traf sich für ihr Beginnen besonders günstig, daß in Straßburg trotz der jungen aufstrebenden Universität eine ernst zu nehmende Konkurrenz nicht bestand.

In Straßburg suchten sie zunächst Fühlung mit dem physikalischen Institut der Universität, das damals unter Leitung von Fr. Kohlrausch stand. Es interessiert hier vielleicht zu erfahren, wie sich der als sehr kritisch bekannte Kohlrausch von dem Können der Vettern Bosch, die ihm bisher weder bekannt noch unmittelbar empfohlen worden waren, deren Niederlassung er sicherlich begrüßte, überzeugte. Von ihm erhielt J. Bosch für die junge Werkstatt den ersten Auftrag: 2 Kugeln aus Stahl anzufertigen, zu härten, sie hochglanz zu polieren, genau zu kalibrieren und mit einer Bohrung von 1 mm Durchmesser mit Gewinde darin zu versehen. Man kann sich kaum vorstellen, mit welcher Sorgfalt diese Arbeit von J. Bosch, der sie eigenhändig mit den

damals gegen heute recht primitiven Werkzeugen und Hilfsmitteln ausführte, bewältigt wurde. Von dem Gelingen hing aber die ganze Zukunft der Werkstätte ab. Vor den Augen ihres Verfertigers wurden die Kugeln, die ungefähr so groß verlangt worden waren wie kleine Billardkugeln, von Fr. Kohlrausch genau kontrolliert und für gut befunden; sie wurden abgenommen und bezahlt und bildeten so in gewissem Sinne die Grundlage der späteren Firma J. & A. Bosch. Es folgten bald weitere Aufträge vom physikalischen Institut der Universität, insbesondere Arbeiten für den Ausbau des physikalischen Praktikums und solche auf Instrumente für Doktoranden. Der Name Bosch wurde in Dissertationen häufig genannt und lenkte die Aufmerksamkeit anderer und auswärtiger Institute auf sich.

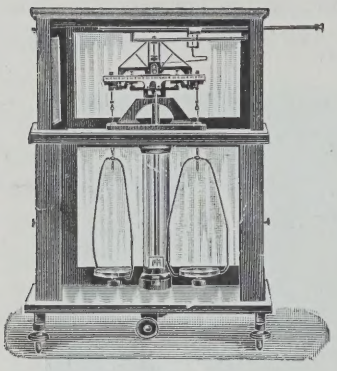


Abb. 1.

Eigener Initiative verdankt eine analytische Präzisionswaage ihre Entstehung (Abb. 1), eine Waage, bei der der Balken durch die Körperwärme nicht beeinflußt werden sollte, was dadurch erreicht wurde, daß das Fußgestell verkürzt und auf einem besonderen Zwischenboden des Schutzgehäuses aufgestellt wurde. Dadurch wurde der Raum, in dem die Schalen hängen und der besonders durch einen Glaszylinder geschützte Zeiger spielt, oben abgedichtet und ein weitgehender Wärmeschutz der empfindlichen Teile erreicht. Die fabrikmäßige Herstellung von Präzisionswaagen für das elsässische Eichwesen und die elsässische Industrie befriedigten die Vettern Bosch, obwohl sie einen wirtschaftlichen Erfolg bedeutete, doch recht wenig. Sie drängte die ihnen erwünschte und liebere konstruktiv-schöpferische der wissenschaftlichen Forschung verbundene Tätigkeit zurück.

Sie begrüßten daher den Vorschlag des damaligen Direktors der meteorologischen Landesanstalt im Elsaß, des derzeitigen Direktors des preußischen aeronautischen Observatoriums Lindenberg, Geh. Rat Hergesell, der ihnen vorschlug, ein Instrument zur Erforschung der freien Atmosphäre nach seinen Angaben zu bauen, sehr. Dies Instrument sollte, von gasgefüllten Gummiballons in größere Höhe getragen, sowohl Druck als auch Temperatur und Feuchtigkeit angeben, dabei aber nur geringes Gewicht besitzen. Es entstand in der Werkstätte von Bosch der erste Meteorograph für ballons sondes, ein Instrument, das zunächst mit zwei thermometrischen Sonden, einer Sonderkonstruktion eines Bimetallthermometers bestehend aus Invar und einem 0,1 mm starken Neusilberröhrchen und einem gewöhnlichen Bimetallstreifen ausgerüstet wurde, um sichere Temperaturangaben zu erlangen. Da es sich schon sehr bald zeigte, daß ein einziges Thermometer ausreichend zuverlässige Angaben lieferte, begnügte man sich später mit einem Bimetallthermometer. Abb. 2 zeigt die nach diesen Erfahrungen verbesserte Form des Meteorographen, Gewicht 600 g, die noch heute, weil sie kaum übertroffen wird, als Standardinstrument gilt und bei ballons sondes in ausgedehntem Maße Verwendung findet. Der Umstand, daß dieses Instrument seit mehr als 20 Jahren seine

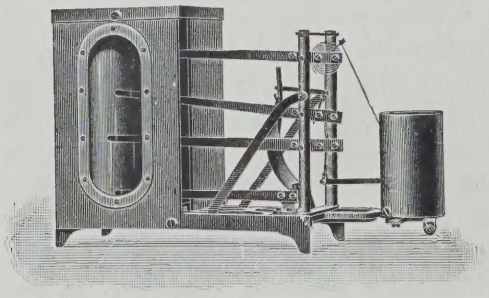


Abb. 2.

Form behalten hat und sich noch immer bewährt, spricht sicherlich für die hervorragende konstruktive Lösung, die das Problem durch Bosch fand. Die physikalische Erforschung der Atmosphäre, die eigentlich damals erst begann und besonders in Straßburg gepflegt wurde, stellte weitere instrumentelle Aufgaben für Bosch. Es entstanden der Drachenmeteorograph (Abb. 3) und der Ballonmeteorograph nach Angaben von Kleinschmidt. Auch diese beiden Instrumente gelangen ohne lange Vorversuche so vollkommen, daß sie heute noch kaum einen ernsten Wettbewerb zu fürchten brauchen. Es folgte dann ein Ballontheodolit nach Angaben von de Quervain, ein Spezialtheodolit, der eine glückliche Verwirklichung der Anforderungen des besonderen Zweckes darstellt und sich durch die Einfachheit seines Gebrauches eine große Beliebtheit gesichert hat, trotzdem eine Vielheit von Neukonstruktionen anderer Werkstätten ihm seinen Rang streitig macht (Abb. 4). Es entstand weiter ein Spezialmeteorograph für Verwendung im Freiballon, mit elektrisch betriebener Ventilierung, um dieselbe Zeit

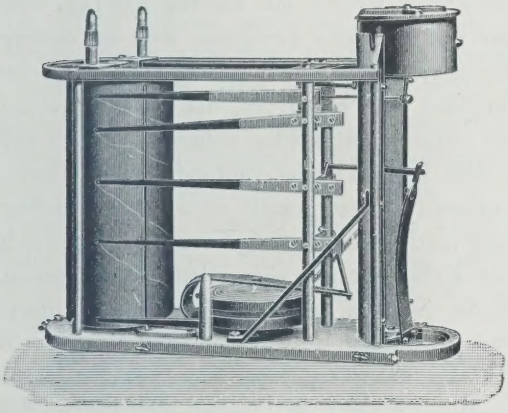


Abb. 3.

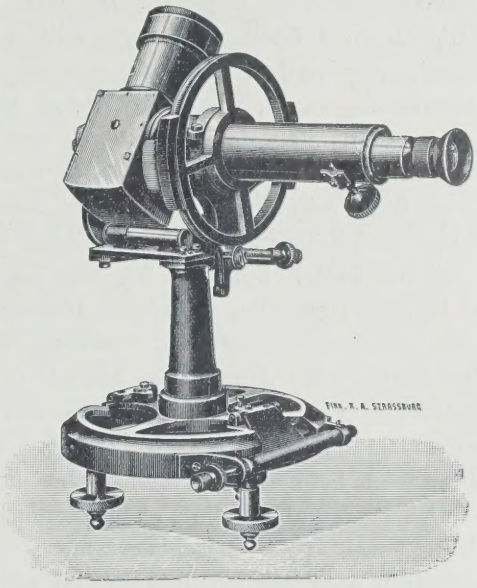


Abb. 4.

auch ein Luftdruckvariograph nach Wenger. Zu diesen aerologischen Instrumenten gehört auch ein Flugzeughöhenschreiber, den die Vettern Bosch später, eigenen Ideen folgend, konstruierten und sich durch Reichspatent schützen ließen, außerdem ein Flugzeugthermograph. Das letztere Instrument wird heute noch viel bei Abnahmeflügen benutzt und stellt in seiner handlichen Form eine der besten Thermographenkonstruktionen, ein Standardinstrument für den erwähnten Zweck, dar.

Sämtliche meteorologischen und aerologischen Instrumente, die aus der Werkstatt von J. & A. Bosch hervorgingen, bewährten sich vorzüglich und trugen der Firma den besten Ruf ein. Es darf nicht unerwähnt bleiben, daß viele hochwertige meteorologische und aerologische Beobachtungen schwerlich erlangt worden wären, wenn die Anregungen und Vorschläge der Wissenschaft bei den Vettern Bosch nicht auf einen durch uneigennützigen Idealismus besonders empfänglich gemachten Boden gefallen wären.

Auch das Gebiet der seismischen Instrumente erfreute sich in der Boschschen Werkstätte besonderer Beachtung und Pflege. Da mit Instrumenten dieser Art zweifellos kein erheblicher materieller Erfolg verbunden sein kann, da der Weltbedarf nur gering ist und neue Typen sich bei den Kosten des einzelnen Objekts sicherlich nicht leicht einbürgern oder absetzen lassen, kann das Boschsche Verdienst auf diesem Gebiet gar nicht hoch genug geschätzt werden.

Ende der neunziger Jahre machte der früh verstorbene Ehlert Boschs den Vorschlag, Seismographen zu bauen. Die von der Universität Straßburg preisgekrönte Arbeit des genannten: „Zusammenstellung und kritische Beurteilung der wichtigsten Seismometer" (*Gerland, Beiträge zur Geophysik, 1897, III, 3*) erleichterte ihnen das Einarbeiten und Einfühlen in das von ihnen bisher weder bearbeitete noch beherrschte Gebiet, wie J. Bosch in seinen Erinnerungen mitteilt, ganz wesentlich. Dieser Umstand und die Anregung Ehlerts waren die Momente, denen letzten Endes die Seismik die mannigfaltigen und bewährten Instrumente Boschscher Konstruktion verdankt.

Insbesonders ging die Ehlertsche Anregung dahin, ein Instrument zur Registrierung der mikroseismischen Bodenbewegungen zu entwickeln. Es entstand das dreifache Horizontalpendel Rebeur-Ehlert, ein Instrument von bis dahin nicht erreichter Empfindlichkeit und ein Registriergerät dazu. Dem Apparat, der auf mehr als 20 Erdbebenstationen zur Aufstellung gelangte, sollte auf der Weltausstellung in Paris der große Preis zugesprochen werden. Der Einspruch von einer Seite, der die vielen deutschen Preisträger unerwünscht waren, wirkte sich jedoch leider dahin aus, daß die Firma Bosch, als eine der jüngsten unter den Ausstellern, sich mit der goldenen Medaille begnügen mußte.

Mit dem frühen Tod Ehlerts traf die Firma Bosch ein harter Schlag. Sie verlor ihren seismischen Berater, der ihr nicht nur die erste Anregung, sich auf diesem Gebiet zu betätigen, gab, sondern auch weiterhin mit wertvollen Ratschlägen zur Seite gestanden hatte. Zunächst war die Lage kritisch und schien es, als ob aus Mangel an Aufträgen der Bau seismischer Instrumente aufgegeben werden müßte, obgleich der erste Seismologenkongreß in Straßburg mit dem Besuch vieler führender Seismologen eine Menge neue Anregungen brachte und obwohl die seinerzeit in Straßburg schon bestehende Hauptstation für Erdbebenforschung fortlaufend Aufträge für J. & A. Bosch hatte. Die Inhaber erkannten bald, daß sie die Krise nur aus sich selbst heraus würden überwinden können. Das konnte aber nur dann gelingen, wenn sie neue eigene Ideen entwickelten und in die Tat umsetzten. Und in dieser schwierigen Zeit waren sie dieser neuen Ideen tatsächlich fähig — ein Beleg für die durch viele ähnliche Beobachtungen gestützte Behauptung, daß wirtschaftliche Krisen den technischen Fortschritt wesentlich mehr fördern als Zeiten wirtschaftlicher Prosperität. J. Bosch schlug Gerland, dem damaligen Direktor der Hauptstation für Erdbebenforschung, vor, das photographisch registrierende Horizontalpendel neu zu konstruieren und schritt, nachdem er vollstes Verständnis für seinen Plan fand, zur Verwirklichung seiner Absicht. Gleichzeitig ging A. Bosch an die Neukonstruktion von Schwerependeln. Als Frucht der Krise entstand so das Bosch-photographische Registrierpendel mit Luftdämpfung. Die eigenen Ideen seines Konstrukteurs kommen bei diesem Instrument sehr vorteilhaft zur Geltung. Während der Typ nach Rebeur-Ehlert noch eine starre Aufhängung vorsah, verließ Bosch bei seinem neuen Pendel dieses Prinzip und verwandte die bekannte Zöllnersche Drahtaufhängung. Gleichzeitig war das Instrument eines der ersten mit Luftdämpfung. Mit dem Typ nach Rebeur-Ehlert hatte es nur noch die photographische Registrierung gemein. Jede Komponente bildete ein Ganzes für sich, was der Genauigkeit der Aufstellung und Einstellung des Instrumentes sehr zum Vorteil gereichte. Das Instrument erwies sich als sehr brauchbar und erwarb sich besonders in Amerika die Sympathie der Fachgelehrten, was sich durch zahlreiche Verkäufe dahin zeigte. Auf der Weltausstellung in St. Louis 1904 wurde dies Instrument mit der goldenen Medaille ausgezeichnet.

A. Bosch hatte um die gleiche Zeit das sogenannte Straßburger 25 kg-Schwerependel fertiggestellt. Als Ausgangspunkt der Konstruktion hatte ihm dabei ein bereits

vorhandenes ähnliches Instrument, das Pendel des Japaners Omori, gedient. Das so entstandene Bosch-Omori-Schwerependel fand auf der ganzen Erde Anklang, obwohl es bei nur 10—25facher Vergrößerung seine Hersteller nur wenig befriedigte. Dieser zuletzt genannte Umstand veranlaßte die Konstruktion eines empfindlicheren Pendels, des Straßburger 100 kg-Pendels, das mit einer 80—100fachen Vergrößerung anzeigte.

Sämtliche drei Instrumententypen, diese Typen, mit denen die Boschs ihre Meisterschaft in besonderem Maße bewiesen, fanden im wahrsten Sinne des Wortes über die ganze Erde Verbreitung. Nach den Erinnerungen von J. Bosch gelangten die Bosch-Seismographen in Europa in folgenden Ländern zur Aufstellung: in Deutschland, Frankreich, Spanien, Rußland, Bosnien, Herzegowina, Österreich, Norwegen, Bulgarien, auf den Azoren, in Belgien, Portugal, Ungarn, in der Schweiz und auf dem Vesuv; in außereuropäischen Ländern wie: Argentinien, Uruguay, Vereinigte Staaten von Amerika, Ecuador, Cuba, Panama, Niederländisch Indien, Kanada, Deutsch-Ostafrika, Grönland und auf den westindischen Inseln.

Außer diesen nach wesentlich eigenen Ideen konstruierten Instrumenten baute die Firma Bosch auch Schwerependel, zu denen ihr der damalige Mitarbeiter der Straßburger Hauptstation für Erdbebenforschung Mainka die Hauptgedanken der Konstruktion angab. Hier sind das bifilare kleine Kegelpendel mit 60—100facher Vergrößerung, das große bifilare Kegelpendel mit 130—200facher Vergrößerung und der etwas später entstandene Vibrationsmesser zu nennen. Diese Instrumente wurden sehr sorgfältig durchgebildet und stellten in der Folgezeit Standardtypen dar, die die Apparate nach eigenen Gedanken vollkommen in den Hintergrund drängten. Die Schwerependel nach Mainka fanden auf etwa 20 Stationen, die sich über die ganze Welt verteilen, Aufstellung und erhielten auf der Weltausstellung in Brüssel 1910 den großen Preis.

Damit wären die beiden Hauptarbeitsgebiete der Firma J. & A. Bosch umrissen, ihre Verdienste um die Wissenschaft sind damit aber noch nicht erschöpft. Am Anfang des neuen Jahrhunderts nahmen sie als neuen Fabrikationszweig die Herstellung von einigen ärztlichen Apparaten auf. Dr. v. Recklinghausen war auf theoretischem Wege so weit vorgedrungen, daß er eine Methode zur Messung des Blutdruckes beim Menschen und ein dazu geeignetes Meßgerät angeben konnte. Das mechanische Problem bestand vor allem darin, ein Instrument zu bauen, das außerordentlich verschiedenen pulsatorischen Druckschwankungen dämpfungslos folgte. Das Problem fand seine Lösung in vollkommen befriedigender Weise in dem sogenannten Tonometer und dem Tonographen nach Recklinghausen[1]). Auf Anregung und nach Angaben des ehemaligen Straßburger Physiologen Ewald konstruierten sie physiologische Instrumente; sie standen in Verbindung mit dem Pharmakologen Schmiedeberg, dem Astronomen Wislicenus und fast dauernd in regem Gedankenaustausch mit Kohlrauschs Nachfolger Braun.

Nach den vorstehenden Ausführungen könnte der Eindruck erweckt werden, daß die Firma J. & A. Bosch die kommerzielle Seite ihres Unternehmens ihrer Liebhaberei für Versuche und wenig einträgliche wissenschaftliche Instrumente geopfert habe und so auf wirtschaftlichen Erfolg verzichtete. Der Weitblick der beiden Inhaber hatte

[1]) Dr. v. Recklinghausen, Unblutige Blutdruckmessungen, *Arch. f. exp. Pathologie u. Pharmakologie* **55.** *1906;* Neue Apparate zur Messung des arter. Blutdruckes, *Münchn. med. Wochenschr. 1913.*

aber dieser Einstellung von vornherein Rechnung getragen. Noch vor Gründung der Straßburger Firma hatte sich A. Bosch in Rathenow besondere, wertvolle Kenntnisse in der Brillenoptik angeeignet, so daß neben der mechanischen Werkstatt ein Optikerladen unterhalten werden konnte, den der Optikermeister J. Bosch leitete. Gewissenhafte Ausführung der ärztlichen Vorschriften war der oberste Geschäftsgrundsatz; der Erfolg ein ständig wachsender Umsatz.

Im Jahre 1893 wurden von der deutschen Regierung unter 30 Vertretern des Kunsthandwerks auch J. Bosch nach Chicago zur Weltausstellung entsandt. Von hier brachte er neben vielen wertvollen Anregungen auch die Erkenntnis mit nach Hause, daß die amerikanische Brillenoptik der europäischen überlegen sei. Dem Grundsatz folgend, daß für das Auge das Beste gerade gut genug sei, führte Bosch die amerikanische Brillenoptik ein, ein Schritt, der sich wirtschaftlich bald schon sehr erfolgreich auswirkte. Bald konnten die Boschs mit Befriedigung feststellen, daß die Spitzen der Straßburger Gesellschaft zu ihrem Kundenkreis gehörten. Auch auf diesem Gebiet suchten sie Fühlung zur Wissenschaft, die sie bald in den Beziehungen zu den damaligen Straßburger Ophthalmologen Landolt und Stilling fanden. Landolt schickte seine Patienten zu Bosch, da er wußte, daß seine Vorschriften dort mit größter Sorgfalt und Sachlichkeit ausgeführt wurden.

Stilling beschäftigte sich mit der Konstruktion ophthalmologischer Instrumente, die er bei der Firma Bosch ausführen ließ.

Da das Schwergewicht der Tätigkeit von J. & A. Bosch auf dem Gebiet der geo- und aerophysikalischen Instrumente lag, so mußte dieser Umstand die Entwicklungsmöglichkeiten des Unternehmens in ausschlaggebender Weise beeinflussen, d. h. die obere Grenze festlegen. Ein mittlerer Umfang des Betriebes entsprach dem Weltmarkt und seinem Bedarf an Erzeugnissen auf diesen Gebieten. Man kann wohl sagen, daß die Firma J. & A. Bosch den Weltmarkt übersah und auch beherrschte. Dazu trug wesentlich das Verständnis der Inhaber für eine wirkungsvolle, aber rein sachliche Werbetätigkeit bei. Die Boschschen Kataloge, meist dreisprachig, zeichneten sich durch gute Illustrationen und klare Beschreibungen der abgebildeten Instrumente aus. Der Fachmann, dem diese Vorzüge nicht entgehen konnten, legte die Bosch-Kataloge nicht ungelesen aus der Hand.

Den wirtschaftlichen Höhepunkt erreichte das Unternehmen während des Krieges, als es in größerem Umfange für das deutsche Heer Höhenmesser und Höhenschreiber, hauptsächlich aber meteorologische und aerologische Instrumente für den Heereswetterdienst, Meteorographen, Theodoliten und Spezialgeräte, zu liefern hatte. Dieser Höhepunkt war aber zugleich der Wendepunkt. Der Ausgang des Krieges entzog der deutschen Firma J. & A. Bosch in Straßburg die Grundlage für ein Weiterbestehen. Sie fiel der Liquidation zum Opfer, die Inhaber mußten das Land verlassen. Das Ende dieser um die Wissenschaft so verdienten, von ihr in jeder Weise anerkannten Firma war besiegelt. In der Zwischenzeit ist es J. Bosch trotz vieler Schwierigkeiten gelungen, in Hechingen (Süddeutschland) eine neue feinmechanische Werkstatt zu gründen, deren baldige Verlegung nach Freiburg i. Br. geplant ist. Im Vertrauen auf die in Straßburg geschaffene Tradition, deren Pflege sich die neue Firma Bosch & Bosch besonders angelegen sein läßt, kann der Erfolg nicht ausbleiben und ist er nur zu wünschen. Der Straßburger Teilhaber A. Bosch hat den harten Schlag der Vernichtung seines Lebenswerkes nicht lange überdauert. 1924 ist er gestorben. Seine bedeutendste Konstruktion ist eine Teilmaschine mit automatischem Reißerwerk, über die aber nichts veröffentlicht worden ist.

Der vorliegende Beitrag zur Geschichte der deutschen Feinmechanik will nur historisch gelten, er bedarf daher keiner besonderen Rechtfertigung.

Es ist eine Ehrenpflicht, die Verdienste der Firma J. & A. Bosch vor dem Vergessenwerden zu bewahren, um so mehr, als ihren Gründern und Inhabern, den beiden Meistern der feinmechanischen Kunst, die Anerkennung der Wissenschaft, das Gefühl ihr verbunden zu sein und das Bewußtsein ihr zu dienen, eine wesentliche Lebensbedingung war und stets blieb.

Bemerkungen zu der Abhandlung von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graphische Bestimmung des Minimums der prismatischen Dispersion.

Von

Prof. Dr. **H. Opitz** in Berlin.

Bei Eröffnung der letzten Naturforscher-Versammlung in Düsseldorf wurde das Gedächtnis an den Todestag eines Mannes gefeiert, der durch seinen genialen Scharfblick die messende Optik in Bahnen geleitet hat, die zu ungeahnten Höhen geführt haben. Joseph von Fraunhofer (6. März 1787 bis 7. Juni 1826) ist es gewesen, der — wie Hermann von Helmholtz schon 1887 in der Ansprache bei der Gedenkfeier im Berliner Rathause an Fraunhofers Geburtstag hervorhob — durch die nach ihm benannten Linien im Spektrum des von der Sonne ausgegangenen Lichtes uns feste Merkzeichen in dem Farbenfelde von solcher Feinheit gegeben hat, daß die allerschärfsten Messungen der Brechungsverhältnisse des Glases, aus dem ein Prisma bestand, gemacht werden konnten.

Durch die Entdeckung der Spektrallinien ist es erst ermöglicht worden, die Begriffe totale und partielle Dispersion scharf zu definieren. Wenn man dadurch zwar nicht in die Lage gekommen ist, eine Beziehung zwischen dem Verhältnis der partiellen und totalen Dispersionen der verschiedenen Substanzen zu erkennen, so konnte dies doch für die partiellen Dispersionen bei einem und demselben Körper geschehen. Und dabei hat sich insbesondere gezeigt, daß der Quotient aus zwei partiellen Dispersionen von dem Einfallswinkel abhängig, also eine Funktion dieses Einfallswinkels ist.

Zur Bestätigung dieser Tatsache habe ich ein Beispiel durchgerechnet, dessen Ergebnisse ich hier anführen will.

Sei φ der brechende Winkel eines Prismas aus schwerem Flintglase, ε der Einfallswinkel und n der Brechungsexponent des Glases. Die partielle Dispersion $D\overset{n_2}{\underset{n_1}{}}(\varepsilon)$ wird dann folgendermaßen dargestellt[1]):

$$D\overset{n_2}{\underset{n_1}{}}(\varepsilon) = \int_{n_1}^{n_2} \frac{n \sin \varphi}{\Delta \Delta_1} \, dn = \arcsin \nu_1 - \arcsin \nu_2 ,$$

wobei

$$\Delta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}, \quad \Delta_1 = \sqrt{1 - (\sin \varepsilon \cos \varphi - \Delta \cdot \sin \varphi)^2}, \quad \nu = \sin \varepsilon \cos \varphi - \Delta \cdot \sin \varphi .$$

Beispiel:

$\varphi = 30^0$, $\varepsilon = 30^0$ und 40^0; $n_B = 1{,}769\,702$, $n_E = 1{,}785\,254$, $n_H = 1{,}818\,597$.

---

[1]) Elster-Geitel, Festschrift, Braunschweig 1915, S. 307—312. — Ich benutze hier meine Bezeichnung, obwohl Seiffert zu den vorhandenen noch eine neue eingeführt hat.

1. $\overset{H}{\underset{E}{D}}(30^0) = 1^0 5' 47''$ $\quad$ $\overset{E}{\underset{B}{D}}(30^0) = 0^0 30' 42''$

$$\overset{H}{\underset{E}{D}}(30^0) : \overset{E}{\underset{B}{D}}(30^0) = 2{,}144$$

2. $\overset{H}{\underset{E}{D}}(40^0) = 1^0 4' 0''$ $\quad$ $\overset{E}{\underset{B}{D}}(40^0) = 0^0 29' 48''$

$$\overset{H}{\underset{E}{D}}(40^0) : \overset{E}{\underset{B}{D}}(40^0) = 2{,}150.$$

und

Die Verhältnisse der partiellen Dispersionen sind also für verschiedene Einfallswinkel nicht dieselben, woraus man den Schluß ziehen kann, daß die Minima der partiellen Dispersionen nicht für denselben Einfallswinkel eintreten.

Derartige Bestimmungen für die Dispersionsminima liegen aber bereits vor. Block hat schon 1873 aus dem Umstande, daß das Minimum der Dispersion nicht für alle Farben zugleich eintritt, geschlossen[1]), „daß die Annahme, die relative Lage der Linien im Spektrum ändere sich bei einer Änderung der Einfallsneigung für alle Linien in demselben Verhältnisse, falsch sei". Und er fährt fort: „Wenn nämlich für die grünen Strahlen das Minimum der Dispersien eintritt, fängt die Dispersion der roten Strahlen schon an größer zu werden, während die Dispersion der violetten Strahlen noch abnimmt." Wir haben also hier ganz ähnliche Verhältnisse wie bei dem Minimum der Ablenkung, von dem Seiffert richtig bemerkt, daß der symmetrische Durchgang für jede Lichtsorte einen anderen Einfallswinkel ergibt. Und die Frage nach dem etwaigen Zusammenfallen der kleinsten Ablenkung mit der kleinsten Dispersion ist hiernach, in richtigem Sinne aufgefaßt, wohl berechtigt. Wenn es ferner für Seiffert die Frage nach dem Minimum der Dispersion „für violette Strahlen", von dem Erfle im Anschluß an Block spricht, nicht gibt, so steht dem die Tatsache entgegen, daß die Fraunhofersche Linie G, nach Helmholtz die Grenze des Indigo und Violett, und die Linie H, die Grenze des Violett, in den Wellenlängen die Differenz $430{,}825 - 396{,}879 = 33{,}946\ \mu\mu$ haben[2]). Es folgt also:

Von einem Minimum der **Totaldispersion**, welches Seiffert allein gelten lassen will, kann füglich nicht geredet werden.

Ebenso verhält es sich mit dem kritischen Prismenwinkel andererseits, den Seiffert genau zu berechnen sich bemüht hat.

Diese Größe soll hier nach der Formel[3])

$$\operatorname{tg} \bar{\varphi} = \sqrt{n^2 - 1} \cdot \frac{4 - n^2 + \sqrt{n^4 + 4}}{2(2n^2 - 3)}$$

berechnet werden, indem für n der Wert 1,7942, d. i. der Durchschnittswert der beiden von Seiffert benutzten Brechungsexponenten, nämlich $n_1 = 1{,}7697$ und $n_2 = 1{,}8186$, angenommen wird. Mit Hilfe einer Tafel der Quadratzahlen lassen sich die Potenzen von n und auch die Wurzeln der Formel leicht finden, so daß man nach ganz kurzer Rechnung $\bar{\varphi} = 44^0 43' 5''$ erhält, d. i. ein Wert, der sich von dem Seiffertschen $44^0 43' 12''$ so wenig unterscheidet, daß es für die Praxis ohne Belang ist, abgesehen immer davon, daß Seiffert die irrtümliche Auffassung von dem Minimum der Totaldispersion hat. In der Praxis kann es außerdem aber auch vorkommen, daß der Glasfluß von bestimmten Eigenschaften erst hergestellt werden soll, d. h. bei gegebenem $\bar{\varphi}$ z. B. soll n ermittelt werden. Das ließe sich dann am besten an der Hand einer graphischen Darstellung machen, welche $\bar{\varphi}$ als Funktion von n

[1]) Dorpater Dissertation, S. 40 ff. [2]) Physiologische Optik. 2. Aufl. S. 287.

[3]) *Zeitschr. f. Phys.* **10.** *S. 247.* — Seiffert gibt zwei Beispiele: für Flintglas Nr. 1 (Fraunhofer) und für Guinandsches Flintglas.

oder n^2 gibt[1]); denn die Gleichung ist vom 6. Grade für n^2. Die Seiffertsche Methode würde hier versagen.

Nach diesen Ausführungen ist es ganz klar, daß die Seiffertsche Kritik des von mir und später von Erfle eingeschlagenen Verfahrens verfehlt ist. Mir erscheint es noch weiterhin zweckmäßig zu sein, für die allgemeinen Erörterungen die Zerstreuungsfunktion und ihre Ableitung nach dem Einfallswinkel allein zu betrachten, weil eben für die Variation der Dispersion zu setzen ist:

$$\delta \int_{(n)} \pi(\varepsilon; \varphi, n)\, dn = \int_{(n)} \delta\, \pi(\varepsilon; \varphi, n)\, dn,$$

wegen der Unabhängigkeit der Integrationsgrenzen von ε. Wenn also Seiffert tadelt, daß die Integration bei den weiteren Untersuchungen ganz in Vergessenheit geraten sei und dadurch die Grenzen für die Dispersion fortgefallen seien, so ist im Gegenteil letzteres mit vollem Bewußtsein der vorliegenden Tatsachen geschehen, wie aus früheren Diskussionen zwischen Erfle und mir zu ersehen ist[2]). —

Es erübrigt sich eigentlich, auf Prioritätsfragen hier noch näher einzugehen, da die in Frage kommenden Schriften von mir zusammengestellt sind[3]) und jedermann sich ein Urteil selbst bilden kann. Aber in einer Beziehung möchte ich hier für den leider viel zu früh verstorbenon H. Erfle eintreten, der in solchen Fragen sehr empfindlich war. Die dritte Abbildung Seifferts ist nicht neu, sondern findet sich bei Erfle in seiner polemischen Schrift „Zur geometrischen Optik der prismatischen Dispersion“[4]). Man könnte sogar vermuten, daß Erfle den von Seiffert neu aufgestellten „Personalbogen“ besessen habe.

Aus dieser letzten den Gegenstand behandelnden Schrift Erfles ist nicht ersichtlich, wie er sich nach meiner Entgegnung[2]) schließlich zu den strittigen Fragen gestellt hat. Auch seine Bearbeitung der „Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach Abbe von Siegfried Czapski“ läßt jede Angabe darüber merkwürdigerweise vermissen, obwohl meine beiden bereits im Jahre 1915 erschienenen Schriften offenbar die Anregung zu der in dieser Zeitschrift im Jahre 1919 veröffentlichten größeren Abhandlung gegeben haben. Aus einer Postkarte vom 22. Januar 1923, also kurz vor seinem am 8. April 1923 erfolgten Tode, geht aber hervor, daß Erfle keine sachlichen Einwände mehr zu machen gehabt hat. Es sei mir gestattet, diese letzte Äußerung an dieser Stelle zu veröffentlichen, wo im Jahre 1919 die Diskussion begonnen hatte. Sie lautet wörtlich:

Jena, 22/1. 1923.

„Sehr geehrter Herr Professor!

Ich habe Ihre neueste Arbeit zwar schon einmal flüchtig gelesen, darf Sie aber vielleicht noch um einen Sonderdruck bitten. Zwei Sonderdrucke folgen gesondert als Drucksache. Auf das überflüssige Integral werde ich wohl nochmals mindestens brieflich zurückkommen müssen.

Mit hochachtungsvollen Grüßen

Ihr sehr ergebener

H. Erfle.“

Bei dem genannten Integral handelt es sich lediglich um eine Formensache, prinzipielle Gegengründe hat also Erfle nicht mehr vorzubringen gehabt.

Berlin, im Mai 1927.

---

[1]) Erfle, *diese Zeitschr.* **39.** *S. 301. 1919* und Opitz, *Zeitschr. f. Phys.* **10.** *S. 246.*

[2]) z. B. *Zeitschr. f. Phys.* **12.** *S. 311.*

[3]) *Zeitschr. f. Phys.* **12.** *S. 304.*

[4]) *Zeitschr. f. Phys.* **11.** *S. 68.*

Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion

von

C. Pulfrich in Jena.

Unter der gleichen Überschrift hat vor kurzem Herr Dr. Rob. Richter in *dieser Zeitschr. 47. S. 357—359. 1927* darauf aufmerksam gemacht, daß man bei Anwendung der Methode des streifenden Lichteinfalls durch Einführung einer gerade abgeschnittenen und der Prismenfläche parallel gerichteten Blende ein reines Linienspektrum erzeugen kann und daß insonderheit bei Beleuchtung mit dem Lichte der Natriumflamme die beiden D-Linien hierbei als zwei feine helle Linien sichtbar werden.

Es wird die Leser dieser Z. vielleicht interessieren zu erfahren, daß ich genau das gleiche Verfahren schon vor 30 Jahren, und zwar in der Zeiss-Druckschrift Meß 118 S. 7 der Gebrauchsanweisung zu dem von mir konstruierten, auf die Methode des streifenden Eintritts gegründeten Refraktometer beschrieben habe. Es heißt dort in dem Abschnitt über die Lage und das Aussehen der Grenzlinien:

„Bei der Beurteilung des Aussehens der Grenzlinie für Natriumlicht ist zu berücksichtigen, daß dieses Licht aus zwei verschiedenen Lichtarten besteht, und daß also stets zwei, sehr nahe zusammenliegende Grenzlinien vorhanden sind, die aber für gewöhnlich den Eindruck einer einzigen und genügend scharf markierten Grenzlinie hervorrufen. Doch gibt es auch Fälle — es sind diejenigen, wo die Grenzlinien für die verschiedenen Farben sehr weit auseinanderliegen (z. B. bei Flußpat, schwach dispergierenden Gläsern, Wasser usw.), in denen sich die Duplizität der Grenze für Natriumlicht durch eine eigentümliche, durch nichts zu beseitigende Trübung bemerkbar macht."

„Man kann in solchen Fällen die beiden Grenzlinien sehen, wenn man einen Schirm, der an seinem unteren Ende gerade abgeschnitten ist, von oben her in den Strahlenkegel zwischen dem Beleuchtungsprisma und dem Refraktometerprisma, nahe dem ersteren einschiebt und besonders darauf achtet, daß der untere Rand des Schirmes der oberen Prismenfläche genau parallel gehalten wird. Der gelbe Farbenstreifen zieht sich hierbei auf zwei feine Linien zusammen, die denselben Anblick gewähren, wie die bekannte Doppellinie des Natriumlichtes in stärkeren Spektralapparaten."

„Auch den Farbenstreifen für Wasserstofflicht kann durch Einschieben der Klappblende am Kondensor das Aussehen eines Linienspektrums gegeben werden. Verwendet man statt der Klappblende mit gezahntem Rande eine solche mit gerade abgeschnittenem Rande, so treten alle Spektrallinien wie bei einem gewöhnlichen Spektroskop in größter Schärfe hervor. Diese Anordnung ermöglicht somit die Verwendung des Refraktometers auch zu spektroskopischen Studien."

Die gleichen Sätze finden sich auch in Meß 159, S. 11, dem 1908 ausgegebenen Neudruck der Gebrauchsanweisung zum Refraktometer. Beide Druckschriften sind offenbar Herrn Richter nicht zu Gesicht gekommen. In der stark gekürzten jetzigen Auflage der Gebrauchsanweisung stehen die obigen Sätze nicht mehr.

Jena, im Juli 1927.

Carl Pulfrich †

Während der Drucklegung dieses Heftes traf uns die Trauerbotschaft von dem tragischen Tode Pulfrichs: er ertrank am 12. August während eines Erholungsaufenthaltes am Timmendorfer Strand.
Unsere Zeitschrift verliert in diesem bahnbrechenden Förderer der wissenschaftlichen Technik, dessen Lebenswerk noch besonders gewürdigt werden wird, einen seiner ältesten und eifrigsten Mitarbeiter.
Wir werden seiner in Treue und Dankbarkeit gedenken.

Kuratorium, Schriftleitung und Verlag der Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Referate.

Rasches Prüfverfahren für Laboratorium-Gewichtssätze.

Von A. T. Pienkowsky. *(Short tests for sets of laboratory weights.) Scientif. papers of the Bureau of Standards Nr. 527.*

An Anweisungen zu Prüfungen von vollständigen Gewichtssätzen für solche, die in physikalischen Wägungen und den dabei notwendigen Rechnungen keine Übung haben, ist eigentlich kein Mangel. Der Physiker wird sie meistenteils entbehren können, da es ihm geläufig ist, wie man einen Gewichtssatz in sich ausgleichen kann. Der Chemiker wird eine solche Anweisung mit Nutzen nur dann anwenden können, wenn sie auf die gerade vorliegende Stückelung des Satzes paßt. Er wird daher die hier beschriebene, trotzdem sie sehr eingehend und einfach dargestellt ist, kaum anwenden können, da sie für einen in Deutschland ganz ungebräuchlichen Typus von Gewichtssätzen bestimmt ist, nämlich für einen solchen in der Abstufung:

100 g	50 g	5 g	500 mg	50 mg	5 mg
	20	2	200	20	2
	10	2	100	10	2
	10	1	100	10	1

Dieser Wechsel in den Gruppen (5, 2, 2, 1) bzw. (5, 2, 1, 1) erscheint nicht sehr praktisch. Das Verfahren selbst bietet nichts Neues. Es wird in zwei Formen sehr eingehend mit Rechnungsbeispielen geschildert, das eine, ganz einfache, nur die notwendige Zahl von Wägungen enthaltend, das zweite mit überschießenden Wägungen zu Kontrollzwecken. Die Umformung des Schemas auf eine andere Gewichtsgruppierung wird den weniger Geübten wohl solche Schwierigkeiten machen, daß sie darauf verzichten.

Block.

Über die Frage der Neigungsmessung im Flugbetrieb.

Von H. List, *V.D.I.-Zeitschr.* ***70.*** *S. 921—923. 1926.*

Da dem menschlichen Sinnesapparat die Fähigkeit abgeht, auf Neigungsänderungen im Flugzeug rasch anzusprechen, andererseits aber oft schon durch geringe Änderungen besonders der Quer-, aber auch der Längsneigung des Flugzeuges dessen Flugstabilität gefährdet werden kann, so hat sich die Meßgerätetechnik schon seit langem mit der Konstruktion von Neigungs- Meß- und Anzeigegeräten beschäftigt. Dabei stellte es sich bald heraus, daß allein die Anwendung des Kreiselprinzips Erfolg versprechen kann. Eine Kontrolle der Längsneigung des Flugzeuges ist auch bei

unsichtigem Wetter, d. h. wenn die Erdoberfläche als Bezugsebene für das Auge ausfällt, nicht schwierig. Der barometrische Höhenmesser zusammen mit dem Fahrtmesser lassen bei einiger Erfahrung rasche und sichere Schlüsse auf die momentane Längsneigung und ihre Änderung zu.

Schwieriger und verwickelter ist das Problem der Querneigungen. Normalerweise durften Querneigungen, wenn man von ihren durch Turbulenz der Luft, Konvektionsböen usw. erzeugten kurzen und unrhythmischen Änderungen absieht, nur bei dem Kurvenflug auftreten. Bei unsichtigem Wetter, Nebel usw., wenn der Erdboden als Bezugsebene ausfällt, versagt aber der menschliche Sinnesapparat. Die bei dem Kurvenflug auftretenden Beschleunigungen löschen das Gefühl für normale Fluglage vollständig aus.

Der Verfasser berichtet nun, ohne auf technische Einzelheiten weiter einzugehen, über neuzeitliche Kreiselneigungsmeßgeräte, die sich bei zahlreichen von den Junkerswerken in Dessau unternommenen Versuchsflügen bewährt haben.

Verf. unterscheidet drei Gruppen von Kreiselneigungsmessern:

1. Kreiselpendel.

Ein Kreisel mit senkrecht orientierter Achse, kardanisch so aufgehängt, daß der Schwerpunkt tiefer liegt als die Unterstützungspunkte, behält, obgleich er den beschleunigenden Kräften, Fliehkräften usw. nicht restlos entzogen ist, bei 20000 Uml./Min. praktisch seine Drehebene bei. Er reagiert nur träge auf kurz einwirkende Beschleunigungen. Diese können ihm bei seiner hohen Eigenperiode von ca. 20 Min. (Kreiselhorizont von Anschütz-Kiel) nicht beeinträchtigen. Die Anzeige des Instruments kommt dadurch sehr sinnfällig zustande, daß ein in Wirklichkeit festes, fest gegen das Flugzeug orientiertes Flugzeugbild — Aufriß, quer — gegenüber dem durch den Kreisel horizontal gehaltenen Horizontstrich in einem Glasfenster sich neigt.

2. Steuerkreisel.

Dieses Instrument soll die Geschwindigkeit der Kursabweichung, d. h. die Neigung der dieser Geschwindigkeit entsprechenden Kurve anzeigen. Die Kreiselachse liegt wagerecht und unter 90° gegen die Flugzeuglängsachse geneigt. Die durch Feder gebremste Achse kann sich um die Längsachse des Flugzeuges drehen. Erfolgt bei normaler Kreiseldrehzahl eine Kursänderung, so neigt sich die Kreiselachse gegenüber der horizontalen in Nullstellung. Es ist nur eine Frage der Dimensionierung des Kreisels, daß der Winkel zwischen Kreiselachse und Wagrechter dem Neigungswinkel des Flugzeuges in der Kurve entspricht. Bei annormal geflogenen Kurven reichen die Angaben des Instruments über die tatsächlichen Neigungen nicht aus. Unter diese Kategorie gehört der Drechslersche Steuerkreisel, der Ende des Krieges noch Anwendung fand ,und anscheinend das neue nicht näher beschriebene, von den Askania-Werken entwickelte luftangetriebene Kreiselneigungsmeßgerät.

3. Gyrorektor von Rosenbaum.

Dieser Typ ähnelt in der Konstruktion dem Steuerkreisel. Die wagerechte Lage der Kreiselachse wird durch besonderen Stützmotor aufrechterhalten, der durch kleinste Ausschläge des Kreisels selbst über ein Relais gesteuert wird.

Verbunden mit einem gedämpften Pendel zeigen diese Meßgeräte auch annormale schräge Fluglage, das sogenannte „Hängen“ und „Schieben“ in der Kurve an, und sind zum Teil dementsprechend vervollständigt worden.

Im praktischen Flugbetrieb haben sich die drei Typen gut bewährt. Es darf aber nicht verkannt werden, daß die wichtigste Anforderung, die an jedes im Flugzeug zur Verwendung gelangende und für die Führung derselben unentbehrliche Instrument gestellt werden muß, die eindeutige sinnfällige Anzeige zweifellos noch Verbesserungen verträgt und erheischt. Ein Flugzeuginstrument, das vom Führer noch Gedankenarbeit verlangt, ist im Ernstfalle, wenn die Führung ausschließlich nach Instrumenten arbeiten muß, eine unbefriedigende Hilfe.

W. Keil.

Apparat zur Bestimmung der Böigkeit des Windes.

Von J. Pirscher. *Wiener Sitzungsber. Abt. IIa.* **135.** *S. 417—420. 1926.*

Die neuere Windforschung hat sich, seit es Geräte gibt, die die Augenblickswerte des Windes registrieren, eingehend mit der Untersuchung der Windstruktur befaßt, die noch keineswegs als abgeschlossen betrachtet werden kann. Insbesondere bereiten auch instrumentelle Fragen noch Schwierigkeiten, denn auch die Aufzeichnungen von Geräten nach Art des Dines-Anemographen geben noch kein für sämtliche Forschungsziele brauchbares Beobachtungsmaterial. Dem Bedürfnis nach Vervollkommnung dieses Instruments sind die Anordnungen entsprungen, die der Verfasser an dem Dines-Apparat angebracht hat. Bei dem von Dines angegebenen Gerät überträgt ein Staurohr den Winddruck in das Innere eines glockenartigen Schwimmers, der in einem zylindrischen Gefäß auf einer Flüssigkeit schwimmt und an seiner oberen Seite eine Schreibfeder trägt, die den durch die Luftströmung erzeugten Druckschwankungen mit entsprechenden Bewegungen des Schwimmers in der Vertikalen folgend auf einer Registriertrommel einen Kurvenzug schreibt. Von Dämpfungen, die das Gerät bedingt, abgesehen, gibt der erhaltene Kurvenzug ein Bild von den Windverhältnissen, insbesondere von den oberhalb eines niedrigliegenden Schwellenwertes starken und häufigen Schwankungen der Windstärke, die summiert, streng genommen integriert die mittlere Windgeschwindigkeit ergeben.

Der Verfasser stellt die Aufgabe: Die Phasen der Windstärkezunahme jeder einzelnen Schwankung, d. h. jedes Windstoßes, der sich am Dines-Anemographen als Kurvenanstieg aufzeichnet, automatisch auf derselben Registriertrommel zu summieren bei gleichzeitiger Unterdrückung der jeweilig folgenden Windstärkeabnahme.

Des weiteren will er die Zahl dieser Kurvenanstiege, gleichfalls auf derselben Trommel, aber unabhängig von den anderen Größen aufzeichnen.

Das erste Ziel erreicht er mit folgend kurz zu skizzierender Anordnung:

Auf der Deckplatte des Schwimmergefäßes des Dines-Apparates wird eine Säule befestigt. In einer Durchbohrung dieser ist eine Achse drehbar, auf der um die Achse drehbar ein am Bogenrande genuteter Kreissektor aus Aluminium vorgesehen ist. In der Nut des Sektors liegt ein am unteren Sektorende befestigter Draht, dessen oberes Ende an eine Verlängerung des auf dem Schwimmer des Dines-Apparates angebrachten Federträgers befestigt ist. Diese Verbindung bewirkt, daß der Sektor den auf- und abwärtsgehenden Bewegungen der Feder genau folgt. Auf die Achse fest aufgesetzt ist ein Rad mit feiner Sperrverzahnung, in die zwei am Sektor befestigte Sperrklinken eingreifen, daß sie das Rad bei jeder Hebung des Sektors, d. h. bei Ansteigen der Schreibfeder, m. a. W. beim Ansteigen der Windstärke um den Winkel, der der Sektorhebung entspricht, drehen. Eine entgegengesetzte Drehung des Rades beim Zurückgehen des Sektors entsprechend dem Absteigen der Schreibfeder verhindern zwei an der Säule befestigte Klinken. Die verlängerte, als Trieb ausgebildete Radachse greift in ein Zahnrad, auf dessen Achse eine Schnecke sitzt. Auf dieser gleitet ein Stift, der den Schreibhebel führt. Die Schreibfeder am Ende des Hebels schreibt auf derselben Trommel wie die Feder des Dines-Apparates selbst, wird aber nur dann verstellt, wenn die Windstärke ansteigt. Man erhält einen Kurvenzug, der aus einzelnen ansteigenden Stücken besteht, denn der Abfall des Führungstiftes vom höchsten zum tiefsten Punkt der Schnecke bedingt eine Unterteilung, die von der Dimensionierung der Schnecke, des Schreibhebels und des Getriebes abhängt. Bei Windstille und laminarer Luftströmung erhält man horizontalverlaufende Kurven, deren Sinn nicht definiert ist, auch nicht eindeutig bestimmt ist. Die ansteigenden Kurvenzüge summieren jedoch die mittlere Schwankungshöhe der Windstärken, einer Größe, die zur Charakterisierung der Struktur des Windes wesentlich beiträgt.

Eine Registrierung des mittleren Windweges erreicht O. Steffens an seinem dem Dines-Apparat ähnlichen Anemographen Steffens-Hedde-Universal dadurch, daß er ein Schalenkreuz vorsieht, das über mechanische Zwischenglieder eine Schreibfeder verstellt, die ebenfalls auf demselben Vordruck schreibt, auf dem der Augenblickswind registriert wird. Die zweite Aufgabe löst der Verfasser auf folgende Weise:

Auf der eingangs erwähnten, nach vorn über den Sektor hinaus verlängerten Achse drehbar

ist ein durch Federdruck sich mit leichter Reibung an den Sektor anlegender Hebel angeordnet. Dieser macht die Sektorbewegung mit, ist aber in seinem Hub durch zwei einstellbare Anschläge begrenzt. Eine auf dem Hebel befestigte Feder legt sich dann, wenn der Sektor ansteigt, der Hebel also im Drehsinne des Sektoranstieges folgt, gegen einen Kontakt, wodurch ein Strom geschlossen wird. Im Stromkreis liegt ein Elektromagnet, dessen Anker angezogen wird und dann ein Zahnrad um einen Zahn vorwärts bewegt. Dieses Zahnrad überträgt, wie oben beschrieben, seine Bewegung ebenfalls auf eine Schnecke, auf der wiederum der Führungsstift eines, des dritten, Schreibhebels gleitet. Die Schreibfeder wird nur durch den Kontakt, nicht durch seine Dauer in ihrer Stellung verändert. Jedem Windstärkeanstieg entspricht bei der getroffenen Anordnung demnach ein Kontakt, und die aufsteigenden Stücke der gestuften Registrierkurve, bezogen auf die Dauer der Beobachtungszeit der Gesamtzahl der Windstärke in dieser Zeit. Bei geeigneter Dimensionierung kann man aus der Registrierbreite unmittelbar die Zahl der Windstärkeanstiege aus dem Vordruck entnehmen. Die beschriebenen Einrichtungen erscheinen recht geeignet, die Erforschung und das Studium der Windstruktur zu fördern. *W. Keil.*

Methoden zur Erregung und Eichung von Stimmgabeln.

(Methods for exciting and for calibrating tuning forks.)

Von E. Klein und G. F. Rouse. *Journ. Opt. Soc. of Am.* **14.** *S. 263—286. 1927.*

Die Verfasser haben sich sehr eingehend mit diesem Thema befaßt und legen als Ergebnis ihrer Studien eine Arbeit vor, in der sie sehr wertvolle Erfahrungen mitteilen, die sie durch neue eigene Versuche und bei der Wiederholung und Überprüfung älterer, in einer sehr verstreuten Literatur veröffentlichter gewonnen haben. Die Arbeit kann das Verdienst in Anspruch nehmen, eine empfindliche Lücke in der Literatur zu füllen, insbesondere deshalb, weil die Stimmgabel als Meß- und Regelorgan sich nicht nur im Laboratorium ein immer größeres Feld erobert hat und noch erobern wird. Ein ausführlicheres Referat ist an dieser Stelle um so mehr am Platze, als die deutsche wissenschaftliche Literatur eine ähnliche, auch zeitgemäße Anwendungsverfahren für Stimmgabeln berücksichtigende und umfassende Darstellung noch nicht kennt.

Die Verfasser behandeln zunächst die Gabeltypen und Erregungsarten, ohne allerdings über den ersteren Gegenstand sich länger auszulassen. Sehr zu beachten ist jedoch ihre Meinung über Gabeln aus Elinvar. Wegen der unverhältnismäßig hohen Bearbeitungsschwierigkeiten rechtfertige sich die Anwendung dieses teueren Materials, ebenso wie die von Quarz nur in Ausnahmefällen, um so mehr, als auch der Einfluß der Amplitude auf die Frequenz größer ist als bei gewöhnlichem Stahl als Stimmgabelmaterial. Ihre Erfahrungen, die in mancher Hinsicht auch für Stimmgabeln aus Elinvar gelten, wurden hauptsächlich mit gewöhnlichen Stahlgabeln erlangt. Stimmgabeln arbeiten am genausten und gleichmäßigsten, wenn die Zinken symmetrisch geformt sind, horizontal schwingen und, was das Wichtigste ist, wenn die Gabel auf einer massiven schweren Unterlage befestigt ist.

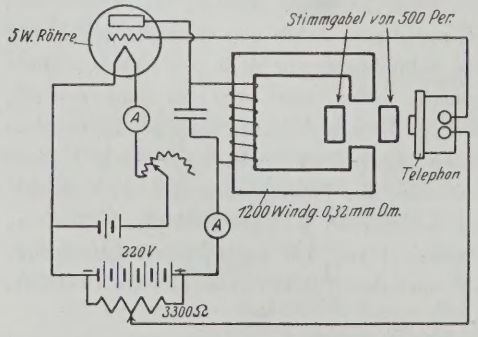


Abb. 1.

Vier Methoden unterscheiden die Verfasser, eine Stimmgabel in Schwingungen zu erhalten.

Die erste ist die der bekannten selbstunterbrechenden elektromagnetischen Stimmgabel, dann die der elektromagnetischen Stimmgabel ohne Selbstunterbrechung, angetrieben durch periodische Gleichstromstöße oder Wechselstrom, wobei die Unterbrechung des Gleichstroms selbst wieder durch eine Gabel der ersten Art besorgt werden kann. Hierbei ist aber das Frequenzverhältnis zwischen Unterbrechergabel und angetriebener eine Quelle für Störungen. Benutzt man eine Dreielektrodenröhre als Relais, so gelangt man zu einer überlegenen Methode des Stimmgabelantriebs. Die Vorteile sind sehr bedeutende: die schwingende Gabel bleibt frei von jedem mechanisch mit ihr verbundenen Kontaktstück. Schwierigkeiten, die für hohe Frequenzen bei gewöhnlichem elektro-

magnetischen Antrieb auftreten, bestehen nicht. Die Konstanz der Erregung läßt sich weitgehend aufrechthalten. Eine Mehrzahl von Gabeln gleicher Frequenz läßt sich mit großer Zuverlässigkeit betreiben. Nach der in Abb. 1 gegebenen Schaltung hat Eckhard eine Gabel von 500, haben die Verfasser eine solche von 384 Perioden betrieben. Das Charakteristische der Schaltung ist die Steuerung des Betriebs-(Anoden-)stroms durch die magnetische Rückwirkung. Über die beste Lage des Antriebs- und Steuermagneten zur Gabel gehen die Ansichten auseinander. Die Verfasser geben der experimentellen Bestimmung im Einzelfalle den Vorzug. Die nach dem Schema (Abb. 1) betriebene Gabel hat den einen Nachteil, daß sie nicht selbst anschwingt, wenn der Anodenstrom eingeschaltet wird. Diesen Mißstand behebt Dye in einer Anordnung, die die Abb. 2 im Schema wiedergibt. Wesentlich ist hier die Verwendung eines polarisierten Magneten zum Antrieb. Eine sehr einfache Schaltung für den Betrieb einer Stimmgabel über ein Elektronenrelais hat N. E. Bonn angegeben. Abb. 3 zeigt das sehr einfache Schema. Mehr, als daß die abgestimmte Spule um einen lamellierten Kern gewickelt ist, wird leider nicht mitgeteilt. Butterworth und Hodgkinson haben den Elektronenrelaisantrieb einer Stimmgabel theoretisch studiert. Letzterer stellt dabei fest,

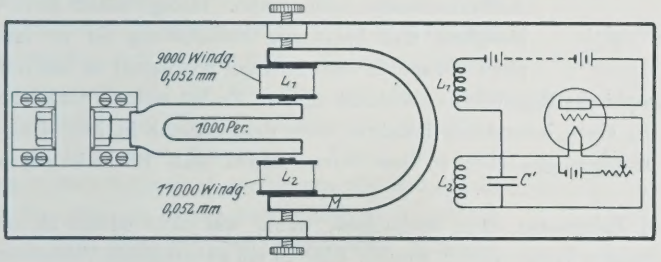


Abb. 2.

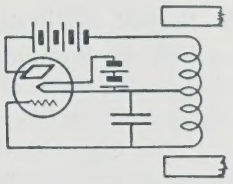


Abb. 3.

daß man bei Gabeln mit niedriger Frequenz (50 ~) zwischen die Elektroden und Spulen des Gabelmagneten vorteilhaft Transformatoren einschaltet. Pierce moduliert den Gitterstrom mit Hilfe eines Mikrophons, steuert also das Relais ohne jede elektromagnetische Rückwirkung.

Ganz eigene Wege beschritt Cady, der eine kleine Gabel mit Hilfe von Seignettesalzkristallen piëzoelektrisch betrieb. Da jedoch dies an sich interessante Verfahren nur für Gabeln mit Frequenzen über 1000 und vorübergehenden Betrieb in Betracht kommt, dazu aus verschiedenen Gründen hinsichtlich der Zuverlässigkeit dem Gabelantrieb mit Elektronenröhre unterlegen ist, braucht hier nicht näher darauf eingegangen zu werden.

Der Faktoren, die die Frequenz einer Stimmgabel beeinflussen, sind eine ganze Anzahl. An erster Stelle verdient die Amplitude Beachtung. Nach Dadourian und Wood bewirkt eine Zunahme der Amplitude bei den elektromagnetischen, selbst unterbrechenden Stimmgabeln, die durch Stromänderungen im Elektromagneten oder Lageänderungen der Polschuhe in bezug auf die Zinken bedingt wird, Frequenzverringerung. Neigen die Kontaktfedern zum Kleben, so kann man zunächst eine Frequenzverminderung mit zunehmender Amplitude, dann eine Frequenzsteigerung mit weiter zunehmender Amplitude feststellen. Wood und Ford haben Federformen angegeben, bei deren Anwendung dieser Mißstand nicht eintritt. Durch Änderungen im Gitter- oder Anodenkreis einer Gabel mit Dreielektrodenröhrenantrieb wird die Amplitude nur indirekt, insofern als die Frequenz beeinflußt wird, in Mitleidenschaft gezogen. Kleinere Amplituden scheinen am zweckmäßigsten zu sein.

Der Einfluß von Temperaturänderungen auf die Frequenz ist bekanntlich recht bedeutend. Nach verschiedenen Autoren gilt auch für die hier behandelten Stimmgabeln mit großer Annäherung der Koeffizient, der für die freischwingenden Gabeln zu $1{,}8 \times 10^{-4}$ Frequenzabnahme pro Grad Temperaturzunahme angenommen wird.

Die Dämpfung, die an sich ohne erheblichen Einfluß ist, wird zweckmäßig doch niedrig gehalten. Mit zunehmendem Gewicht der Unterlage wächst die Frequenz, daher empfiehlt sich von vornherein auch für transportable Präzisionsgabeln eine schwere starre Unterlage.

Wie schon oben erwähnt, ist es nicht gleichgültig, ob die Gabel in einer horizontalen oder vertikalen Ebene schwingt, da die Anziehung der Schwere von Einfluß auf die Frequenz ist.

Dye, Horton, Ricker und Marrison haben den Einfluß der Variation der Röhrenkonstanten untersucht. Sie finden, daß geringe Änderungen der Anodenspannung, des Heizstromes und der kapazitiven Nebenschlüsse zur Gitterspule nur von geringer Wirkung auf die Frequenz sind. Wichtig ist jedoch, daß für genaue Messungen ein etwa zu benutzendes polarisiertes Feld innerhalb von 1 Proz. konstant bleiben muß.

Anzeigegeräte zur Stimmgabeleichung sind verschiedene bekannt. Da die Schwebungsmethode bei niedrigen Schwingungszahlen Schwierigkeiten bietet und ungenau bleibt, werden hier jedoch auch allgemein zweckmäßiger optische Hilfsmittel benutzt. Prüfinstrumente mit ausgesprochener Eigenfrequenz des Meßorgans, wie das Vibrationsgalvanometer, das Saitengalvanometer, das Phonodeik u. a. sind zwar nur in begrenzten Bereichen der akustischen Frequenzreihe, in diesen aber sehr brauchbar. Über den ganzen Bereich gleichmäßig zuverlässig ist der Kathodenstrahlenoszillograph. Infolge seiner Zuverlässigkeit und bequemen Handhabung ist er fast allen bekannten Instrumenten überlegen; er hat nur den Nachteil, daß er sich für photographische Registrierung schlecht eignet. Es hat sich als praktisch erwiesen, das Frequenznormalgerät in einen besonderen induktiv nach dem Schema in Abb. 4 anzukoppelnden Kreis zu legen, die Koppelungen aber so lose vorzunehmen, daß Rückwirkungen möglichst unterdrückt werden.

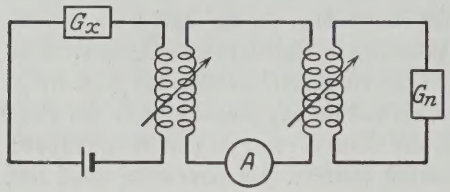


Abb. 4.
G_n = Normalgabel, G_x = zu untersuchende Gabel.

Die Schwebungen werden am Instrument dann beobachtet, wenn, was nicht anders zu erwarten, die Perioden der zu vergleichenden Kreise gleich werden oder in ein ganzzahliges Vielfaches voneinander übergehen. Weitergehende mitgeteilte Erfahrungen können hier im einzelnen nicht berücksichtigt werden.

Die Eichmethoden selbst reihen die Verfasser in zwei Klassen ein; sie unterscheiden Annäherungs- und strenge Verfahren. Während die ersteren eine Genauigkeit von 1 Proz. liefern, gestatten letztere mindestens eine solche von 0,01 Proz. und mehr.

In der ersten Kategorie zählt das phonische Rad in Verbindung mit einem Stroboskop, eine Anordnung, die leidlich genaue Werte gewährleistet, zu den bekanntesten Meßgeräten. Wird die Gabel mit Hilfe eines Elektronenrelais betrieben, so fordert die mechanische Ausführung des meist mit dem Stroboskop auf derselben Achse sitzenden phonischen Rades besondere Sorgfalt, im Hinblick auf die geringen Kräfte, die zum Antrieb zur Verfügung stehen. Ohne auf die Möglichkeiten, die als Ausführungsformen für ein Stroboskop in Frage kommen können, näher einzugehen, soll hier wenigstens die von den Verfassern in Verbindung mit einer der in Abb. 2 gegebenen sehr ähnlichen Schaltung benutzte Anordnung näher erläutert werden. Als Körper für das eigentliche phonische Rad dient eine dünne Alluminiumscheibe, auf die ein Stahlreifen aufgeschrumpft wurde. Den 20 in den Reifen geschnittenen Zähnen entsprechen 20 radiale Schlitze im Radkörper für die stroboskopischen Beobachtungen. Die gehärtete Stahlwelle des Rades läuft in Steinen. Zwei Kopftelephone ohne Membran werden nun so angeordnet, daß diametral entgegengesetzte Zähne des Radreifens gleichzeitig zwischen den polarisierten Magneten der Telephone durchgehen. Auf Geschwindigkeit aufgelaufen — man kann dazu auch einen tangential anblasenden Preßluftstrom zu Hilfe nehmen — kann das Rad ohne Unterbrechung mehrere Stunden in Betrieb gehalten werden. Die zu eichende Gabel wird auf die dem Beobachter abgewandte Radseite gebracht und eine Zinke oder ein an ihr angebrachter Stab durch die Schlitze beobachtet.

Mit Hilfe eines Präzisionsgalvanometers und eines Normalkondensators kann man nach einer Methode, die ursprünglich zur Kapazitätsmessung entwickelt wurde, die Eichung von selbstunterbrechenden Stimmgabeln vornehmen und dabei bei einiger Sorgfalt mehr als 1 Proz. Genauigkeit erreichen.

Weiter sind Resonanz und Nullmethoden entwickelt worden. Hier stellt ein fein regulierbarer Kommutator, dessen Rotationsgeschwindigkeit kontrollierbar ist, das wichtigste Organ dar. Dazu läßt sich die in Abb. 4 gegebene Schaltung anwenden. An Stelle des Kommutators kann die ein-

fachste Wechselstomquelle, die schwingende Elektronenröhre treten. Dies Problem hat besonders Horton bei der Western Electric Company studiert. Gunn hat eine Anordnung beschrieben, bei der die Frequenzänderungen, wenn die der Anodenspannung um 50 Proz. betrugen, weniger als 0,1 Proz., wenn die Heizstromänderungen 43 Proz. betrugen, 0,3 Proz. ausmachten.

Piëzoelektrische Oszillatoren hat Pierce zur Eichung von Stimmgabeln benutzt und verschiedene Methoden ausprobiert.

Dabei wird die piëzoelektrische Quarzplatte entweder zwischen Gitter und Heizkathode oder zwischen Gitter und Anode gelegt. Mit Rücksicht auf die hohe Eigenfrequenz der Quarzplatte erzeugt Pierce in demselben Röhrenkreis eine andere Frequenz und setzt so durch Überlagerung die Normalfrequenz herunter, die dann aus den Schwebungstönen besteht. Hund bekam zwei Frequenzen, die schwebten, dadurch, daß er die Quarzplatte der Dicke nach durch entsprechenden Schliff abstufte.

In geeigneter Schaltung ist auch die Neonglimmlampe zu Stimmgabeleichungen auf stroboskopischem Wege sehr brauchbar. Man kann sogar innerhalb weiter Bereiche arbeiten, wenn man nur entsprechend beträchtlich variable Schaltelemente: Widerstände und Kapazitäten, vorsieht. Als Ersatz für den hohen Widerstand ist die Zweielektrodenröhre sehr geeignet. Wesentlich ist nach Kipping, daß man die Röhre bis zum Sättigungsstrom aussteuert; die Frequenz wird dann durch Kapazitäts- oder Heizstromänderungen geregelt.

Dem hier behandelten Zweck läßt sich auch das von Guillet angegebene Stroboskop, das bekanntlich mit einer schwingenden Seite arbeitet, nach nur unwesentlichen Änderungen anpassen.

Die mit Hilfe einer Neonlampe erzeugten stroboskopischen Bilder können auf verschiedene Weise beobachtet werden bzw. der Beobachtung zugänglich gemacht werden. Die Verfasser geben hierzu einen neuen, verhältnismäßig einfachen Weg an und teilen ihre auf diesem gewonnenen Erfahrungen mit. Es würde zu weit führen, auf Einzelheiten einzugehen.

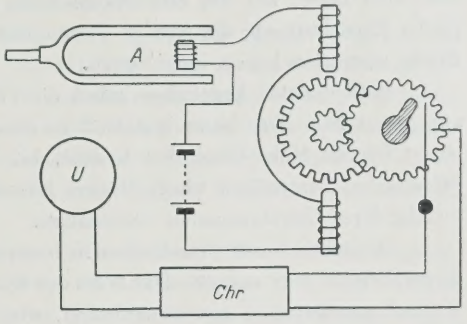


Abb. 5.
U = Uhr, A = Gabel, Chr = Chronograph.

Unter den strengen Methoden zur Stimmgabeleichung stehen die mit einer Normal-Pendeluhr an erster Stelle. Rayleigh benutzte sie bei seiner bekannten stroboskopischen Methode. Verschiedene Autoren lassen einen Chronographen registrieren. Dabei hat sich die in Abb. 5 schematisch wiedergegebene Anordnung praktisch sehr bewährt. Zwischen Gabel und Chronograph wird ein phonisches Rad eingeschaltet, daß über ein Untersetzungsgetriebe (Schneckenrad) nur bei jeder n-ten Schwingung einen Kontakt kürzester Dauer schließt und so übersichtliche und saubere Zeitmarken auf dem Streifen liefert.

Ferrie registriert Pendelschwingungen mit Hilfe einer Photozelle und umgeht so den sonst notwendigen Kontakt am Pendel. Um die Gangfehler einer Uhr zu vermeiden, die dadurch bedingt werden, daß die Antriebsimpulse des Pendels in ungleichem Abstand erfolgen, benutzen Ferry und Jonast die Photozelle sogar als Relais zum Pendelantrieb selbst. Der auf die Photozelle fallende Lichtstrahl wird jedesmal dann abgeschirmt, wenn das Pendel die Senkrechte passiert. Der periodische Photostrom wird dem Gitter einer Dreielektrodenröhre zugeführt und steuert somit über weitere Relais den Strom in einer Spule, in der sich ein an dem unteren Pendelende befestigtes Stahlstück bewegt, beeinflußt somit das Pendel. Auf diese Weise lassen sich Normalfrequenzen für fast beliebig lange Zeit und innerhalb 1 zu 100000 gleichmäßig erzeugen.

Steht eine zuverlässige und gleichmäßig arbeitende Quecksilberdampflampe zur Verfügung, wie sie Morgan und Lammert in dem Vreeland-Oszillator hatten, so kann man die Anordnung für stroboskopische Versuche ganz ähnlich der, die eine Neonglimmlampe vorsieht, treffen. Allerdings muß man die Intensität der Lampenstrahlung schwächen und außerdem dafür sorgen, daß das Flackern der Lampe, das durch Sprudeln des Quecksilbers bedingt wird, scharf von dem schwingenden Quecksilberdampflichtbogen zu unterscheiden ist.

Horton, Ricker und Marrisson sollen die in Abb. 1 dargestellte Versuchsanordnung so vervollkommnet haben, daß sie über den Bereich von 100 bis 1000000 Schwingungen gleichmäßig genaue Frequenzen erhalten konnten. Da man ohne mehr als die mitgeteilten Einzelheiten die Überzeugung nicht gewinnen kann, daß das Verfahren befriedigt, erübrigen sich weitere Angaben.

Regelt man einen Kurzschlußläufer durch eine Stimmgabel mit Dreielektrodenröhrenantrieb und setzt voraus, daß man die Ungleichmäßigkeiten des Läufers unter 1 : 100000 herunterdrücken kann, so läßt sich das vorliegende Problem auch mit dieser Einrichtung bewältigen. Es stehen dann wieder verschiedene Möglichkeiten offen, von denen die stroboskopischen am nächsten liegen. Auf die Läuferaxe setzt man die Scheibe mit der Einteilung in verschiedenfarbige Felder, wie sie für stroboskopische Beobachtungen üblich ist. Davor wird die Stimmgabel aufgestellt, die eine Spalteinrichtung trägt, die so justiert wird, daß die Visierrichtung jedesmal dann freigegeben wird, wenn die Gabelzinken nach außen schwingen. Man kann die Visierlinie auch durch ein phonisches Rad, das in der bereits oben erwähnten Weise mit Schlitzen versehen ist und durch die Gabel geregelt wird, frei geben lassen. In einem bestimmten Radius muß man dann die bekannten stehenden Bilder auf der Stroboskopscheibe sehen. Es würde zu weit führen, weitere stroboskopische Einrichtungen, die sich in Verbindung mit einem Läufer bei dem vorliegenden Problem mit Erfolg anwenden lassen, aufzuführen.

Befriedigende Ergebnisse haben die Verfasser mit einer Anordnung erhalten, die N. E. Bonn angegeben hat. Das Neue besteht hier darin, daß der Läufer für konstante Geschwindigkeit aus einem System Motor-Generator besteht, bei dem der Generator über ein Röhrenrelais durch eine Stimmgabel kontrolliert wird. Nähere Einzelheiten haben sie aber der zu erwartenden Veröffentlichung ihres Gewährsmannes vorbehalten.

Hinsichtlich der Einzelheiten in instrumentell-technischen Fragen halten sich die Verfasser in ihrem Bericht sehr zurück. Der Wert der Erfahrungen, die sie mit den meisten von ihnen erwähnten Versuchsanordnungen gewonnen haben, wird dadurch aber nicht wesentlich beeinträchtigt, ebensowenig wie das Verdienst, das sie sich mit ihrer Arbeit erworben haben. *W. Keil.*

Zum Problem der Sensitometrie.

(Beschlüsse auf dem 6. Internationalen photographischen Kongreß im Juli 1925 zu Paris.)

Aus: *The unit of photographic intensity. Journ. Opt. Soc. Amer.* **12**. *S. 567—586. 1926.*

Beschlüsse.

Sektion I — Sensitometrie.

Allgemeine Direktiven:

a) Die von dem Kongreß angenommenen Beschlüsse werden erst nach 6 Monaten wirksam, wenn nicht inzwischen hinreichende Begründungen und kein ernster Einwand erhoben werden.

b) Eine ständige Exekutivkommission umfaßt:

Belgien: M. A. Callier.
Deutschland: Prof. R. Luther.
Frankreich: Ein Vertreter der franz. photogr. Gesellsch.
Groß-Britannien: Ein Vertreter der kgl. photogr. Gesellsch.
Vereinigte Staaten: Ein Vertreter der Optischen Gesellsch. von Amerika.

I. Lichtstandard für Sensitometrie.

1. Es wird anempfohlen, für sensitometrische Zwecke eine Lichtquelle zu verwenden, deren Strahlung mit derjenigen eines schwarzen Körpers bei 2360° abs. identisch ist.

Die Intensität dieser Lichtquelle soll in Kerzen ausgedrückt werden: diese Intensität soll nach den Verfahren der gewöhnlichen Photometrie visuell unter Vergleich mit den üblichen photometrischen Normalen gemessen werden.

2. In Fällen, wo es als notwendig erachtet wird, eine Strahlung zu benutzen, die angenähert die Strahlung eines schwarzen Körpers bei 5000° abs. darstellt (mittleres Tageslicht), da soll vor der im vorigen Paragraphen vorgesehenen Lichtquelle ein geeignet gewähltes Farbfilter gestellt werden.

3. Es wird vorläufig empfohlen, für diesen Zweck ein aus zwei verschiedenen Flüssigkeiten zusammengesetztes Filter zu benutzen, jedes von 10 mm Dicke. Eine dieser Flüssigkeiten soll eine wässerige Lösung sein, von welcher 100 ccm 3,00 g reines krist. Kupfersulfat $CuSO_4\,5\,H_2O$ und 5 ccm verdünnte Schwefelsäure vom Konzentrationsverhältnis 50 g konz. Schwefelsäure pro Liter entsprechend 66° Baumé, enthalten. Die andere Flüssigkeit soll aus einer wässerigen Lösung von Kupferammoniumsulphat bestehen, welche die dreifache Menge von so viel Ammoniak enthält, als nötig ist, die Verbindung $Cu(NH_3)SO_4$ zu geben; 100 ccm dieser Lösung würden eine Kupfermenge enthalten entsprechend 0,50 g reinem krist. Kupfersulfat $CuSO_4\,5\,H_2O$; diese Lösung sollte nicht vor Gebrauch angesetzt werden, und zwar nicht weniger als vor einem Tag und nicht mehr als seinem Monat.

Die Küvette soll aus drei weißen polierten Glasplatten von nicht weniger als 2 mm und nicht mehr als 4 mm Dicke gemacht werden. Die benutzte Küvette ist zu verschließen.

II. Exposition.

1. Ein nicht-intermittierendes Sensitometer wird empfohlen.

2. Mit Hinsicht auf die Tatsache, daß gegenwärtig keine geeigneten Mittel bestehen, um eine Aufeinanderfolge exakt bekannter Intensitäten zu verwirklichen, ohne die spektrale Zusammensetzung umzugestalten, und daß, wenn die Intensität innerhalb angemessener Grenzen gehalten wird, die entweder durch Variation der Zeit bei konstanter Intensität oder durch Variation der Intensität bei konstanter Belichtungszeit erhaltenen charakteristischen Kurven praktisch überlagert werden, so empfiehlt der Kongreß, sich veränderlicher Zeit bei konstant gehaltener Intensität zu bedienen.

3. Für Emulsionen, die zur Aufnahme von Negativen bestimmt sind, soll die auf die empfindliche Schicht auffallende Beleuchtungsstärke zwischen 1 und 10 Lux betragen. Für das Studium des unteren Gebietes der charakteristischen Kurve soll eine Beleuchtung von 0,01 Lux angewendet werden.

III. Entwicklung des Negativs und anschließende Behandlungen.

1. Eine Emulsion soll vorzugsweise mit dem für den jeweilig erforderlichen Zweck geeignetsten Entwickler geprüft werden, und zwar mit einem solchen, welcher vom Erzeuger anempfohlen wird, wobei das Rezept jeweils spezifiziert werden kann. Für die Ergebnisse wird es sehr häufig auch erwünscht sein, unter den Bedingungen eines Normalentwicklers angegeben zu werden; für Negativemulsionen soll der unten angegebene Entwickler (ohne Bromid) benutzt werden, wobei jedesmal die Lösung frisch anzusetzen ist.

Rezept, wie es vom Komitee gewählt wurde	Wasser zu 1000 ccm
	reines Natriumsulfit in der Form Na_2SO_3
	Para-aminophenol Hydrochlorid rein
	reines Natriumkarbonat in der Form Na_2CO_3

2. Die Temperatur des Entwicklers soll 18° C $\pm$ 0,50 betragen; die Entwicklungsmethodik soll eine wirksame Bewegung gewährleisten, die jedoch anders als durch Sprudeln mit Luft oder Sauerstoff erfolgen soll. Die Entwicklung sollte ohne vorheriges Anfeuchten der Emulsion ausgeführt werden. Wenn die Entwicklung in einem horizontalen Trog erfolgt, sollte die Dicke der Flüssigkeit wenigstens 1 cm betragen.

3. Die Entwicklung soll plötzlich abgebrochen werden durch Einlegen des Negativs entweder in eine schwache Säure oder in ein saures Fixierbad.

4. Im Falle von Platten sollen dieselben vor dem Trocknen mit einem Bad von etwa 80% Alkohol behandelt werden.

IV. Messung der Schwärzungen.

1. Die Messung der optischen Dichten (dekadischer Logarithmus der Opazität) soll an Negativen mit diffusem Licht geschehen, indem das Bild beiderseits gegen ein Stück planparalleles Opalglas angelegt wird. (Wird vom Komitee noch vollständiger bearbeitet.)

Aus der Gesamtdichte an jedem Punkt (Summe der Dichten des Bildes und seiner Träger) ist die Dichte der Träger abzuziehen, was an einem Stück gemessen werden kann, welches dieselbe Behandlung wie das Negativ erfahren hat, jedoch ohne Belichtung und Entwicklung.

Die Dichte des Schleiers, wie sie an einem unbelichteten Teil des Negativs in der Nähe des am wenigsten belichteten Gebietes des letzteren gemessen wird, soll für jede Entwicklungszeit besonders angegeben werden, aber soll nicht systematisch aus den Dichten des Bildes selbst abgeleitet werden.

V. Darstellung der Ergebnisse.

1. Es wird empfohlen, daß die Autoren wenigstens die charakteristischen Kurven für drei besondere Entwicklungszeiten angeben; diese Kurven sollen in den üblichen Koordinaten (S, $\log_{10} I$) aufgetragen sein.

2. Es wird empfohlen, daß der Grenzwert des Entwicklungsfaktors immer angegeben wird.

3. Die den Unterexpositionen entsprechenden Dichten (unteres Gebiet der charakteristischen Kurve) sollten auf einer besonderen Zeichnung dargestellt werden, wobei die Kurven in dem Koordinatensystem S, I aufzutragen sind. *Flügge.*

Spektrale Empfindlichkeit der photographischen Platten bei konstanter Energie.

(*Sensibilité spectrale des plaques photographiques à énergie constante*).

Von H. Armangau. *Revue d'Opt.* **5**. *S. 213—216. 1926.*

Gegenstand der Arbeit ist, als Funktion der Wellenlänge die „photographische Intensität" des Lichts bei gleicher energetischer Intensitätsverteilung zu bestimmen, um auf diese Weise die Farbenempfindlichkeit der photographischen Platte zu erhalten. Das Prinzip der Methode ist folgendes: man verwendet eine Lichtquelle bekannter spektraler Energieverteilung. Die Gesamtstrahlung wird nach bekannten Verhältnissen abgeschwächt. Man photographiert das Spektrum dieser Lichtquelle für verschiedene nach geometrischer Progression abgestufte Schwächungen. Die photographischen Dichten werden durch Mikrophotometrie bestimmt, und für verschiedene Strahlungen die Schwärzungskurven konstruiert. Zu jeder der betrachteten Wellenlängen ermittelt man die zur Hervorbringung einer allemal festgelegten Schwärzung erforderliche Energie.

Als Lichtquelle benutzte Verf. eine Kohlefadenglühlampe, deren spektrale Energieverteilung gleich derjenigen des schwarzen Körpers anzunehmen ist. Durch Vergleich mit einem schwarzen Hohlkörper fand Verf. die schwarze Temperatur seiner Lampe zu 1853° abs. Daraus folgte sodann nach der Planckschen Formel die Energieverteilung. Die spektrale Zerlegung besorgte ein Spektrograph mit Glasoptik, dessen Dispersionsverlauf am Eisenspektrum ermittelt wurde. Die progressiven Abschwächungen der den Spalt treffenden Intensität erhielt Verf. durch Variation des Abstandes der Lichtquelle, was natürlich die Verwendung einer Mattscheibe vor dem Spalt erforderlich machte.

Aus den experimentellen Meßdaten, unter Berücksichtigung des Dispersionsverlaufs im Spektrum, erhält Verf. folgende Kurven in Abhängigkeit von der Wellenlänge:

1. den Schwärzungsverlauf bei konstanter Energieverteilung;

2. den Verlauf der photographischen Intensität, definiert als Reziprokum der zur Hervorbringung einer gegebenen Schwärzung erforderlichen Energie. Als solche Schwärzung wurde der Wert 1,5 zugrunde gelegt.

Die Kurven der photographischen Intensität wurden so erhalten, daß die Logarithmen der photographischen Intensität als Ordinate gegen die Wellenlängen als Abszisse aufgetragen wurden. Die reproduzierten Kurven zeigen von 500 bis 470 $\mu\mu$ einen rapiden Anstieg, dann eine sehr scharfe Richtungsänderung und langsamen Anstieg bis etwa 430 $\mu\mu$. Von 430 $\mu\mu$ ab fallen die Kurven wieder ab, was jedoch in der Ultraviolettabsorption der Glasoptik des Spektrographen zu begründen ist. *Flügge.*

Ein neuer Reflexions-Schwärzungsmesser.

(A new reflection densitometer.)

Von H. Mills Cartwright und C. D. Hallam. *Journ. Scient. Instr.* **3**. *S. 246—248. 1926.*

Beschrieben wird ein Apparat zur Messung des Lichts, welches von einem photographischen Papier reflektiert wird. Bei der Konstruktion des Instruments waren die Verff. bemüht, folgende Bedingungen zu erfüllen:

1. Es war wünschenswert, das von neutralen Tönungen reflektierte Licht in Bruchteilen des von einer Vergleichsfläche reflektierten Lichts zu messen, welch letztere in den meisten Fällen ein Teil des unexponierten Papiers sein dürfte.

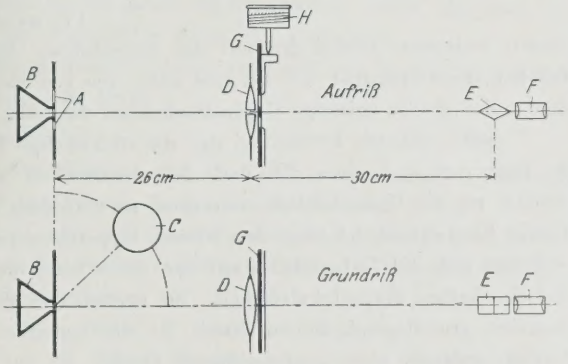
2. Die zu untersuchende und die Vergleichsfläche sollten unter solchen Winkeln beleuchtet und betrachtet werden, daß direkte Reflexion ausgeschlossen ist. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn das Papier in einer Richtung senkrecht zur Fläche betrachtet wird und der Beleuchtungswinkel 40 bis 60° zum Einfallslot beträgt. Zugleich wurde es als Vorteil angesehen, wenn man die Beleuchtung unter beliebigen Winkeln innerhalb vernünftiger Grenzen anwenden könnte.

3. Es sollte eine einzige Lichtquelle verwendet werden.

4. Die photometrische Ausgleichung sollte immer bei einer konstanten Beleuchtung erhalten werden. Damit ist gemeint, daß das von der Vergleichslichtquelle reflektierte Licht konstant sein sollte, und daß das von der Tönung reflektierte Licht demselben anzugleichen wäre.

5. Die photometrische Ausgleichung sollte ferner durch eine Methode erreicht werden, welche den Gebrauch von Polarisationsprismen oder intermittierendem Licht vermeidet.

6. Das Instrument sollte leicht zu bedienen und handlich sein.



Die Anordnung und den Aufbau des Instruments zeigt die Abbildung: Das Testobjekt und das Vergleichspapier befinden sich hinter den Öffnungen *A*, welche von der Größe 1 cm im Quadrat in eine Metallplatte eingeschnitten sind. Die Öffnung dazwischen von derselben Größe muß schwarz sein, am besten durch Hinterstellung eines dunklen Hohlraumes *B*. Die Lichtquelle ist passenderweise eine 100-kerzige Wolframbogenlampe *C*, welche in einen Lichtschutz eingebaut ist und auf einem um das Zentrum der Metallplatte drehbaren Arm befestigt ist, so daß der Beleuchtungswinkel variiert werden kann. Eine geteilte Linse *D* von etwa 15 cm Brennweite bildet das Testpapier und die Vergleichsfläche in natürlichem oder schwach vergrößertem Maßstab auf zwei anliegenden Flächen eines Rhomboederprismas *E* ab. In Wahrheit werden von jedem Felde Doppelbilder erzeugt, aber die äußeren derselben fallen aus dem Gesichtsfeld. Die beiden benutzten Bilder fallen mit dem Bilde des schwarzen Feldes zusammen. Zur Betrachtung dient ein Okular *F*.

Nahe der aufgespaltenen Linse *D* befindet sich eine Metallplatte *G* mit zwei Öffnungen von der Form eines gleichseitigen Dreiecks von 10 mm Höhe, deren jede eine Hälfte der Linse bedeckt. Jede Öffnung kann durch einen Schieber geschlossen werden. Der untere Schieber wird durch eine Schraube mit einem Kordelkopf betätigt, während der obere durch eine sauber geschnittene Schraube mit $^1/_2$ mm Ganghöhe bewegt wird. Letztere trägt eine Trommel *H* mit eingravierter Skala. Diese Skala ist spiralig gewunden und zeigt die Höhen des unverdeckten Dreiecks nach hundertstel Millimeter an.

Bei Ausführung einer Messung mit dem beschriebenen Schwärzungsmeßapparat werden Teile des Vergleichspapiers hinter den beiden Öffnungen angebracht. Die obere Öffnung wird dann auf den Skalenteil 1 mm eingestellt und photometrische Ausgleichung durch Betätigung der unteren Schraube herbeigeführt. Sodann wird das Prüfobjekt eingelegt und neuerlich auf gleiche Hellig-

keit abgestimmt, diesmal durch Vergrößerung der oberen Öffnung. Wird die erste Ablesung durch r, die zweite durch r_1 bezeichnet, so kann das von der Tönung reflektierte Licht als Bruchteil des Vergleichslichts ausgedrückt werden durch

$$\frac{r^2}{r_1^2}$$

oder als Schwärzung durch den Logarithmus des Reziprokums gleich

$$2\,(\log r_1 - \log r).$$

Mit dem beschriebenen Apparat soll es möglich sein, Schwärzungen bis zum Betrage 2,0 zu messen, wobei zu bedenken ist, daß Papiere selten Schwärzungen über 1,6 zeigen. Beachtung erfordert der Umstand, daß jeder Beobachter an der Lampe die günstigste Beleuchtung einstellen muß.

Flügge.

Die zweckmäßige Einteilung der Einstellung von Handkameras.

Von Axel Waldner. *Centr.-Ztg. f. Opt. u. Mech.* **47**. *S. 150—152. 1926.*

Verf. gibt Beiträge zur Frage der zweckmäßigen Einteilung der Abstandsskalen an photographischen Handkameras. Er schließt sich hier an den Gedankengang von Rohrs über die Tiefenschärfe an. Für die Tiefe a_r nach rückwärts und für die Tiefe a_v nach vorwärts, ausgedrückt als Abstände der objektseitigen Tiefengrenzen von der Eintrittspupille liefert die Theorie folgende Ausdrücke:

$$a_r = \frac{a}{1 - a\,k/d},$$

$$a_v = \frac{a}{1 + a\,k/d}.$$

Hierin bedeuten: a den Abstand des eingestellten Objekts von der Eintrittspupille; d die freie Öffnung des Objektivs; $k = z/a$ eine Zahl, die von dem gewählten Schärfenstandard abhängt, in dem z das größte zulässige Gegenstandsdetail darstellt.

Stellt man die Forderung, daß die rückwärtige Tiefe sich bis nach Unendlich erstrecken soll, so folgt aus $a_r = \infty a = d/k$ und dementsprechend $a_v = a/2 = d/2\,k$. In Worten: Soll sich die Schärfe bis zur Unendlichkeit erstrecken, so muß man auf einen Wert einstellen, der gleich d/k ist. Dieser Einstellwert d/k trägt den Namen Hyperfokalabstand. Wenn auf diesen eingestellt ist, so erstreckt sich die Tiefenschärfe auf der einen Seite bis in die Unendlichkeit, auf der anderen bis auf den halben Hyperfokalabstand. So speziell die eben gestellte Forderung auch ist, so ist sie dennoch grundlegend, indem durch sie die eigentliche Bedeutung des Hyperfokalabstandes zur Geltung gelangt, einer ausgezeichneten Größe, die für die Verallgemeinerung äußerst wertvoll ist. Man mißt eben zweckmäßig alles am Hyperfokalabstand. Die allgemeinste Forderung ist nun: Man stelle auf einen Abstand a ein, der der m-te Teil des Hyperfokalabstandes sei; wie weit erstreckt sich der Tiefenbereich? Es folgt sofort:

$$a_r = \frac{1}{m-1}\frac{d}{k},$$

$$a = \frac{1}{m}\frac{d}{k},$$

$$a_v = \frac{1}{m+1}\frac{d}{k}.$$

In Worten: Wenn man auf irgend einen Abstand a einstellt, der den m-ten Teil des Hyperfokalabstandes beträgt, wo m eine ganze Zahl ist, so erstreckt sich die Schärfe von dem $(m-1)$-ten bis zum $(m+1)$-ten Bruchteil des Hyperfokalabstandes. Stellt man beispielsweise auf den halben Hyperfokalabstand ein, so erstreckt sich die Schärfe von dem Hyperfokalabstand bis heran zum dritten Teil desselben.

Soweit bezogen sich die Betrachtungen auf die Objektseite; nun zur Bildseite. Hierzu bildet man unter Benutzung der Linsengleichung die Größen a_r und a_v ab und erhält:

$$b_r = \frac{a_r f}{a_r - f},$$

$$b_v = \frac{a_v f}{a_v - f},$$

wo f die Brennweite des Objektivs darstellt. Man kann nun die Differenzen $b - b_r$ und $b_v - b$ und deren Verhältnis, d. h. das Verhältnis der Abstände der jeweiligen Schärfentiefengrenzen auf der Einstellskala vom Einstellpunkt, bilden und erhält nach mehrfachen Umformungen.

$$x = \frac{a - f - fy}{a - f + fy},$$

wo $y = z/d$ ist. Dieser Ausdruck nähert sich dem Grenzwert 1 mit einem Fehler, der sich je nach dem Wert von y mehr oder weniger unter 1% hält, doch für Werte von a kleiner als $4f$ sich von dem Wert 1 mit mehr als 1% zu entfernen beginnt. Hieraus kann man also folgern, daß sich die Tiefenschärfe, wenn man sich auf die Einstellskala beschränkt, ebensoweit nach beiden Seiten des Einstellabstandes erstreckt. Da sich der Strichabstand nicht über einen Zentimeter zu steigern braucht, so wird sich der Fehler in der Teilung gut unter der Einstellungsgenauigkeit halten.

Sehr zweckmäßig ist es, den Schärfenwert $k = z/a$ mit dem Betrage 0,001 festzusetzen. Dann beträgt bei d mm freier Objektivöffnung der Hyperfokalabstand genau d m. Die Skalenteile auf der Einstellskala werden also die Bezifferungen für die Abstände d, $d/2$, $d/3$, $d/4$, usw. erhalten. Wird auf einen beliebigen Teilstrich eingestellt, so erstreckt sich die Tiefenschärfe beiderseits bis zum nächsten Teilstrich der Skala. Bewußt bleiben muß man sich aber, daß diese Regel nur bei voller Objektivöffnung gilt. Bei Abblendung tritt folgendes ein. Unter Annahme der üblichen Blendenbezeichnungen nach doppelten Belichtungszeiten gegenüber der nächst größeren Blendennummer läßt sich beweisen, daß jede kleinere Blende einen Schärfenbereich erhält, der sich um einen halben Teilstrich nach beiden Seiten des eingestellten Abstandes verlängert.

Die Anfertigung dementsprechender Abstandseinstellskalen geschieht nun in folgender Weise. Der Strichabstand auf einer geradlinigen Skala wird gleich

$$afn/1000\,(a - f),$$

wo $1:n$ das Öffnungsverhältnis bedeutet, a den kleinsten auf der Skala anzunehmenden Abstand, am besten 150 cm. Die nach dieser Formel berechneten Abstände verstehen sich in cm.

Als Beispiel wird ein Objektiv 1 : 4,5, $f = 135$ mm gewählt. Für dieses beträgt die absolute Öffnung 30 mm, also unter Zugrundelegung des Schärfenstandards 0,001 der Hyperfokalabstand 30 m. Die Abstandsbezifferungen auf der Skala werden:

Meter	Meter	Meter	Meter
30	5 = 30 : 6	2,7 = 30 : 11	1,87 = 30 : 16
15 = 30 : 2	4,3 = 30 : 7	2,5 = 30 : 12	1,76 = 30 : 17
10 = 30 : 3	3,8 = 30 : 8	2,3 = 30 : 13	1,67 = 30 : 18
7,5 = 30 : 4	3,3 = 30 : 9	2,14 = 30 : 14	1,58 = 30 : 19
6 = 30 : 5	3 = 30 : 10	2 = 30 : 15	1,50 = 30 : 20

Dies sind 20 Teilstriche in gleichmäßigen Abständen vom Betrage 1/20 des Abstandes zwischen der Einstellung für unendlich und der für 150 cm, also 0,67 mm.

Bei Herstellung einer Einstellskala auf Schneckenfassung werden die Abstände größer; die Berechnung ist wenig schwieriger.

Flügge.

Bücherbesprechungen.

Waagen. Ausführungsbestimmungen zu den §§ 87 bis 111 der Eichordnung. I. Teil. A. Handelswaagen. Allgemeine Bestimmungen. Gleicharmige Balkenwaagen. Tafelwaagen. Herausgegeben von der *Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abt. I für Maß und Gewicht.* 46 S.

Die Instruktion zur Eichordnung für das Deutsche Reich enthält die technischen Ausführungsvorschriften der allgemeinen Eichordnung und ist daher die maßgebende amtliche Veröffentlichung für die Hersteller von Meßgeräten aller Art, die zur amtlichen Eichung gelangen können. Daneben

ist sie die Vorschrift für die Durchführung der eigentlichen Prüfungen für die Eichbeamten. Die bisherige Instruktion vom 27. Nov. 1911 ist durch die neuere technische Entwicklung teilweise stark überaltert, was sich gerade bei dem Kapitel über Waagen sehr störend bemerkbar macht. Es ist daher sehr zu begrüßen, daß dieser Teil jetzt neu bearbeitet und auf einen ganz modernen Stand gebracht wird.

Der Bau eichfähiger Waagen ist ganz überwiegend Sache des Maschinenbaus und daher für die Leser dieser Zeitschrift von geringem Interesse, auch mit Rücksicht darauf, daß die von ihnen benutzten Waagen ganz überwiegend vollkommen anderen Bedingungen genügen müssen. Es dürfte nicht allgemein bekannt sein, daß die übliche analytische Waage des Chemikers nicht eichfähig ist, obwohl sie selbstverständlich eichfähigen Waagen an Empfindlichkeit und Richtigkeit überlegen ist. Der z. Zt. vorliegende Teil der neuen Instruktion enthält u. a. für den Waagenbau die neue Vorschrift, daß alle Waagen eine Herkunftsbezeichnung, meistens also Firmennamen, tragen müssen, eine Vorschrift, die für den Bau besserer Meßgeräte physikalischer und technischer Art fast schon selbstverständlich ist, während die Angabe der Herstellerfirma im Waagenbau, insbesondere bei Tafel- und Dezimalwaagen noch nicht üblich war. Diese Vorschrift dürfte sehr geeignet sein, die Qualität der Fabrikate, deren Herkunft bisher meistens dem Benutzer unbekannt war, zu heben.

Auf die vielen Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden. Erwähnt seien nur die Richtlinien für den Bau von Eichfahrzeugen, Eisenbahngüterwagen besonderer Form, die auf bestimmte Gewichtswerte abgeglichen werden, und es ermöglichen, die Gleiswaagen der Eisenbahn trotz ihrer hohen Tragfähigkeit mit bemerkenswerter Schnelligkeit und Einfachheit zu prüfen.

Block.

E. Weinschenk, Das Polarisationsmikroskop. 5. und 6. verbesserte Aufl., bearbeitet von J. Stiny. 8°. VIII, 160 S. mit 217 Abb. Herder & Co., G. m. b. H., Freiburg im Breisgau 1925. Geb. in Leinwand 7,40 RM.

Dieses vortreffliche ausgestattete Werkchen, für dessen praktische Verwendbarkeit schon die in verhältnismäßig kurzer Zeit erreichte Höhe der Auflagen zeugt, ermöglicht es nicht nur dem angehenden Mineralogen und Chemiker, sich die nötige Übung in der mikroskopischen Arbeitsweise sicher anzueignen, sondern wird auch dem Physiker oft in zweifelhaften Fällen manchen guten Rat erteilen können, z. B. auf dem Gebiete der Röntgenspektroskopie. Es bringt nämlich neben einer ausführlichen Beschreibung aller notwendigen Apparate vor allem auch die eingehende Schilderung der so vielfältigen Untersuchungsverfahren. Durch die übersichtliche Anordnung des Stoffes, und einen guten Schlagwortweiser wird eine rasche Benutzung des Buches sehr erleichtert.

Einige Unrichtigkeiten, die dem Ref. aufgefallen sind, seien noch erwähnt. Die Darstellung auf S. 12 mittels der elektromagnetischen Lichttheorie ist recht unklar und wirr wegen der Hineinziehung der alten Elastizitätslehre und bedarf durchaus der verbessernden Hand. Auf S. 13 wird die Erzeugung polarisierten Lichtes durch schräge Reflexion an Glasplatten unter dem Polarisationswinkel fehlerhaft beschrieben. Schwarzes Glas verwendet man zur Polarisation meist, um den Durchtritt fremden Lichtes von hinten her durch die Platte zu verhindern. Sonst ist die Ausbeute R (in Prozenten der einfallenden Intensität natürlichen Lichtes) an polarisiertem Licht von einer durchsichtigen Platte fast genau doppelt so groß als die von der gleichen Platte mit geschwärzter Rückseite. Durch Verwendung eines Glasplattensatzes im durchgehenden Lichte kann man nie „fast vollständige Polarisation“ erzielen, wohl aber im reflektierten Lichte, weil dieses insgesamt vollständig nach der Einfallsebene polarisiert bleibt. So ergeben z. B. 10 übereinander gelegte, recht dünne Platten aus gewöhnlichem Kronglas bereits $R = 40\,\%$, während der größt erreichbare Wert an polarisiertem Lichte aus natürlichem selbstverständlich $R = 50\,\%$ wäre. Weiter ist noch Nörrenberg die richtige Schreibweise dieses Namens. *Schck.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Oktober 1927.** Zehntes Heft.

Mittlere Exzentrizität einiger Zwangszentrierungen.

Von
Th. Eversmann in Aachen.

Bei Grubenmessungen und Stadtvermessungen stellt sich die Notwendigkeit ein, Theodolit und Signale möglichst genau zu zentrieren. Diesem Zweck dienen die Zwangszentrierungen, durch welche Theodolit und Signale nacheinander auf ein und denselben Aufstellungspunkt gebracht werden. Dabei soll der Mittelpunkt des Theodolits, d. h. der Schnittpunkt von Zielachse und Kippachse, denselben Platz einnehmen, den vorher der Mittelpunkt des Signals innehatte und umgekehrt. Doch wird dieses im allgemeinen nicht erreicht, sondern es wird in der Regel eine Exzentrizität auftreten. Wir wollen unser Augenmerk nur auf denjenigen Teil der Exzentrizität richten, der quer zur Sicht auftritt (s. S. 480). Deren Mittelwert wollen wir als „mittlere Exzentrizität einer Aufstellungsart" bezeichnen. Nach Reeh [1][1]) und Fox [2] ist diese Exzentrizität die Hauptfehlerquelle der Winkelmessungen des Markscheiders. Das Bestreben, diesen Fehler auf ein Minimum zu beschränken, führte zur Konstruktion der Zwangszentrierungen, wie z. B. Breithaupts Steckhülsenaufstellung, Hildebrands Freiberger Prismenaufstellung, Waldenburger Aufstellung, Bochumer Aufstellung, Breithaupts neuer Steilschachtaufstellung und einer Aufstellung, welche die Firma Hildebrand in Freiberg vor kurzem dem Markscheide-Institut in Aachen geliefert hat und die wir „Drehzapfenaufstellung" genannt haben[2]).

[1]) Siehe die Quellenangaben am Schluß.

[2]) In *dieser Zeitschr.* ***46.*** *S. 621. 1926* schreibt K. Lüdemann: „Bei den ersten Ausführungen der Freiberger Aufstellung lieferte Max Hildebrand entweder ein Prisma oder einen Kegel. Da die praktisch tätigen Markscheider das Prisma bevorzugten, trat der Kegel zurück bis zu dem Zeitpunkt, wo die immer größer werdende Verwendung von 8-cm-Theodoliten die Schaffung der sog. „Kleinen Freiberger Aufstellung" nötig machte, bei der der Kegel mit Erfolg angewendet wurde." Daraus ist also ersichtlich, daß die Firma Hildebrand in Freiberg, als sie vor 50 Jahren die Prismenaufstellung schuf, gleichzeitig auch eine Aufstellung mit kegelförmigen Zapfen vorgesehen hat. Die angeführte Mitteilung Lüdemanns von 1926 ist aber wohl so aufzufassen, daß die Praktiker die Prismenaufstellung bevorzugt haben. Die Praktiker haben also jedenfalls die Aufstellung auf Kegeln und auf Prismen kennen gelernt und Gelegenheit gehabt, sie gegeneinander auszuprobieren. Es ist schade, daß von diesen interessanten Vorgängen außer Lüdemanns Mitteilung von 1926 anscheinend nichts zu öffentlicher Kenntnis gelangt ist. Auch aus den Geschäftsdrucksachen der Firma aus alter Zeit, soweit mir solche zugänglich waren, habe ich nichts über diese alte Drehzapfenaufstellung zu entnehmen vermocht. Lüdemanns kurze Mitteilung verstehe ich weiterhin so, daß, als die von der Firma ausgegebenen 8-cm-Theodolite mehr und mehr Verwendung fanden, dann für die Firma auch die Schaffung einer Aufstellung nötig geworden sei, die Lüdemann als „die sog. kleine Freiberger Aufstellung" bezeichnet. Die beiden Worte Lüdemanns „die sogenannte" fasse ich so auf, daß Lüdemann der Meinung ist, von einer bereits

Im folgenden möchte ich eine Untersuchung mitteilen, die ich zur Bestimmung der mittleren Exzentrizität der Freiberger Prismenaufstellung, der Breithauptschen Steilschachtaufstellung und der Drehzapfenaufstellung kürzlich im Markscheide-Institut der Techn. Hochschule Aachen ausgeführt habe.

Obschon die Freiberger Prismenaufstellung in diesem Jahre 50 Jahre alt und daher bekannt genug ist, und obschon die Breithauptsche Steilschachtausrüstung ebenfalls bereits literarisch bekannt ist (Marchand [3]), sei doch eine kurze Beschreibung aller drei untersuchten Aufstellungsarten vorausgeschickt.

Die Freiberger Prismenaufstellung. Auf einem Konsol benutzte ich Hildebrands Einheitstheodolit und auf den anderen die zugehörigen Grubensignale. Das Konsol endigt in einen etwa 9 cm langen Gewindebolzen zum Einschrauben in die Grubenhölzer. Auf dem anderen Ende trägt es ein in einer Ebene verstellbares Prisma, das sog. Freiberger Prisma. Es besteht aber die Möglichkeit, das Prisma auch noch in einer zu dieser senkrecht stehenden Ebene zu verstellen durch Drehen des ganzen Konsols mittels eines Knebels. Mit Hilfe einer Aufsteckliebelle wird das Prisma lotrecht gestellt. Sodann wird es geklemmt. Auf das Prisma wird alsdann der Freiberger Flügel gesetzt und ebenfalls geklemmt. Auf den Flügel wird schließlich der Theodolit oder das Grubensignal gesetzt und ebenfalls geklemmt. Die Prismenachse und die Stehachse des Theodolits oder des Signals fallen annähernd zusammen. Zum Zweck der Zentrierung trägt der auf das Prisma aufgestreifte Flügel eine zylindrische Ausbohrung, in welche der Theodolit und das Signal mit Hilfe eines angearbeiteten Wulstes hineingreifen. Dieser Wulst wird gebildet durch die Äquatorzone einer Kugel, der sog. Freiberger Kugel. Es kann nun natürlich vorkommen, daß die Prismenspitze nicht in die Achse der zylindrischen Ausbohrung fällt. Dieser Umstand kann nicht durch Umsetzen ausgeschaltet werden. Er ist aber auch an sich kein Fehler. Ein Fehler kann aber dadurch entstehen, daß die Achse des Hohlzylinders nicht durch den Mittelpunkt der Freiberger Kugel geht und daß durch diesen wieder nicht die Vertikalachse des Theodolits oder des Signals hindurchgeht.

Zur Lotrechtstellung der Stehachse des Theodolits und des Signals dienen Stellschrauben, beim Theodolit drei, bei den Signalen, die einen festen Stellfuß haben, nur zwei. Das Signal ist ein zum Durchschlagen eingerichtetes Scheibensignal. Die Lotrechtstellung der Stehachse wird mittels Libelle vorgenommen. Der feste Stellfuß des Signals verhindert eine Veränderung der Höhenlage des Signalmittelpunktes, der in Kippachsenhöhe des Theodolits angebracht ist. Beim Dreifuß des Theodolits kann eine der drei Stellschrauben durch eine Höhenscheibe ebenfalls festgemacht werden.

Ich verwandte bei meiner Untersuchung der Freiberger Prismenaufstellung den Einheitstheodolit von Hildebrand. Dieser ist bekanntlich ein Nonientheodolit, der zum Repetieren eingerichtet ist. Der Durchmesser des Horizontalkreises ist 12 cm. Die Nonien des Horizontalkreises geben 30″, die des Höhenkreises 60″. Die Vergrößerung des Fernrohrs ist 18,1.

---

bekannten Sache zu sprechen. Doch sind mir Geschäftsdrucksachen der Firma, betreffend diese Aufstellungsart, bisher nicht bekannt geworden, ebenso auch nicht Veröffentlichungen über sie. Ich muß es daher dahingestellt sein lassen, in welcher Beziehung diese „Kleine Freiberger Aufstellung“ und die von mir bei meiner Untersuchung benutzte Drehzapfenaufstellung zueinander stehen. Ganz identisch scheinen sie mir nicht zu sein, da die Firma in einem Geschäftsbrief an das Markscheide-Institut Aachen mit Bezug auf die Drehzapfenaufstellung unter dem 5. Juli 1926 schrieb: „... zumal wir die Ausrüstung in fast allen Teilen nach Ihren besonderen Wünschen ausgeführt haben, es sich also nicht um eine listenmäßige Ausstattung handelt“.

Breithaupts Steilschachtaufstellung. Diese Zwangszentrierung ist, wie oben bereits erwähnt wurde, beschrieben worden von Marchand [3]. Es sei aber das Wesentlichste hier nochmals hervorgehoben. Die Aufstellung benutzt in etwas abgeänderter Form die bekannten Breithauptschen Steckhülsen. Das sind ja, wie seit Jahrzehnten allgemein bekannt, feststehende Dreifüße, in die bald das Signal, bald der Theodolit mit Hilfe eines Steckzapfens hineingesteckt werden, worauf sie dann geklemmt werden. Theodolit und Signale wurden auf Konsolen benutzt. Es können aber ebenso gut auch Stative verwandt werden.

Der erste Teil des Konsols wird, nachdem in die Zimmerung vorgebohrt worden ist, mit Hilfe eines Knebels in die Grubenhölzer geschraubt. Doch ist für diesen ersten Teil des Konsols auch ein stählerner Schlagbolzen vorgesehen, der mittels Fäustel in die Zimmerung eingetrieben wird. Hierauf wird der zweite und dritte Teil des Konsols geschoben, die mittels eines Gelenkes miteinander verbunden sind. Der zweite Teil des Konsols, der auf den ersten aufgestreift wird, ist so eingerichtet, daß er mitsamt der Aufstellplatte um die Längsachse des ersten Teils gedreht werden kann. Der dritte Teil wird durch die genannte Aufstellplatte gebildet, die sich mittels des Gelenkes bis zu etwa 90^0 verstellen läßt. Auf das Konsol wird die Steckhülse gesetzt, von unten her mittels Herzschraube geklemmt und sodann mittels Kreuzlibellen ihre Oberfläche horizontal gestellt. Bei Breithaupts älterer Steckhülsenaufstellung waren zum Senkrechtsstellen der Stehachse Libellen am Theodolit und am Signal angebracht. Bei der neuen Aufstellung sind die Libellen rechtwinklig zueinander an der Steckhülse angebracht. Der Zweck dieser neuartigen Anbringung der Libellen ist mir nicht ganz klar. Man kann mit ihrer Hilfe natürlich nicht selbständig prüfen, ob die Stehachse lotrecht geworden ist. Da mir die selbständige Prüfung dieser Tatsache aber für Vermessungszwecke recht erwünscht erscheint, so würde ich die Anbringung der Libellen in alter Weise am Theodolit und am Signal vorgezogen haben. Immerhin kann man aber sagen: Wenn auch die Libellen im Laufe längerer Benutzung des Instrumentes sich verstellen sollten, so daß die Winkel zwischen den Libellenachsen und der Stehachse sich ändern, so würden die Libellen doch auch bei ihrer neuen Anbringungsart immer noch eine angenäherte Lotrechtstellung der Stehachsen der Steckhülsen ermöglichen, und mehr ist schließlich für die Horizontalwinkelmessung im allgemeinen nicht nötig. Für Steilschachtmessung ist sowieso die Reitlibelle von etwa 20″ Angabe unentbehrlich, und auf eine kleine Schiefe der Stehachse kommt es dabei nicht an, wenn nur die Kippachsenneigung mit Hilfe der Reitlibelle gemessen und in Rechnung gestellt wird, da sonst der Fehler im Horizontalwinkel zu groß werden würde.

Der Dreifuß wird von drei Füßen getragen, die ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck bilden. Die beiden Füße, die an der Hypotenuse stehen, sind als Stellschrauben ausgebildet, während der im Scheitel des rechten Winkels stehende Fuß kein Schraubengewinde trägt. Mit den beiden Schrauben werden die Libellen gleichzeitig zum Einspielen gebracht. In den Dreifuß wird das Signal oder der Theodolit gesteckt und geklemmt. Fällt der Mittelpunkt des Theodolits (Schnittpunkt der Zielachse mit der Kippachse) oder der Mittelpunkt des Signals nicht in die nach oben verlängert gedachte Achse des Konus der Steckhülse, so werden dennoch die entstehenden Exzentrizitäten durch Drehen des Theodolits und der Signale um 180^0 in aller Schärfe eliminiert.

Eine unseres Erachtens schwache Seite der Breithauptschen Steckhülseneinrichtung soll nicht unerwähnt bleiben, obwohl Verfasser nicht anzugeben weiß, wie man dem Übelstand beikommen könnte. Die großen Flächen des Hohlkegels in der Steck-

hülse und des dahinein passenden Vollkegels am unteren Ende von Theodolit und Signal führen in der staubgeschwängerten Luft der Kohlenbergwerke und zumal der Braunkohlenbergwerke unwillkürlich zu der Befürchtung, ob sich nicht beim Auswechseln von Signal und Theodolit Staub dort ansetzen und die Feinheit der Winkelmessung wesentlich beeinträchtigen könnte. In solchen Gruben ausgeführte Exzentrizitätsbestimmungen können wohl Licht in die Frage bringen, ob die geäußerte Befürchtung begründet oder übertrieben ist. Doch sind dem Verfasser Untersuchungen, die nach dieser Richtung ausgeführt wären, bisher nicht bekannt geworden.

Es muß noch hervorgehoben werden, daß die Achsen des Theodolits und der Signale aus Hartmetall gearbeitet sind, wie es für Präzisionsführung, d. h. also exakte Drehung um eine Achse im streng mathematischen Sinne, ja auch selbstverständlich ist, und daß Achse und Büchse auch nicht dünn, sondern kräftig und solide gebaut sind, wie es die Präzisionsführung verlangt. Werden Achsen aus weichem Metall gearbeitet, wie das bei Instrumenten gelegentlich wohl vorkommt, oder hat eine Werkstatt in zu weit getriebenem Streben nach recht kleinen Dimensionen der Instrumente [1]) zu schwache Konstruktionsteile geschaffen, so sind elastische Verbiegungen — namentlich beim Klemmen — die notwendige Folge, und die Präzisionsdrehung ist in Frage gestellt.

Der in Rede stehende Breithauptsche Steilschachttheodolit ist ein Repetitionstheodolit. Er besitzt ein zentrisches Fernrohr und ein anschraubbares exzentrisches Fernrohr. Horizontalkreis und Höhenkreis haben 7 cm Durchmesser. Beide Kreise sind in je 10 Minuten unterteilt und können an einem Strichmikroskop mit schwenkbarem Okular gleichzeitig abgelesen werden. Da die Teilkreise nur an einer Stelle und nicht, wie es sonst üblich ist bei Theodoliten, an zwei Stellen, die um 180° auseinander liegen, abgelesen werden, so wird also eine etwaige Exzentrizität zwischen Teilkreis und Alhidade nicht eliminiert. Die heutige deutsche Feinmechanik ist nun wohl auf einer solchen Höhe angelangt, daß eine ins Gewicht fallende derartige Exzentrizität bei neuen Theodoliten kaum noch vorkommen wird. Aber sehr gute, vollkommen fehlerlose Instrumente können Fehler bekommen. Deswegen würde mir Ablesung an zwei Zeigern erwünscht erscheinen.

Horizontalkreis und Höhenkreis werden mit elektrischem Licht beleuchtet. Beim Ablesen mittels des Strichmikroskopes können Minuten geschätzt werden.

Das Fernrohr ist mit Wilds verschiebbarer Zwischenlinse ausgestattet. Zur optischen Distanzmessung hat das Fadenkreuz drei Horizontalfäden. Die Feinbewegung des Höhenkreises geschieht mittels Tangentenkippschraube.

Das Signal hat eine gläserne, kegelförmige Zielspitze, die von unten her mit einer elektrischen Taschenlampenbatterie leuchtend gemacht wird. Mittels eines konischen Zapfens wird es in die Steckhülse gesetzt. Die Zielspitze, die sich in Kippachsenhöhe befindet, wird, wenn sie sich außer Gebrauch befindet, durch eine aufschraubbare Hülse gegen Beschädigungen geschützt. Zu dem Instrument gehören noch Distanzlatten, welche ebenfalls mit einem konischen Ansatz in die Steckhülse gesteckt

[1]) „Seit vielen Jahren" beschäftigt sich die Industrie mit der Herstellung möglichst kleiner Meßinstrumente, sagt Gigas in: Ein neuer Breithaupt-Reisetachymeter. *Z. f. V. 1927. Heft 4.* In den vierziger Jahren des vorigen Jahrhunderts baute F. W. Breithaupt einen Theodolit mit 9 cm Teilungsdurchmesser (*Mitt. a. d. Markschw. 1921:* Breithaupt, Entwickelung usw.); 1866 baut dieselbe Firma einen Theodolit mit 6 cm; von 1901 ab baut Hildebrand Theodolite mit 8 cm Teilungsdurchmesser (*Mitt. a. d. Markschw. 1921:* Lüdemann, Die kleinsten usw.).

werden. Sie können auch mittels eines seitlichen Ansatzes an die Signale geschraubt werden.

Die Drehzapfenaufstellung. Die Drehzapfenaufstellung ähnelt etwas der Freiberger Aufstellung. Doch sind ihre Teile bei weitem leichter und zierlicher gehalten. Man kann die Aufstellung beinahe als Miniaturaufstellung bezeichnen.

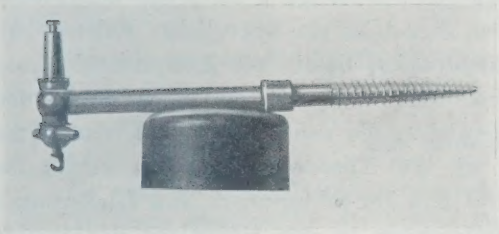


Abb. 1.

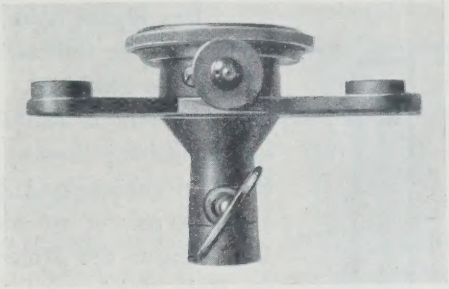


Abb. 2.

An den zur Aufstellung gehörigen Konsolen ist das Freiberger Prisma durch einen stählernen Drehzapfen von 3 cm Länge ersetzt. (Abb. 1) An die präzise Herstellung dieses Zapfens muß man sehr hohe Anforderungen stellen. Der Zapfen ist ebenso wie das Freiberger Prisma zunächst nur in einer Ebene verstellbar. Er wird mit einer Aufsteckliebelle lotrecht gestellt. Auf diesen Zapfen setzt man, wenn man den Theodolit aufstellen will, zunächst eine kleine Drehplatte (Abb. 2), die nach obenhin in einen Hohlzylinder ausgeht und mit einer Schraube geklemmt wird. In den Hohlzylinder steckt man dann ebenso wie bei der Freiberger Aufstellung die unten am Theodolit angebrachte Freiberger Kugel. Der Theodolit wird alsdann geklemmt und außerdem noch durch drei Greifer gehalten. Diese werden durch Drehen eines geänderten Drehplattenringes herein- oder herausgetrieben.

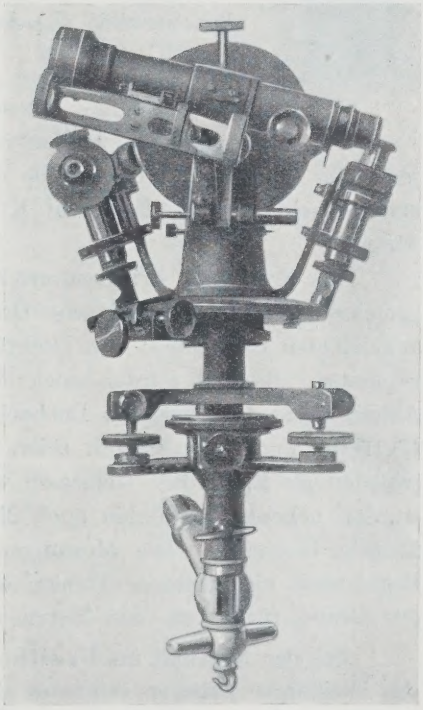


Abb. 3.

Wenn die Achse des Drehzapfens und die des Hohlzylinders der Drehplatte nicht zusammenfallen, so schadet das nichts, da diese Exzentrizität durch Umdrehen der Drehplatte um 180^0 beseitigt werden kann.

Das Signal wird ohne Drehplatte unmittelbar auf den Drehzapfen gesetzt. Es enthält die gleiche konische Ausbohrung wie die Drehplatte. Eine Exzentrizität der Zielspitze, die sich im Laufe des Gebrauchs etwa einstellen könnte, kann also ebenfalls durch Drehen 180^0 weit um den Zapfen eliminiert werden.

Auf der Drehzapfenaufstellung benutzte ich einen 8-cm-Schraubenmikroskoptheodolit (Abb. 3), dessen Stehachse mittels einer Dosenlibelle lotrecht gestellt wurde. Das Fernrohr war exzentrisch angebracht. Um das Aufsuchen von Zielpunkten zu er-

leichtern, war an dem Fernrohr ein Aubellscher Sucher angebracht. Am Okular war ein Prisma angeschraubt, das wohl auch durch ein gebrochenes Okular ersetzt werden könnte. Die Einstellung auf verschiedene Entfernungen erfolgte durch Okulartrieb. Der Teilwert des Horizontalkreises betrug 10 Minuten. An der Trommel des Schraubenmikroskopes konnten Sekunden geschätzt werden. Die Vergrößerung des Fernrohrs war 15,6.

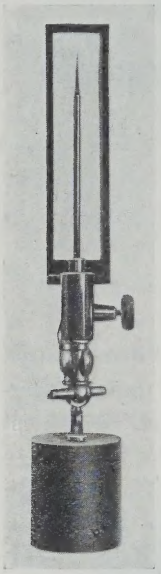


Abb. 4.

Das Signal (Abb. 4) ist ein Zielspitzensignal. Die Spitze wurde, wenn sie außer Gebrauch war, gegen Beschädigung durch eine aufschraubbare Hülse geschützt. An dem Signal ist ein beweglicher Rahmen angebracht mit hellem Pergamentpapier, damit die Zielspitze sich von der Umgebung besser abhebt. Bemerkenswert sind noch die zu den Signalen gehörigen Anhängegewichte, die den Zweck haben, das Signal genau so schwer zu machen wie den Theodolit. Dadurch werden die Belastungen der Konsole und ihre Durchbiegungen und Lockerungen im Holz gleich groß. Veränderungen in der Höhenlage der Punkte bei verschiedener Belastung durch Theodolit und durch Signal werden dadurch einander gleich gemacht.

Bei der Ausführung der Messung war darauf zu achten, daß Signalspitze und Kippachse des Theodolits in gleicher Höhe lagen. Beim Messen in zwei Fernrohrlagen wurden Signal und Drehplatte mit dem Theodoliten 180^0 weit um den Drehzapfen gedreht, um dadurch eine Exzentrizität der Aufstellung nach Möglichkeit zu eliminieren.

Untersuchungsanordnung.

Um die mittlere Exzentrizität der drei Aufstellungsarten zu bestimmen, wurden im ganzen 114 Dreiecksabschlüsse gemessen. Für jede der Aufstellungsarten wurde ein besonderes Meßdreieck festgelegt. Instrumente und Signale wurden dabei auf Konsolen gebraucht, die in die Wände einzementiert waren.

Das Freiberger Prismendreieck wurde insgesamt je 9 mal von drei Beobachtern gemessen; das Breithauptsche Dreieck von jedem je 10 mal ohne und ebensooft mit angehängten Gewichten; das Drehzapfendreieck wurde je 9 mal von jedem Beobachter gemessen. Sodann wurden noch Messungen zur Bestimmung des mittleren Ziel- und Ablesefehlers der einzelnen Beobachter ausgeführt. Die drei Beobachter Eversmann, Helfritz und Kesternich seien nach dem Anfangsbuchstaben ihrer Namen unterschieden als E, H, K. Gemessen wurden in aller Schärfe nur Horizontalwinkel. Doch wurden nebenbei immerhin auch die Längen der Dreiecksseiten und die Höhenwinkel flüchtig bestimmt. Die Messungen des Breithauptschen Dreiecks wurden in der Regel nach eingetretener Dunkelheit vorgenommen entsprechend den Verhältnissen in der Grube, für welche das Instrument bestimmt ist.

Bei der Messung im Breithauptschen Dreieck und ein wenig auch im Dreieck der Freiberger Prismen zeigte es sich zunächst, daß nach dem Austausch von Signal und Theodolit die Libellen zuweilen nicht mehr einspielten. Bei der Breithauptschen Einrichtung spielte vor allem die in der Längsrichtung des Konsols angeordnete Dreifußlibelle nach dem Wechsel nie ein. Dieses war offenbar bedingt durch das verschiedene Gewicht von Signal und Theodolit: wegen des verschiedenen Gewichtes wurden die Konsole verschieden stark belastet und daher offenbar auch verschieden stark durchgebogen. Daher wurden für Breithaupts Steilschachteinrichtung nachträglich

Gewichte hergestellt, durch welche die Differenz des Gewichtes zwischen Signal und Theodolit ausgeglichen wurde. Diese Gewichte wurden also unter den Signalen an die Konsole gehängt. Für die Freiberger Prismenaufstellung unterblieb die Herstellung derartiger Ergänzungsgewichte, da einmal die Libellenausschläge weniger bedeutend waren und zudem der massive Bau der Konsole zu der Vermutung führte, daß wohl überhaupt keine Durchbiegungen von praktischer Bedeutung erzeugt würden. Diese Vermutung wurde später durch die Untersuchung bestätigt. Bei der Drehzapfenaufstellung dagegen habe ich derartige Anhängergewichte zum Ausgleich der Gewichtsunterschiede angewendet.

Für die untersuchten Aufstellungsarten ergaben sich die nachstehenden Dreiecksabschlüsse.

Die Dreiecksabschlüsse.

Es erschien mir interessant festzustellen, welche mittleren Fehler erhalten würden, wenn in jeder Fehlerreihe der größte Fehler ausgeschieden wird. Daher wurden alle Berechnungen zweimal ausgeführt, einmal ohne Ausscheiden und einmal mit Ausscheiden des Maximalfehlers. Die erhaltenen Ergebnisse sind im folgenden durch einen wage-

Freiberger Prismenaufstellung.

Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten $\frac{4{,}8+5{,}9+7{,}8}{3}=6{,}2$ m.

	Dreiecksabschluß	w	$w\cdot w$
1.	180 00 00″	0″	0
2.	00 23	− 23	529
3.	00 09	− 9	81
4.	00 25	− 25	625
5.	00 04	− 4	16
6.	179 59 55	+ 5	25
7.	180 00 11	− 11	121
8.	179 59 59	+ 1	1
9.	180 00 21	− 21	441
10.	179 59 38	+ 22	484
11.	180 00 14	− 14	196
12.	179 59 50	+ 10	100
13.	180 00 09	− 9	81
14.	179 59 43	+ 17	289
15.	180 00 19	− 19	361
16.	00 10	− 10	100
17.	00 30	− 30	900
18.	179 59 38	+ 22	484
19.	180 00 03	− 3	9
20.	00 02	− 2	4
21.	00 00	0	0
22.	179 59 49	+ 11	121
23.	59 59	+ 1	1
24.	59 51	+ 9	81
25.	59 57	+ 3	9
26.	59 56	+ 4	16
27.	180 00 01	− 1	1
		$[w\cdot w]=5076$	

$$\Delta^2=\frac{[w\cdot w]}{n}=\frac{5076}{27}=188;\qquad \Delta=\pm 13{,}7'';\qquad m_\beta=\frac{\pm\Delta}{\sqrt{3}}=\pm 7{,}9''$$

rechten Strich über dem mathematischen Symbol gekennzeichnet, also $\overline{m}_\beta$, m_β so, daß der Strich an die stattgehabte Ausscheidung des höchsten Fehlers erinnern soll.

In der Fehlerreihe des Freiberger Prismendreiecks finden sich nun 14 positive, 11 negative Fehler und 2 Nullwerte. Der höchste vorkommende Fehler (Nr. 17) im Betrage von 30″ beträgt das 2,2 fache des mittleren Fehlers. Nach Ausscheidung dieses Fehlers erhält man:

$$[\overline{w \cdot w}] = 4176; \qquad \overline{\Delta} = \pm 12{,}7''$$
$$\overline{m}_\beta = \pm 7{,}3'' \quad (\text{gegen } m_\beta = \pm 7{,}9'').$$

In dieser Fehlerreihe liegen 18 Fehler — 67% aller Beobachtungen — innerhalb des einfachen mittleren Fehlers; nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung war zu erwarten, daß 68% der Beobachtungen innerhalb dieser Grenze liegen würden. 96% bleiben innerhalb des zweifachen mittleren Fehlers, während es nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung 95% sein müssen. Ein Fehler, d. s. 4%, überschreitet den zweifachen

Breithaupts Steilschachttheodolit ohne die Gewichte für die Signale.

Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten $\frac{7{,}8 + 5{,}8 + 4{,}6}{3} = 6{,}1$ m.

	Dreiecksabschluß	w	$w \cdot w$
1.	179 59 45″	+ 15″	225
2.	59 30	+ 30	900
3.	180 01 15	− 75	5625
4.	00 00	0	0
5.	179 59 15	+ 45	2025
6.	180 00 00	0	0
7.	179 58 52	+ 68	4624
8.	59 45	+ 15	225
9.	180 00 15	− 15	225
10.	179 59 23	+ 37	1369
11.	59 45	+ 15	225
12.	180 01 15	− 75	5625
13.	00 30	− 30	900
14.	01 45	− 105	11025
15.	00 15	− 15	225
16.	00 45	− 45	2025
17.	00 30	− 30	900
18.	02 00	− 120	14400
19.	01 15	− 75	5625
20.	02 30	− 150	22500
21.	179 58 30	+ 90	8100
22.	58 15	+ 105	11025
23.	59 15	+ 45	2025
24.	59 22	+ 38	1444
25.	180 00 00	0	0
26.	179 59 45	+ 15	225
27.	59 00	+ 60	3600
28.	180 00 00	0	0
29.	179 59 15	+ 45	2025
30.	59 30	+ 30	900
		$[w \cdot w] = 108012$	

$$\Delta^2 = \frac{[w \cdot w]}{n} = \frac{108012}{30} = 3600; \qquad \Delta = \pm 60''; \qquad m_\beta = \pm \frac{60}{\sqrt{3}} = \pm 34{,}7''$$

mittleren Fehler; nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind 5% zu erwarten — immer vorausgesetzt, daß für unsere Fehler das Gaußische Fehlergesetz gilt. Es ist danach also bei dieser Messungsart keine Neigung zum Begehen grober Fehler erkennbar.

Bei der Breithauptschen Steilschachttheodoliteinrichtung erscheinen die Dreiecksabschlüsse naturgemäß in größeren Beträgen, da an dem einzigen Strichmikroskop nur Minuten geschätzt werden.

In der Fehlerreihe für Breithaupts Steilschachttheodolit ohne Gewichte für die Signale sind 15 positive Fehler, 11 negative und 4 Nullwerte. Der 2,5 fache mittlere Fehler wird einmal erreicht (Fehler Nr. 20). 70% der Fehler liegen innerhalb des einfachen mittleren Fehlers gegenüber 68% der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 97% bleiben innerhalb des zweifachen mittleren Fehlers gegenüber 95% der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nur ein Fehler (Nr. 20) ist größer als der zweifache mittlere Fehler, was ebenfalls der Wahrscheinlichkeitsrechnung entspricht.

Breithaupts Steilschachttheodolit mit Gewichten für die Signale.

Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten $\frac{7{,}8+5{,}8+4{,}6}{3}=6{,}1$ m.

	Dreiecksabschluß	w	$w\cdot w$
1.	180 00 37″	− 37″	1369
2.	179 59 38	+ 22	484
3.	180 00 08	− 8	64
4.	00 08	− 8	64
5.	00 37	− 37	1369
6.	179 59 54	+ 6	36
7.	59 29	+ 31	961
8.	180 00 23	− 23	529
9.	179 59 52	+ 8	64
10.	180 00 53	− 53	2809
11.	179 58 15	+105	11025
12.	180 00 30	− 30	900
13.	179 59 45	+ 15	225
14.	180 00 30	− 30	900
15.	01 30	− 90	8100
16.	00 00	0	0
17.	179 58 45	+ 75	5625
18.	180 01 45	−105	11025
19.	179 59 00	+ 60	3600
20.	180 00 45	− 45	2025
21.	179 59 15	+ 45	2025
22.	59 45	+ 15	225
23.	59 30	+ 30	900
24.	180 00 00	0	0
25.	179 59 00	+ 60	3600
26.	59 45	+ 15	225
27.	59 45	+ 15	225
28.	180 00 15	− 15	225
29.	180 00 00	0	0
30.	180 00 00	0	0
			$[w\cdot w]=58599$

$$\Delta^2=\frac{[w\cdot w]}{n}=\frac{58\,599}{30}=1953;\qquad \Delta=\pm 44{,}2'';\qquad m_\beta=\pm\frac{\Delta}{\sqrt{3}}=\pm 25{,}6''$$

Nach Ausscheidung des höchsten Fehlers erhält man folgende Zahlen:

$$[\overline{w \cdot w}] = 85\,512;$$

$$\overline{\Delta}^2 = \frac{[w \cdot w]}{n} = 2949; \qquad \overline{\Delta} = \pm 54{,}3''$$

$$\overline{m}_\beta = \pm 31{,}4'' \quad (\text{gegen } m_\beta = \pm 34{,}7'').$$

Die Fehlerhäufigkeiten decken sich also nahezu mit den nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwartenden Werten, so daß man sagen kann: „grobe Fehler haben sich allem Anschein nach nicht in die Reihe eingeschlichen" im Gegensatz zu der Fehlerreihe des Breithauptschen Steilschachttheodolits mit Gewichten.

Bei der Messung mit Ergänzungsgewichten finden wir in der Fehlerreihe 12 negative Dreiecksabschlüsse, 14 positive und 4 Nullwerte. Von den Fehlern liegen 70% innerhalb des einfachen mittleren Fehlers gegenüber 68%, die nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten waren. 90% bleiben zwischen dem zweifachen mittleren Fehler gegenüber 95% nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 10% überschreiten den

Drehzapfenaufstellung.

Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten. $\frac{6{,}7 + 7{,}2 + 12{,}8}{3} = 8{,}9$ m.

i	Dreiecksabschluß	w	$w \cdot w$	$w_i - w_{i+1}$	$(w_i - w_{i+1})^2$
1.	179 59 50″	+10″	100	+10	100
2.	180 00 00	0	0	− 9	81
3.	179 59 51	+ 9	81	+ 4	16
4.	59 55	+ 5	25	+11	121
5.	180 00 06	− 6	36	− 3	9
6.	00 03	− 3	9	+ 7	49
7.	00 10	−10	100	−12	144
8.	179 59 58	+ 2	4	+11	121
9.	180 00 09	− 9	81	− 6	36
10.	00 03	− 3	9	− 6	36
11.	179 59 57	+ 3	9	+16	256
12.	180 00 13	−13	169	−15	225
13.	179 59 58	+ 2	4	− 9	81
14.	59 49	+11	121	−22	484
15.	59 27	+33	1089	+33	1089
16.	180 00 00	0	0	−12	144
17.	179 59 48	+12	144	+ 7	49
18.	59 55	+ 5	25	− 4	16
19.	59 51	+ 9	81	+ 3	9
20.	59 54	+ 6	36	+ 6	36
21.	180 00 00	0	0	− 5	25
22.	179 59 55	+ 5	25	− 2	4
23.	59 53	+ 7	49	− 3	9
24.	59 50	+10	100	+ 3	9
25.	59 53	+ 7	49	− 5	25
26.	59 48	+12	144	+ 6	36
27.	59 54	+ 6	36	− 4	16
		$A = [w \cdot w] = 2526$		+117	$B =$
				−117	$[(w_i - w_{i+1})^2] = 3226$

$$\Delta^2 = \frac{[w \cdot w]}{n} = \frac{2526}{27} = 93{,}5; \qquad \Delta = \pm 9{,}6''; \qquad m_\beta = \frac{\pm \Delta}{\sqrt{3}} = \pm 5{,}5''$$

zweifachen mittleren Fehler, während dieses von 5% nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwarten wäre. Die Häufigkeit der Fehler stimmt also im letzteren Punkte mit der nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu erwartenden Häufigkeit nicht gerade gut überein, so daß es den Anschein gewinnt, als ob einige Fehler verdächtig seien, grobe Fehler zu sein. Doch kann ich allerdings keinen erkennbaren Grund dafür anführen. Denn im Vergleich zur Fehlerreihe ohne Gewichte, die ja in dieser Hinsicht bedeutend besser abgeschnitten hat, läßt sich nun doch wohl schwer ein Grund denken, daß etwa die an die Signale angehängten Gewichte die Ursache zur Entstehung grober Ablesefehler bilden könnten. Man wird daher den Umstand, daß die Tendenz zur Entstehung grober Fehler gerade bei angehängten Gewichten aufgetreten ist, wohl als zufällig ansehen müssen, und man wird im allgemeinen also sagen: die Beobachtungen haben bei der Breithauptschen Ablese- und Zieleinrichtung, zwar in sehr geringem Grade, aber doch in immerhin erkennbarer Weise die Tendenz zur Entstehung gröberer Versehen gezeigt.

Nach Ausscheidung der beiden gleichgroßen höchsten Fehler Nr. 11 und Nr. 18 in der Fehlerreihe für Breithaupts Steilschachttheodolit mit den Gewichten für die Signale erhält man die entsprechenden Zahlen:

$$[\overline{w \cdot w}] = 36549;$$

$$\overline{\Delta}^2 = \frac{[\overline{w \cdot w}]}{n} = \frac{36549}{28}; \qquad \overline{\Delta}^2 = 1305; \qquad \overline{\Delta} = \pm 36{,}2'';$$

$$\overline{m}_\beta = \pm 20{,}9'' \quad (\text{gegen } m_\beta = \pm 25{,}6'').$$

In der Fehlerreihe für die Drehzapfenaufstellung finden wir ein deutliches Überwiegen der positiven Fehler. Es stehen 18 positiven Fehlern 6 negative und 3 Nullwerte gegenüber. Dieser Sachverhalt läßt ohne Frage auf einen verborgenen regelmäßigen Fehler schließen. Doch ist es mir nicht möglich, eine ganz sichere Erklärung zu finden. Ich komme auf den Fall noch an anderer Stelle zurück. Innerhalb des einfachen mittleren Fehlers liegen 70% der Dreiecksabschlüsse gegen 68%, die sich nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergeben würden. Innerhalb des zweifachen mittleren Fehlers finden sich 96% gegenüber 95% nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Einmal wird der zweifache mittlere Fehler überschritten. Diese Häufigkeitswerte geben also keinen Hinweis darauf, daß sich ein grobes Versehen eingeschlichen haben könnte. Man muß aber die Vorzeichenangelegenheit jedenfalls als Hinweis auffassen, daß die Beobachtungsfehler dem Gaußischen Fehlergesetz nicht folgen, daß also eine verborgene Fehlerursache vorhanden sein muß. Der höchste Fehler (Nr. 15) fällt infolge seiner Größe allerdings ganz aus der Fehlerreihe heraus, indem er den Betrag 33″ erreicht und damit das 3,4 fache des mittleren Fehlers bildet. Ein so großer Fehler dürfte nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung erst unter rund 1000 Beobachtungen einmal auftreten, während nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung unter 27 Fehlern der höchste vorkommende Fehler nur gleich 2,37 bis 2,38 m sein dürfte, wie folgende Überlegung zeigt:

Jordans Tafel 21 [4] gibt Tafelwerte t_i für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler zwischen die Grenzen $\pm n_i \cdot m$ fällt. Mithin ist $1 - t_i$ die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler außerhalb dieser Grenzen fällt. Es ist also 27 $(1 - t_i)$ die Häufigkeit, mit welcher der Fehler $\pm n_i \cdot m$ unter 27 Beobachtungen überschritten wird. Setzen wir diese Häufigkeit gleich 0,5, so erhalten wir:

$$27\,(1 - t_i) = 0{,}5$$

$$t_i = \frac{26{,}5}{27} = 0{,}982$$

$$n_i = 2{,}37\,.$$

Es kann also der Fehler 2,37 m höchstens einmal überschritten werden.

Nun hat man für 2,38 m:

$$W(\pm\, 2{,}38\text{ m}) = 0{,}983$$

$$1 - 0{,}983 = 0{,}017$$

$$27 \cdot 0{,}017 = 0{,}46\,.$$

Die Häufigkeit, mit der der Fehler 2,38 m unter 27 Beobachtungen überschritten wird, ist also nur 0,46, also nicht mehr „rund 1", sondern null. D. h. der höchste Fehler liegt zwischen 2,37 m und 2,38 m.

Man könnte daher wohl daran denken, den Fehler als verdächtig, ein grober, vermeidbarer Fehler zu sein, von der weiteren Behandlung auszuschließen. Allein das Ausscheiden von Beobachtungen ist ein sehr heikler Fall. Wir wollen es mit folgender Äußerung von Airy halten, die Czuber[5] angibt: „Zur Ausscheidung einer Beobachtung sind wir nur dann berechtigt, wenn wir bei der besten Schätzung der Grenzen, innerhalb welcher die verschiedenen Fehlerursachen wirken können, finden, daß das Zusammenwirken dieser Ursachen unmöglich einen Widerspruch von der fraglichen Größe hervorbringen kann."

Hier, wo wir einen Dreieckswiderspruch von 33″ vor uns haben, stehen wir vor der Frage, ob 11″ Fehler für den einzelnen Dreieckswinkel möglich wäre. Wir wollen auch auf diese Frage erst später eingehen und einstweilen nur, ohne uns für das eine oder das andere zu entscheiden, einmal mit und einmal ohne Ausscheiden rechnen.

Nach Ausscheiden des Fehlers Nr. 15 erhält man also:

$$[\overline{w \cdot w}] = 1437;$$

$$\overline{\Delta}^2 = \frac{[\overline{w \cdot w}]}{n} = 55{,}2; \qquad \overline{\Delta} = \pm\, 7{,}4''\,;$$

$$\overline{m}_\beta = \pm\, 4{,}3 \quad (\text{gegen } m_\beta = \pm\, 5{,}5'')\,.$$

In der folgenden Tabelle sind alle Fehlerhäufigkeiten zusammengestellt, wobei die überstrichenen Zahlen die Werte nach Ausscheiden des Höchstfehlers angeben:

	Freiberger Prismen-aufstellung	Breithaupt ohne	Breithaupt mit	Drehzapfen	Nach der Wahrscheinlichkeit zu erwarten
Innerhalb des einfachen mittleren Fehlers	67 % $\overline{69}$ %	70 % $\overline{69}$ %	70 % $\overline{68}$ %	70 % $\overline{62}$ %	68 % 68 %
Innerhalb des zweifachen mittleren Fehlers	96 % $\overline{100}$ %	97 % $\overline{97}$ %	90 % $\overline{93}$ %	96 % $\overline{100}$ %	95 % 95 %
Größer als der zweifache mittlere Fehler	4 % $\overline{0}$ %	3 % $\overline{3}$ %	10 % $\overline{7}$ %	4 % $\overline{0}$ %	5 % 5 %

Der mittlere Dreieckswiderspruch.

Die folgende Zusammenstellung zeigt die mittleren Dreieckswidersprüche ohne und mit Ausscheidung des höchsten vorgekommenen Widerspruches.

	Freiberger Prismen-aufstellung	Breithaupt ohne	Breithaupt mit	Drehzapfen
$\Delta =$	$\pm 13{,}7''$	$\pm 60{,}0''$	$\pm 44{,}2''$	$\pm 9{,}6''$
$\bar{\Delta} =$	$\pm 12{,}7''$	$\pm 54{,}3''$	$\pm 40{,}5''$	$\pm 7{,}4''$
$\Delta - \bar{\Delta} =$	$1{,}0''$	$5{,}7''$	$3{,}7''$	$2{,}2''$
$\frac{\Delta - \bar{\Delta}}{\Delta} =$ in %	7,3 %	9,5 %	8,4 %	23,0 %

Die Differenzen $\Delta - \bar{\Delta}$ betragen also bis zu $6''$ und bis zu 23 % des Wertes von Δ. Dieser letztere, verhältnismäßig hohe Wert, der für die Drehzapfenaufstellung erreicht wird, führt erneut auf die Vermutung, daß der Höchstfehler nicht zu den unvermeidlichen Fehlern gehört, sondern daß eine besondere Fehlerquelle vorliegen wird. Bei den anderen Aufstellungsarten sind eigentümlicherweise die Differenzen in % ausgedrückt untereinander von annähernd gleicher Größe.

Ergänzungsuntersuchungen, die zur Berechnung der mittleren Exzentrizität der Aufstellungen notwendig waren.

Außer den schon besprochenen Dreiecksmessungen waren noch Messungen zur Bestimmung der Größe $m_z^2 + m_a^2$ notwendig, wo m_a und m_z den mittleren Ablese- und Zielfehler bedeuten.

a) Winkelmessung mit dem Einheitstheodolit.

Es wurde von jedem der drei Beobachter E, H, K ein Winkel 21mal in derselben Fernrohrlage gemessen. Aus den Ergebnissen wurde der mittlere Winkelmeßfehler berechnet. Wir bezeichnen ihn mit $\bar{m}_w$ im Gegensatz zu m_w, das den mittleren Fehler eines Winkels bezeichnen soll, der in beiden Fernrohrlagen je einmal gemessen wurde. Bezeichnen wir ferner mit ε_z den Zielfehler und mit ε_a den Ablesefehler des Mittels aus 2 Zeigern und mit $\bar{\varepsilon}_w$ den Fehler des nur in einer Fernrohrlage gemessenen Winkel, so können wir sagen:

$$\bar{\varepsilon}_w = \varepsilon_{z1} + \varepsilon_{a1} - \varepsilon_{z2} - \varepsilon_{a2}.$$

Für den mittleren Fehler erhalten wir mithin:

$$\bar{m}_w^2 = 2\,(m_z^2 + m_a^2).$$

Wir erhielten nun aus den $3 \times 21 = 63$ Beobachtungen für den Hildebrandschen Einheitstheodolit:

	$\bar{m}_w^2$	$\bar{m}_w$
Beob. E	109	$\pm 10{,}5''$
Beob. H	185	$\pm 13{,}6''$
Beob. K	53	$\pm 7{,}3''$
	$347 : 3 = 116$.	

Im Mittel wird $\bar{m}_w = \pm 11''$, und wir erhalten also:

$$\bar{m}_w^2 = 116 = 2\,(m_z^2 + m_a^2)$$
$$m_z^2 + m_a^2 = 58.$$

b) Winkelmessung mit Breithaupts Steilschachttheodolit.

Ein Dreieckswinkel wurde mehrmals von allen Beobachtern gemessen. Das gleiche geschah mit einem zweiten Dreieckswinkel.

Wir erhielten aus 63 Messungen des ersten Winkels, indem jeder der drei Beobachter den Winkel 21 mal maß:

1.	$\overline{m}_w^2$	$\overline{m}_w$
Beob. E	990	$\pm$ 31,5″
Beob. H	2700	$\pm$ 52,0″
Beob. K	321	$\pm$ 18 ″

und aus 84 Messungen des zweiten Winkels, indem die Beobachter E und K den Winkel je 21 mal, H ihn 42 mal maßen:

2.	$\overline{m}_w^2$	$\overline{m}_w$
Beob. E	255	$\pm$ 16″
Beob. H	3656	$\pm$ 60,5″
Beob. H	2517	$\pm$ 50″
Beob. K	258	$\pm$ 16″

Mittel aus . . . 1.

$$\overline{m}_w^2 = 1337 \qquad \overline{m}_w = \pm 37''$$

Mittel aus . . . 2.

$$\overline{m}_w^2 = 1200 \qquad \overline{m}_w = \pm 35''.$$

Die aus beiden Winkeln erhaltenen Zahlen für $\overline{m}_w$ sind also: $\pm 35''$ und $\pm 37''$. Es sind beinahe die gleichen Zahlen, wie ja von vornherein zu erwarten war. Im Mittel erhält man:

$$\overline{m}_w = \pm 36'' \qquad \overline{m}_w^2 = 1296$$

also schließlich:

$$m_z^2 + m_a^2 = 648.$$

c) Drehzapfenaufstellung mit kleinem Schraubenmikroskoptheodolit.

Zur Bestimmung von $m_z^2 + m_a^2$ wurde etwas anders verfahren, als beim Hildebrandschen Einheitstheodolit und dem Breithauptschen Steilschachttheodolit. Während mit diesen beiden Instrumenten in einer Fernrohrlage ein Winkel je 21 mal gemessen wurde, haben die drei Beobachter mit dem kleinen Schraubenmikroskoptheodolit nur eine Richtung — auch nur in einer Fernrohrlage — je 21 mal eingestellt. Es ergaben sich für diese Richtung die Ablesungen

$$\overline{r}_1, \ldots, \overline{r}_{21}$$

mit den Fehlern

$$\overline{\varepsilon}_{r1}, \ldots, \overline{\varepsilon}_{r21}.$$

Es ist dann:

$$\overline{\varepsilon}_r = \varepsilon_z + \varepsilon_a,$$

wo ε_a sich auf das Mittel der Ablesungen an beiden Zeigern bezieht. Für die mittleren Fehler wurde dann geschlossen:

$$\overline{m}_r^2 = m_z^2 + m_a^2.$$

Bildet man also das Mittel

$$x = \frac{r_1 + \ldots + r_{21}}{21}$$

und die Abweichungen $v_1, \ldots, v_{21}$, der einzelnen r von diesem Mittel, so hat man:

$$\overline{m}_r^2 = \frac{[v \cdot v]}{20}.$$

Man erhält daher schließlich:

$$\frac{[v \cdot v]}{20} = m_z^2 + m_a^2.$$

Es ergab sich für den kleinen Schraubenmikroskoptheodoliten aus allen $3 \cdot 21 = 63$ Beobachtungen:

$$m_z^2 + m_a^2 = \frac{[v \cdot v]}{20} = 5{,}6\,.$$

Der Grund, warum mit dem Mikroskoptheodolit etwas anders verfahren wurde, wie mit den beiden einfacheren Theodoliten, liegt in folgenden Überlegungen. Der hohe Stand der geodätischen Fernrohroptik wird bekanntlich durch die Ablesevorrichtungen bei den einfachen Theodoliten nicht ausgenutzt. Der Zielfehler, den ein Anfänger mit einem gewöhnlichen Theodolitfernrohr von der üblichen Vergrößerung und der üblichen Helligkeit erreicht, wird kaum jemals wesentlich über $\pm 2''$ betragen[1]). Das ist schon sehr hoch gerechnet. Aber die Ablesung am Nonius gibt in der Regel nur $30''$. Doch sind die Teilstriche und der Nonius heutzutage so schön nnd fein gearbeitet, daß schon ein Anfänger mit Sicherheit halbe Nonieneinheiten schätzt. Er liest also $15''$ noch mit Sicherheit ab. Sein Maximalfehler ist dann immer noch $\pm 7{,}5''$. Innerhalb dieses weiten Spielraums sind sämtliche Fehler gleich wahrscheinlich. Die zufällige Stellung des Fernrohrs zur Ablesevorrichtung — den Zeigerabstand, der fehlertheoretisch ebenso wie der Betrag der Anfangsablesung hier nicht von Belang ist, scheiden wir von vornherein aus der Betrachtung aus — kann ebensogut so sein, daß man, auf $15''$ ablesend, eigentlich noch $6''$ mehr ablesen müßte wie z. B. $3''$ weniger. Die größeren Fehler sind hier keineswegs weniger wahrscheinlich als die kleineren. Mit anderen Worten: Die zufällige Stellung der Zielachse gegen die Ablesevorrichtung entspricht natürlich nicht immer einem ganzen Vielfachen von $15''$, und die Abweichung bildet die Hauptursache des Ablesefehlers, der somit nicht dem Gaußischen Fehlergesetz folgt. Der Richtungsfehler, der gleich $\varepsilon_z + \varepsilon_a$ ist, setzt sich also zum kleinsten Teil zusammen aus ε_z, das dem Fehlergesetz folgt, und zum weitaus größten Teil aus ε_a, das dem Fehlergesetz nicht folgt. Es wäre mithin bedenklich, in diesen Fällen aus

---

[1]) Fr. Klempau [6] fand den mittleren Zielfehler an einem 12-cm-Hildebrandtheodolit bei 19facher Vergrößerung und bei 23facher Vergrößerung zu $\pm 1{,}5''$. In gleicher Weise bestimmte er bei einem $10''$-Theodolit von Rosenberg mit 30facher Vergrößerung den mittleren Zielfehler zu $\pm 0{,}8''$, bei ungünstigen Luftverhältnissen zu $\pm 2{,}4''$.

A. Pelzer [7] gibt für sechs verschiedene Fernrohre mit den Vergrößerungen 17,4; 14,1; 17,3; 17,0; 17,4 und 27,9 folgende Werte an:

Mittlerer Zielfehler $= m_z$

$m_{z1} = \pm 2{,}4''$	$m_{z3} = \pm 2{,}4''$	$m_{z5} = \pm 1{,}5''$
$m_{z2} = \pm 2{,}2''$	$m_{z4} = \pm 2{,}4''$	$m_{z6} = \pm 1{,}4''$.

K. Lüdemann [8] fand für zwei 8-cm-Schraubenmikroskoptheodolite mit den Vergrößerungen $v = 18$ und $v = 20$:

bei günstigen Verhältnissen

$$m_z = \pm 1{,}8''; \qquad \pm 1{,}3'',$$

bei mittleren Verhältnissen

$$m_z = \pm 2{,}5''; \qquad \pm 1{,}5''.$$

Für einen 12 cm Theodolit mit Schraubenmikroskopen gibt er als Mittelwerte an für ein Fernrohr mit 19facher und mit 25facher Vergrößerung:

$m_z = \pm 1{,}3''$ bei günstigen Verhältnissen,
$m_z = \pm 1{,}4''$ bei mittleren Verhältnissen,
$m_z = \pm 2{,}4''$ bei wenig günstigen Verhältnissen.

den ε_r nach Formeln, die dem Fehlergesetz entspringen, den Ausdruck $m_z^2 + m_a^2$ zu bilden. Wird dagegen mit einem solchen Instrument ein Winkel w gemessen, so ist dann:

$$\bar{\varepsilon}_w = \varepsilon_{z1} + \varepsilon_{a1} - \varepsilon_{z2} - \varepsilon_{a2}.$$

Es ist also $\bar{\varepsilon}_w$ ein Aggregat von vier Einzelfehlern. In diesem Fall hat $\bar{\varepsilon}_w$ schon ziemlich angenähert den Charakter eines zufälligen Fehlers im Sinne des Gaußischen Fehlergesetzes. Man darf daher in diesem Falle die Formel aufstellen:

$$\bar{m}_w^2 = 2\,(m_z^2 + m_a^2).$$

Ganz anders liegt der Fall beim Schraubenmikroskoptheodolit. Der Zielfehler wird im wesentlichen der gleiche sein wie bei dem einfachen Theodoliten. Aber die Ablesung auf der Trommel des Mikroskops gibt die einzelne Sekunde mit Sicherheit. Der größte Fehler ist also 0,5″, der mittlere Fehler $0{,}6 \cdot 0{,}5 = 0{,}3''$. Dazu kommt noch, daß jeder Ablesefehler ε_a sich aus vier Einzelfehlern zusammensetzt: Einstellung des Doppelfadens auf einen Limbusstrich, Ablesung an der Schraubentrommel, beides an jedem der beiden Mikroskope. Ein so aus vier Elementarfehlern zusammengesetzter Fehler folgt dem Gaußischen Fehlergesetz schon sehr angenähert, und um so mehr der Richtungsfehler $\bar{\varepsilon}_r$, der von der Form ist:

$$\bar{\varepsilon}_r = \varepsilon_z + \varepsilon_a,$$

also noch einen Elementarfehler mehr umfaßt. Infolgedessen kann man beim Mikroskoptheodolit unbedenklich schreiben:

$$\bar{m}_r^2 = m_z^2 + m_a^2.$$

Berechnung der mittleren Exzentrizität einer Aufstellung.

Es bezeichne allgemein (s. Abb. 5):

S_1, Th, S_2 die Stellen des Raumes, an welche nacheinander der Theodolitmittelpunkt gelangt,

S_1' den ersten Signalstandpunkt,

S_2' den zweiten Signalstandpunkt,

s_1, s_2 die Seiten $Th\,S_1'$ und $Th\,S_2'$.

Wir wollen annehmen, daß es erlaubt sei, näherungsweise $s_1 = s_2 = s$ zu setzen.

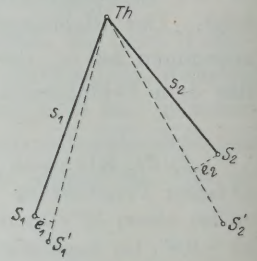


Abb. 5.

ϱ $= 206265$,

ε_z, m_z die Zielfehler,

ε_a, m_a die Ablesefehler des Mittels aus beiden Zeigern,

$\varepsilon_e = \frac{e}{s}\varrho$ den Exzentrizitätsfehler in Winkelmaß,

e, m_e die Exzentrizität der Aufstellung quer zur Sicht in mm.

β_1, β_2, β_3 die durch Messung in beiden Fernrohrlagen erhaltenen Beträge für die Dreieckswinkel;

ε_1, ε_2, ε_3 die Fehler der β;

$\bar{m}_\beta$ den mittleren Fehler des in nur einer Fernrohrlage gemessenen Dreieckswinkels;

m_β den entsprechenden Wert für das Mittel aus beiden Fernrohrlagen, beide Beträge aber, ohne daß die Winkel im Dreieck auf 180° abgestimmt sind;

w den Dreieckswiderspruch;

Δ $= \sqrt{\frac{[w \cdot w]}{n}}$.

Dann ist:

$$\beta_1 + \varepsilon_1 + \beta_2 + \varepsilon_2 + \beta_3 + \varepsilon_3 = 180^0,$$
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = w.$$

Der Fehler eines in beiden Fernrohrlagen gemessenen Winkels setzt sich aus Ziel-, Ablese- und Exzentrizitätsfehlern, wie folgt, zusammnn:

$$\varepsilon_i = \tfrac{1}{2}\{\varepsilon_{z1} + \varepsilon_{a1} + \varepsilon_{e1} - \varepsilon_{z2} - \varepsilon_{a2} - \varepsilon_{e2} + \varepsilon_{z3} + \varepsilon_{a3} + \varepsilon_{e1} - \varepsilon_{z4} - \varepsilon_{a4} - \varepsilon_{e2}\}$$
$$i = 1,\ 2,\ 3,$$

oder geordnet:

$$\varepsilon_i = \tfrac{1}{2}\varepsilon_{z1} + \tfrac{1}{2}\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{e1} - \tfrac{1}{2}\varepsilon_{z2} - \tfrac{1}{2}\varepsilon_{a2} - \varepsilon_{e2} + \tfrac{1}{2}\varepsilon_{z3} + \tfrac{1}{2}\varepsilon_{a3} - \tfrac{1}{2}\varepsilon_{z4} - \tfrac{1}{2}\varepsilon_{a4}$$

$$m_\beta^2 = m_z^2 + m_a^2 + \frac{2\,m_e^2}{s \cdot s}\varrho\varrho.$$

Es war nun:

$$w = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

und in den drei Fehlern ε_1, ε_2, ε_3 stecken zusammen 12 Zielfehler ε_z und 12 Ablesefehler ε_a, deren jeder wieder den wahren Fehler des Mittels aus zwei Zeigerablesungen darstellt. Diese 24 wahren Fehler sind offenbar voneinander unabhängig. Hinsichtlich der Exzentrizitätsfehler kann man aber zunächst zweifelhaft sein, ob man es auch mit sechs voneinander unabhängigen Exzentrizitäten zu tun hat, da ja beim Übergang des Theodolits von einem Standpunkt auf den nächsten ein Signal stehen bleibt, also auch die Exzentrizität dieselbe bleibt. Allein wir können auch die sechs Exzentrizitätsfehler als unabhängig voneinander ansehen. Denn wir verstehen unter ihnen ja nicht die Gesamtexzentrizitäten, sondern nur die Exzentrizitäten quer zur Sicht. Hat nun z. B. das Signal auf dem Dreieckseckpunkt A quer zur Sicht BA die Exzentrizität e_1 so kann ja quer zur Sicht CA jede beliebige Exzentrizität stattfinden. Die beiden Werte sind daher unabhängig voneinander. Mithin dürfen wir den Hauptsatz der Fehlertheorie anwenden und erhalten:

$$\Delta^2 = \frac{[w \cdot w]}{n} = 3\,m_\beta^2$$

$$\frac{[w \cdot w]}{n} = 3\,(m_z^2 + m_a^2) + \frac{6\,m_e^2}{s \cdot s}\varrho\varrho,$$

woraus sich ergibt:

$$m_e^2 = \frac{s \cdot s}{6\,\varrho\varrho}\left\{\frac{[w \cdot w]}{n} - 3\,(m_z^2 + m_a^2)\right\}.$$

In dem Dreieck, in welchem die Freiberger Prismenaufstellung untersucht wurde, lag ein Punkt — er sei C genannt — etwas höher als die beiden anderen Dreieckspunkte A und B. Infolgedessen erhalten wir durch die Reduktion auf Sohle eine etwas abgeänderte Formel. Die beiden Zenitdistanzen von A nach C und von B nach C wurden gemessen zu:

$$\zeta_{AC} = 80^0\,52'$$
$$\zeta_{BC} = 83^0\,26'$$
$$\text{Mittel: } \zeta = 82^0\,10'.$$

Eine einfache Überlegung führt daher zu folgenden Formeln:

$$w = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2}\left\{\frac{\varepsilon_{z1}}{\sin\zeta} + \varepsilon_{a1} + \frac{e_1}{s\sin\zeta}\varrho - \varepsilon_{z2} - \varepsilon_{a2} - \frac{e_2}{s}\varrho + \frac{\varepsilon_{z3}}{\sin\zeta}\right.$$
$$\left. + \varepsilon_{a3} + \frac{e_1}{s\sin\zeta}\varrho - \varepsilon_{z4} - \varepsilon_{a4} - \frac{e_2}{s}\varrho\right\},$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_{z1}}{\sin\zeta} + \frac{1}{2}\varepsilon_{a1} + \frac{e_1}{s\sin\zeta}\varrho - \frac{1}{2}\varepsilon_{z2} - \frac{1}{2}\varepsilon_{a2} - \frac{e_2}{s}\varrho + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_{z3}}{\sin\zeta} + \frac{1}{2}\varepsilon_{a3} - \frac{1}{2}\varepsilon_{z4} - \frac{1}{2}\varepsilon_{a4},$$

$$m_\alpha^2 = m_z^2\left(\frac{1}{2\sin^2\zeta} + \frac{1}{2}\right) + m_a^2 + m_e^2\frac{\varrho\varrho}{s\cdot s}\left(\frac{1}{\sin^2\zeta} + 1\right)$$

$$m_\alpha^2 = \frac{1}{2}m_z^2\cdot\frac{1+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta} + m_a^2 + m_e^2\frac{\varrho\varrho}{s\cdot s}\cdot\frac{1+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta}.$$

Es ist nun offenbar:

$$m_\alpha^2 = m_\beta^2.$$

Dagegen erhalten wir für m_γ^2, da $\sin^2\zeta$ bei allen Sichten auftritt:

$$m_\gamma^2 = \frac{m_z^2}{\sin^2\zeta} + m_a^2 + 2\,m_e^2\frac{\varrho\varrho}{s\cdot s\sin^2\zeta}.$$

Man erhält mithin:

$$\frac{[w\cdot w]}{n} = m_z^2\cdot\frac{1+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta} + 2\,m_a^2 + 2\,m_e^2\cdot\frac{1+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta}\cdot\frac{\varrho\varrho}{s\cdot s} + \frac{m_z^2}{\sin^2\zeta} + m_a^2 + 2\,m_e^2\cdot\frac{\varrho\varrho}{s\cdot s\sin^2\zeta},$$

$$\frac{[w\cdot w]}{n} = m_z^2\cdot\frac{2+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta} + 3\,m_a^2 + \frac{2\,m_e^2\cdot\varrho\varrho\cdot(2+\sin^2\zeta)}{s\cdot s\sin\zeta},$$

$$m_e^2 = \left(\frac{[w\cdot w]}{n} - m_z^2\cdot\frac{2+\sin^2\zeta}{\sin^2\zeta} - 3\,m_a^2\right)\cdot\frac{s\cdot s\sin^2\zeta}{2\,\varrho\varrho(2+\sin^2\zeta)}.$$

Nun ist aber für $\zeta = 82^0 11'$

$$\sin^2\zeta = 0{,}9991^2 = 0{,}982,$$

$$\frac{2+0{,}982}{0{,}982} = \frac{2{,}982}{0{,}982} = 3{,}01.$$

Es ist mithin zulässig, den Koeffizienten genau gleich 3 zu setzen, worauf man die Formel von S. 481 wieder erhält, die wir also auch für das Dreieck der Freiberger Prismenaufstellung als gültig ansehen dürfen.

Für die Exzentrizitäten der Aufstellungen erhalten wir daher folgende Zahlen:

1. Für die Freiberger Prismenaufstellung. Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten $s = \frac{4{,}8+5{,}9+7{,}8}{3} = 6{,}2$ m.

Wir hatten nach S. 471:

$$\frac{[w\cdot w]}{n} = 188;$$

und nach S. 477:

$$m_z^2 + m_a^2 = 58, \quad \text{also} \quad 3(m_z^2 + m_a^2) = 174.$$

Mithin haben wir nach S. 481:

$$m_e^2 = (188-174)\cdot\frac{6200\cdot 6200}{6\cdot 206\,265\cdot 206\,265} = 0{,}0021$$

$$\underline{m = \pm\,0{,}05\text{ mm}.}$$

2. Für Breithaupts Steilschachteinrichtung ohne Signalgewichte. Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten $s = \frac{7{,}8+5{,}8+4{,}6}{3} = 6{,}1$ m.

Wir hatten nach S. 472:

$$\frac{[w\cdot w]}{n} = 3600$$

und nach S. 478:

$$m_z^2 + m_a^2 = 648, \quad \text{also} \quad 3(m_z^2 + m_a^2) = 1944.$$

$$m_e^2 = (3600 - 1944) \cdot \frac{6100 \cdot 6100}{6 \cdot 206\,265 \cdot 205\,265} = 0{,}24$$

$$\underline{m_e = \pm 0{,}5 \text{ mm}.}$$

3. Für Breithaupts Steilschachteinrichtung mit Signalgewichten.

Wir hatten auf S. 473:

$$\frac{[w \cdot w]}{n} = 1953$$

und nach S. 478 ist:

$$3(m_z^2 + m_a^2) = 1944.$$

$$m_e^2 = (1953 - 1944) \cdot \frac{6100 \cdot 6100}{6 \cdot 206\,265 \cdot 206\,265} = 0{,}0013$$

$$\underline{m_e = \pm 0{,}04 \text{ mm}.}$$

Es ist hier sehr interessant zu sehen, wie bei Breithaupts Steilschachteinrichtung die mittlere Exzentrizität der Aufstellung nach Einführung der Signalgewichte sogleich von $\pm$ 0,5 mm auf $\pm$ 0,04 mm heruntergeht!

4. Für die Drehzapfenaufstellung. Durchschnittliche Länge der Dreiecksseiten:

$$s = \frac{6{,}7 + 7{,}2 + 12{,}8}{3} = 8{,}9 \text{ m}.$$

Nach S. 474 ist:

$$\frac{[w \cdot w]}{n} = 93{,}5$$

und nach S. 479:

$$m_z^2 + m_a^2 = 5{,}6, \quad \text{also} \quad 3(m_z^2 + m_a^2) = 16{,}8.$$

$$m_e^2 = (93{,}5 - 16{,}8) \cdot \frac{8900 \cdot 8900}{6 \cdot 206\,265 \cdot 206\,265} = 0{,}024$$

$$\underline{m_e = \pm 0{,}16 \text{ mm}.}$$

Man erhält mithin für die mittleren Exzentrizitäten der Aufstellungsarten folgende Zahlenwerte:

Werte von m_e in mm.

Freiberger Prismen-aufstellung	Breithaupts Steilschachteinrichtung		Drehzapfen
	ohne Signalgew.	mit Signalgew.	
$\pm$ 0,05	$\pm$ 0,5	$\pm$ 0,04	$\pm$ 0,16

Die vorstehende Tabelle zeigt, daß die mittleren Exzentrizitäten bei dreien der untersuchten Aufstellungsarten sehr klein sind, während sie bei Breithaupts Steilschachteinrichtung ohne Signalgewichte mit $\pm$ 0,5 mm einen ziemlich hohen Betrag erreicht.

Der große Unterschied bei Breithaupt ohne und mit Gewichten: 0,04 gegen 0,5 mm ist verblüffend. Er zeigt eindringlich, wieviel Exzentrizitätsfehler auf Durchbiegung der Konsole zurückzuführen sind, so daß man auf Abgleichung der Gewichte von Signal und Theodolit garnicht genug Wert legen kann. Nach derselben Richtung hin bemerkenswert ist aber auch, daß bei der Freiberger Prismenaufstellung die sehr kleine mittlere Exzentrizität von $\pm$ 0,05 mm auftritt und daß diese erreicht worden ist ohne Ausgleichung der Gewichte. Das kann nur als ein Zeichen dafür gedeutet

werden, daß die Freiberger Prismenkonsole so stark gebaut sind, daß selbst bei der schweren Belastung mit dem Einheitstheodolit Durchbiegungen von schädlicher Größe nicht auftreten. Es folgt daraus also, daß der Mechaniker im Zweifelsfall die Konsole lieber etwas zu kräftig als zu zierlich bauen soll. Doch könnte bei Breithaupt auch das in den Konsolaren eingeschaltete Gelenk schädlich gewirkt haben.

Merkwürdig ist das Ergebnis für die Drehzapfenaufstellung, die eine mittlere Exzentrizität von $\pm$ 0,16 mm aufweist. Sie steht also an Präzision der alten Freiberger Prismenaufstellung nach, obschon sie eine Drehung um die Zapfenachse vorsieht, also die immerhin mögliche Exzentrizität zwischen Stehachse und Zapfenachse durch 180° weite Drehung zu eliminieren verspricht. Wir hatten vor der Untersuchung geglaubt, daß sich die Drehzapfenaufstellung der alten Freiberger Prismenaufstellung überlegen zeigen würde.

Das entgegengesetzte Ergebnis ist nicht leicht zu erklären. Aber wir sahen schon S. 475, daß bei den Dreiecksabschlüssen, die mit der Drehzapfenaufstellung erhalten wurden, das eine Vorzeichen stark das andere überwog, so daß eine verborgene, einseitig wirkende Fehlerquelle vorhanden sein muß. Ferner betrug der Höchstfehler in sehr überraschender Weise 3,4 m gegen 2,37 m, welche das Fehlergesetz erwarten ließ. So muß also auch aus diesem Grunde noch eine besondere, Fehler erzeugende Ursache vorhanden sein. Schließlich war auch noch die Differenz $\Delta - \overline{\Delta}$ gleich 23% von Δ gegen die viel kleineren Werte der übrigen Aufstellungen sehr auffallend.

Es sei aber auch noch das Abbesche Kriterium [9] zu Rate gezogen. Nach S. 474 ist:

$$A = [(w \cdot w)] = 2526;$$

$$B = [(w_i - w_{i+1})^2] = 3226;$$

$$\frac{B}{2} = 1613; \qquad A - \frac{B}{2} = 913;$$

$$D = \frac{1}{n}\left(A - \frac{B}{2}\right) = \frac{913}{27} = 34$$

gegen das Soll:

$$D = 0.$$

Es ist ferner:

$$m_D = \frac{m^2}{\sqrt{n}} = \frac{93{,}5}{\sqrt{27}} = \frac{93{,}5}{5{,}2}$$

$$m_D = \pm 18.$$

Es ist also D wesentlich größer als m_D und daher auch aus diesem Grunde die Existenz einseitiger Fehlerwirkungen zu vermuten.

Zur weiteren Probe bilden wir noch den zweiten Fall des Abbeschen Kriteriums:

$$\sqrt{\frac{A}{n}} = \sqrt{\frac{2526}{27}} = 9{,}6;$$

$$\sqrt{\frac{B}{2n}} = \sqrt{\frac{3226}{54}} = \sqrt{59{,}7} = 7{,}7;$$

$$E = \sqrt{\frac{A}{n}} - \sqrt{\frac{B}{2n}} = 9{,}6 - 7{,}7 = 1{,}9.$$

Es ist aber:

$$m_E = \frac{m}{2\sqrt{n}} = \frac{9{,}6}{2\sqrt{27}} = \frac{9{,}6}{2 \cdot 5{,}2} = \frac{9{,}6}{10{,}4} = \pm 0{,}9.$$

Also auch E ist wesentlich größer als m_E und somit ein weiterer Hinweis dafür gegeben, daß einseitig wirkende Fehler vorhanden sein müssen.

Schließlich sei auch noch der dritte Fall des Abbeschen Kriteriums herangezogen. Es ist:

$$2A = 5052,$$
$$B = 3226;$$
$$F = \frac{2A}{B} - 1 = \frac{5052}{3226} - 1 = \frac{1826}{3226} = 0{,}57;$$
$$m_F = \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{27} = \frac{1}{5{,}2} = \pm 0{,}19.$$

Also auch F ist wesentlich größer als m_F und damit abermals ein Hinweis auf verborgene, einseitig wirkende Fehler gegeben.

Obwohl wir bereits schon mehrere Hinweise erkannt haben, die auf verborgene, einseitig wirkende Fehler schließen lassen, so möge doch noch nicht ein endgültiges Urteil gefällt werden. Wir wollen, ehe wir den Ring der Untersuchungen schließen, an Hand der drei Fälle des Abbeschen Kriteriums einmal prüfen, zu welchen Ergebnissen wir gelangen, wenn wir aus der Fehlerreihe den Höchstfehler (s. S. 474 Nr. 15) ausschließen.

Nach der Tabelle auf S. 486 erhalten wir für den ersten Fall:

$$A = [w \cdot w] = 1437;$$
$$B = [(w_i - w_{i+1})^2] = 1774; \qquad \frac{B}{2} = 887;$$
$$A - \frac{B}{2} = 550;$$
$$D = \frac{1}{n}\left(A - \frac{B}{2}\right) = \frac{550}{26} = 21$$

gegen das Soll:

$$D = 0.$$

Es ist ferner:

$$m_D = \frac{m^2}{\sqrt{n}} = \frac{55{,}2}{\sqrt{26}} = \frac{55{,}2}{5{,}1} = \pm 10{,}8.$$

Also auch in diesem Falle ist D wesentlich größer als m_D und damit auch ein Hinweis auf verborgene, einseitig wirkende Fehler gegeben.

Wir wollen auch noch den zweiten Fall des Abbeschen Kriteriums zu Rate ziehen:

$$\sqrt{\frac{A}{n}} = \sqrt{\frac{1437}{26}} = 7{,}4;$$
$$\sqrt{\frac{B}{2n}} = \sqrt{\frac{1774}{52}} = 5{,}8;$$
$$E = \sqrt{\frac{A}{n}} - \sqrt{\frac{B}{2n}} = 7{,}4 - 5{,}8 = 1{,}6.$$

Es ist aber:

$$m_E = \frac{m}{2\sqrt{n}} = \frac{7{,}4}{10{,}2} = \pm 0{,}7.$$

Also auch E ist wesentlich größer als m_E. Dieses muß ebenfalls als weiterer Hinweis auf einseitig wirkende Fehler angesehen werden.

Drehzapfenaufstellung nach Ausschaltung des Höchstfehlers
(s. S. 474 Nr. 15).

i	Dreiecksabschluß	w	$w \cdot w$	$w_i - w_{i+1}$	$(w_i - w_{i+1})^2$
1.	179 59 50″	+10″	100	+10	100
2.	180 00 00	0	0	− 9	81
3.	179 59 51	+ 9	81	+ 4	16
4.	59 55	+ 5	25	+11	121
5.	180 00 06	− 6	36	− 3	9
6.	00 03	− 3	9	+ 7	49
7.	00 10	−10	100	−12	144
8.	179 59 58	+ 2	4	+11	121
9.	180 00 09	− 9	81	− 6	36
10.	00 03	− 3	9	− 6	36
11.	179 59 57	+ 3	9	+16	256
12.	180 00 13	−13	169	−15	225
13.	179 59 58	+ 2	4	− 9	81
14.	59 49	+11	121	+11	121
15.	180 00 00	0	0	−12	144
16.	179 59 48	+12	144	+ 7	49
17.	59 55	+ 5	25	− 4	16
18.	59 51	+ 9	81	+ 3	9
19.	59 54	+ 6	36	+ 6	36
20.	180 00 00	0	0	− 5	25
21.	179 59 55	+ 5	25	− 2	4
22.	59 53	+ 7	49	− 3	9
23.	59 50	+10	100	+ 3	9
24.	59 53	+ 7	49	− 5	25
25.	59 48	+12	144	+ 6	36
26.	59 54	+ 6	36	− 4	16

$A = [w \cdot w] = 1437$ $\quad B = [(w_i - w_{i+1})^2] = 1774$

$$m^2 = \frac{[w \cdot w]}{n} = 55{,}2$$

$$m = \pm 7{,}4''.$$

Endlich sei auch noch der dritte Fall des Abbeschen Kriteriums gebildet. Es ist:

$$2A = 2874,$$

$$B = 1774;$$

$$F = \frac{2A}{B} - 1 = \frac{2874}{1774} - 1 = \frac{1100}{1774} = 0{,}62;$$

$$m_F = \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{1}{5{,}1} = \pm 0{,}2.$$

Also auch F ist wesentlich größer als m_F und damit abermals ein Hinweis auf verborgene, einseitig wirkende Fehler gegeben.

Nun können wir auch auf die Frage zurückkommen, ob ein Ausscheiden des merkwürdigen Höchstfehlers von 3,4 m etwa nach dem oben auf S. 476 erwähnten Grundsatz von Airy in Frage kommt. Offenbar ist diese Frage zu verneinen. Denn unser Fehler 3,4 m ist vermutlich nicht allein hervorgebracht durch Exzentrizität der Aufstellung, Zielfehler und Ablesefehler, sondern sehr wahrscheinlich außerdem noch

durch die verborgene Fehlerursache, deren Wirkung wir ihrer Größe nach ebensowenig kennen, wie wir ihre Natur überhaupt nicht kennen.

Einen groben vermeidbaren, ausscheidbaren Beobachtungsfehler aber dürfen wir in unserem 3,4 m offenbar unter keinen Umständen sehen.

Nach all dem möchte ich folgendes vermuten: Bei der Freiberger Prismenaufstellung und dem Einheitstheodolit ist alles kompakt und solide gebaut. Die Drehzapfenaufstellung arbeitet dagegen mit kleinen Dimensionen. Auch der Theodolit, der auf ihr benutzt wurde, war ja ein kleiner Schraubenmikroskoptheodolit. Es entsteht, wie mir scheint, der Verdacht, daß in diesem Falle die kleinen Dimensionen nicht genügende Gewähr bieten gegen elastische Verbiegungen einzelner wesentlicher Konstruktionsteile, so daß die Präzisionsführung gefährdet ist und zuweilen nicht exakt funktionieren wird. Eine weitere Fehlerursache scheint mir darin zu liegen, daß der Werkstoff, der zur Herstellung des Drehzapfens verwandt wurde, eine nicht genügende Härte besitzt und daher für Präzisionsführung nicht zu empfehlen ist. Das Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung in Düsseldorf hat den Drehzapfen auf seine Härte hin untersucht. Das Institut teilte in einem Briefe vom 29. Januar 1927 darüber mit: „Bei mäßigem Feststellen des Zapfens mittels der seitlich angebrachten Flügelmutter muß ein Werkstoff derartiger Weichheit Beschädigungen erleiden. Unseres Erachtens müßten Sie für diese Zwecke einen gehärteten Werkzeugstahl verwenden oder aber ein Einsatzmaterial, das nach Fertigstellung des Konusses im Einsatz gehärtet werden muß."

Gemessen an den Bedürfnissen der Praxis, auch was das praktische Bedürfnis nach gelegentlich auszuführenden sehr feinen Messungen anlangt, kann man die errechnete mittlere Exzentrizität von $\pm$ 0,16 mm allerdings als gutes Ergebnis bezeichnen. Bringt eine solche Exzentrizität, wenn sie quer zur Sicht auftritt, doch erst dann, wenn die Zielweite auf 2 m herabgeht, einen Fehler von 16,5″ hervor.

Es erschien mir noch von Interesse, die mittlere Exzentrizität für die Drehzapfenaufstellung bei den drei Beobachtern gesondert zu bestimmen. Dabei fand ich für m_e folgende Werte:

Eversmann	Helfritz	Kesternich
$\pm$ 0,11 mm	$\pm$ 0,21 mm	$\pm$ 0,13 mm

Die Werte von E. und K. stimmen vorzüglich überein. Doch erscheint die mittlere Exzentrizität von 0,21 mm an sich als nicht gerade groß, gemessen an den gewöhnlichen Bedürfnissen der Praxis. Aber die Drehzapfenaufstellung war von seiten des Markscheide-Instituts allerdings nicht bloß für gewöhnliche Bedürfnisse der markscheiderischen Tagespraxis bestellt worden, sondern auch für besondere feinere wissenschaftliche Messungsarbeiten. Vor allen Dingen ist aber bedenklich, daß das bloße Klemmen der Drehplatte, die auf den Drehzapfen gestülpt wird, geeignet ist, den weichen Drehzapfen zu deformieren. Infolge dieses Umstandes muß man es für möglich halten, daß der beobachtete Höchstfehler von 33″ in den 27 Dreiecksabschlüssen gelegentlich, wenn andere Beobachter vielleicht handfester klemmen, noch übertroffen werden könnte. Die liefernde Firma hat aber, als sie von dem zu weich geratenen Drehzapfen erfuhr, sogleich Ersatz durch Drehzapfen aus Werkzeugstahl angeboten und in sehr liebenswürdiger Weise sogar kostenlosen Ersatz. Eine Untersuchung, mit dem neuen Drehzapfen aus Werkzeugstahl ausgeführt, wird daher voraussichtlich wohl einen weit geringeren Exzentrizitätsfehler ergeben. Sollte eine solche Untersuchung

etwa das völlige Verschwinden des Exzentrizitätsfehlers ergeben, so würde damit der Beweis geliefert sein, daß unsere oben geäußerte Vermutung über die Mißlichkeit der kleinen Dimensionen unzutreffend gewesen ist.

Um einer Ehrenpflicht zu genügen, möchte zum Schluß noch hervorgehoben werden, daß die erste Veröffentlichung des Gedankens, mittels einer Drehzapfenaufstellung die Exzentrizität der Aufstellung zu beseitigen, meines Wissens in dem Aufsatz des Markscheiders Schmalenbach [10] zu Waldenburg über die sogenannte „Waldenburger Aufstellung" gegeben ist. In diesem Aufsatz wird als Erfinder der Waldenburger Aufstellung der Obervermessungssekretär Mitschka zu Waldenburg genannt.

Übrigens schreibt Uhlich [11]: „Meist wird der prismatische Ansatz als unumgänglich notwendig für die Freiberger Aufstellung angesehen; nach Ansicht des Verfassers wäre ein kegelförmiger Teil sowohl vom Standpunkte der mechanischen Herstellung als auch vom Standpunkte der Genauigkeit aus bei weitem vorzuziehen; ...."

Die Anregung zu der vorliegenden Arbeit gab mir der ordentliche Professor für Markscheidekunde an der Technischen Hochschule zu Aachen Herr Dr. phil. P. Wilski. Er unterstützte mich bei der theoretischen Durcharbeitung des Stoffes in mannigfacher Weise. Daher bin ich ihm zu besonderem Danke verpflichtet.

Schrifttum.

(Unter den entsprechenden Nummern im Texte angeführt.)
Z. f. I. = Zeitschrift für Instrumentenkunde.
Z. f. V. = Zeitschrift für Vermessungswesen.
A. V. N. = Allgemeine Vermessungsnachrichten.
Mitt a. d. Mark. = Mitteilungen aus dem Markscheidewesen.

1. Reeh, Kritik der Genauigkeit polygonometrischer Punkt- und Richtungsbestimmungen in der Markscheidekunst. *Mitt. a. d. Mark. 1908. S. 35.*
2. Fox, Ermittelung der mittleren Fehler in den Grubenmessungen und Vorschläge für Bemessung der Fehlergrenzen, Bericht der vom Deutschen Markscheiderverein eingesetzten Kommission. *Mitt. a. d. Mark. 1909. S. 36.*
3. Marchand, Neuer Steilschachttheodolit. *Z. f. I.* **45.** *S. 120. 1925* und in *Mitt. a. d. Mark. 1925. S. 126.*
4. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde. Band 1.
5. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler. Leipzig 1891. S. 224.
6. Klempau, Über die Beziehungen zwischen Winkel-, Nonien- und Zielgenauigkeit. *A. V. N. 1923. S. 306.*
7. Pelzer, Über den Einfluß der Lichtstärke von Theodolit- und Nivellierfernrohren auf den Zielfehler. Dissertation (Aachen). *Z. f. I.* **46.** *S. 345. 1926.*
8. Lüdemann, Der mittlere Zielfehler bei Winkelmessungen für Kleintriangulation. *Z. f. V. 1927. S. 100.*
9. Helmert, Ausgleichsrechnung.
10. Schmalenbach, Neue Waldenburger Aufstellung mit Zwangszentrierung für Grubentheodolite. *Mitt. a. d. Mark. 1911. S. 105.*
11. Uhlich, Lehrbuch der Markscheidekunde. Freiberg 1901. S. 188.

Eine neue Tachymeter-Kippregel.

Von
Karl Lüdemann in Freiberg.
(Mitteilung aus den Werkstätten für wissenschaftliche Präzisions-Instrumente der Firma Max Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg.)

Mindestens seit dem Jahre 1800 kennt man die instrumentelle Verbindung von Teilen eines Theodolits mit denen einer Kippregel, um ein Instrument zu schaffen, das in gleicher Weise für die zahlenmäßige wie die zeichnende (graphische) Aufnahmeweise der Tachymetrie geeignet ist. Ich habe einen Abriß dieser Entwicklung an anderer Stelle [1] gegeben.

In der Nachkriegszeit kam man auf eine derartige Konstruktion zurück. Es sollte ein Instrument geschaffen werden, das für die allgemeinen Aufgaben der Vermessungstätigkeit, insbesondere aber auch für die Herstellung der deutschen topographischen Grundkarte 1:5000 besonders geeignet ist.

Bei der Lösung dieser Aufgabe ergeben sich 2 konstruktive Möglichkeiten.

I. Das Theodolitoberteil ergänzt wechselnd das Theodolitunterteil zum Theodolit, ein Lineal zur Kippregel. Es ist daneben also noch ein besonderer Meßtischkopf erforderlich.

II. Das Theodolitunterteil wird so ausgebildet, daß es gleichzeitig als Meßtischkopf benutzt werden kann.

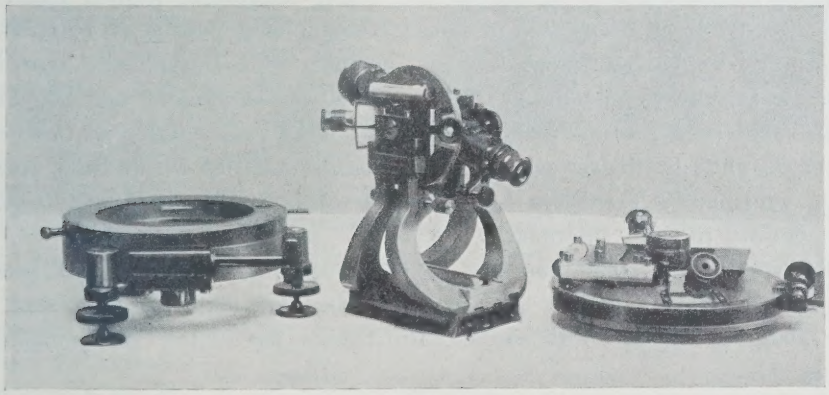


Abb. 1.

Beide Konstruktionen sind in den letzten Jahren von mehreren deutschen feinmechanischen Werkstätten ausgeführt worden.

Über einige dieser Instrumente ist im Fachschrifttum berichtet worden [2, 3, 4 S. 99, 5, 6]. Hierbei wies P. Werkmeister [7] kurz auf eine vor mehreren Jahren geschaffene und bereits praktisch erprobte Konstruktion der Hildebrand-Werkstätten in Freiberg hin, die im nachstehenden näher beschrieben werden soll, da sie größere Beachtung gefunden hat.

Das Instrument wird nach einem Vorschlag ven P. Werkmeister [5 S. 217] als „Tachymeter-Kippregel“ bezeichnet, wobei „Tachymeter“ als Abkürzung für Tachymeter-Theodolit benutzt wird. Es gehört zu der obengenannten Konstruktionsgruppe II. Es vereinigt in sich also einen vollständigen Tachymeter-Theodolit und einen vollständigen Meßtisch mit Kippregel.

Die neue Tachymeter-Kippregel besteht, wie es die Abbildung 1 zeigt, aus 3 Teilen, dem Unterbau (links), dem Mittelteil (rechts) und dem Oberbau (Mitte).

Der Unterbau wird als Meßtischkopf benutzt und zu diesem Zweck mit einer Federschraube auf einem Stativkopf befestigt, der eine Zentrierungsmöglichkeit von 6 cm erlaubt. Er besteht aus einem ringförmigen Dreifuß, der von den gegen Staub geschützten Dreifußschrauben getragen wird. Innerhalb des Dreifußes dreht sich eine Schnecke, die mit einer Schneckenschraube in bekannter Weise betätigt wird. — Für eine größere Drehung des auf dem Unterteil aufgesetzten Meßtischblattes oder Theodolits wird ein Klemmhebel gelöst. Zur Feinbewegung wird durch Anziehen dieses Klemmhebels ein Aufnahmering mit der Schnecke festgestellt und die Feineinstellung mit der Schneckenschraube vorgenommen.

Zur Aufnahme des Meßtischblattes dienen drei Bohrungen im Aufnahmering und ein Knopf. Soll das Meßtischblatt oder das Mittelstück eingesetzt werden, so wird das einzusetzende Teilstück auf den Aufnahmering gesetzt, der Knopf im Sinne des Uhrzeigers angezogen und das Teil so lange gedreht, bis sich die drei Stifte in die drei Bohrungen einsetzen. Beim Loslassen des Knopfes ist das aufgesetzte Teil gegen Herausfallen selbsttätig dadurch völlig gesichert, daß sich drei kegelige Abschnitte in eine eingedrehte Kerbe einsetzen.

Das Mittelteil besteht aus einer Zwischenscheibe mit Achse und drei Aufnahmestiften. Auf der Achse ist der Kreis befestigt, der durch eine Decke gegen Nässe und Staub geschützt ist. Auf der Zwischenscheibe dreht sich die Kreisklemme, die mit einem Klemmhebel schnell, einfach und sicher festgestellt werden kann. Auf der Alhidade ist die Decke befestigt, die drei Kreuzlibellen von je 60″ Angabe auf die Teilungseinheit trägt. Leider ist es nicht möglich, eine Dosenlibelle zentrisch anzubringen, die für die Benutzung des Instrumentes sehr erwünscht ist. Die Fenster für die Nonien sind so angeordnet, daß man den Nonius I vom Standpunkt des Beobachters am Fernrohr ohne Stellungswechsel ablesen kann. Auf der Decke sind auch die unabhängig voneinander drehbaren Lupen angebracht. Die Alhidade trägt weiterhin die Aufnahmeplatte für den Oberbau.

Der Oberbau besteht aus der in einer besonders hochwertigen Leichtmetall-Legierung ausgeführten Stütze, die so konstruiert ist, daß sie eine zum Anfassen mit der Hand geeignete Form besitzt. Die Stütze hat unten eine eingebaute Verriegelung.

Zwischen den Stützenarmen sitzt eine ausschiebbare Kastenbussole. In der Stütze ist die Fernrohrkippachse angeordnet, auf der die Fernrohrklemme, der verdeckte Höhenkreis, zwei voneinander unabhängig drehbare Lupen und eine Wendelibelle angebracht sind. Der Höhenkreis hat eine Höhenkreislibelle mit einliegender Libellenalhidade.

Als weiterer Einzelteil ist außer der Meßtischplatte lediglich noch das Lineal einer Kippregel vorhanden.

Der zusammengesetzte Theodolit ist in Abb. 2 dargestellt. Er ist konstruktiv ein Bussolentheodolit mit Repetitionsachsensystem, dessen Betätigung für einfache und Repetitionswinkelmessungen mit Hilfe von abweichend geformten Schraubenköpfen sicher und ohne Möglichkeit einer Verwechslung erfolgt.

Der verdeckte Grundkreis (Horizontalkreis, Lagekreis) hat eine Silberteilung von 120 mm Durchmesser mit der Teilungseinheit $^1/_3{}^0$, die an zwei Nonien mit für sich beweglichen Lupen auf 30″ oder 60″ abgelesen wird.

Der verdeckte Höhenkreis (Vertikalkreis) hat eine Silberteilung von 70 mm Durchmesser mit der Teilungseinheit $^1/_3{}^0$, die an zwei Nonien mit für sich beweglichen Lupen auf 60″ abgelesen wird.

Da der Nonius I des Grundkreises entsprechend angeordnet worden ist, kann der Beobachter die Ablesungen im Fernrohr und an je einem Nonius ohne Standwechsel vornehmen, wobei ein Hilfsstrich grobe Fehler verhütet.

Die unten in die Fernrohrstütze eingebaute ausschiebbare Kastenbussole hat 80 mm Nadellänge. Die versilberte Teilung geht auf ganze Grade und zwar bis zu 20^0 nach beiden Seiten; Bruchteile eines Grades können geschätzt werden. Die Magnetnadel, eine aus dem Vollen herausgearbeitete hochstehende Lamellennadel, ist am Nordende durch einen Pfeil und ein N gekennzeichnet. Die erdmagnetische Inklination kann durch ein Kupferschiebegewicht leicht und einfach beseitigt werden.

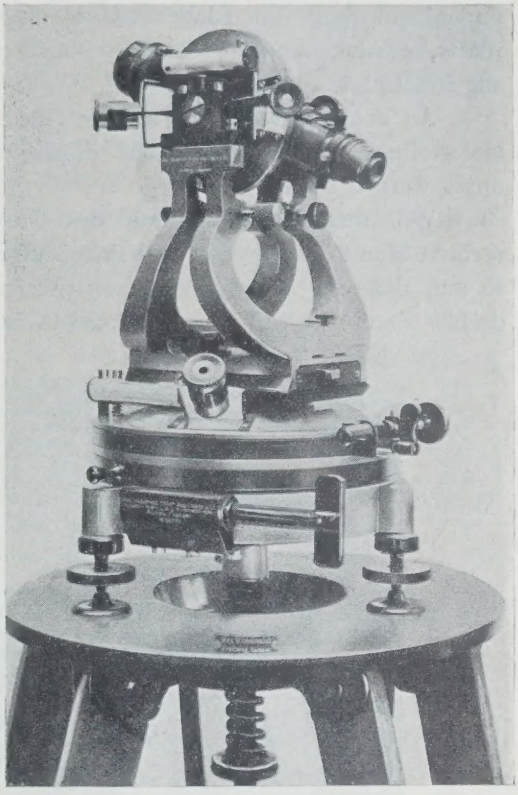


Abb. 2.

Das beiderseits durchschlagbare Fernrohr, das oben und unten Kimme und Korn trägt, hat ein Objektiv von 25 mm Öffnung und eine Länge von 170 mm. Es können Ramsdenokulare, orthoskopische, euryskopische und neue Großfeldokulare, alles in der Konstruktion von M. Hensoldt, verwendet werden. Die mit ihnen erzielten wahren Gesichtsfelder sind in der Tafel 1 nachgewiesen.

Tafel 1.

Fernrohrvergrößerung	Austrittspupille mm	Relative Helligkeit	Okulare Ramsden °	orthoskopisch °	euryskopisch °	Großfeld °
10	2,50	6,2	3,5	4,2	4,0	6,0
15	1,67	2,8	2,3	2,8	2,7	4,0
20	1,25	1,6	1,8	2,1	2,0	3,0
25	1,0	1,0	1,4	1,7	1,6	2,4

Das auf Glas aufgetragene Fadenkreuz besteht aus drei horizontalen Strichen, von denen die beiden äußeren Entfernungsmeßstriche mit der Multiplikationskonstante 100 sind. Es sind ferner vertikale Entfernungsmeßstriche vorhanden. Unterhalb des horizontalen Mittelfadens ist ein vertikaler Mittelstrich vorgesehen, während oberhalb zwei im engen Abstande zueinander gezogene Striche angeordnet sind. Es ist das die sog. Fadenanordnung nach Bimler, die mit einem vertikalen Strich oder einem Paar von vertikalen Strichen die jeweils beste und feinste Einstellung ermöglicht. Die Additionskonstante ist so klein, daß sie für viele Messungen, insbesondere für

die Tachymetrie II, vernachlässigt werden kann. Das Fernrohr ist also praktisch anallaktisch.

Sollen mit dem Fernrohr auch bewegliche Ziele beobachtet werden, so wird das Fadenkreuz durch ein Glasplättchen mit einem quadratischen Gitter, eine sog. Gitterplatte, ersetzt, die auf einem besonderen, leicht einzusetzenden Fadenkreuzkörper angebracht ist.

An dem rechteckigen Fuß der Fernrohrstütze ist eine 100 mm umfassende Millimeterteilung angebracht, so daß dieser Teil schon für sich als kleine Kippregel benutzt werden kann.

Will man die Stütze auf dem Mittelteil befestigen, so faßt man sie mit der rechten Hand, bewegt mit der linken Hand einen Hebel nach vorn, setzt die Stütze so auf, daß der Standstift des Mittelteils in das entsprechende Loch kommt und drückt dann die Stütze nach unten. Durch Loslassen des Hebels wird die Stütze

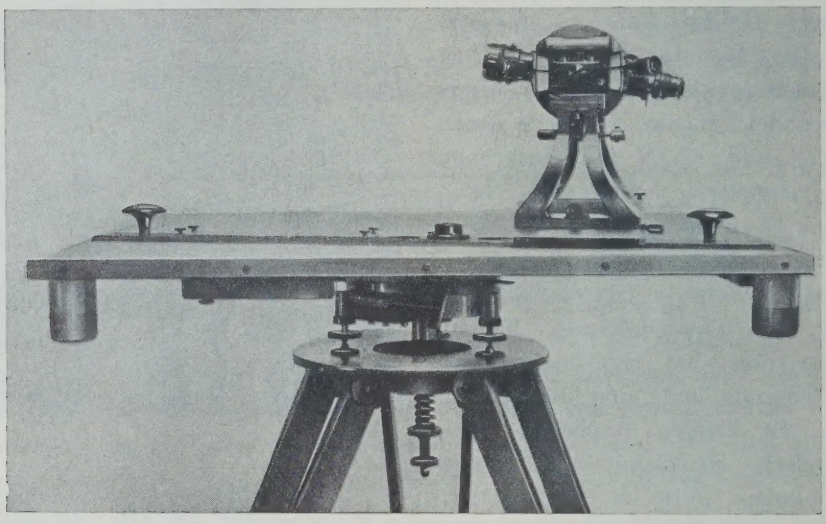


Abb. 3

fest mit dem Mittelteil verbunden. — In der gleichen Weise wird die Stütze auf dem Kippregellineal befestigt.

Die in Abbildung 3 dargestellte Kippregel besteht aus einem Lineal als Unterbau und der damit zu verbindenden Stütze als Oberbau. Das Lineal hat eine Länge vom 600 mm und eine durchlaufende Breite von 60 mm, die sich bei der Stützenauflage vergrößert. Auf ihm sind zwei Holzgriffe, ein auswechselbarer Transversalmaßstab, eine Dosenlibelle und eine Aufnahmeplatte für die Stütze angebracht. Das Lineal ist beiderseitig mit Ziehkanten versehen, von denen die eine eine Millimeterteilung trägt.

Das Meßtischblatt besteht aus dreifach verleimtem Lindenholz; es ist 60×60 cm groß und nur 15 mm stark. Unterhalb des Meßtischblattes ist eine Versteifung aus Aluminium angeordnet, die 3 Stifte zur Aufbringung auf den Meßtischkopf, also auf den Unterbau, trägt. Auf der Unterseite des Meßtischblattes ist ferner das Kippregellineal untergebracht, das so sicher und einwandfrei aufbewahrt werden kann.

Das Stativ mit einschiebbaren Beinen entspricht der üblichen Form.

Der Instrumentenschrank, der mit Handgriff und Tragriemen zum bequemen

Tragen über der Schulter oder auf dem Rücken versehen ist, hat eine lichte Weite von 180 × 290 × 200 mm. In ihm ist der Theodolit untergebracht und zwar entweder so, daß er als Theodolit gebrauchsfertig herausgenommen werden kann oder in der Art, daß die drei Teile (Unterbau, Mittelstück, Oberbau) einzeln eingerichtet sind.

Der gebrauchsfertige Theodolit wiegt nur rd. 6 kg, die Kippregel rd. 3,5 kg. Ein Meßgehilfe kann nötigenfalls die gesamte Ausrüstung ohne Beschwer im Gelände tragen.

Über die Zweckmäßigkeit derartiger „Universalinstrumente" überhaupt und solcher „Tachymeter-Kippregeln" im besonderen sind die Ansichten der Fachleute vorläufig noch sehr getrennt. Die nächsten Jahre oder Jahrzente werden durch praktische Erfahrung zeigen, ob die Verbindung von Theodolit und Meßtischgerät in einer Ausrüstung sich dieses Mal durchsetzen wird.

Angezogene Schriften.

1. K. Lüdemann, Einige Mitteilungen über die Verbindung von Theodolit und Meßtisch im letzten halben Jahrhundert. *Allgem. Verm. Nachr.* **37**. *S. 451—452. 1925.*

2. Schulz, Topodolit nach Baumgart. *Allgem. Verm. Nachr.* **37**. *S. 422. 1925.*

3. Baumgart, Topodolit nach Baumgart. *Allgem. Verm. Nachr.* **37**. *S. 475—476. 1925.*

4. G. Baumgart, Gelände- und Kartenkunde (Berlin 1926).

5. P. Werkmeister, Verbindung von Tachymetertheodolit und Kippregel. *Diese Zeitschr.* **46**. *S. 216—217. 1926.*

6. G. Breithaupt, Universal-Tachymeter und Kippregel. *Zeitschr. f. Vermw.* **54**. *S. 432 bis 435. 1925.*

7. P. Werkmeister, Verbindung von Tachymetertheodolit und Kippregel. *Diese Zeitschr.* **46**. *S. 591. 1926.*

Einrichtung zur automatischen Aufnahme von Schwärzungskurven.

Von

E. Spiller in Charlottenburg.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

An Registrierphotometern, die fabrikmäßig hergestellt werden, sind bisher in der Literatur die Apparate von P. P. Koch[1]) und von W. J. H. Moll[2]) bekannt geworden.

Die Firma Zeiss, Jena, soll ebenfalls eine neue Konstruktion eines solchen Apparates ausgeführt haben, doch ist hierüber Näheres in der Literatur nicht bekannt. Alle diese Apparate sind sehr teuer und daher für physikalische Institute und viele andere Interessenten unerschwinglich. Demgegenüber wird es von Interesse sein, eine Konstruktion eines sehr leistungsfähigen Registrierphotometers im folgenden mitzuteilen, welche sich durch besondere Einfachheit auszeichnet. Die meisten Teile der im folgenden beschriebenen Apparatur werden zudem in jedem physikalischen Forschungslaboratorium vorhanden sein.

Wie bei dem Apparat von Moll wird die Ausmessung der Schwärzungen mit einem Thermoelement vorgenommen. Der Faden einer Bandlampe (s. Abb. 1) *La* (Osram 8 V, 20 A) wird durch ein Linsensystem *L* auf einen in Höhe und Breite meßbar veränderlichen Spalt *S* abgebildet. Von diesem Spalt wird durch ein Mikroskopobjektiv O_2 (Zeiss *Aa*) ein scharfes Bild auf die auszuwertende Stelle der zu registrierenden photographischen Platte entworfen. Ein zweites Mikroskopobjektiv O_1 (Zeiss *A*) erzeugt von diesem Spaltbild ein vergrößertes Bild auf den Faden eines Mollschen

---

[1]) *Ann. d. Phys.* **41**. *S. 115. 1913.*

[2]) *Proc. of the Physic. Soc. of London* **33**. *S. 207. 1921.*

Vakuumthermoelements. Die Justierung der Einrichtung ist sehr einfach. Man betrachtet durch ein Okular (in der Abb. 1 fortgelassen) das Thermoelement und erzeugt durch Verschiebung des Objektivs O_1 in dieser Ebene eine vergrößerte Abbildung der auszuphotometrierenden Stelle. Nun hat man nur noch durch Verschieben des Ob-

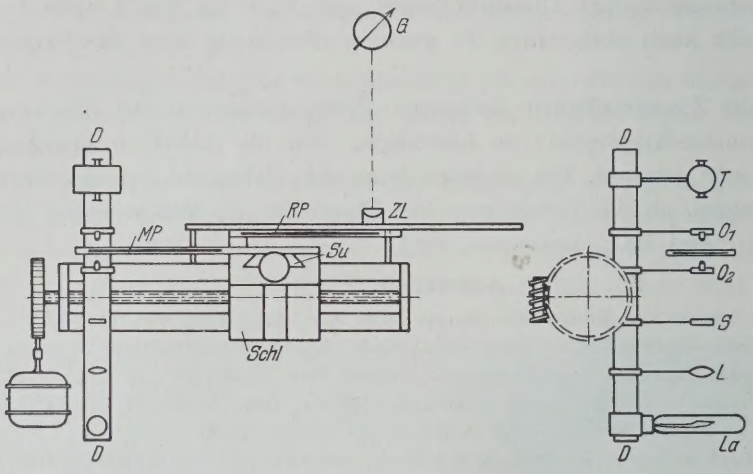


Abb. 1.

jektivs O_2 den Spalt S scharf abzubilden und dieses Bild mit dem Faden des Thermoelements zur Deckung zu bringen. Die bis jetzt erwähnten Teile befinden sich auf einer Dreikantschiene DD und diese wiederum ist auf dem Bett eines Komparators befestigt.

Ein durch eine Meßspindel von 1 mm Ganghöhe angetriebener Schlitten *Schl* trägt einen Höhensupport *Su*, an den ein Rahmen befestigt ist, der die auszumessende Platte *MP* bis zu einer Größe von 9×12 cm trägt. Gleichfalls starr verbunden mit dem Schlitten ist ein zweiter Rahmen, an den eine Kassette mit der Registrierplatte *RP* angelegt werden kann. Als Meßinstrument dient ein Zeiss sches Schleifengalvanometer *G*

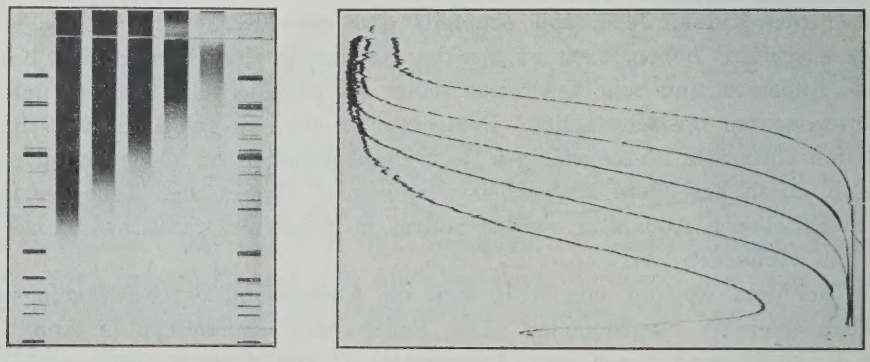
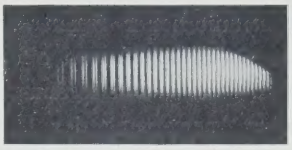


Abb. 2.

(bzw. Mollsches Drehspulgalvanometer der Firma Kipp & Zonen), dessen Faden durch ein Linsensystem (in Abb. 1 nicht gezeichnet) als Schattenpunkt auf die Registrierplatte abgebildet wird. In dieser Anordnung ist das Instrument als Registrierphotometer 1:1 zu verwenden. Durch ein subjektiv ausgewertetes Stufenfilter werden die für die Auswertung notwendigen Registriermarken hergestellt. Das Schleifengalvano-

meter G wurde in hängender Stellung benutzt, und es reichte für die meisten Fälle die Empfindlichkeit aus. Eine größere Empfindlichkeit wird durch das Mollsche Drehspulgalvanometer (s. oben) erreicht.

Die schnelle Einstellung der Thermosäule und des Galvanometers erlaubt eine Registriergeschwindigkeit von 40 Sek. für 1 mm. Die auf $^1/_{1000}$ mm ablesbare Verschiebung des Schlittens gestattet, subjektiv die Schwärzung an einer bestimmten Stelle, z. B. bei einer bestimmten Wellenlänge, zu messen.



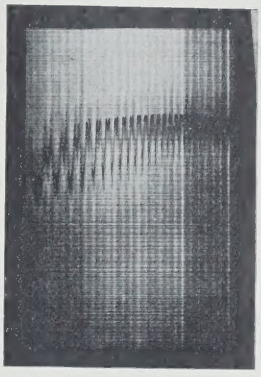


Abb. 3.

Bei der Photometrierung von Viellinienspektren ist es wünschenswert, die Übersetzung zwischen Registrierplatte und Meßplatte verändern zu können. Es wurde daher in oben beschriebener Anordnung statt auf der Registrierplatte RP auf einer photographischen Registriertrommel von Kipp & Zonen der Faden des Galvanometers in einer Entfernung von 1 bis 2 m abgebildet, so daß ein vergrößertes Bild von der Registrierkurve entworfen wird. Um den Zusammenhang zwischen dem Fortschub der Registriertrommel und des Schlittens festzulegen, wird bei der Vorwärtsbewegung des Schlittens alle Zehntelmillimeter ein Kontakt geschlossen, der ein Relais betätigt und eine Marke auf die Registrierplatte entwirft[1]). Da die Schraubenfehler der Meßspindel

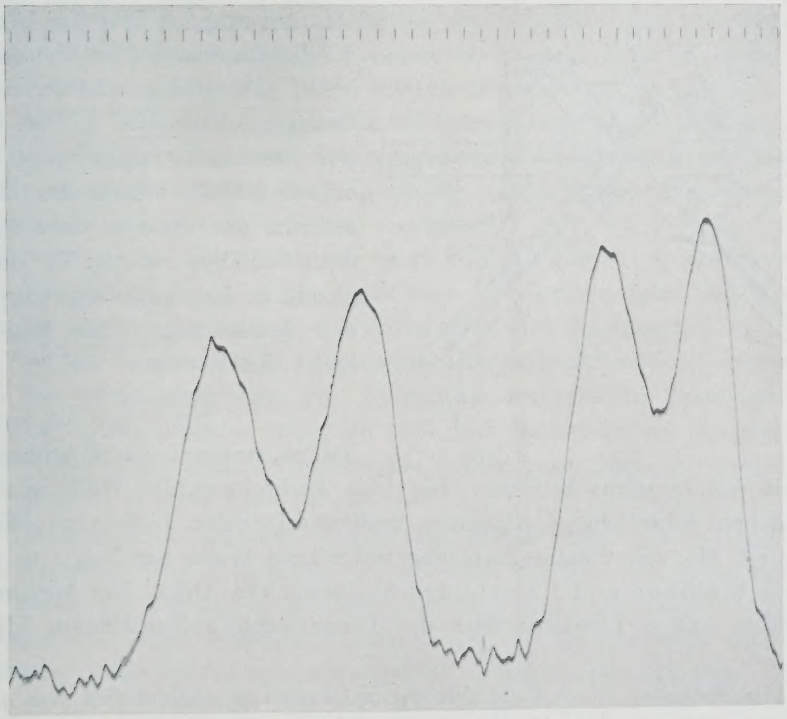


Abb. 1.

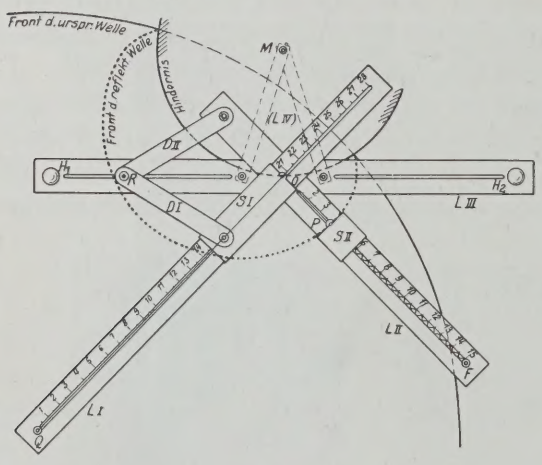
bekannt sind, ist dadurch eine Übereinstimmung zwischen Registrierplatte und Meßplatte auf $^1/_{1000}$ mm gesichert.

In Abb. 2, 3 und 4 sind Beispiele von auf diese Weise erhaltenen Registrieraufnahmen angegeben. In Abb. 2 und 4 wurde ein Mollsches Drehspulgalvanometer, in Abb. 3 ein Zeisssches Schleifengalvanometer verwendet. Abb. 2 zeigt die Auswertung kontinuierlicher Spektren (Durchlässigkeit verschiedener Gläser im Ultraviolett). Das Quecksilberspektrum oben und unten dient zur Bestimmung der Wellenlänge. Abb. 3 enthält eine interferenzspektroskopische Aufnahme (Gehrcke u. Lau) mit photometrischer Auswertung der H_α-Linie. Das zweite und dritte Maximum derselben Aufnahme ist in Abb. 4 im Verhältnis von 1:25 auf einer Registriertrommel von Kipp & Zonen mit einem Mollschen Drehspulgalvanometer aufgenommen worden. Im oberen Rande der Abb. 4 sind Marken sichtbar, die einer Entfernung von 0,1 mm auf der zu registrierenden Platte entsprechen. Alle Aufnahmen sind in Originalgröße wiedergegeben.

Ein Reflexograph.

Von
Wolfgang Kaempfert in Frankfurt a. M.

Studien über die Hörsamkeit[2]) architektonischer Räume stellten mich wiederholt vor die Aufgabe, zur Erlangung eines anschaulichen Bildes von der Reflexion und Interferenz akustischer Wellen oft recht komplizierte, zeitraubende geometrische Konstruktionen auszuführen. Dies brachte mich auf den Gedanken, für derartige Zeichnungen ein Gerät zu konstruieren, das rasch und mit genügender Genauigkeit zu arbeiten gestattet und das ich im folgenden kurz beschreiben werde.



I. Aufgabe des Apparates. Das ursprünglich drei-, bei Hinzunahme der Zeitkoordinate vierdimensionale Problem: Ausbreitung und Rückwurf kugelförmiger Schallwellen in Luft u. ä. läßt sich vermittels eines oder mehrerer ebener Schnitte durch das Erregungszentrum auf ein zweidimensionales reduzieren. Dieses lautet: Von dem punktförmigen Bewegungsursprung Q gehe eine kreisförmige Welle aus, die zur Zeit t den Radius

$$\overline{QP} = r = c \cdot t$$

besitze, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Impulses bedeutet. Die freie Ausbreitung der Welle werde durch einen in die betr. Schnittebene gebrachten, undurchdringlichen Linienzug („Hindernis") gestört. Es ist die von diesem Linienzug reflektierte Welle zur Zeit t zu zeichnen.

II. Beschreibung und Prinzip des Apparates (s. Abb.). Der Apparat besteht im wesentlichen aus 3 Linealen: dem der Länge nach aufgeschlitzten Lineal $L\,I$,

---

[1]) Ähnliche Methoden, durch Licht-Marken einen Zusammenhang zwischen zwei unabhängig von einander laufende mechanische Einrichtungen festzulegen, sind seit längerer Zeit bekannt. Auf freundlichen Hinweis von Herrn Dr. C. Müller (P. T. R.) möchte ich hier eine Arbeit von W. M. Kok und P. Zeemonn *(Proc. of. Amsterdam* **23.** *Nr. 8. 1924. S. 749.)* erwähnen, in der dieses Verfahren beim Mollschen Registrierphotometer verwandt wird.

[2]) Vgl. E. Michel, Hörsamkeit großer Räume. Vieweg, Braunschweig 1921.

dessen Mittellinie den einfallenden Strahl vertritt, dem Lineal $L\,II$, dessen Mittellinie über den reflektierten Strahl zu liegen kommt, und dem Lineal $L\,III$, dessen Mittelpunkt mit dem jeweiligen Kurvenpunkt O und dessen Mittellinie mit der Tangente an den reflektierenden Linienzug in O zur Koinzidenz gebracht wird. $L\,III$ ist an beiden Enden mit den Handhaben H_1 und H_2 versehen, die ein bequemes Verschieben und gleichzeitiges Drehen gestatten. Die Konstanz von Einfalls- und Reflexionswinkel wird durch eine Drachenfigur (2 gleichschenklige Dreiecke mit gemeinsamer Basis) gewahrt, welche das kurze Ende von $L\,II$, der um O drehbare und auf $L\,I$ zwangsläufig geführte Schlitten $S\,I$ und das Gestänge $D\,I\,D\,II$, bzw. deren Achsen miteinander bilden. Der durch das Gelenk R dieses Gestänges gehende Rollstift ist in der in Abb. angedeuteten Weise in einem Schlitz des Lineals $L\,III$ beweglich angebracht. Die Länge des Schallstrahls wird dadurch fixiert, daß ein in Q befestigter, um O gelegter Faden von der vorgegebenen Länge r vermittels eines auf $L\,II$ verschiebbaren Schlittens $S\,II$, den eine Feder nach F zu ziehen strebt, gespannt gehalten wird.

III. Gebrauchsanweisung. Man drücke die an dem einen Ende des Lineals $L\,I$ befestigte Spitze an der Stelle, wo die Schallquelle Q eingezeichnet ist, in das Reißbrett ein. Dann drehe man so lange an der über der Spitze angebrachten Fadenrolle, bis die mit Hilfe der auf $L\,I$ und $L\,II$ befindlichen Skalen abzulesenden Längen der beiden Fadenstücke QO und OP zusammen den Schallstrahl $r = c \cdot t$ ergeben. Nach Arretierung der Fadenrolle ist der Apparat fertig eingestellt. Nunmehr kann man auf zweierlei Weise mit ihm arbeiten:

1. Man setze den „Fahrstift“ auf einen beliebigen Punkt O des reflektierenden Linienzuges, bringe die Mittellinie des Lineals $L\,III$ durch Drehen an den Handhaben H_1 und H_2 in tangentiale Lage zum Hindernis und markiere den auf diese Weise gewonnenen Punkt P der reflektierten Welle vermittels einer durch die Öse des Schlittens $S\,II$ gesteckten Stahlspitze. Dieses Verfahren wiederhole man so oft für beliebig viele Kurvenpunkte O, bis der Verlauf der Reflexwelle mit hinreichender Genauigkeit zu erkennen ist.

Für die anfängliche Benutzung des Apparates ist diese punktweise Konstruktion wohl empfehlenswerter als die zweite Methode, welche schon einige Übung erfordert, dafür aber auch ein rascheres Arbeiten ermöglicht.

2. Man setze den „Fahrstift“ auf einen beliebigen Punkt O des Hindernisses auf und führe ihn erst nach der einen, dann nach der anderen Seite den Linienzug entlang, während man gleichzeitig die tangentiale Richtung des Lineals $L\,III$ innezuhalten hat. Ein an dem Schlitten $S\,II$ angebrachter „Schreibstift“ zeichnet dann automatisch die Front der reflektierten Welle ein. Diese kontinuierliche Zeichnung kann bei hohen Genauigkeitsansprüchen rasch ein paar mal hintereinander ausgeführt werden, wonach man ein Urteil über die bestehende Fehlergrenze gewinnen und durch Mittelung ein Optimum erzielen kann.

IV. Technisches. In der gezeichneten Form müßte der Apparat aus durchsichtigem Material, etwa Zelluloid o. ä. hergestellt werden. Die Beeinträchtigung der Stabilität durch die Schlitze in den Linealen wird durch die Schlittenführungen teilweise kompensiert. Eine wesentliche Verbesserung des Gerätes ließe sich dadurch erreichen, daß man die Lineale so hoch über der Zeichenebene anbringt[1]), daß ein am unteren Ende des „Fahrstiftes“ befindliches T-Stück (Tangente und Lot!) oder Fadenkreuz zwischen 2 Glasplatten an einer kräftigen Handhabe bequem unter ihnen weg-

[1]) Etwa in der Art, wie es die Fa. Coradi, Zürich, an ihrem Präzisionspantographen zur Ausführung gebracht hat.

geführt werden kann. In diesem Falle bietet auch die Materialfrage keine Schwierigkeiten mehr.

Der tote Punkt an der Stelle, wo der reflektierte Strahl mit dem einfallenden koinzidiert, ist zu überwinden, wenn das Gelenk *R* des beiderseitig anzubringenden Gestänges *D I D II* bei einer Drehung des Lineals *L III* um 180° nicht bis an den Kreuzungspunkt (0) der Lineale herangeführt wird.

Für Spezialzwecke sind einfache Hilfsmittel anwendbar. So für kreisförmige Hindernisse die im Kreismittelpunkt *M* und an *L III* anzubringenden Lineale (*L IV*); für ebene Wellen eine Vorrichtung, die das Lineal *L I* parallel mit sich selbst zu verschieben gestattet u. a. m.

In einer einfachen, provisorischen Ausführung hat mir der Apparat bei den eingangs erwähnten Arbeiten gute Dienste geleistet. Doch läßt er sich naturgemäß beim Studium aller Vorgänge verwenden, die auf einer Wellenbewegung beruhen. So namentlich auf dem Gebiete der Strahlung, wo die Reflexionserscheinungen des Lichts, der Wärmestrahlung und der elektrischen Wellen eine besonders häufige Bearbeitung erfahren.

Die Herstellung des Apparates wird die Firma „Fuess“ Industrie- und Handelsgesellschaft m. b. H. in Frankfurt a. M., Tochtergesellschaft der Firma R. Fuess in Berlin-Steglitz übernehmen.

Die Erprobung des Barometers.

Von
Professor **Claude du Bois-Reymond** †.

Alle unsere heutigen mit Dampf- oder Gasdruck betriebenen Kraftmaschinen sind gewissermaßen Nachkommen der früheren Luftdruckmaschinen. Die denkwürdigen Versuche des Magdeburger Bürgermeisters Otto von Guericke, welche zuerst die mächtigen Kräfte des Luftdrucks erkennen ließen, leiteten die ersten Erfinder auf eine Bahn, die theoretisch zwar ein Umweg, sich doch praktisch als recht gangbar erwiesen hat. Die älteren Maschinen benutzten nämlich den erhitzten Dampf nur, um bequem aus dem Arbeitszylinder die Luft herauszutreiben, worauf nach Verdichtung des Dampfes die in die Leere hineingedrückte Luft Arbeit hergab. Guerickes kleine eiserne Handpumpe, mit der er seine berühmten Halbkugeln luftleer pumpte, die noch heute im Berliner Physikalischen Institut aufbewahrt wird, kann man also als Stammmutter der ersten und als Vorbild aller späteren Kraftmaschinen betrachten.

Es ist viel weniger bekannt, daß Guericke auch schon mit Torricellis berühmtem Versuch sich beschäftigt hat. Auf dem Reichstage zu Regensburg 1654 zeigte ihm ein Dominikaner Valerius Magnus zuerst, wie im Quecksilberbarometer Luftleere entsteht. Da er durch seine eigenen Forschungen schon längst eine richtige Vorstellung vom Luftdruck besaß, war er offenbar imstande, den ihm noch neuen Versuch alsbald zu durchschauen. Daß er ihn zu würdigen verstand, geht daraus hervor, daß er später an seinem eigenen Hause in Magdeburg ein Wasserbarometer von 20 Ellen Länge anbrachte, dessen immerwährendes Steigen und Fallen wahrnahm und auch richtig deutete. Torricelli hatte seinen Versuch schon im Jahre 1643 erdacht. Ihm war aus der Erfahrung der Brunnenbauer die Tatsache bekannt, daß die besten Saugpumpen Wasser nur 32 Fuß hoch, und niemals höher, empor zu ziehen vermögen, das überstehende Brunnenrohr aber leer bleibt. Die zu jener Zeit herrschende Lehre

konnte diese Erscheinung nicht erklären. Daß das Wasser dem hochgezogenen Pumpenkolben überhaupt nachstieg, geschah nach jener Lehre deshalb, weil der entstehende leere Raum sich sofort füllen mußte. Die philosophische Anschauung, daß die Welt vollkommen sei, erforderte, daß sie überall gänzlich erfüllt sei und bleibe. Ein leerer Raum war also ein Verstoß gegen dieses Gesetz und naturwidrig. Nach der Meinung der Einen verabscheute die Natur das Leere nur und strebte es auszufüllen, nach Anderen war es überhaupt ein Unding und unmöglich. Nun zeigte sich aber, daß diese Abneigung der Natur, der sogenannte *horror vacui*, bei Belastung mit einer Wassersäule von 32 Fuß ein Ende fand. Andererseits war schon damals durch Beobachtungen der Chemiker dargetan, daß die Luft schwer und wägbar ist. Wenn nicht der *horror vacui*, sondern der Druck der Luft das Wasser in der Brunnenröhre emportrieb, so hatte man hier sein Maß. Es wog gerade einen Druck von 32 Fuß Wasser auf. Torricelli berechnete, daß derselbe Druck, mit einer Säule von Quecksilber gemessen, nur 28 Zoll Höhe erfordern müßte. Er machte den Versuch nicht selbst, sondern veranlaßte seinen Freund Viviani, eine mit Quecksilber gefüllte Glasröhre, in ein Quecksilbergefäß eintauchend, umzukehren. Die Säule sank bis auf die berechnete Höhe herab, das Barometer war erfunden und der Abscheu vor der Leere hinfällig. Man durfte nun schließen, daß in beiden Fällen ein und derselbe Gegendruck die Flüssigkeiten trägt, und zwar der Druck des Luftmeeres, an dessen Grunde wir leben. So einfach und einleuchtend uns dieser Schluß heute scheint, die wir täglich das Barometer vor Augen haben, so begegnete er doch damals fast allgemeinem Widerspruch. Zwar Torricelli selbst und ein Praktiker wie Guericke, sowie wahrscheinlich mancher Andere, fanden alsbald die richtige Deutung, aber die neue Lehre stand noch lange nachher auf schwachen Füßen, ja es erschienen bald umfangreiche Gegenschriften.

Blaise Pascal in Paris hat das Verdienst, durch einen sinnreichen einfachen Versuch alle Einwände zurückgewiesen und der Wahrheit zum endgültigen Siege verholfen zu haben. Auch er machte seinen Versuch nicht selbst, sondern bat brieflich seinen Schwager Périer, ihn auszuführen. So ist uns in diesem Briefe eine merkwürdige Urkunde erhalten geblieben, die besser als alles andere den Stand der Frage beleuchtet und zugleich ein glänzendes Beispiel vorsichtiger Forschungsmethode bildet. Vier Jahre nach Torricellis Entdeckung, 1647 am 15. November, schrieb Pascal an Périer:

„Mein Herr

Ich würde Sie nicht in Ihrer beständigen Berufsarbeit stören, um Ihnen Physikbetrachtungen vorzutragen, wenn ich nicht wüßte, daß Sie gern in Stunden der Muße gerade aus solchen Erholung schöpfen und daß Ihnen angenehme Zerstreuung sein wird, was anderen vielleicht lästig fiele. Ich trage um so weniger Bedenken, da ich weiß, wie sehr solche Gespräche Sie ergötzen. Das jetzige soll eine Fortsetzung von früheren sein, die wir über den leeren Raum gehalten haben. Was die Philosophen über diesen Gegenstand gedacht haben, ist Ihnen bekannt. Alle haben es für einen Grundsatz gehalten, daß die Natur den leeren Raum verabscheut, und fast alle sind noch etwas weiter gegangen und haben behauptet, daß sie überhaupt keinen solchen zuläßt und eher sich selbst vernichten würde, als daß sie ihn duldete. Die Meinungen sind also geteilt; die Einen haben sich mit dem bloßen Abscheu begnügt, die Anderen haben erklärt, daß die Natur ihn überhaupt nicht zuließe. In meiner „kurzen Abhandlung über das Vakuum“ habe ich mich bemüht, die letztere Meinung zu widerlegen, und ich glaube, die Versuche, die ich darin beschrieben habe, lassen deutlich genug einsehen, daß die Natur einen Raum von beliebiger Größe zulassen kann und

wirklich zuläßt, der von jeglichen Stoffen, die wir kennen und die unter unsere Sinne fallen, leer ist. Ich arbeite jetzt daran, den ersten Satz auf seine Richtigkeit zu prüfen, nämlich den, daß die Natur den leeren Raum verabscheut, und ich suche nach Proben, die zeigen sollen, ob die dem Abscheu des Leeren zugeschriebenen Wirkungen tatsächlich solchem Abscheu des Leeren, oder der Schwere und dem Druck der Luft zugeschrieben werden müssen. Denn, um Ihnen meine Ansicht frei zu bekennen: es wird mir schwer, zu glauben, daß die Natur, die unbelebt ist und nichts fühlt, Abscheu empfinden könne, da doch Leidenschaften eine zum Fühlen befähigte Seele erfordern; vielmehr bin ich geneigt, alle jene Wirkungen der Schwere und dem Druck der Luft zuzurechnen, weil ich sie nur für einen Einzelfall eines weltumfassenden Satzes vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten halte, der den größten Teil meiner versprochenen Abhandlung ausmachen soll. Nicht, daß ich nicht schon, als ich meine „kurze Abhandlung" herausgab, ebenso gedacht hätte, — indessen, ohne schlagende Versuche wagte ich damals nicht (und wage es auch jetzt noch nicht), den Lehrsatz vom Abscheu des Leeren fallen zu lassen. Ja, ich habe ihn in der „kurzen Abhandlung" als Grundsatz verwendet, weil ich damals nichts weiter beabsichtigte, als die Meinung derer zu bestreiten, die daran festhalten, ein leerer Raum sei schlechterdings unmöglich, und die Natur würde eher Vernichtung als den geringsten leeren Raum dulden. Und allerdings meine ich, daß wir nicht leichtfertig uns lossagen dürfen von Grundsätzen, die wir vom Altertum erhalten haben, sofern wir nicht durch überzeugende und unwiderlegbare Beweise dazu gezwungen sind. Wenn dies aber der Fall ist, so erachte ich, daß es äußerste Schwäche wäre, das geringste Bedenken zu tragen, und kurz, daß wir lieber vor offenbaren Tatsachen uns beugen als eigensinnig an überlieferten Meinungen festhalten sollen. Wie vorsichtig ich daran gehe, mich von alten Lehrsätzen zu entfernen, könnte ich Ihnen nicht besser dartun, als indem ich Ihnen einen Versuch ins Gedächtnis rufe, den ich seinerzeit in Ihrer Gegenwart machte, mit zwei Röhren, der einen in der andern, wo die Leere innerhalb der Leere augenscheinlich erwiesen wird. Da sahen Sie, daß das Quecksilber im inneren Rohr in derselben Höhe hängen blieb, wo es sich bei dem gewöhnlichen Versuch hält, solange es von der Schwere der gesamten Luftmasse aufgewogen und gedrückt war, daß es aber im Gegenteil gänzlich fiel und keinen Höherstand oder Hang bewahrte, sobald es infolge des leeren Raums, der es einschloß, von keiner Luft mehr gedrückt und aufgewogen wurde, diese ihm vielmehr von allen Seiten entzogen war. Alsdann sahen Sie, daß die Höhe, in der das Quecksilber schwebte, in gleichem Maße zu- oder abnahm, wie der Druck der Luft stieg oder fiel, und schließlich, daß alle diese verschiedenen Standhöhen des Quecksilbers immer dem Luftdruck entsprechend gefunden wurden.

„Nach diesem Versuch durfte man sicherlich überzeugt sein, daß nicht der Abscheu des Leeren, wie wir meinen, im gewöhnlichen Versuch das Quecksilber schwebend erhält, sondern wirklich die Schwere und der Druck der Luft, der dem Gewicht des Quecksilbers die Wage hält. Ich verharre aber noch bei dem alten Lehrsatz, weil alle Wirkungen des letzten Versuchs mit den zwei Röhren, die sich so naturgemäß durch den Druck und die Schwere der Luft allein erklären lassen, doch auch noch mit genügender Wahrscheinlichkeit aus dem Abscheu vor der Leere erklärt werden können. Jedoch beschloß ich, nach einer entscheidenden Probe zu suchen, um diesen schwierigen Punkt völlig klar zu stellen.

„Ich habe nun eine solche ausgedacht, die allein hinreichen wird, uns die gesuchte Aufklärung zu geben, falls sie richtig ausgeführt werden kann. Sie besteht darin, daß man den gewöhnlichen Leereversuch mehrmals am selben Tage in derselben

Röhre, mit demselben Quecksilber anstellt, und zwar einmal am Fuß und einmal auf dem Gipfel eines zum mindesten fünf- bis sechshundert Toisen hohen Berges, so daß erprobt werde, ob der Stand des in der Röhre schwebenden Quecksilbers an diesen beiden Orten gleich gefunden wird, oder verschieden. Sie übersehen schon jetzt ohne Zweifel, daß dieser Versuch die Frage entscheidet, und daß, falls es eintrifft, daß das Quecksilber oben auf dem Berg minder hoch steht als am Fuße (was ich aus vielen Gründen glaube, obwohl alle, die sich die Sache überlegt haben, meiner Ansicht entgegen sind), hieraus notwendig folgen muß, daß Schwere und Druck der Luft für das Schweben des Quecksilbers die alleinige Ursache sind, nicht aber der Abscheu vor der Leere. Denn es ist wohl gewiß, daß sehr viel mehr Luft auf dem Fuß des Berges lastet als auf dem Gipfel.

„Wie denn aber das Große zumeist mit Schwierigkeiten verknüpft ist, so sehe ich in der Ausführung dieses Planes deren viel. Denn man muß einen äußerst hohen Berg dazu wählen, und das nahe bei einer Stadt, worin jemand sich findet, der imstande ist, zu solchem Versuche alle erforderliche Genauigkeit mitzubringen. Wäre nämlich der Berg fern, so wäre es schwer, die Gefäße, das Quecksilber, die Röhren und viele andere erforderliche Sachen hinzuschaffen, und diese mühselige Reise so viele Male vorzunehmen, wie es nötig werden könnte, bevor man auf solchen Bergspitzen klares und ruhiges Wetter anträfe, was ja dort nicht oft gesehen wird. Da nun Personen von solchen Vorzügen außerhalb von Paris, sowie Örtlichkeiten, denen jene Bedingungen eigen, gleichermaßen selten gefunden werden, so habe ich mich besonders glücklich erachtet, in diesem Falle einem wie dem anderen begegnet zu sein. Unsere Stadt Clermont steht am Fuße des hohen Berges Puy de Dôme, und Ihre Güte läßt mich hoffen, daß Sie mir den Gefallen erweisen werden, dort jenen Versuch selber anzustellen. In dieser Zuversicht habe ich allen unseren Wißbegierigen in Paris darauf Hoffnung gemacht, unter anderem auch dem Ehrw. Vater Mersenne, der sich schon in Briefen nach Italien, Polen, Schweden, Holland usw. schriftlich erboten hat, den Freunden, die er sich dort durch seine Verdienste erworben hat, die Sache mitzuteilen. Wie der Versuch anzustellen ist, berühre ich nicht, weil ich wohl weiß, daß Sie keinen der Umstände vergessen werden, die nötig sind, um ihn mit aller Vorsicht ins Werk zu setzen.

„Nur darum bitte ich, daß es so bald, als Ihnen möglich sein wird, geschehe. Verzeihen Sie diese Freimütigkeit, zu der mich die Ungeduld nötigt, den Erfolg der Sache zu erfahren. Denn ohne das kann ich weder an meine dem Publikum versprochene Abhandlung die letzte Hand anlegen, noch das Verlangen der vielen darauf wartenden Personen befriedigen, die Ihnen dafür unendlich verbunden sein werden. Nicht daß ich meine eigene Dankbarkeit durch die Anzahl derer, die daran teilnehmen, verkleinern wollte, vielmehr schließe ich im Gegenteil mich dem Ihnen von jenen zu zollenden Danke an und verbleibe in um so höherem Maße, mein Herr, Ihr sehr ergebener und sehr gehorsamer Diener Pascal."

Périer erhielt diesen Brief auf einer Dienstreise nach Clermont, und längere Zeit verstrich, bis er heimkehrte. Der Winterschnee auf dem Berge und dauernde ungünstige Witterung im Sommer verzögerten lange die wichtige Unternehmung. Fast ein ganzes Jahr später, erst am 20. September 1648, bestieg er den Berg, begleitet von zwei geistlichen Herren und einem Arzt, die den Versuch sehen und bezeugen sollten. Zum Vergleich wurde von zwei gleichen Barometern eines in einem Kloster unten in der Stadt zurückgelassen und ein Mönch beauftragt, den Stand des Quecksilbers bis zum Abend dort zu überwachen. Mit dem anderen wurde gegen Mittag

oben auf dem Gipfel fünfmal, unter etwas veränderten Nebenumständen, der Leereversuch wiederholt. Es ergab sich unabänderlich ein um 3 Zoll und $1^1/_2$ Linien tieferer Stand des Quecksilbers, als im Tale. Am Abend wurden unten im Kloster beide Barometer, wie auch schon morgens geschehen war, miteinander verglichen. Sie standen gleich und in derselben Höhe wie am Morgen. Auch im Laufe des Tages hatte der Mönch in der seiner Obhut anvertrauten Röhre keine Schwankung wahrgenommen. Eine weitere dreimalige Ablesung, die beim Abstieg in halber Höhe des Berges vorgenommen worden war und einen mittleren Tieferstand des Quecksilbers ergeben hatte, vervollständigte den denkwürdigen Versuch. Tags darauf überzeugten sich Périer und seine Freunde noch davon, daß das Barometer auch schon die Höhe des höchsten Domturmes von Clermont ganz deutlich, und zwar durch ein Fallen um zwei Linien, anzeigte, und daß es im niedrigsten Teile der Stadt um eine weitere halbe Linie stieg. Pascal, dem der erwartete Erfolg seines Versuches gemeldet wurde, wiederholte ihn dann selbst auf dem über 48 Meter hohen Turme St. Jacques la Boucherie in Paris und schließlich im Keller und auf dem Dach eines hohen Hauses mit dem gleichen Ergebnis. Heutzutage braucht man nicht aus dem Zimmer zu gehen, um diesen Versuch anzustellen. Gute Zeigerbarometer mit vergrößerter Ablesung geben schon einen erkennbaren Ausschlag, wenn man sie nur vom Fußboden bis auf die Höhe eines gewöhnlichen Tisches hebt.

Der Versuch war vollständig gelungen und hatte die Luftdrucktheorie glänzend bestätigt. Zugleich aber hatte er eine der festesten Stützen der alten, aus philosophischen Grundsätzen hergeleiteten Irrlehre über den Haufen geworfen und einer vorurteilsfreien Erforschung der Wirklichkeit neue Bahnen eröffnet.

Referate.

Messung des Reflexionsvermögens metallischer Belegungen.

(*Mesure du pouvoir réflecteur des surfaces métalliques.*)

Von M. Duffieux. *Revue d'Opt.* **5**. *S. 204—213. 1926.*

Es wird eine Methode beschrieben, nach welcher vom Verf. das Reflexionsvermögen dünner Metallbelegungen auf Quarz für solche Strahlungsarten bestimmt wurde, welche von Quarz durchgelassen werden. Das Prinzip der Versuchsanordnung ist folgendes. Benutzt wird ein Spektrograph (Gitter- oder Prismenapparat). Zwischen dem dispergierenden System und dem Kameraobjektiv werden zwei Blättchen der zu untersuchenden Metallbelegung unter sehr spitzem Winkel und ein Glas- oder Quarzprisma mit kleinem brechenden Winkel zueinander gekreuzt angeordnet, und zwar so, daß die brechende Kante des Prismas quer zur Spaltrichtung steht. Durch ein passendes Diaphragma lassen sich hinter dem dispergierenden System beliebige Farben ausschneiden. Das monochromatische Lichtbündel, welches die beiden durchlässigen Metallbelegungen durchdrungen hat, ist durch mehrfache Reflexion in eine Reihe von einzelnen Bündeln zerlegt, deren Intensitäten progressiv mit dem Verhältnis R^2 ($R =$ Reflexionsvermögen) abnehmen. Das Prisma mit dem kleinen brechenden Winkel zerlegt nun jedes dieser vielen Lichtbündel seinerseits in zwei Lichtbündel, deren eines direkt durch das Prisma geht, während das andere zwischen den beiden Brechungen an den Prismenflächen noch zwei Reflexionen an letzteren erfährt und daher nach dem Austritt aus dem Prisma mit dem direkten Bündel den Winkel $2\,n\,A$ bildet, wo A der brechende Winkel und n das Brechungsverhältnis des Prismenmaterials sind. Weitere Lichtbündel mit mehr als zwei Reflexionen sind zu schwach, um praktisch Bedeutung zu haben. Das Kameraobjektiv des Spektrographen entwirft nun Serien von monochromatischen Spaltbildern nach folgendem Schema:

1. eine intensive Serie des direkten Bündels von den Intensitäten

$$E_1,$$
$$E_2 = E_1 \cdot R^2,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$E_p = E_1 \cdot R^{2(p-1)}.$$

2. eine schwächere Serie für die im Prisma zweimal reflektierten Bündel mit den Intensitäten

$$e_1,$$
$$e_2 = e_1 \cdot R^2,$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$e_q = e_1 \cdot R^{2(q-1)}.$$

Da der Bruchteil des vom Kameraobjektiv absorbierten Anteils für alle Bündel derselbe ist, verhalten sich die Intensitäten der einzelnen Spaltbilder gleicher Ordnung aus beiden Serien wie i und I, welches Verhältnis mit a^2 bezeichnet wird, wo a mit größter Annäherung nichts anderes darstellt als den Fresnelschen Koeffizienten

$$a = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$

Also:

$$\frac{e_1}{E_1} = \frac{e_2}{E_2} = \cdots = \frac{i}{I} = a^2.$$

Die photographische Platte liefert Reihen von Schwärzungen unter Wahrung des photographisch-photometrischen Grundgesetzes, daß gleichen Intensitäten gleiche Schwärzungen entsprechen. Stimmt also das Schwärzungsbild p^{ter}-Ordnung der starken Serie mit demjenigen q^{ter}-Ordnung der schwachen Serie überein, so ist auch

$$E_p = e_q,$$

woraus sofort für R folgt:

$$R = a^{\frac{1}{p-q}}.$$

Da jedoch im allgemeinen kaum Schwärzungsbilder gleicher Dichte gefunden werden können, muß das Verfahren zur Bestimmung der Differenz $p - q$ verallgemeinert werden. Dies geht, wenn man beide Spaltserien graphisch auswertet, indem man die Schwärzungen als Ordinate zu den Ordnungszahlen der Spaltbilder als Abszisse darstellt. Man erhält durch Verbindung der zu gleichen Serien gehörigen Punkte zwei Kurven, welche genau die Schwärzungskurve der Platte darstellen, aber in der Richtung der Abszissenachse um den Betrag $p - q$ verschoben sind. Man braucht also nur die horizontale Verschiebung beider Kurven zu messen, um $p - q$ zu erhalten.

Hinsichtlich der Versuchsapparatur sind folgende Bemerkungen wichtig. Die Lichtquelle muß ausreichend stark sein. Benutzt man eine monochromatische Lichtquelle, etwa die lichtstarken Linien einer Quecksilberlampe, so kann man den Spalt des Spektrographen weit öffnen, so daß man breitere Bilder auf der Platte erhält, was für die photometrische Auswertung einwandfreier ist. Die Winkel der Metallbelegungen und des Prismas sollen klein sein, ebenso die Winkel, unter denen die Lichtbündel auf letztere auftreffen. Verf. arbeitete mit einem Quarzprisma von 40′ bzw. einem Glasprisma von 32′ brechendem Winkel und einem Kameraobjektiv von 53 cm Brennweite.

Es ist schließlich zu beachten, daß der prozentuale Fehler in der Bestimmung des Reflexionsvermögens wegen der Beziehung

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{p-q}\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta (p-q)}{(p-q)^2}\log a,$$

bei sehr kleinen Werten von $p - q$, d. h. bei schwachen Reflexionen, recht groß wird. Hinsichtlich des Einflusses eines Meßfehlers in a von etwa 2%, was einer mittleren photometrischen Genauigkeit entspricht, ergibt sich für R ein Fehler von $0{,}8\%$ bei Werten von $p - q$ größer als 2,5 d. h. bei Reflexionsvermögen von mehr als 30%. *Flügge.*

Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett.

(Sur un spectro-polarimètre photographique pour l'ultraviolet.)

Von R. Descamps. *Revue d'Optique* **5**. *S. 481—501. 1926.*

Schon wesentlich früher sind Apparate zusammengestellt worden, die die Rotationsdispersion auch im Ultravioletten zu bestimmen ermöglichten. Strebte die erste von Soret und Sarasin[1]) begründete und später besonders von Nutting[2]) wesentlich verbesserte Methode dahin, mittels Quarzkeilkompensation die Rotationsdispersion von optisch aktiven festen und flüssigen Körpern zwar mühsam, aber mit relativ genügender Genauigkeit zu bestimmen, so trat die Entwicklung dieses für die Forschung wichtigen Gebietes in ein neues Stadium, als Voigt seinem Schüler Landau[3]) die Durchführung der Idee übertrug, durch Kombination eines Halbschattenpolarimeters mit einem Spektrographen für das Ultraviolett eine geeignetere Methode für die Bestimmung der Rotationsdispersion auszuarbeiten, wie sie ein wenig später auch in England von Lowry[4]) angegeben wurde. Hiernach werden die Halbschattenbilder auf dem Spektrographenspalt fokussiert und auf derselben Platte für die gleiche Spektrallinie dann mit wachsendem Drehwinkel eine Reihe von Spaltbildern des Halbschattens aufgenommen, in welcher das Schattenbild mit gleich hellen (auf dem photographischen Negativ) Feldern herausgewertet wird. Der zu diesem Bilde gehörende Drehwinkel ist dann derjenige der benutzten optisch aktiven Substanz bei der betreffenden Farbe (Wellenlänge). Um nun die Rotationsdispersion, die den Drehwinkel als Funktion der Wellenlänge ausdrückt für die gewählte optisch aktive Substanz im Ultraviolett zu erhalten, mußten nach dieser Methode, der sich vor allem Darmois[5]) zu umfangreichen Untersuchungen bediente, mehrere photographische Negative, für jede vorhandene Wellenlänge eins, angefertigt werden.

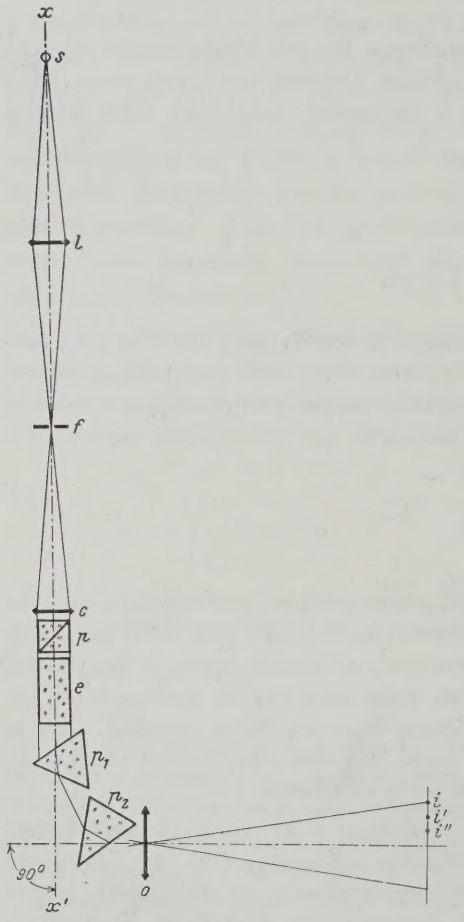


Abb. 1.

Der vorliegenden, zu besprechenden Veröffentlichung Ziel, wie auch das einer fast gleichzeitig erschienenen Arbeit von Bruhat und Pauthenier[6]) geht nun dahin, die Voigtsche Methode zu vereinfachen. Über den Vergleich beider Arbeiten sei hier nur so viel gesagt, daß ein wesentlicher Unterschied in der Art der Verbesserung bei beiden an die Voigtsche Methode anknüpfendenArbeiten durch aus nicht besteht, worüber eine Polemik Cottons[7]), der auch Descamps Anregung und Vorschläge zur Konstruktion des Spektro-Polarimeters gab, genügend unterrichtet.

Das Prinzip, nach dem das Cotton-Descampssche Instrument arbeitet, ist kurz folgendes: es verbindet mit der Rotationsbewegung des Analysators gleichzeitig eine solche, durch die das zu

[1]) J. L. Soret und Ed. Sarasin, *Compt. Rend.* **95**. *S. 635. 1882.*
[2]) P. G. Nutting, *Phys. Rev.* **17**. *S. 1. 1903.*
[3]) St. Landau, *Physikal. Zeitschr. 1908, S. 417.*
[4]) T. M. Lowry, *Proc. Roy. Soc.* **A. 81**. *S. 473. 1908.*
[5]) E. Darmois, *Ann. Chim. et Phys.* **22**. *S. 247 und 495. 1911.*
[6]) G. Bruhat und M. Pauthenier, *Compt. Rend.* **182**. *S. 888. 1926*
[7]) A. Cotton, *Compt. Rend.* **182**. *S. 890. 1926.*

photographierende Bild synchron auf dem Photofilm mitbewegt, doch im Gegensatz zur Landau-Lowryschen Anordnung an Stelle von einzelnen Spaltbildern ein Kontinuum in Gestalt eines schmalen Streifens auf dem Film entworfen wird. So kann man hier auch von der Benutzung eines bei guten Polarimetern stets teuren Teilkreises völlig absehen, da man die Auswertung des Drehwinkels auf dem kreisförmig gebogenen Film vornehmen kann, dessen Kreisradius so groß gewählt werde, daß einem Drehwinkel von 1° auf der Filmkreisperipherie ein Bogen von 10 mm entspreche.

Die Quarzlinse l (s. Abb. 1) bildet die Lichtquelle s (eine Quarz-Quecksilber-Bogenlampe) auf dem Spalt f ab, dessen Licht nun durch eine zweite Quarzlinse c parallel durch einen Polarisator p und eine die optisch aktive Lösung enthaltende Küvette e gesandt wird. Während der Polarisator p und die Küvette e in Ruhe bleiben, rotiert mit dem Spalte f und der Linse c nun der folgende in sich feste Teil der Anordnung, nämlich Analysator und Spektrometer, um die Symmetrieachse xx' des ruhenden Teils. Um nur die allernotwendigste Optik zu benutzen, ist an Stelle eines analysierenden Nicols direkt das erste Prisma p_1 des verwendeten Spektrographen von 90° Ablenkung benutzt wor-

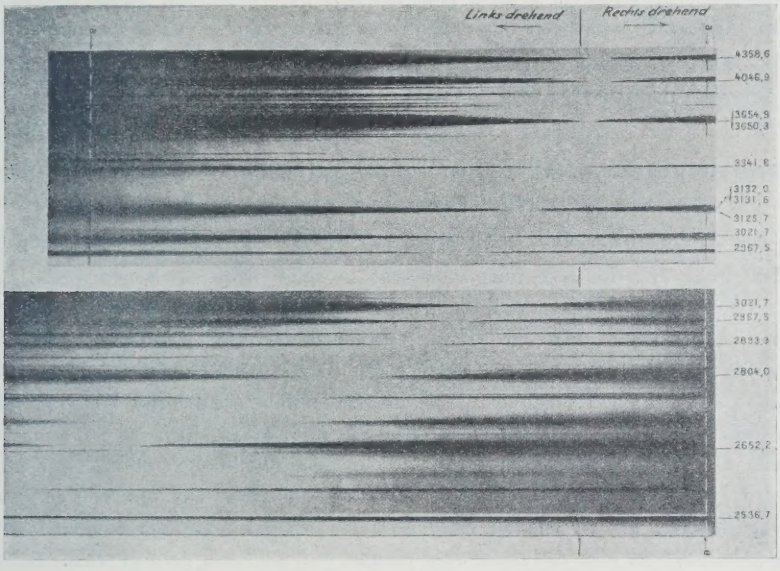


Abb. 2.

den. Es ist p_1 ein Kalkspatprisma von 60° brechendem Winkel und mit der optischen Achse parallel zur brechenden Kante. Um klare Bilder zu erhalten wird das außerordentliche Spektrum abgeblendet und nur das ausgedehntere ordentliche Spektrum allein verwendet. Dieses Prisma und das zweite, aus Quarz gefertigte, p_2, haben ihre brechenden Kanten räumlich parallel zum Spalte f. Die brechende Kante von p_2 ist ebenfalls der optischen Achse parallel, und der brechende Winkel (47° 24′) ist so gewählt, daß die Prismenkombination p_1 p_2 im Minimum der Ablenkung für die mittlere Wellenlänge (3025 Å-E) des benutzten ultravioletten Spektralgebiets eine Ablenkung von 90° erzielt. Das p_2 in Parallelstrahlenbündeln verlassende ultraviolette Spektrum wird durch die achromatische Sammellinse o (wie l und c ein Triplett aus einer Quarz-Flußspat-Quarz-Kombination) auf einem in der Brennweite von o entfernten photographischen Film in den bezgl. Spaltbildern i, i', i'' . . . entworfen, der als Zylindermantel mit xx′ als Achse mit dem Polarisator und der Küvette ruhend bleibt, also nicht rotiert. Wie bereits erwähnt, kann der Radius dieses Zylinders (621 mm) so gewählt werden, daß einer 1°-Drehung des beweglichen Systems p_1 p_2 o auf der Filmperipherie ein Weg von 10 mm (10,84 mm) entspricht. Da p_1 und p_2 in geeigneter Weise, wie immer bei Prismenkombinationen, verschiebbar gemacht sind, läßt sich auch jede weitere Spektrallinie als mittlere eines bzgl. anderen ultravioletten Gebietes in 90°-Ablenkung einstellen.

Rotiert nun das System p_1 p_2 o mit gleichförmiger, entsprechend langsamer Geschwindigkeit um xx', so zeichnet es auf dem Film mehrere parallele, zu den einzelnen ultravioletten Linien gehörende

Streifen auf, die ihre geringsten Intensitäten, ihre „Auslöschstellen", bzgl. an den verschiedensten Rotationsstellen zeigen. Es genügt nur ein Bruchteil einer ganzen Umdrehung des Systems $p_1\ p_2\ o$, um für alle im jeweiligen Spektrum vorhandenen kurzwelligen Spektrallinien die Stellen geringster Intensität, die auf dem entwickelten Film hell aussehen (s. Abb. 2), zu erhalten. Zwei Marken aa auf dem Film, die stets so angebracht werden können, daß sämtliche „Auslöschstellen" zwischen ihnen liegen, erhalten praktisch einen Abstand d, der einer ganzen Anzahl von Drehungswinkelgraden entspricht, die sich mittels des bekannten Zylinderradius r leicht zu $\frac{d}{2\,r\,\pi} \cdot 360^0$ berechnet. Wird nun ein solches Negativ hergestellt, bei dem die Marken aa in ihrer Lage in Bezug auf den Film sowohl als auch auf die Apparatur erhalten bleiben, so ergibt bereits die Betrachtung der die „Auslöschstellen" verbindenden Kurve auf beiden Filmen (Abb. 2) schon einen schnellen Überblick über den Charakter und die Größenordnung der Rotationsdispersion der benutzten optisch aktiven Substanz für das gewählte ultraviolette Spektralgebiet.

Für genaue Bestimmung der Rotationsdispersion werden die Stellen minimaler Helligkeit mittels eines Registrierphotometers in ihrer Lage auf dem Film bestimmt. Es soll sich so die optische Drehung, beste Apparatkonstruktion allerdings vorausgesetzt, auf $\pm$ 0,02° bestimmen lassen, einen Betrag, der für die praktische Auswertung von optischer Drehung in der Chemie und Medizin wohl durchaus genügt, nicht aber immer dem Physiker zu einschlägigen Untersuchungen auf diesem Gebiet ausreichen wird. *Einsporn.*

Registrierendes Mikrophotometer mit lichtelektrischer Zelle.

(*Microphotometre enregistreur à cellule photoelectrique.*)

Von P. Lambert und D. Chalonge. *Revue d'Optique.* **5.** *S. 404. 1926.*

Der elektrische Teil des Instrumente besteht in einer lichtelektrischen Zelle, deren Photoströme durch einen Widerstandsverstärker mit einer Elektronenröhre etwa 200- bis 1000fach verstärkt werden. Die Ströme zeigt ein Drehspulgalvanometer von 200 Ω Widerstand und einer Empfindlichkeit von 10 A/mm bei 1 m Skalenabstand an. Die Schwingungsdauer des Galvanometers beträgt 4 sec. Die Einstelldauer, d. h. die Zeit, welche verstreicht, bis nach plötzlicher Beleuchtungsänderung der endgültige Ausschlag merklich erreicht ist, wird zu 5 bis 6 sec angegeben; trotzdem lassen die Verf. das Registrierpapier mit einer Geschwindigkeit von 1 bis 3 cm/min laufen. Registriert wird auf einem Papierstreifen von etwa 24×30 cm. Die optische Anordnung weicht von der üblichen insofern ab, als hier ein erleuchterter Spalt durch ein Mikroobjektiv auf das Objekt verkleinert abgebildet, von hier das Licht aber parallel auf die Zelle geführt wird. Der mechanische Teil des Instrumentes wird dargestellt durch zwei horizontal und senkrecht zueinander geführte Schlitten. Der Schlitten, welcher das Registrierpapier trägt, wird durch eine Schraube bewegt. Auf ihm ist eine, um eine vertikale Achse gegen die Führungsrichtung des Schlittens neigbare ebene Fläche angebracht; auf dieser Fläche gleitet der zweite Schlitten ab. So läßt sich auf einfache Weise das Übersetzungsverhältnis von 1 : 5 bis zu sehr hohen Werten verändern. *Hansen.*

Ingenieure für die optische Industrie. Ihre Ausbildung im Ausland.

Von F. Weidert. *VDI-Nachrichten Nr. 43. 1925.*

Die Monopolstellung der optischen Industrie Deutschlands vor dem Weltkriege war zurückzuführen auf die überaus großen Anforderungen für den Heeresbedarf, die nicht nur dem Ausbau der wissenschaftlichen und technischen Optik zugute kamen, sondern nebenher dem Zivilbedarf an photographischer, astronomischer, Kino- und Projektionsoptik usw. von Nutzen waren. Der Weltkrieg hat jedoch die deutsche Optik schwer geschädigt. Denn aus dem Zwange des Krieges heraus schuf das Ausland eine eigene optische Industrie und ging dabei von der richtigen Erkenntnis aus, daß Leistungsfähigkeit einer neuen Industrie nur durch Erziehung eines geschulten Ingenieurstandes gewährleistet werden kann.

In Amerika wurde bis 1915 die Optik auch auf den Hochschulen sehr stiefmütterlich behandelt. Erst 1915 wurden auf der Columbia-Universität in New York optische Lehrgänge eingerichtet, die sich aber in der Hauptsache auf ophthalmologische Wissensgebiete beschränkten. Der Lehrplan umfaßt dort jetzt vier Jahre und legt großen Wert auf den Unterricht in modernen

Sprachen, Medizin, Laboratoriums- und Werkstattspraktika. Gefördert werden diese Kurse durch Unterstützung seitens der amerikanischen Brillenindustrie. Von einer Ausbildung in anderen Gebieten der technischen Optik ist jedoch auch jetzt noch nicht die Rede.

In England nahmen die Bestrebungen erst 1917 ihren Anfang durch die Gründung einer Abteilung für optisches Ingenieurwesen an dem „Imperial College of Science and Technology" zu London. In dem Verwaltungsausschuß sind militärische und staatliche Organisationen, Industrie und Wissenschaft vertreten. Ein dreijähriger Lehrgang verfolgt optisch-rechnerische und mechanisch-konstruktive Richtung, wo neben den eigentlich optischen Fächern wie Instrumentenkunde, Prüf- und Meßmethoden, rechnender und konstruktiver sowie allgemeiner Optik auch Unterricht in Mathematik, Physik, Chemie, Elastizitäts- und Festigkeitslehre und überraschenderweise auch in der deutschen Sprache erteilt wird. Es handelt sich also um eine auf die Optik beschränkte Hochschulausbildung, die mit dem „Diploma of Associateship of the Royal College of Science in Optical Engineering" abgeschlossen werden kann. Weitere Ausbildungsmöglichkeiten fakultativer Art bestehen in Sonderlehrgängen für Fortgeschrittene, die auch Doktorarbeiten vergeben zur Erlangung des „Diploma of Membership of the Imperial College". Schließlich sind für fertig ausgebildete Ingenieure noch Vorträge über Laboratoriumsarbeiten vorgesehen.

Ein zweites Institut besteht in London unter dem Namen „Northampton Polytechnic Institute", wo nach Art unserer Handwerkerschulen in Abendkursen Ausbildung von Mechanikern, Glasschleifern und kaufmännischen ophthalmologischen Optikern stattfindet.

Mit größtem Energieaufwand ging Frankreich an die Schaffung eines leistungsfähigen optischen Instituts. Die Errichtung eines solchen Instituts wurde 1916 gefordert, und zwar mit der Begründung, daß die Schaffung einer optischen Industrie und optischen Glases für Frankreich von großer Bedeutung sei unter Hinweis darauf, daß Deutschland die Führung an sich gerissen hätte, daß dieser Zustand aber nun nicht länger haltbar sei und es daher dringend einer Ausbildungsmöglichkeit wissenschaftlicher Optiker bedürfe. Die Folge dieses Notschreis war die Errichtung des „Institut d'Optique Théorique et Appliquée" im Jahre 1921 unter Berufung von Charles Fabry als „Directeur général". Durch Sammlungen und Gewährleistung jährlicher Zuschüsse wurde dieses Institut von vornherein sehr gut finanziert, und besonders die militärischen Behörden stifteten reiche Instrumentensammlungen und Bibliotheken. Das Institut d'Optique setzt sich aus drei Abteilungen zusammen: der „École Supérieure" für die Ausbildung wissenschaftlich geschulter optischer Ingenieure; Unterrichts-, Forschungs- und Prüfungslaboratorien für die optische Industrie; und endlich einer „École professionelle" zur Ausbildung optischer Facharbeiter und Meister. Ferner wird von dem Institut eine optische Fachzeitschrift, die „*Revue d'Optique Théoretique et Instrumentale*", herausgegeben. Der Lehrgang dauert nur ein Jahr, kann aber auf zwei oder drei Jahre ausgedehnt werden, da im allgemeinen die nicht rein optischen Fächer wie Mathematik und Physik als bekannt vorausgesetzt werden. Sämtliche Zweige der theoretischen und instrumentellen Optik und Photographie werden in Vorlesungen behandelt. Der Besuch des Instituts kann durch eine Prüfung abgeschlossen werden, auf Grund welcher dem Prüfling das „Diplôme d'ingénieur-opticien" oder nur ein „Certificat d'Études Spéciales" ausgestellt wird. Den Hörern der Sorbonne kann ein „Certificat d'Optique Appliquée valable pour la licence ës sciences" erteilt werden. Selbst den Titel eines „Doktor-Ingenieurs" darf das Institut vergeben. Wie groß das Interesse der französischen Behörden an dem Wohlergehen dieses Institutes ist, geht daraus hervor, daß in jüngster Zeit die Errichtung eines eigenen Gebäudes mit bestens ausgestatteten Laboratorien und selbst einer Astrokuppel beschlossen wurde. Die Mittel dazu werden durch private Zeichnungen aufgebracht.

In Rußland sind jetzt ähnliche Bestrebungen im Gange. In einem „Optischen Institut" und ihm angegliederten „Vermessungs-Institut" werden wissenschaftliche Optiker ausgebildet. Den Abschluß des Lehrganges bildet eine Diplomarbeit. Der Unterrichtsstoff erstreckt sich auf die Theorie der physikalischen Optik und der optischen Instrumente, ferner auf praktische Übungen und Berechnungen, schließlich auch auf Werkstattsarbeiten.

Sehr bescheidene Ausbildungsmöglichkeiten sind bisher in Deutschland vorhanden. Erst seit dem Winter 1923/24 werden an der Technischen Hochschule zu Berlin Vorlesungen über technische Optik gehalten; auch kann bei der Diplom-Hauptprüfung „Optik" als technisches Wahlfach

genommen werden. Aber technisch-optische Messungen und Konstruktionsarbeiten sind bisher noch nicht vertreten. Die Anstrengungen des gesamten Auslandes müssen uns eine Warnung sein und schleunigst nachgeholt werden, denn dieses Bedürfnis liegt nicht allein bei unserer optischen Industrie, sondern auch bei den Studenten selbst, da heutzutage die Optik in allen Wissenschaften benötigt wird, bei Physikern, Chemikern, Maschinenbauern, Ärzten, Biologen, Pharmazeuten usw.

Flügge.

Zwei selbstschreibende Meeresströmungsmesser.

(Two oceanographic current-recorders.)

Von H. U. Swerdrup und O. Dahl. *Journ. Opt. Soc. of Am.* **12**. *S. 537—545. 1926.*

Die Verfasser beschreiben zwei selbstregistrierende Strömungsmesser, die von ihnen entworfen worden sind, während der Trift der „Maud" im Eis der Arktis längere Zeit im Gebrauch waren und sich bewährt haben. Beide Geräte zeichnen sowohl die Stärke der Strömung als auch die Richtung derselben auf. Verschieden sind nur die Vorrichtungen, mit deren Hilfe die Richtung ermittelt wird. Beiden gemeinsam ist die elektrische Übertragung der von der Sonde, die im Wasser herabgelassen wird, ermittelten Strömung nach dem Anzeigegerät, einem empfindlichen registrierenden Milliamperemeter (Richard-Paris).

Die konstruktive Durchführung und die Arbeitsweise der Instrumente ist aus einigen

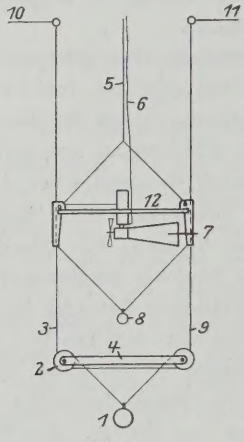


Abb. 1.

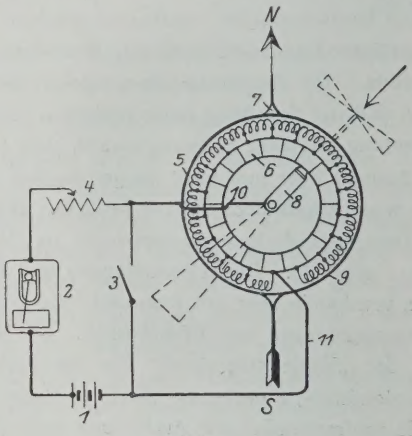


Abb. 2.

schematischen Skizzen, von denen zur Erläuterung drei in das Referat übernommen wurden, leicht zu ersehen.

Wie Abb. 1 zeigt, hängt die Sonde (7) des mechanisch-elektrischen Strömungsmessers in einem Balken (12). Dieser wiederum hängt an einem Bronzedraht (5) und wird geführt von den Drähten (3) und (9), die durch das Spreizrollensystem (2,4), das durch das Gewicht (1) beschwert wird, straff gespannt werden und eine bifilare Aufhängung bilden. Die Führungsdrähte (3) und (9), die über Wasser in den Punkten (10) und (11) befestigt sind, definieren somit eine Ebene, deren Lage aus der Richtung der Verbindungslinie zwischen (10) und (11) über Wasser festgestellt bzw. eingestellt werden kann. Die Sonde wiederum kann gegen diese Ebene eingestellt werden. Der Verfasser nennt das Instrument auch „bifilar" gegenüber dem „magnetischen". Die Stromzuleitung geschieht über das Kabel (6), die Rückleitung über den Aufhängedraht (5).

Die Schaltung wird aus Abb. 2 verständlich, und ist dargestellt für den Fall, daß der Balken in Süd-Nord-Richtung hängt. Das röhrenförmige Sondenoberteil ist durch den Kreis (9) angedeutet. Im Inneren dieser Röhre ist gegen Körper isoliert ein in 18 voneinander isolierte Segmente unterteilter Kontaktring (6) vorhanden. Das Zuleitungskabel (11) führt zu dem Süd-Segment. Der Strom fließt nun über Widerstände (5), deren 17 gleiche zur Verbindung der einzelnen Segmente bis auf Anfangs- und Endsegment benötigt werden, bis zu dem Segment, auf dem während des Stromschlusses der Schleifkontakt (8) ruht, von dort über den Aufhängedraht (10) über einen Regulierwiderstand und das registrierende Milliamperemeter zur Batterie zurück. Die Lage des

Schleifkontaktes wird, wie aus der Skizze ersichtlich, durch die Stellung eines Propellers bedingt.

Abb. 3 erläutert den Bau der Sonde des „bifilaren" Gerätes. In (19) ist der Balken angedeutet, auf dem das erwähnte röhrenförmige Sondenoberteil (17) drehbar, d. h. einstellbar angeordnet ist und mit einem Flansch ruht.

Der obere Boden ist in das Rohr versenkt; der dadurch entstehende topfartige Raum (13) steht durch den Gummischlauch (16) mit dem Becher (6) im Rohrinnern in Verbindung. Die Platte (20), die den unteren Verschluß der Röhre bildet, wird durch Bajonettverschluß befestigt und ist herausnehmbar. Sie trägt das Rohr (3), an dessen oberem Ende ein Kugellager (9) befestigt und der Segmentring (11), der auf dem Isolierkörper (15) ruht, und die Verbindungswiderstände (10) angeordnet sind. Das Zuleitungskabel wird durch das dünne Röhrchen (4) ins Innere eingeführt und mit der Schraube (8) verbunden. An einem Rohr (2), das auf dem Kugellager (9) ruht und durch ein weiteres unten geführt wird, hängt die eigentliche Sonde. Diese besteht aus dem Propeller (1), der mittels einer Schnecke (21) ein Stirnrad antreibt, auf dessen Achse (22) eine Nase sitzt. Diese Nase hebt einen um 5 drehbaren Kontakthebel (7), den eine Feder (23) gegen die Achse hält, während $^1/_5$ der Achsenumdrehung von dem am oberen Röhrenende befestigten Scheifkontakt (12) ab. Durch (19) wird der Balken (Fig. 1. (12)) angedeutet. Der Einstellung des Propellers in die Strömung dient der Steuerflügel (24). Der Propeller läuft mit Zapfen in Achatlagern und ist 100 : 1 auf das Schneckenrad untersetzt. Zum Schutz gegen Isolationsstörungen durch Seewasser wird der Becher (6) vom Topf (13) aus nach dem Zusammenbau des Instruments mit Petroleum gefüllt, das durch die Durchbohrungen (18) in das Innere des Achsenrohres (2) eintreten kann und auch dann, wenn in größerer Tiefe Seewasser eindringt, auf diesem schwimmt und dann den Segmentkopf schützt.

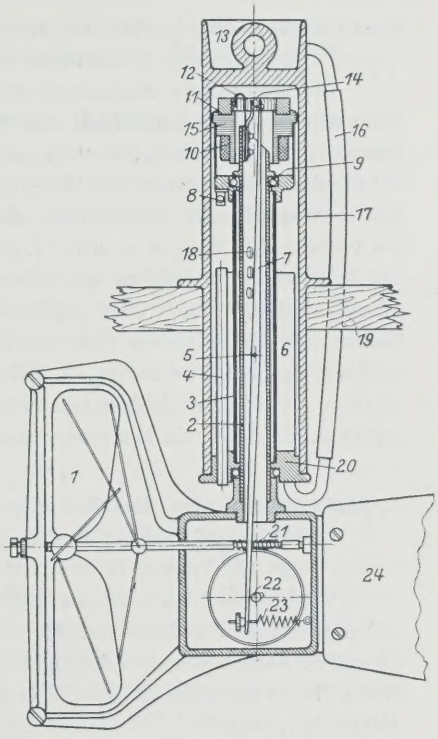


Abb. 3.

Bei der getroffenen Anordnung läßt sich aus der Zahl der registrierten Kontakte und der Anschlagsweite, soweit die „Bifilarebene" ihre Lage beibehält, was im Mittel sicher der Fall ist, die Strömung nach Richtung und Geschwindigkeit eindeutig bestimmen.

Bei dem zweiten für größere Tiefen bestimmten Instrument wird die Strömungsrichtung unmittelbar durch eine Magnetnadel, die während $^1/_5$ der Dauer des Umlaufs der Schneckenradachse die leitende Verbindung zwischen Körper und Segmentring herstellt, ermittelt. Bei dieser Konstruktion ist der den Segmentring tragende ringförmige Isolierkörper mit der erwähnten Röhre, d. h. mit dem Propeller, in Richtung der Strömung gegen die Hülse einstellbar, fest verbunden. Ein gegen Körper isolierter Schleifkontakt führt den Strom über einen Abnehmerring am Isolierkörper dem Anfangssegment zu. Auf der Nase ruht ein Gelenkhebel, der eine in dem erwähnten Rohr geführte Pinne in Längsrichtung verstellt. Auf der Pinne schwingt die mit zwei Kontaktspitzen, eine für Stromabnahme am Segment, die andere für Körperschluß, versehene Magnetnadel. Diese Konstruktion erübrigt die komplizierte Aufhängung an einem bifilar geführten Balken.

Ein einfacher Draht, der zugleich als Rückleitung dient, genügt als Aufhängung. Die Stromzuführung geschieht wieder über ein einadriges Kabel, das an dem gegen Körper isolierten Schleifkontakt endet. Hier muß nur die Lage des Anfangssegmentes zur Magnetnadel bekannt sein, um aus den sonst denen des oben beschriebenen Instruments gleichenden Aufzeichnungen die Strömungswerte zu ermitteln.

Für den Betrieb des Instrumentariums reichte eine 4,5-Volt-Trockenbatterie aus, da der Stromverbrauch des Anzeigeräts bei vollem Zeigeranschlag (100 mm) nur 9 Milliampere betrug.

Bei einem Zeigerausschlag von 12 mm für das Endsegment entsprach jeder Segmentdifferenz ein solcher von 5,2 mm. Der Streifenvorschub von 11 mm pro Stunde auf einer 24-Stunden-Tromme gestattet noch 40 Ausschläge pro Stunde, die bei dem verwendeten Propeller einer Strömung von 45 cm/sec entsprechen, bequem auszuwerten. Die untere Grenze der Strömung, die aus der Aufzeichnung noch zuverlässig auszuwerten ist, lag für das „bifilare" Instrument zwischen 4—5 cm/sec, für das „magnetische" zwischen 5—6 cm/sec, während das Ekmansche zuverlässige Werte bis herab zu 3 cm/sec liefert. Die Propellerkonstanten wurden unmittelbar experimentell und durch Vergleich mit dem Ekmanschen Strömungsmesser bestimmt. *W. Keil.*

Bücherbesprechungen.

Georg Sachs, Grundbegriffe der mechanischen Technologie der Metalle. 8°. 319 S. m. 232 Abb. Leipzig 1925, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H.

Die mechanische Technologie der Metalle ist längst schon ein Gebiet geworden, das nicht allein den Ingenieur beschäftigt, der dem zu verarbeitenden Werkstoff das letzte abgewinnen will was er herzugeben vermag, sondern auch Betrachtungsgegenstand des Physikers, der die Erforschung der Struktur, der Wärme- und der Festigkeitseigenschaften der Metalle sich zur Aufgabe gemacht hat; so kommen seine Erkenntnisse dem Ingenieur zunutze. In diesem Sinne wird das Erscheinen des vorliegenden Werkes in erster Linie von all denen begrüßt werden, die mit der Verarbeitung und Prüfung der Metalle zu tun haben; weiter aber wird das Buch gerne auch von Studierenden gelesen werden, die sich über Aufbau wie Untersuchungsmethoden der Metalle informieren wollen. Diesem Zwecke entspricht auch die Einteilung des Werkes, das in drei Abschnitten behandelt 1. Spannung und Verformung, 2. Kristalle und Verfertigung, 3. Aufbau und mechanische Eigenschaften. Reichliche Zahlentafeln wie Abbildungen unterstützen des Verfassers vorzügliche Darlegungen, die durch ein mit großer Sorgfalt zusammengestelltes Literaturverzeichnis ergänzt werden.

Franz Levy, München.

F. Shillington Scales, *Practical Microscopy. An introduction to microscopical methods.* (Praktische Mikroskopie. Eine Einführung in die mikroskopischen Methoden.) 3. Aufl. 8°. 332 S. mit 121 Textfig. London 1926.

Vorliegendes Buch ist als Einführung in die mikroskopischen Präparations- und Untersuchungsmethoden gedacht und für den Anfänger in erster Linie bestimmt. Als erstes wird der allgemeine Aufbau des einfachen und zusammengesetzten Mikroskopes behandelt. Einen breiteren Raum nimmt die Auswahl eines Mikroskopes ein, wobei eine Reihe von Typen besprochen und in Abbildungen vorgeführt wird, sowohl einfachste Typen, Studentenmikroskope, Reisemikroskope und die großen Stative. Wenn auch die Instrumente englischer Provenienz in den Vordergrund treten, so sind doch auch die kontinentalen Typen und die Instrumente amerikanischer Firmen berücksichtigt. Auch die Mikroskope für speziellere Zwecke, wie Binokulare, Polarisationsmikroskope, für mineralogische, chemische und metallographische Zwecke u. dgl. finden ausgedehnte Berücksichtigung. Ein eigener Abschnitt ist den Objektiven und Okularen gewidmet, ferner den mikroskopischen Nebenapparaten, wie Kondensoren, Einrichtungen für Dunkelfeldbeleuchtung, Kreuztisch, Vertikalilluminator, Lichtfilter, Revolver, Vorrichtungen zum Messen und Zeichnen mikroskopischer Objekte, Mikroskopierlampen, Mikrospektroskop, Deckglastaster u. a. In sehr klarer und übersichtlicher Form wird die optische Seite des Mikroskopes behandelt und nur so weit darauf eingegangen, als dies zum Verständnis des Mikroskopes und seiner Hilfsapparate und bei der Arbeit erforderlich ist. Von Formeln ist vollkommen Abstand genommen worden. In einem besonderen Abschnitt wird die Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate besprochen, ebenso das Wesentliche über die Mikrophotographie, wobei nicht nur die hierzu notwendigen Behelfe erläutert werden, sondern, was in den meisten, ähnlichen Zwecken dienenden Büchern fehlt, auch in kurzen Umrissen die Ausführung der Aufnahme im Detail bis zur fertig entwickelten Platte besprochen wird. Wesentlich knapperen Raum nehmen die Präparationsmethoden ein, umfassend: Fixierung, Entwässerung Aufhellungsmittel, Einschluß und Verschluß der Präparate, Mikrotom und Mikrotomtechnik (Gefrier-,

Zelluloidin- und Paraffinmethode) und schließlich die wichtigsten Färbungen. Ein Anhang enthält eine Zusammenstellung der wichtigsten Literatur (durchweg Englische Arbeiten oder ins englische übersetzte), eine Apertur-Tabelle und eine Zusammenstellung einiger wichtiger Daten (Maße, Gewichte u. dgl.). *J. Kisser-Wien.*

Henri Silbermann. Hilfsapparate für den Färber und Koloristen. An der Hand der deutschen Patentliteratur 1913—1925. VI, 173 S. mit 151 Abb. auf 39 Tafeln. Geb. 9,65 M. Leipzig, Dr. Max Jänecke, 1926.

Eines der ältesten Gewerbe mit starkem künstlerischen Einschlag ist das des Färbers und Zeugdruckers. Seine Ausübung fußt zwar auch heute noch wesentlich in praktischen Erfahrungen aber es zeigt sich doch ein lebhaftes Streben, der Wissenschaft, die auf dem Gebiet der Farbstofferzeugung selber die größten Erfolge erzielte und noch erzielt, Eingang zu verschaffen, einmal in die verwickelten Vorgänge des eigentlichen Färbeprozesses selber, dann aber auch in die von dem Färben und Drucken nicht zu trennenden physikalischen und physiologischen Grundlagen der Farbenzusammenstellung und Farbenwirkung.

Auch Bestimmen des Farbstoffgehaltes der Farblösungen (Flotten) und Überwachen der sonstigen in der Färberei gebrauchten Behandlungsflüssigkeiten, ferner das Feststellen des Feuchtigkeitsgehaltes der fertigen Ware (Konditionieren) sind Arbeiten, deren rasche und doch hinreichend genaue Ausführung vorwiegend durch physikalische Arbeitsweisen von technischer und wirtschaftlicher Bedeutung ist.

Unter Heranziehung von 72 deutschen Reichspatenten (das Verzeichnis der Patentnummern führt eine Nummer zweimal an) aus den Jahren 1913—1925 hat der Verfasser sich der Aufgabe unterzogen, die Apparate anzuführen und zu besprechen, die dem Färber und Koloristen (dem Färber mit wissenschaftlicher und technischer Ausbildung) als Hilfsmittel für die vorstehend angedeuteten Arbeiten dienen sollen.

Das Buch ist in sechs Abschnitte gegliedert.

Unter A. Prüfung von Farben als optischer Eindrücke finden wir in drei Unterabschnitten Vorrichtungen zur Läuterung des Farbeneindruckes, zur Ermittlung der Zusammensetzung einer bestimmten Farbe (Farbenanalyse), sowie zum Addieren von Farben (Farbensynthese). Zwei weitere Unterabschnitte handeln von den Vorrichtungen zur Erleichterung der Wahl harmonischer Farben auf subjektivem Wege (Farbentafeln u. a.) und auf objektiver Grundlage (Farbenkompasse).

Abschnitt B. Beurteilung der Lichtfaktoren führt durch Patente geschützte Verfahren an, die sich mit der Prüfung emittierten Lichtes für Belichtungszwecke, z. B. der Messung der Intensität ultravioletten Lichtes befassen, die sich auf den Vergleich verschiedenartiger Lichtquellen für Abmusterungszwecke beziehen, und die der Untersuchung künstlichen Lichtes auf seine Zusammensetzung, sowie der Erzeugung Lichtes von bestimmter Wellenlänge dienen. Auch die Prüfungen auf Farbtonreinheit, Bleichgrad und Glanz mittels optischer Methoden sind hier mitbehandelt.

C. Bestimmung des Farbstoffgehaltes von Farbflotten. Die herangezogenen Apparate ermöglichen die Bestimmung subjektiv auf kolorimetrischem Weg, objektiv durch selbsttätige Überwachung mit Benutzung von Selenzelle und Bolometer.

D. Überwachung der Behandlungsflüssigkeiten. Für die Vorbehandlung der zu färbenden Waren (als Beispiel sei das „Mercerisieren", die Erhöhung des Glanzes und der Aufnahmefähigkeit der Baumwolle durch Behandeln mit Natronlauge angeführt) und auch im Färbeprozeß selber spielen Prüfung und Konzentrationserhaltung alkalischer und saurer Behandlungsflüssigkeiten eine wichtige Rolle.

Eine ganze Reihe Erfindungen sind hier behandelt, die mit optischen Mitteln — Totalreflexion, Trübungsmessung, Kolorimetrie seien hervorgehoben — die Aufgabe lösen sollen.

E. Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes der Textilwaren. Drei Patente sind angeführt, die auf Verbesserung der alten Talabot-Persoz'schen Trockenmethoden hinauskommen, zwei, die den Feuchtigkeitsgehalt der Ware durch Messen der elektrischen Leitfähigkeit bestimmen.

F. Erleichterung des Abmusterns beim mechanischen Färben. Drei Patente beziehen sich auf leichte Beobachtung des Textilgutes beim Färbevorgang selber.

151, den Patentschriften entnommene Abbildungen, die durch die wohl meist verkleinerte Wiedergabe der in den Patentschriften häufig schon nicht sehr schönen Zeichnungen leider zum Teil etwas an Klarheit verloren haben, dienen zur Erläuterung der Patentansprüche.

Die geschickte und übersichtliche Zusammenstellung der Patente gibt ein gutes Bild des auf dem herausgegriffenen Gebiete Geleisteten, sie kann dem auf dem Gebiete Arbeitenden wertvolle Hinweise vermitteln und dem Gebiete Fernerstehende zur Mitarbeit auf ihm anregen.

Die kritische Betrachtung der Methoden ist dem Leser überlassen.

Für den dem behandelten Gebiete etwas ferner Stehenden würde vielleicht ein kurzer Überblick über die Technik des Färbens angenehm sein. *Gundlach.*

A. Kistner, Die historische Uhrensammlung Furtwangen. Kl. 8°. 173 S. mit 16 Tafeln. 1925.

Die Einleitung zu dem im Auftrage des Badischen Ministeriums herausgegebenen Bändchen macht den Leser mit den einfachsten astronomischen Grundlagen der Zeitmessung und Kalenderkunde bekannt, und ein knapper beschreibender Teil führt ihn ein in die Terminologie der Uhrentechnik, wobei einige historische Hinweise eingeflochten werden. Eingehender gehalten ist ein Abriß der Geschichte der Schwarzwälder Uhrenkunst und zweier hervorragender Vertreter derselben aus früherer Zeit, des Thaddäus Rinderle und des vielseitigen und geschickten Pfarrers Matthäus Hahn. Die Entwicklung der Uhrmacherschule zu Furtwangen wird ebenfalls gestreift. Den Schluß bildet ein genaues Verzeichnis der mehr als tausend Stücke umfassenden Furtwanger Sammlung, verbunden mit einer Reihe vorzüglicher Abbildungen von Uhren und Uhrenkünstlern. Die Sammlung umfaßt neben vollständigen Uhren der verschiedensten Art auch Uhrteile, Modelle, Werkzeugmaschinen usw., wobei das Künstlerische neben dem Technischen zur Geltung kommt. Trotz der Kürze der Aufzählung ist die Beschreibung vermöge der Anwendung abgekürzter Bezeichnungen sehr anschaulich und genau, und man staunt darüber, was Fleiß und Sammlerliebe hier zusammengetragen haben. Dem Freunde der Uhrentechnik kann das Werkchen und noch mehr die Sammlung selbst warm empfohlen werden. *Bock.*

E. von Bassermann-Jordan, Alte Uhren und ihre Meister. VIII, 179 S. m. 164 Abb. u. 8 farb. Taf. Wilhelm Diebener, G. m. b. H., Leipzig 1926.

Auch an dieser Stelle soll wenigstens kurz auf das vorliegende, sehr schön ausgestattete Buch hingewiesen werden, in dem der verdienstvolle Herausgeber der bekannten „Geschichte der Zeitmessung und der Uhren“ eine ganze Reihe seiner in verschiedenen Fachzeitschriften erschienenen Aufsätze zusammengestellt hat. Unter denen, die sich mit der Zeitmeßkunst beschäftigen, gibt es sicher viele, die das Buch gerne zur Hand nehmen, um dem Verfasser bei seinen wertvollen und interessanten Ausführungen zu folgen. *P. Werkmeister.*

Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie.

Die Deutsche Gesellschaft für Photogrammetrie wird am 14. und 15. Oktober d. J. ihre Mitgliederversammlung in den Räumen der Technischen Hochschule zu Charlottenburg abhalten. Geplant sind eine Reihe von Vorträgen über neue Arbeiten (Architekturaufnahmen der Meßbildanstalt, Wellenvermessung nach den Erfahrungen der Expedition des Vermessungsschiffes Meteor, Luftbild und Luftbildmessung) sowie Besichtigungen (Auswertegeräte für Luftbildmeßaufnahmen der Aerotopograph G. m. b. H. und der Aerogeodetic). In einer Ausstellung werden neue Geräte und Arbeitsergebnisse besonders aus dem Gebiete des Luftbildwesens gezeigt. Ein öffentlicher (kostenloser) Übersichtsvortrag über die Entwicklung der Luftbildverwendung in den letzten Jahren vor Gästen ist vorgesehen.

Nähere Anfragen sind an Herrn Regierungsrat Koerner, Berlin-Halensee, Karlsruher Str. 1 zu richten. Teilnehmerkarte (3 M. für alle Veranstaltungen) können bezogen werden von Herrn Unte, Berlin NW. 21, Emdener Str. 50 (Postscheckamt Berlin, Nr. 28456), Gesellschaft für Photogrammetrie, oder sind bei der Tagung an den Saaleingängen erhältlich.

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena,
Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **November 1927.** Elftes Heft.

Versuch zur Berechnung eines dreilinsigen Systems mit gehobenen fünf Seidelschen Bildfehlern.

Von

F. Biske in Isjum bei Charkow.

Im Werke M. v. Rohr: „Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten", im Kapitel VII (von A. König), S. 396, steht die Bemerkung: „... ist damit der Weg angezeigt, um bei einem System dreier Linsen, von denen zwei dicht zusammenstehen, während die dritte abgerückt ist, alle fünf Seidelschen Bildfehler gleichzeitig zu heben und zwar für jeden Objektabstand". Das war für mich die Anregung, um folgenden Versuch zu machen:

§ 1. Seien die Stärken der Linsen φ_1, φ_2, φ_3, die Krümmungen ihrer Vorderflächen ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, der Abstand der dritten Linse von den beiden ersten zusammenstehenden A und ist die Blende am Ort des hinteren Teilsystems angenommen, dann haben wir[1]):

Die sphärische Aberration:

$$\sum_{\nu=1}^{i} Q_{s,\nu}^2 \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu + (1 - A\varphi)^4 \sum_{\nu=i+1}^{k} Q_{s,\nu}^2 \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu = 0, \qquad \text{I)}$$

die Koma:

$$\sum_{\nu=1}^{i} Q_{x,\nu} \, Q_{s,\nu} \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu - \frac{(1 - A\varphi)^3}{A} \sum_{\nu=i+1}^{k} Q_{s,\nu} \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu = 0, \qquad \text{II)}$$

den Astigmatismus:

$$\sum_{\nu=1}^{k} Q_{x,\nu}^2 \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu + \frac{(1 - A\varphi)^2}{A^2} \sum_{\nu=i+1}^{k} \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu = 0, \qquad \text{IIIa)}$$

die Bildfeldkrümmung:

$$\frac{\varphi_1}{n_1} + \frac{\varphi_2}{n_2} + \frac{\varphi_3}{n_3} = 0, \qquad \text{IV)}$$

die Verzeichnung:

$$\sum_{\nu=1}^{i} \left[Q_{x,\nu}^3 \, Q_{s,\nu}^{-1} \, \Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu - (Q_{x,\nu} - Q_{s,\nu})^2 \, Q_{x,\nu} \, Q_{s,\nu}^{-1} \, \varrho_\nu \, \Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu \right] = 0, \qquad \text{V)}$$

die chromatische Aberration des Bildortes:

$$\frac{\dfrac{\varphi_1}{\nu_1} + \dfrac{\varphi_2}{\nu_2}}{[1 - A(\varphi_1 + \varphi_2)]^2} + \frac{\varphi_3}{\nu_3} = 0, \qquad \text{VI)}$$

[1]) l. c. S. 393.

die Maßstabsgleichung:

$$(\varphi_1+\varphi_2)+\varphi_3[1-A(\varphi_1+\varphi_2)]=1. \qquad \text{VII)}$$

Von den Gleichungen I, II, IIIa und V betrachten wir im weiteren:

(I) $$\left(\frac{n_1}{n_1-1}\right)^2\varphi_1^3-\frac{2n_1+1}{n_1-1}\varrho_1\varphi_1^2+\frac{n_1+2}{n_1}\varrho_1^2\varphi_1+\left(\frac{n_2}{n_2-1}\right)^2\varphi_2^3+$$
$$+\frac{3n_2+1}{n_2-1}\varphi_2^2\varphi_1+\frac{3n_2+2}{n_2}\varphi_2\varphi_1^2-\frac{2n_2+1}{n_2-1}\varrho_2\varphi_2^2-\frac{4n_2+4}{n_2}\varrho_2\varphi_1\varphi_2+$$
$$+\frac{n_2+2}{n_2}\varrho_2^2\varphi_2+(1-A\varphi)^4\left[\left(\frac{n_3}{n_3-1}\right)^2\varphi_3^3+\frac{3n_3+1}{n_3-1}\varphi_3^2\frac{\varphi}{1-A\varphi}+\right.$$
$$+\frac{3n_3+2}{n_3}\varphi_3\frac{\varphi_2}{(1-A\varphi)^2}-\frac{2n_3+1}{n_3-1}\varrho_2\varphi_3^2-\frac{4n_3+4}{n_3}\varrho_3\varphi_3\frac{\varphi}{1-A\varphi}+$$
$$\left.+\frac{n_3+2}{n_3}\varrho_3^2\varphi_3\right]=0.$$

(I—II). $$-\frac{n_1}{n_1-1}\varphi_1^2-\frac{n_2}{n_2-1}\varphi_2^2-\frac{2n_2+1}{n_2}\varphi_1\varphi_2+\frac{n_1+1}{n_1}\varrho_1\varphi_1+\frac{n_2+1}{n_2}\varrho_2\varphi_2+$$
$$+(1-A\varphi)^3A\cdot\left[\left(\frac{n_3}{n_3-1}\right)^2\varphi_3^3-\frac{2n_3+1}{n_3-1}\varrho_3\varphi_3^2+\frac{n_3+2}{n_3}\varrho_3^2\varphi_3\right]+$$
$$+(1-A\varphi)^2A\varphi\left[\frac{3n_3+1}{n_3-1}\varphi_3^2-\frac{4n_3+4}{n_3}\varrho_3\varphi_3\right]+$$
$$+(1-A\varphi)A\varphi^2\frac{3n_3+2}{n_3}\varphi_3-(1-A\varphi)^2\left[\frac{n_3}{n_3-1}\varphi_3^2-\frac{n_3+1}{n_3}\varrho_3\varphi_3\right]-$$
$$-(1-A\varphi)\varphi\frac{2n_3+1}{n_3}\varphi_3=0.$$

(I—II)—(II—III). $$(1-A\varphi)^2A\left[\left(\frac{n_3}{n_3-1}\right)^2\varphi_3^2-\frac{2n_3+1}{n_3-1}\varrho_3\varphi_3+\frac{n_3+2}{n_3}\varrho_3^2\right]+$$
$$+(1-A\varphi)A\varphi\left[\frac{3n_3+1}{n_3-1}\varphi_3-\frac{4n_3+4}{n_3}\varrho_3\right]+A\varphi^2\frac{3n_3+2}{n_3}-$$
$$-(1-A\varphi)\left[\frac{2n_3}{n_3-1}\varphi_3-\frac{2n_3+2}{n_3}\varrho_3\right]-\frac{4n_3+2}{n_3}\varphi+$$
$$+\frac{1}{A}\left(\frac{\varphi}{\varphi_3}+1\right)=0.$$

(II—III)—(III—V). $$\frac{n_1+1}{n_1}\varphi_1+\frac{n_2+1}{n_2}\varphi_2-2\varphi_3+(1-A\varphi)A\left[\frac{n_3}{n_3-1}\varphi_3^2-\right.$$
$$\left.-\frac{n_3+1}{n_3}\varrho_3\varphi_3\right]+A\varphi\frac{2n_3+1}{n_3}\varphi_3=0.$$

§ 2. Betrachten wir die zwei ersten Linsen als eine einzige Linse von der Stärke φ, aus der Glassorte n, ν, so bekommen wir statt der Gleichungen IV, VI, VII die abgeänderten Gleichungen:

$$\frac{\varphi}{n}+\frac{\varphi_3}{n_3}=0, \qquad \text{IV')}$$

$$\frac{\frac{\varphi}{\nu}}{(1-A\varphi)^2}+\frac{\varphi_2}{\nu_3}=0, \qquad \text{VI')}$$

$$\varphi+\varphi_3(1-A\varphi)=1, \qquad \text{VII')}$$

wo

$$\varphi=\varphi_1+\varphi_2, \qquad 1)$$

$$\frac{\varphi}{\nu}=\frac{\varphi_1}{\nu_1}+\frac{\varphi_2}{\nu_2}, \qquad 2)$$

$$\frac{\varphi}{n}=\frac{\varphi_1}{n_1}+\frac{\varphi_2}{n_2}. \qquad 3)$$

Aus den abgeänderten Gleichungen können wir ableiten:

$$\varphi=\frac{n}{n+n_3 k}, \qquad 4)$$

$$\varphi_3=-\frac{n_3}{n+n_3 k}, \qquad 5)$$

$$A=\frac{1+k}{\varphi}, \qquad 6)$$

wo

$$k=\mp\sqrt{\frac{n}{\nu}\cdot\frac{\nu_3}{n_3}}.$$

Nehmen wir die wesentlich positive Größe $\frac{n}{\nu}=x^2$ als neue Unbekannte an, so lassen sich durch sie unsere fundamentalen Unbekannten mittels 1)... 8) und IV ausdrücken:

$$\varphi_1=-\frac{\frac{x^2}{n_2}-\frac{1}{\nu_2}}{\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)x^2-\left(\frac{1}{\nu_1}-\frac{1}{\nu_2}\right)}\varphi, \qquad 7)$$

$$\varphi_2=\frac{\frac{x^2}{n_1}-\frac{1}{\nu_1}}{\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)x^2-\left(\frac{1}{\nu_1}-\frac{1}{\nu_2}\right)}\varphi, \qquad 8)$$

$$\varphi_3=\frac{\frac{n_3}{n_2\nu_1}-\frac{n_3}{n_1\nu_2}}{\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)x^2-\left(\frac{1}{\nu_1}-\frac{1}{\nu_2}\right)}\varphi, \qquad 9)$$

$$A=\frac{1\mp x\sqrt{\frac{\nu_3}{n_3}}}{\varphi}, \qquad 10)$$

$$\frac{1}{\varphi}=1\mp\frac{x\sqrt{n_3\nu_3}\left(\frac{1}{n_1\nu_2}-\frac{1}{n_2\nu_1}\right)}{\left(\frac{1}{n_1}-\frac{1}{n_2}\right)x^2-\left(\frac{1}{\nu_1}-\frac{1}{\nu_2}\right)}. \qquad 11)$$

Somit, wenn wir für bestimmte Zahlenwerte die Ausdrücke für φ_1, φ_2, φ_3 und A durch die Unbekannte x ausdrücken, so geben uns (I — II) — (II — III) und (II — III) — (III — IV) zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten x und ϱ_3, die wir bestimmen können und

nachher ebenfalls geben uns I) und (I — II) zwei Gleichungen, die zwei Unbekannten ϱ_1 und ϱ_2 liefern.

§ 3. Nehmen wir an

$n_1 = n_3 = 1{,}6112$, $n_G' - n_D = 0{,}01363$, $n_G' - n_F = 0{,}00610$, $\bar{\nu}_{1,3} = 44{,}8$, $\vartheta_{1,3} = 0{,}448$;
$n_2 = 1{,}5483$, $n_G' - n_D = 0{,}01414$, $n_G' - n_F = 0{,}00637$, $\bar{\nu}_2 = 38{,}8$, $\vartheta_2 = 0{,}450$;

somit, wenn wir $x\varrho_3 = y$ bezeichnen und die Koeffizienten logarithmisch ausdrücken:

$(I-II)-(II-III)$. $y^2[0{,}0429\,x^6 \pm \bar{1}{,}9889\,x^5 - \bar{1}{,}5974\,x^4 \mp \bar{1}{,}1090\,x^3 + \bar{2}{,}9258\,x^2 \mp$
$\mp \bar{2}{,}1442\,x + \bar{4}{,}8803] + y[\mp \bar{1}{,}7819\,x^6 - \bar{1}{,}7019\,x^5 \pm 1{,}2864\,x^4 +$
$+ \bar{2}{,}9947\,x^3 \mp \bar{2}{,}6672\,x^2 + \bar{3}{,}7663\,x \mp \bar{4}{,}3182] + [\bar{2}{,}9099\,x^6 \pm$
$\pm \bar{2}{,}9051\,x^5 - \bar{2}{,}0964\,x^4 \mp \bar{2}{,}3376\,x^3 + \bar{3}{,}8160\,x^2 \mp \bar{4}{,}6140\,x -$
$- \bar{5}{,}2159] = 0$.

$(II-III)-(III-IV)$. $y[\bar{3}{,}4679\,x^3 \pm \bar{3}{,}0129\,x^2 - \bar{4}{,}8495\,x \pm \bar{5}{,}8866] +$
$+ [\bar{4}{,}8033\,x^4 \mp \bar{4}{,}9544\,x^3 - \bar{4}{,}8229\,x^2 \pm \bar{4}{,}3370\,x + \bar{5}{,}0853] = 0$.

Wenn wir für diese beiden Gleichungen die Kurven ziehen, so nähern sie sich aneinander bei den folgenden Werten, die einzig reell sind

x	ϱ_3 (I — II)	ϱ_3 (II—III)
$\mp$ 0,135	— 1,129	— 1,081
0,140	1,131	1,085
0,145	1,134	1,087
0,150	1,137	1,088

Das Minimum von ϱ_3 (I — II) — ϱ_3 (II — III) befindet sich bei $x = \mp 0{,}141$ und somit $\varrho_3 = -1{,}11$ im Mittel. Mit diesen beiden Wurzeln für x_3 und ϱ_3 liefern uns die Gleichungen 7) bis 11):

$\varphi = +0{,}61$, $A = +2{,}87$, $\varphi_1 = +2{,}62$, $\varphi_2 = -2{,}01$, $\varphi_3 = -0{,}53$,
$n = 1{,}861$, $\nu = 93{,}0$.

Die Gleichungen IV, VI, VII, (I — II) —, (II — III) — werden durch diese Werte befriedigt. Nachher mit logarithmischen Koeffizienten:

$0{,}7684\,\varrho_1^2 - 1{,}6753\,\varrho_1 - 0{,}6634\,\varrho_2^2 + 0{,}6485\,\varrho_2 + 2{,}0390 = 0$, I)
$0{,}6276\,\varrho_1 - 0{,}5197\,\varrho_2 - 1{,}1759 = 0$. I — II)

Aus diesen Gleichungen haben wir zwei Wertepaare

$\varrho_2 = +3{,}78$, $\varrho_1 = +6{,}48$ oder $\varrho_2 = -3{,}91$, $\varrho_1 = +0{,}48$

und folglich

$\varrho_2' = +7{,}45$, $\varrho_1' = +2{,}19$ oder $\varrho_2' = -0{,}24$, $\varrho_1' = -3{,}80$ und $\varrho_3' = -0{,}25$.

Im Resultate haben wir die zwei Wertreihen bei der Gesamtbrennweite $F = 100$:

$r_1 = +15{,}4$	$r_3 = -90{,}2$	oder	$r_1 = +206{,}2$	$r_3 = -90{,}2$
$r_1' = +45{,}6$	$r_3' = -402{,}6$		$r_1' = -26{,}3$	$r_3' = -402{,}6$
$r_2 = +26{,}4$	$A = +287{,}5$		$r_2 = -25{,}6$	$A = +297{,}5$
$r_2' = +13{,}4$			$r_2' = -411{,}6$	

Diese Werte ergeben leider für unendlichen Objektpunkt negative Systeme mit imaginären Brennebenen, ähnlich dem holländischen Fernrohr.

§ 4. Da einige Ausgangsgleichungen, wie IV, auch beim umgekehrten Strahlengange richtig bleiben und weil das System bei solchem Strahlengange für unendlichen Objektpunkt eine reelle Brennebene ergibt und endlich weil das umgekehrte System

mit den weiter folgenden Werten kleine Aberrationen hatte, so wurde versucht, bei dem neuen Strahlengange die Restaberrationen durch Auflösung ihrer Differentialgleichungen zu korrigieren. Als Ausgangswerte beim umgekehrten System wurden die folgenden (nach der zweiten Reihe) angenommen (logarithmisch):

$r_1 = 2{,}6715_+$, $d_1 = 0{,}2427_+$, $r_2 = 2{,}0217_+$, $d_2 = 2{,}5252_+$, $r_3 = 2{,}0263_-$,
$d_3 = 0{,}2427_+$, $r_4 = 1{,}6568_+$, $d_4 = 0{,}1565_+$, $r_5 = 1{,}7101_+$, $d_5 = 0{,}7782_+$,
$r_6 = 1{,}7633_-$.

Die mit diesen Werten errechneten Paraxialstrahlen ergeben für $n_{1,5} = 1{,}6112$, $n_3 = 1{,}5483$:

$\sigma_1 = 0$, $\sigma_1' = +0{,}0008083$, $\sigma_2 = +0{,}0008095$, $\sigma_2' = -0{,}004509$,
$\sigma_3 = -0{,}001796$, $\sigma_3' = -0{,}004493$, $\sigma_4 = -0{,}004458$, $\sigma_4' = -0{,}01899$,
$\sigma_5 = -0{,}01848$, $\sigma_5' = -0{,}004077$, $\sigma_6 = -0{,}003979$, $\sigma_6' = +0{,}004130$.

Es werden als Unbekannte die Vergenzen σ_2, σ_3, σ_4, σ_5, σ_6 angenommen und $\partial \sigma'_{\nu-1} = \frac{\sigma'_{\nu-1}}{\sigma_\nu} \partial \sigma_\nu$ gesetzt. Dann werden die totalen ersten Differentialen der Aberrationsausdrücke gleich den negativ genommenen numerischen Werten dieser Aberrationswerte gesetzt[1]).

Die sphärische Aberration gibt:

$$\partial Z = \left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^4 \left[Q_{s,\nu}(3 P_{s,\nu} - \sigma_\nu') - \left(\frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}\right)^3 Q_{s,\nu-1}(3 P_{s,\nu-1} - \sigma_{\nu-1}) \right] \partial \sigma_\nu ,$$

wo

$$\frac{h_\nu}{h_{\nu-1}} = \frac{\sigma'_{\nu-1}}{\sigma_\nu}, \qquad Q_{s,\nu} = -\frac{\Delta \sigma_\nu}{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu}, \qquad P_{s,\nu} = \frac{\Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_\nu}{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu}$$

und numerisch

$$-\bar{4}{,}6823\, \partial\sigma_2 - \bar{3}{,}4410\, \partial\sigma_3 - \bar{1}{,}2860\, \partial\sigma_4 + \bar{2}{,}2125 \partial\sigma_5 + \bar{1}{,}1427\, \partial\sigma_6 = -\bar{5}{,}9374.$$

Die Bildfeldkrümmung:

$$\partial \frac{1}{R} = \left(\frac{1}{n_{\nu+1}} - \frac{1}{n_{\nu-1}} \frac{h_\nu}{h_{\nu-1}}\right) \partial \sigma_\nu ,$$

$$\bar{3}{,}1503\, \partial\sigma_2 - \bar{1}{,}9603\, \partial\sigma_3 - \bar{3}{,}8953\, \partial\sigma_4 - \bar{2}{,}6314\, \partial\sigma_5 - \bar{2}{,}3884\, \partial\sigma_6 = -\bar{8}{,}3979.$$

Die chromatische Aberration, für $G'_{1,5} = 1{,}62483$ und $G_3' = 1{,}56500$:

$$\partial C = \left(\frac{h_\nu}{h_\varkappa}\right)^2 \left(\frac{h_{\nu-1}}{h_\nu} M_{\nu-1} - M_\nu\right) \partial \sigma_\nu , \qquad \text{wo} \qquad M_\nu = \frac{\Delta\left(\frac{dn}{n}\right)_\nu}{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu},$$

$$-\bar{6}{,}6484\, \partial\sigma_2 + \bar{2}{,}2831\, \partial\sigma_3 + \bar{4}{,}3314\, \partial\sigma_4 = \bar{3}{,}8459\, \partial\sigma_5 + \bar{4}{,}7263\, \partial\sigma_6 = -\bar{11}{,}0000.$$

---

[1]) l. c. S. 402, 327 von Druckfehlern befreit.

Die Koma, für $\xi_1 = +0{,}000598$:

$$\partial K = \left\{\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^4\left[Q_{s,\nu}(3P_{s,\nu}-\sigma_\nu')S_\nu - \left(\frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}\right)^3 Q_{s,\nu-1}(3P_{s,\nu-1}-\sigma_{\nu-1})S_{\nu-1}\right] -$$

$$- D_{x,s}\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2\left[P_{s,\nu} - \frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}P_{s,\nu-1}\right] - D_{x,s}h_1^2\frac{H_{\nu-1}}{\sigma_\nu^2}\sum_{i=\nu}^{k}\left(\frac{h_i}{h_1}\right)^4 Q_{s,i}^2\,\Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_i\Bigg\}\partial\sigma_\nu -$$

$$- \left[\sum_{\nu=1}^{k} Z_\nu B_\nu\right]\partial\xi_1, \quad \text{wo} \quad S = D_{x,s}\left[-\left(\frac{h_1}{h_\nu}\right)^2\frac{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu}{\Delta\sigma_\nu} + h_1^2\sum_{\lambda=2}^{\nu}\frac{H_{\lambda-1}}{\sigma_\lambda}\right] = D_{x,s}\cdot B_\nu,$$

$$D_{x,s} = \sigma_1 = \xi_1, \quad H_{\lambda-1} = \frac{\frac{h_{\lambda-1}}{h_\lambda} - 1}{n'_{\lambda-1}h_\lambda\cdot h_{\lambda-1}}.$$

$$\bar{3},0082\,\partial\sigma_2 - \bar{2},6601\,\partial\sigma_3 + \bar{1},2998\,\partial\sigma_4 - \bar{2},2144\,\partial\sigma_5 - \bar{1},1638\,\partial\sigma_6 - \bar{1},1399\,\partial\xi_1 = \bar{5},9170.$$

Der Astigmatismus:

$$\partial A = \left\{\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^4\left[Q_{s,\nu}(3P_{s,\nu}-\sigma_\nu')(1+S_\nu)^2 - \left(\frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}\right)^3 Q_{s,\nu-1}(3P_{s,\nu-1}-\sigma_{\nu-1})(1+S_{\nu-1})^2\right] -$$

$$- D_{x,s}\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2 2\left[P_{s,\nu}(1+S_\nu) - \frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}P_{s,\nu-1}(1+S_{\nu-1})\right] -$$

$$- D_{x,s}h_1^2\frac{H_{\nu-1}}{\sigma_\nu^2}\,2\sum_{i=\nu}^{k}\left(\frac{h_i}{h_1}\right)^4 Q_{s,i}^2\,\Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_i(1+S_\nu)\Bigg\}\partial\sigma_\nu - 2\left[\sum_{\nu=1}^{k} Z_\nu(1+S_\nu)B_\nu\right]\partial\xi_1.$$

$$- \bar{4},5172\,\partial\sigma_2 - \bar{3},9773\,\partial\sigma_3 - \bar{1},2113\,\partial\sigma_4 + \bar{2},1394\,\partial\sigma_5 + \bar{1},0656\,\partial\sigma_6 - \bar{2},3089\,\partial\xi_1 =$$

$$= -\bar{5},8686.$$

Die Verzeichnung:

$$\partial V = \left\{\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^4\left[Q_{s,\nu}(3P_{s,\nu}-\sigma_\nu')(1+S_\nu)^3 - \left(\frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}\right)^3 Q_{s,\nu-1}(3P_{s,\nu-1}-\sigma_{\nu-1})(1+S_{\nu-1})^3\right] -$$

$$- D_{x,s}\left(\frac{h_\nu}{h_1}\right)^2 3\left[P_{s,\nu}(1+S_\nu)^2 - \frac{h_{\nu-1}}{h_\nu}P_{s,\nu-1}(1+S_{\nu-1})^2\right] -$$

$$- D_{x,s}h_1^2\frac{H_{\nu-1}}{\sigma_\nu^2}\,3\sum_{i=\nu}^{k}\left(\frac{h_i}{h_1}\right)^4 Q_{s,i}^2\,\Delta\left(\frac{\sigma}{n}\right)_i(1+S_\nu)^2 -$$

$$- D_{x,s}^2\left[\frac{1}{n_{\nu+1}}(1+S_\nu) - \frac{1}{n_{\nu-1}}\frac{h_\nu}{h_{\nu-1}}(1+S_{\nu-1})\right] +$$

$$+ D_{x,s}^3\left(\frac{h_1}{h_\nu}\right)^2\left[\left(\frac{\sigma}{n'}-\frac{\sigma'}{n}\right)_\nu\frac{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_\nu}{(\Delta\sigma_\nu)^2} - \left(\frac{h_\nu}{h_{\nu-1}}\right)^3\left(\frac{\sigma}{n'}-\frac{\sigma'}{n}\right)_{\nu-1}\frac{\Delta\left(\frac{1}{n}\right)_{\nu-1}}{(\Delta\sigma_{\nu-1})^2}\right] +$$

$$+ D_{x,s}^3h_1^2\frac{H_{\nu-1}}{\sigma_\nu^2}\sum_{i=\nu}^{k}\left(\frac{\sigma}{n'}-\frac{\sigma'}{n}\right)_\nu\Bigg\}\partial\sigma_\nu +$$

$$+ \left\{-3\left[\sum_{\nu=1}^{k} Z_\nu(1+S_\nu)^2B_\nu\right] + 2D_{x,s}\sum_{\nu=1}^{k}\frac{1}{R_\nu}(1+S_\nu) + D_{x,s}^2\sum_{\nu=1}^{k}\frac{1}{R_\nu}B_\nu\right\}\partial\xi_1.$$

$$- \bar{4},4276\,\partial\sigma_2 - \bar{2},0815\,\partial\sigma_3 - \bar{1},1739\,\partial\sigma_4 + \bar{2},1029\,\partial\sigma_5 + \bar{1},0286\,\partial\sigma_6 - \bar{2},4507\,\partial\xi_1 =$$

$$= -\bar{5},8342.$$

Nach Auflösung dieser 6 Gleichungen mit 6 Unbekannten bekommen wir:

$$\partial\sigma_2 = +0{,}001544, \quad \partial\sigma_3 = -0{,}000003141, \quad \partial\sigma_4 = +0{,}0004744,$$
$$\partial\sigma_5 = +0{,}000008040, \quad \partial\sigma_6 = +0{,}00004095, \quad \partial\xi_1 = +0{,}00005512$$

und daher:

$$\sigma_2 = +0{,}002353, \quad \sigma_3 = -0{,}001799, \quad \sigma_4 = -0{,}003984,$$
$$\sigma_5 = -0{,}018\,48, \quad \sigma_6 = -0{,}003938, \quad \xi_1 = +0{,}0006536;$$

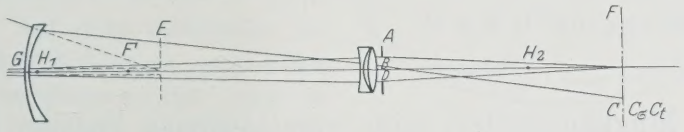
außerdem, bei unverändert beibendem $\frac{\sigma'_{\nu-1}}{\sigma_\nu}$ und bei $\sigma_1 = 0$, $\sigma_6' = +0{,}004130$, haben wir:

$$\sigma_1' = +0{,}002350, \quad \sigma_2' = -0{,}004517, \quad \sigma_3' = -0{,}004015,$$
$$\sigma_4' = -0{,}01898 \quad \sigma_5' = -0{,}004035.$$

Diese neuen Werte verringern ein wenig die Zahlenwerte der Aberrationen.

Mit Hilfe der Beziehung $\varrho_\nu = \frac{\Delta(n\sigma)_\nu}{\Delta(n)_\nu}$ bekommen wir die folgenden Radien und Dicken für das neue System, das in der Abbildung dargestellt ist:

$$r_1 = +161{,}4, \quad r_2 = +73{,}6, \quad r_3 = -124{,}1, \quad r_4 = 42{,}8, \quad r_5 = +51{,}0, \quad r_6 = -58{,}4,$$
$$d_1 = 0{,}6, \quad d_2 = 334{,}6, \quad d_3 = 2{,}0, \quad d_4 = 1{,}4, \quad d_5 = 1{,}6.$$



§ 5. Dieses System, mit der von Anfang an sich ergebenden großen Entfernung zwischen den Teilgliedern, verspricht kein großes Gesichtsfeld und keine große Lichtstärke. Um dies indessen näher einzusehen, wurde vor allem der zur Achse parallele Strahlengang für verschiedene relative Öffnungen $\frac{2h}{f}$ berechnet, wobei die folgenden Werte für die bildseitigen Strahlenneigungen w_6', Schnittweiten s_6' und Brennweiten f der D- und G'-Strahlen erhalten wurden.

n	$D_{1,5} = 1{,}6112$,		$D_3 = 1{,}5483$	$G'_{1,5} = 1{,}6248$,		$G'_3 = 1{,}5650$
$\frac{2h}{f}$	w_6'	s_6'	f	w_6'	s_6'	f
0	0	+242,1	+91,0	0	+242,1	+89,7
$\frac{1}{45}$	0°38′,2	242,2	91,1			
$\frac{1}{22{,}5}$	1°16′,3	242,2	91,2			
$\frac{1}{15}$	1°53′,9	242,8	91,6	1°55′,5	243,0	90,4
$\frac{1}{11{,}25}$	2°30′,6	244,1	92,4			

Es wurde noch der Gang der Strahlen mit endlicher Neigung zur Achse im Hauptschnitte berechnet. Die Aperturblende wurde dabei im hinteren Teilsystem angenommen, was für die Entfernung der Eintrittspupille von der ersten Fläche

$$GE = x_1 = +135{,}4$$

ergibt. Für die verschiedenen Neigungen zur Achse der objektseitigen Hauptstrahlen w_0 wurden dann die folgenden Resultate erzielt: die bildseitigen Hauptstrahlneigungen w_6', das Verhältnis der beiden Hauptstrahlneigungen $\frac{w_0}{w_6'}$, die Schnittweite der bildseitigen Hauptstrahlen von der letzten Fläche an $DA = x_6'$, die Entfernungen der Durchstoßungspunkte dieser Hauptstrahlen mit der hinteren Brennebene von der letzten Fläche an $BC = K_f$, die Entfernungen der Sagital- und Meridional-Bildpunkte von derselben Fläche an $BC_\sigma = K_\sigma$, $BC_t = K_t$, die horizontalen Entfernungen der letzten Bildpunkte von der hinteren Brennebene an $CC_\sigma = \Delta Z_\sigma$, $CC_t = \Delta Z_t$ und die horizontale astigmatische Differenz $C_\sigma C_t = e$.

w_0	w_6'	$\frac{w_0}{w_6'}$	x_6'	K_f	K_σ	K_t	ΔZ_σ	ΔZ_t	e
0°	0°		+3,0						
5°	1°54′,5	2,6	4,4	+242,3	+242,4	+242,6	+0,1	+0,4	+0,2
10°	3°50′,9	2,6	8,9	242,7	243,1	243,8	+0,4	+1,1	+0,7
20°	9° 1′,8	2,5	27,8	244,7	244,2	242,1	−0,5	−2,6	−2,1

Obwohl die Aberrationen dieses Systems einigermaßen befriedigend ausfallen, machen doch seine großen Dimensionen, die sich als Folge des großen Abstandes zwischen den Teilgliedern ergeben, das System wenig interessant.

Isjum bei Charkow, U. S. S. R.

Das Ringphotometer, seine verschiedenen Formen und Anwendungsmöglichkeiten.

Von
G. I. Pokrowski in Moskau.

§ 1. Wenn die Intensität des von einer primären oder sekundären Lichtquelle emittierten Lichtes als Funktion des Ausstrahlungswinkels ermittelt werden muß, so kann in mehreren Fällen eine besondere Hilfsvorrichtung, das sogenannte Ringphotometer, angewendet werden.

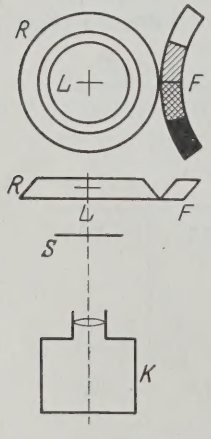


Abb. 1.
L Lichtquelle, *V* Vergleichslichtquelle, *R* Ring, *F* Flächen mit bekanntem Reflexionsvermögen, *K* Photographische Kamera.

Die einfachste Form des Ringphotometers besteht aus einem Ring, das aus einer Kegeloberfläche durch zwei, zur Kegelachse normale Flächen herausgeschnitten ist. Im Zentrum dieses Ringes befindet sich die zu untersuchende Lichtquelle. Die Mittelebene des Ringes wird dabei in derjenigen Fläche eingestellt, in welcher die Intensitätsverteilung untersucht werden muß. Verzichtet man zuerst auf Sekundärbeleuchtung und nimmt man an, daß die innere Oberfläche des Ringes das Licht überall gleich diffus reflektiert, so ist es klar, daß die Oberflächenhelligkeit auf jeder Stelle des Ringes proportional der in entsprechender Richtung ausgestrahlten Intensität sein muß.

Stellt man auf der Kegelachse (Abb. 1) in passender Entfernung eine photographische Kamera auf, so kann man die Helligkeitsverteilung auf dem Ringe auf einer photographischen Platte fixieren. Neben dem Ringe können dabei Flächen mit verschiedenen Reflexionsvermögen aufgestellt werden, die durch eine bekannte Hilfs-

lichtquelle beleuchtet werden. Werden diese Flächen mitphotographiert, so erhält man gleichzeitig auf der entsprechenden Platte Helligkeitsmarken, welche eine Ausphotometrierung der Schwärzung dieser Platte ermöglichen, um die gewünschte Intensitätsverteilung zu ermitteln. Selbstverständlich könnten hier auch andere objektive oder visuelle Methoden angewendet werden, um die Helligkeitsverteilung auf dem Ring zu messen. Die photographische Registrierung wäre von Vorteil aber in solchen Fällen, wenn die Lichtquelle nicht besonders konstant ist (z. B. Bogenlampe). Durch entsprechende Vergrößerung der Expositionszeit, bei entsprechender Schwächung des Lichtes durch Diaphragmen oder Rauchgläser, könnte man einen zeitlichen Mittelwert für die Intensität des in jeder beliebigen Richtung ausgestrahlten Lichtes erhalten. Bei schwachen Lichtquellen könnte man durch Verlängerung der Expositionszeit ohne Schwächung des Lichtes die Vermessungsgenauigkeit weit erhöhen.

Natürlich muß in allen Fällen die Kamera durch einen entsprechenden Schirm vor direkter Beleuchtung geschützt werden.

§ 2. Nachdem das Prinzip des Ringphotometers in seiner einfachsten Form erläutert ist, gehen wir zur Untersuchung der mehrfachen Reflexion über. In Abb. 2 ist ein Schema unseres Ringes gegeben.

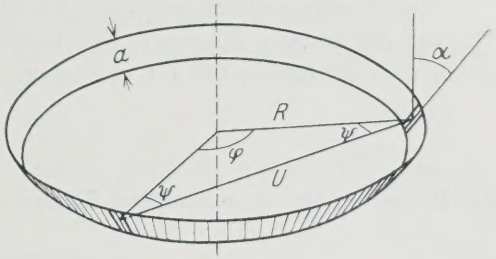


Abb. 2.

Im Zentrum dieses Ringes befindet sich eine punktförmige Lichtquelle. Nehmen wir zuerst an, daß diese Lichtquelle das Licht nach allen Richtungen ganz gleich aussendet und berechnen wir das Verhältnis zwischen der Helligkeit des Ringes, die durch direkte Beleuchtung bedingt ist, mit derjenigen, die durch Sekundärbestrahlungen hervorgerufen ist.

Ist die Ringoberfläche genügend matt und folgt sie genügend nahe dem Lambertschen Kosinusgesetze, so muß das genannte Verhältnis dem Verhältnisse des sekundären Lichtstromes θ zum primären f, die auf ein Flächenelement fallen, gleich sein.

Wenn der Ring genügend schmal im Vergleich mit seinem mittlern Halbmesser bleibt, so ist annähernd der Raumwinkel ξ, in dessen Grenzen der ausgesandte Lichtstrom Φ auf den Ring fällt, der Abb. 2 gemäß

$$\xi = 2\pi \frac{a \cos \alpha}{R},$$

wo a die Breite des Ringes und R seinen mittleren Halbmesser bedeutet. Bezeichnet man durch J die Intensität des Lichtes (gleich in allen Richtungen), so haben wir

$$\Phi = \frac{J \xi}{4\pi}.$$

Also ist der Lichtstrom, welcher auf ein Element des Ringes fällt:

$$f = d\Phi = \frac{\Phi}{2\pi} d\varphi,$$

wo φ den Winkel zwischen zwei Radien bedeutet. Aus dem Gesagten folgt, daß

$$f = J \frac{a \cos \alpha}{4\pi R} d\varphi. \qquad 1)$$

Wie wir schon angenommen haben, wird der Lichtstrom von dem Elemente des Ringes nach allen Seiten nach dem Kosinusgesetze zerstreut. Bezeichnen wir durch j_0

die Intensität desjenigen Lichtes, welches vom Element normal ausgestrahlt wird und durch r den Reflexionswinkel, mit A den Koeffizienten der diffusen Reflexion der Ringoberfläche. Dann ist

$$\frac{df}{dr} \cdot A = 2\pi j_0 \cos r \cdot \sin r ,$$

wonach

$$fA = 2\pi j_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin r \cdot \cos r \cdot dr = \pi j_0 ; \qquad 2)$$

daraus folgt

$$j_0 = \frac{fA}{\pi} ,$$

oder nach der Formel 1)

$$j_0 = J \frac{A\, a \cos\alpha}{4\pi^2 R} d\varphi . \qquad 3)$$

Das Licht, welches von dem betrachteten Elemente ausgesandt wird, fällt zum Teil auf ein anderes Element. Der Reflexionswinkel ψ vom ersten Element ist dabei gleich dem Einfallswinkel auf das zweite. Dabei ist (vgl. Abb. 2)

$$\psi = \pi - \frac{\varphi}{2} ;$$

die Intensität des ausgestrahlten Lichtes ist dabei

$$j_\psi = j_0 \cos\psi = j_0 \sin\frac{\varphi}{2} ,$$

und der entsprechende Raumwinkel

$$\xi_1 = \frac{a\cos\alpha \cdot R \sin\frac{\varphi}{2}}{4R^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}} d\varphi = \frac{a\cos\alpha}{4R\sin\frac{\varphi}{2}} d\varphi ,$$

da die Entfernung zwischen den Elementen

$$u = 2R \sin\frac{\varphi}{2}$$

ist (Abb. 2).

Deshalb ist der Lichtstrom, welcher von einem Element auf ein anderes fällt, gleich

$$d\theta = j_\psi \frac{a\cos\alpha}{4R\sin\frac{\varphi}{2}} d\varphi ,$$

oder

$$d\theta = j_0 \frac{a\cos\alpha}{4R} d\varphi ,$$

oder nach Formel 3)

$$d\theta = J \frac{A a^2 \cos^2\alpha \cdot d\varphi}{16\pi^2 R^2} \cdot d\varphi .$$

In dem letzten Ausdrucke kommen φ und u nicht vor; das bedeutet, daß jedes Element von jedem andern gleich beleuchtet wird. Also für den Fall, daß J für ver-

schiedene Richtungen verschieden ist, könnte man in der letzten Formel einen Mittelwert einstellen.

Durch Integrierung erhält man:

$$\theta = \int_0^{2\pi} J \frac{A a^2 \cos^2 \alpha \, d\varphi}{16 \pi^2 R^2} d\varphi = J \frac{A a^2 \cos^2 \alpha \, d\varphi}{8 \pi R^2}. \qquad 4)$$

Nach Formeln 2) und 3) ergibt sich dann:

$$\frac{\theta}{f} = \Delta = \frac{A a \cos \alpha}{2 R}. \qquad 5)$$

Dieser Ausdruck gilt für den Fall eines vollen Ringes. Haben wir nur einen Teil, der dem Winkel φ entspricht, so ist:

$$\Delta = \frac{A a \cos \alpha}{2 R} \cdot \frac{\varphi}{2 \pi}. \qquad 6)$$

Die betrachtete Sekundärbeleuchtung wird die Beobachtungsergebnisse in gewissem Maß beeinträchtigen. Es muß deshalb eine Korrektion eingeführt werden.

Ist J_b die beobachtete, der Helligkeit des Ringes proportionale Intensität und ist J_m ein Mittelwert für den ganzen Ring, so ist

$$J_b = J + \Delta J_m + \Delta^2 J_m + \ldots,$$

wo J die wirkliche Intensität, die in entsprechender Richtung ausgestrahlt wird, bedeutet, oder

$$J_b = J + J_m \left(\frac{1}{1 - \Delta} - 1 \right). \qquad 7)$$

Es sei n die Zahl der Messungen (gleichmäßig auf alle Richtungen verteilt). Dann ist

$$J_m = \frac{\Sigma J}{n}.$$

Also nach Formel 7)

$$\frac{\Sigma J_b}{n} = \frac{\Sigma J}{n} \cdot \frac{1}{1 - \Delta},$$

weshalb

$$J_m = \frac{\Sigma J_b}{n} (1 - \Delta)$$

ist.

Oder aus Formel 7)

$$J = J_b - \frac{\Sigma J_b}{n} \cdot \Delta. \qquad 8)$$

Falls die Lichtquelle nicht punktförmig ist, so wird ein Teil des Ringes vom andern verdeckt sein. Es ist deshalb bequemer, in solchen Fällen nur einen Teil des Ringes zu verwenden.

§ 3. Außer der beschriebenen Form des Ringphotometers können auch andere Formen Verwendung finden. Insbesondere in solchen Fällen, wenn man mit Sekundärlichtquellen zu tun hat. In solchen Fällen ist gewöhnlich die Intensität des reflektierten Lichtes gering und es wäre vorteilhaft, den Ring durch zylinderförmige Kassetten zu ersetzen und den in diese Kassetten eingelegten photographischen Film direkt zu bestrahlen. Allerdings wäre es dabei schon schwieriger, bestimmte Helligkeitsmarken auf denselben Film mit zu photographieren.

Im Falle, daß man statt des Filmes Platten gebrauchen will, kann man den Ring aus Spiegelmetall herstellen und die Platte in der Nähe des Ringes, parallel der Ringfläche aufstellen (Abb. 3).

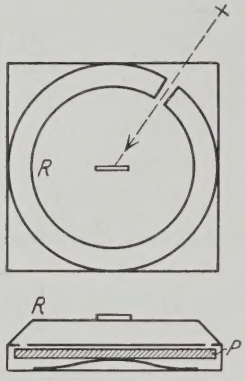


Abb. 3.
R Spiegelring, *P* Platte.

Schließlich kann es in einigen Fällen bequemer sein, nicht die Intensität, sondern die Oberflächenhelligkeit einer Lichtquelle, z. B. einer leuchtenden bzw. beleuchteten Fläche, in Abhängigkeit von der Beobachtungsrichtung zu messen. Zu diesem Zweck muß der Ring in eine Anzahl flacher Spiegel oder totalreflektierende Prismen zerlegt werden (Abb. 4).

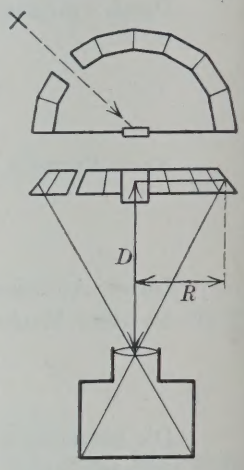


Abb. 4.

Bei einer solchen Konstruktion können auch sehr schwache Lichtquellen untersucht werden. Man kann dabei auf Sekundärbestrahlung verzichten. Man muß bei der Aufstellung der Spiegel den Winkel α gemäß Abb. 4 berechnen aus

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{D}{R},$$

wo D die Entfernung von der Lichtquelle bis zur Objektivöffnung der Kamera bedeutet.

(Physikalisches Institut der Moskauer technischen Hochschule).

Ein neues Elektrometer.

Von
Prof. Dr. **Eligio Perucca** in Turin.

Bei den gewöhnlichen Elektrometern mit Hilfsspannung kann man zwei Grundformen unterscheiden: das Quadrant-Elektrometer (Lord Kelvin) und das Elektrometer von Bohnenberger-Hankel.

Die Instrumente der ersten Art haben beträchtliche Kapazität und Schwingungsdauer; man muß Einrichtungen zur Dämpfung der Schwingungen treffen. Die Exakteinstellung erfolgt nicht unmittelbar. Bei einigen Elektrometern dieses Typs (Kleiner, Mülly, Hoffmann) sind die Größe 3 der Nadel und der Quadranten sehr klein. Damit ist der Vorteil geringer Kapazität und kleiner Schwingungsdauer verbunden zugunsten großer Empfindlichkeit. Indes sind diese Apparate äußerst empfindlich und die Schwierigkeit der Exakteinstellung beträchtlich vermehrt.

Leichtigkeit der Handhabung wie der Exakteinstellung, äußerst geringe Kapazität, Aperiodizität des beweglichen Systems (Blatt oder Faden) sind bemerkenswerte Vorzüge der Elektrometer vom Typ Bohnenberger-Hankel. Sie stellen sich außerdem bemerkenswert rasch ein, solange man nicht äußerste Empfindlichkeit von ihnen fordert. Die Empfindlichkeit kann ferner in weiten Grenzen durch Änderung des Abstands der Hilfsspannungsplatten abgestimmt werden, bis zur Instabilität des beweglichen Systems. Allerdings ist zum guten Arbeiten des Elektrometers ein genügende Stabilität des Fadens notwendig. Trotzdem kann man mit diesem Typ selbst im günstigsten Falle [1]) nicht

[1]) Durch die kunstvolle Anordnung von Lutz (*Physikal. Zeitschr.* **24.** *S. 166. 1924*) zur Regulierung der Fadenspannung und damit der Empfindlichkeit kann man den Fehler der Instabilität

die Empfindlichkeit einiger Quadrant-Elektrometer (Mülly, A. H. Compton und K. T. Kompton, 10^{-5} V) erreichen.

Ein Quadrant-Elektrometer, welches mehrere Vorzüge des Bohnenberger-Hankelschen bietet, ist das von Lindemann und Keeley (*Phil. Mag. 47. S. 477. 1924*). Das hier zu beschreibende Elektrometer kann als eine Modifikation des Lindemannschen betrachtet werden, ähnelt jedoch auch dem Typ Bohnenberger-Hankel.

Die wesentliche Eigentümlichkeit des Elektrometers besteht in der Form und Aufbau des beweglichen Systems. Es ist gebildet von einem vergoldeten Quarzfaden *DEFG* (Abb. 1) rechteckiger Form und wird von einem vertikalen Faden *CH* aus gleichem Material getragen, dessen Torsionskraft dem System die erforderliche Stabilität verleiht. Die beiden Hilfsspannungsplatten *A* und *B*, gleichfalls vergoldet und mit Mikrometerschrauben auf gewünschten Abstand einstellbar, tragen die Hilfsspannung und beeinflussen damit das System *DEFG*. Ein Mikrometer-Mikroskop ist scharf auf das feine senkrechte Fadenelement *EF* eingestellt. Jede Veränderung des Potentials im System *CDEFGH* veranlaßt eine Verschiebung des Bildes von *EF* im Gesichtsfeld des Mikroskops.

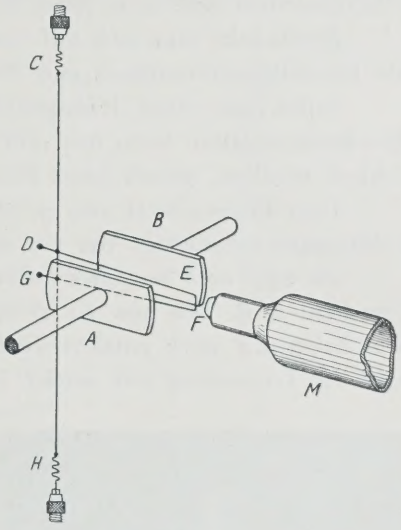


Abb. 1.

Mit Rücksicht auf die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten kann dem System die Ladung von *C* oder *H* aus zugeführt werden. Beide Befestigungspunkte sind um die Achse *CH* drehbar angeordnet, um die Nullage einzustellen. Die Drehung von *C* ist außerdem an einer geteilten Trommel ablesbar, damit der Apparat, der wie alle hochempfindlichen Elektrometer im wesentlichen Nullinstrument ist, entweder auf einem der gewöhnlichen Wege elektrisch oder durch Drehung des Torsionskopfes bei *C* elastisch kompensiert werden kann.

Ferner ist das Elektrometer mit einer doppelwandigen metallischen Schutzhülle umgeben, um es gegen Konvektionsströme abzuschirmen.

Mit einem Torsionsfaden von 0,007 mm Dicke und 0,02 mm Zeigerdicke, 100facher Vergrößerung des Mikroskops, 16 V Hilfsspannung zwischen den Platten *A* und *B* (+ 8 und — 8 V) und 20 mm Abstand der letzteren konnte ich eine Empfindlichkeit von 0,005 V pro Mikrometerintervall erreichen. Unter diesen Bedingungen blieb das System noch über das ganze Meßbereich des Mikrometers (± 50 Intervalle) stabil, aber die Zeigerausschläge waren nicht über das ganze Bereich proportional den Potentialen.

Ein so zartes System wie das vorliegende hat ein minimales Trägheitsmoment und folgt der geringsten Torsionskraft, indes ist die Luftdämpfung stärker als die kritische Reibung, so daß die Einstellung der Gleichgewichtslage schleppend erfolgt. Die doppelte metallische Umhüllung schützt zudem nicht vor schwächsten Luftströmungen, die die Messungen merklich beeinflussen. Die oben genannte Arbeit von Lindemann und Keeley behandelt die günstigsten Abmessungen des Systems mit Rücksicht auf die Luftdämpfung.

Zahlreiche Autoren haben bereits festgestellt, daß der Vorteil, den die Anordnung

verringern, aber nicht beseitigen, daß Blatt oder Faden auf eine der Kondensatorplatten fallen Beim Lutzschen Elektrometer muß man auch Sorge tragen, daß der Faden im Mikroskop scharf eingestellt bleibt und nicht gar auf dieses fällt.

so empfindlicher Systeme im luftverdünnten Raum bieten könnte, durch die Schwierigkeiten des mechanischen Aufbaues reichlich aufgewogen wird.

Man kann nun aber wesentlich günstigere Ergebnisse durch Verwendung stärkerer Quarzfäden erreichen. So ergibt z. B. bemerkenswerte Resultate ein System folgender Abmessungen: Torsionsfaden CH 0,018 mm Dm., Nadel $DEFG$ aus Quarzfaden von 0,06 mm Dm., bei EF ausgezogen auf 0,005 mm zur Verschärfung der Mikroskopablesung. Ein solches System ist sehr widerstandsfähig und bei seiner Herstellung und Montage leicht zu handhaben. Ein damit ausgerüstetes Instrument gibt eine Empfindlichkeit von 0,001 V pro Intervall, gleichmäßig über das ganze Meßbereich, bei ± 40 V Hilfsspannung und ca. 20 mm Kondensatorabstand. Die Endeinstellung des Zeigers wird in etwa 5 Sek. erreicht und erfolgt aperiodisch; die Nullage ist konstant. Konvektionsströme sind ohne jeden Einfluß.

Beschränkt man sich auf eine Empfindlichkeit von 0,005 V pro Intervall, so wird die Einstellgeschwindigkeit und Stabilität ausgezeichnet.

Selbst mit einer Hilfsspannung von ± 8 V und genügender Annäherung der Kondensatorplatten kann man mit dem eben beschriebenen System 0,001 V Empfindlichkeit erhalten, jedoch nicht konstant über das ganze Meßbereich.

Dem Intervallwert von $\pm 0{,}001$ V bei ± 8 V Hilfsspannung entspricht eine Einstellungsgeschwindigkeit von nur etwa 2 Sek.

Es muß noch besonders hervorgehoben werden, daß im Gegensatz zu ähnlichen Elektrometern (z. B. dem von Lutz) bei der vorliegenden Anordnung das Mikroskopobjektiv dem Zeiger EF stark genähert werden kann ohne elektrisehe Störung des Systems, damit wird die Verwendung sehr starker Vergrößerungen, z. B. 500fach, möglich.

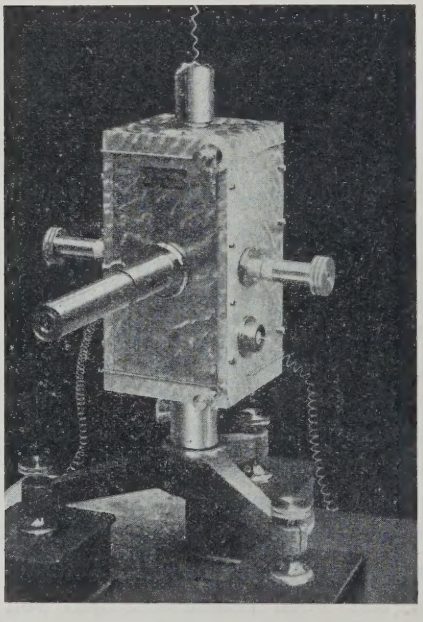


Abb. 2.

Wollte man, wie es einige Autoren tun, die Empfindlichkeit auf Bruchteile des Mikrometerintervalles ($^1/_5$ oder $^1/_{10}$ Intervall[1])) beziehen, so würde sich für das eben beschriebene Elektrometer bei einer Hilfsspannung von einigen Zehnern-Volt und einer Einstellungsgeschwindigkeit von der Größenordnung 1 sec die bemerkenswerte Empfindlichkeit von mehr als 10^{-4} V ergeben.

Wie bei anderen Fadenelektrometern kann sich auch hier die Nadel beim Verlassen des stabilen Feldes an eine der Platten anlegen. Vorausgesetzt, daß man die Gefahr des Verbrennens des Fadens vermeiden kann, fällt diese Unbequemlichkeit bei der als praktisch erwiesenen Schleife nicht ins Gewicht: ein leises Klopfen am Apparat genügt immer, die Nadel von der Platte zu lösen, wenn sie es nicht freiwillig tut.

Bei dem Apparat, den ich für mein Laboratorium baute, (Abb. 2) ist die Abmessung $CH = 10$ cm. Da man das Elektrometer sowohl über C wie über H laden kann, sind noch Zusatzkapazitäten mit zwei Stöpseln beigegeben. Die Kapazität meines Instruments war nahezu 8 cm, aber man kann sie, wie bei anderen Fadenelektrometern, ver-

[1]) Lindemann und Keeley, l. c.

ringern, ohne daß das Elektrometer seine charakteristischen Eigenschaften verliert, nämlich: einen sehr guten Wirkungsgrad des elektrischen Feldes auf die Nadel, beträchtliche Starrheit der Nadel, sowie die Möglichkeit der Anwendung stärkster Vergrößerung.

Das Instrument wurde mit großer Sorgfalt und Präzision von der Firma Carl Leiss in Berlin-Steglitz hergestellt mit Mitteln, welche mir die Elektrizitäts-Ges. Edison in Mailand in entgegenkommender Weise zur Verfügung stellte.

Anhang.

Ein neues besonders einfaches Verfahren zur Herstellung von Quarzfäden.

Die zur Erzeugung feinster Quarzfäden verwendeten Methoden beschränken sich auf das Armbrust-Verfahren (Boys), das Fäden bis zu 10 m Länge zieht, und das von Nichols, welches die Kraft der Gebläseflamme benutzt. (Glazebrook, *Dictionary of apl. Phys.* **5.** *S. 695 ff.*)

Die zweite Methode ist die bequemere, aber man nimmt im allgemeinen an, daß sie nur sehr dünne Fäden von höchstens einigen Dezimeter Länge ergibt.

Durch das Verfahren, welches ich hier bekannt geben möchte, kann man ohne Schwierigkeit Fäden von 2 bis 3 m Länge und einem hinreichend gleichmäßigen Durchmesser von 0,002 bis 0,010 mm erhalten. Der Erfolg hängt von der Reinheit desQuarzes, von der lebendigen Kraft der Flamme und ihrer Temperatur, sowie der Art der Bedienung ab.

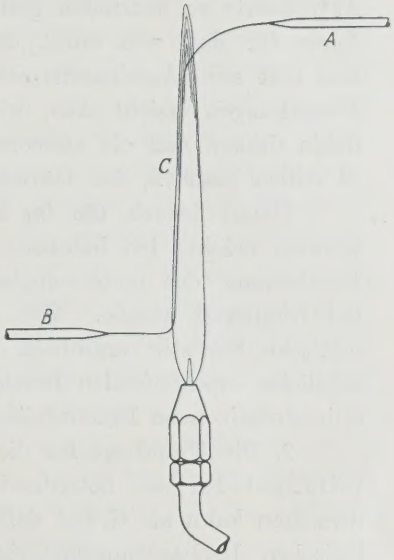


Abb. 3.

Über die vertikal gerichtete Flamme eines Sauerstoffgebläsebrenners hält man den mittleren Teil eines kleinen 2 bis 3 mm dicken Stäbchens aus durchsichtigem, geschmolzenem Quarz. Man erweicht diesen mittleren Teil und zieht ihn zu einem Faden von ca. 1 mm Dm. und 20 cm Länge aus. Darauf gibt man dem Quarzstäbchen die Form eines Z und bringt den mittleren Teil *C* (Abb. 3) in die Nachbarschaft der Flamme unter Vermeidung zu starker Hitze. Während der mittlere Teil erweicht wird, hält man das Ende *B* unbeweglich und zieht das andere Ende *A* langsam in die Höhe. Durch die Wirkung der Flamme und die sie begleitende vertikale Strömung entsteht dann ein langer Quarzfaden, der noch *B* mit *A* verbindet und den man auf mehrere Meter verlängern kann.

Um die Arbeit zu Ende zu führen, hat man nur Sorge zu tragen, daß der Teil *C*, der ausgezogen wird, dauernd an dieselbe Stelle der Gebläseflamme gehalten wird und daß man ihn von der Flamme entfernt, wenn das Ausziehen beendet werden soll.

Der wesentliche Vorteil dieses Verfahrens, welches nur ganz geringe Handfertigkeit erfordert, besteht darin, daß man nach Beendigung der Arbeit die beiden Enden *A* und *B* des Fadens festhalten kann. Die Gewinnung des Fadens und seine Befestigung auf ein geeignetes Gestell vollzieht sich mit Sicherheit und ohne daß er mit irgendeiner Unterlage (Holz, Sammet usw.) in Berührung kommt.

R. Scuola di Ingegneria, Torino, Laboratorio di Fisica Sperimentale.

Über die Verwendung des Lochkartenverfahrens in der Klimatologie.

Von

Dr. Leo Wenzel Pollak, Privatdozent der deutschen Universität in Prag.

1. Beabsichtigt man durch Rechnung aus einer vorgelegten Kollektivreihe an Gesetzmäßigkeiten soviel als möglich herauszuholen, so wird man wohl die erforderliche Anzahl „numerischer Elemente" der von Bruns[1]) angegebenen Φ-Reihe ableiten[2]). Über die Klimatologie als ganz rohe Kollektivmaßlehre der Witterungserscheinungen und ihre Versuche, aus eigener Kraft zu vollständigerer Erfassung ihres Zahlenmaterials zu gelangen, unterrichten am besten die maßvollen Ausführungen Bruns' a. a. O. Er zeigt, daß z. B. die immer wieder geforderte Berücksichtigung der Scheitelwerte der Verteilungskurven — dasselbe gilt von W. Köppens Befürwortung der Angabe einer Größe, welche die Asymmetrie zu beurteilen gestattet — nichts weiter ist, als eine weniger vollkommene Form für das, was durch die Koeffizienten der Φ-Reihe präzise ausgedrückt wird, und faßt seine Auseinandersetzungen in die Worte zusammen: „Aus den vorstehenden Bemerkungen ersieht man, wie die in der Sache liegende Notwendigkeit von selber dahin drängt, daß die meteorologischen Kollektivreihen vollständiger und schärfer als es seither geschah, den Grundsätzen der Kollektivmaßlehre unterworfen werden."

Damit jedoch die im folgenden entwickelten Vorschläge nicht mißverstanden werden, möchte ich betonen, daß auch ich selbstverständlich eine ausschließliche Bearbeitung des meteorologischen Beobachtungsmaterials in statistischer Form als unbefriedigend ansehe. Von der systematischen Anwendung der durch die mathematische Statistik erprobten vollkommeneren Methoden der knappen und dennoch möglichst erschöpfenden Beschreibung ausgedehnten Zahlenmaterials sind aber in der Klimatologie neue Erkenntnisse zu erhoffen.

2. Die Grundlage für die Anwendung der statistischen Methoden bildet die Verteilungstafel des betreffenden Kollektivs. Die sehr große Mühe bei Beschaffung derselben kann als Grund dafür angesehen werden, daß die Darstellung des meteorologischen Beobachtungsmaterials bisher so selten nach dem Vorgange der mathematischen Statistik unternommen wurde. Gelänge es jedoch die Verteilungstafel verschiedener meteorologischer Elemente, ihrer Veränderlichkeit usw. den Klimatologen zur Verfügung zu stellen, so stände der Ableitung der „numerischen Elemente" kaum mehr etwas entgegen.

3. Da das Personal der meteorologischen Zentralen zur Bewältigung der erforderlichen Arbeit nicht ausreicht, ja es sogar nicht einmal wünschenswert wäre, für die notwendigen mechanischen Auszählarbeiten neue Hilfskräfte einzustellen, so muß man daran denken, Maschinen für diesen Zweck zu benutzen.

Der erste Gedanke ist natürlich der, meteorologische Apparate so abzuändern, daß sie die Häufigkeitsverteilung selbsttätig aufzeichnen. Diesen Weg hat über Veranlassung des berühmten englischen Statistikers Karl Pearson vor nunmehr 30 Jahren kein geringerer als G. U. Yule betreten. Er konstruierte im Verein mit Horace Darwin aus einem Aneroidbarometer ein Frequency-registering Barometer[3]), welches in

---

[1]) H. Bruns, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmaßlehre. Leipzig 1906, S. 240ff.

[2]) Ausgedehntere, wenn nicht überhaupt erste Anwendung hat die Φ-Reihe meines Wissens in der Meteorologie nur durch F. Baur-Blasien, Grundlagen einer Vierteljahrstemperaturvorhersage für Deutschland, Braunschweig 1926, gefunden.

[3]) K. Pearson and A. Lee, On the distribution of frequency (variation and correlation) of the barometric height at divers stations. Phil. Trans. London 1898 (Vol. 190). Appendix p. 467.

primitiver Weise die Häufigkeit der verschiedenen Barometerstände durch Kugeln, die in regelmäßigen Zeitabständen in bestimmte, längs des Umfangs des liegenden Metallbarometers aufgestellte Behälter fallen gelassen werden, markiert. Das Instrument, das allerdings noch sehr verbesserungsfähig ist, kann auf keine Korrektionen der Barometerwerte Rücksicht nehmen, erfordert eine nachträgliche Auszählung (oder Wägung) der in jedem Behälter im Laufe eines Tages angesammelten Kugeln und wird, wenn man zwei oder mehrere Häufigkeitsaufzeichnungen für verschiedene Stunden des Tages vornehmen zu lassen beabsichtigt, recht unhandlich. Immerhin hat aber das von Pearson beschriebene Häufigkeitsregistrierbarometer mit nur insgesamt 2 Fehlern länger als einen Monat gut gearbeitet. — Von einer weiteren Konstruktion solcher Frequenzinstrumente ist nichts bekannt geworden, der Bau und der Vertrieb solcher meteorologischer Apparate hätte wohl auch kaum Aussicht auf Erfolg.

4. Es stände also recht schlimm um die bequeme Beschaffung der unentbehrlichen Grundlagen für die Anwendung der vollkommenen statistischen Methoden in der Meteorologie, wenn es nicht ein anderes Hilfsmittel gäbe, das sich seit langem in der amerikanischen Geschäftswelt und bei Volkszählungen auch bei uns bewährt hat, und nun auch langsam in europäischen Industrieunternehmungen und Staatsämtern (Eisenbahn) festen Fuß zu fassen beginnt, in der Klimatologie aber völlig unbeachtet geblieben zu sein scheint: Das Lochkartenverfahren[1]). Mechanisch arbeitende Maschinen übernehmen das Ordnen, Aufschreiben und Addieren des gesamten Zahlenmaterials und bewältigen die Aufgabe in einem Bruchteil der nach den bisherigen Methoden für den gleichen Zweck aufzuwendenden Zeit. Dieses Arbeitsverfahren ermöglicht es, nach einmaliger manueller Bearbeitung, die in der Herstellung der Lochkarte besteht, jede Zusammenfassung derselben Zahlenmasse nach beliebigen anderen Gesichtspunkten völlig selbsttätig und absolut sicher in kürzester Zeit zu erhalten.

Das Lochkartenverfahren ist ein bewegliches Einzettelsystem. Auf einzelnen Karten werden die statistisch weiter zu verarbeitenden Werte an bestimmten Stellen eingelocht. Die Karten müssen die genau vorgeschriebenen Dimensionen (18,75 $\times$ 8,25 cm, 0,18 mm) besitzen, ihr tadelloser Zustand bildet die erste Voraussetzung für einwandfreies Funktionieren der Lochkartenmaschinen. Auf 2 Karten können sämtliche meteorologischen Beobachtungen eines Tages einschließlich Stationschiffre, Jahr und Datum in Lochschrift untergebracht werden. Ist diese einzige von Menschen (mit der von Hand oder elektrisch angetriebenen Tasten- oder Schieberlochmaschine) zu leistende und von Menschen zu kontrollierende Arbeit der Lochung geschehen, so liefert die Kartensortier- und Addier- (Tabellier-) Maschine mit schwindelerregender Schnelligkeit z. B. die Häufigkeitsverteilung jedes beliebigen, eingelochten meteorologischen Elementes oder eine andere Auswertung nach willkürlich vorgeschriebenen und auf der Maschine vorher eingestellten Merkmalen. Denn es werden stündlich ca. 24000 Karten in bis zu 10 Gruppen oder 12000 Karten in bis zu 100 Gruppen sortiert, gezählt und addiert, d. h. anschaulicher gesprochen: Es werden die primären Verteilungstafeln eines 10jährigen

[1]) a) E. Blaschke, Vorlesungen über mathematische Statistik. Leipzig u. Berlin 1906, Anhang S. 257—263.

b) R. Lorant, Die Mechanisierung der Buchhaltung. Zeitschr. „Organisation", Berlin 1926, Heft 14.

c) H. Schmidt, Allgemeine Richtlinien für die Anwenduug des Lochkartenverfahrens. Ebenda 1926, Heft 15, S. 419—429.

d) Prospekte der Hollerith Tabulating Machine Company und der Powers Accounting Machine Corporation, New York.

Beobachtungsmaterials aller meteorologischen Elemente und aller Termine mit allen Kontrollen in weniger als 2 Stunden geliefert! Mit den selbsttätig schreibenden Tabelliermaschinen können sogar die durchlaufenden gelochten Karten vollautomatisch abgeschrieben und in Druckschrift wiedergegeben werden.

Diese ans Wunderbare grenzende Leistung beruht auf dem auch auf anderen Gebieten (Weberei, Pollak-Virragsche Schnelltelegraphie, radiotelegraphischer Zeitdienst, Musikautomaten usw.) erfolgreich verwendeten Prinzip der mechanischen oder elektrischen Steuerung von Apparaten, Zählwerken usw. durch gelochte Karten, gestanzte Papierstreifen u. dgl., welches zuerst vom Deutschamerikaner Dr. Hermann Hollerith vom statistischen Amte in Washington für Zwecke der Volkszählung und allgemeinen Statistik der menschlichen Gesellschaft vor etwa 30 Jahren ersonnen wurde. Wesentliche Verbesse-

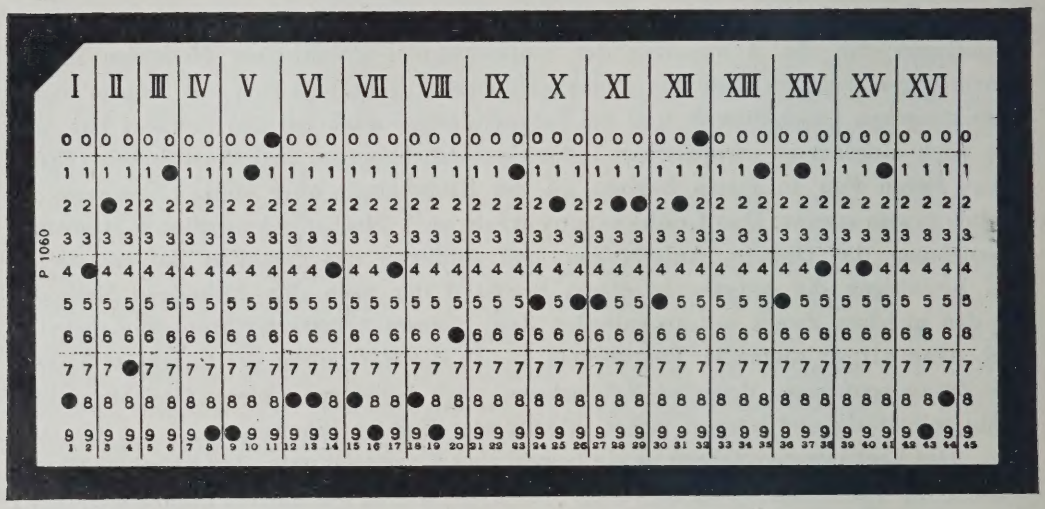


Abb. 1.

rungen der maschinellen Einrichtungen hat der am gleichen Institute tätige Ing. Powers angegeben.

Das Bild einer für klimatologisches Beobachtungsmaterial bereits von mir unverbindlich eingeteilten Lochkarte bringt Abb. 1. Jede Karte enthält 45 Spalten mit den in natürlicher Reihenfolge untereinander gedruckten Ziffern 0 bis 9. Über der ersten Zeile, welche lauter 0 enthält, ist freier Raum, der noch 2 Hilfsstellen (Überlochungen) aufzunehmen imstande ist, wodurch die Kapazität der Karte beträchtlich erweitert werden kann. Bei der Übertragung der meteorologischen Daten in Lochschrift wird man sich mit Vorteil der im Wetterdienst üblichen Verschlüsselungen bedienen. Man wird negative Temperaturen durch Addition von 50 von den positiven unterscheiden, die Windrichtungen verziffern usw.

Die in Abb. 1 reproduzierte Lochkarte enthält, wie wohl ohne weiteres verständlich ist, folgende Angaben: I. Station: Donnersberg = 84 (willkürlich gewählt), II. Jahr: 27 = 1927, III. Monat: 1 = Januar, IV. Datum: 9 = 9., V. Luftdruck 7a: 910 = 691,0 mm VI. Luftdruck 2p: 884 = 688,4 mm, VII. Luftdruck 9p: 894 = 689,4 mm, VIII. Luftdruck Tagesmittel: 896 = 689,6 mm, IX. Temperatur Max.: 1 = 0,1°, X. Temp. Min.: 525 = — 2,5°, XI. Temp. 7a: 522 = — 2,2°, XII. Temp. 2p: 520 = — 2,0°, XIII. Temp. 9p: 1 = 0,1°, XIV. Temp. Tagesmittel: 514 = — 1,4°, XV. Dampfdruck Tagesmittel: 41 = 4,1 mm, XVI. Rel. Feuchte Tagesmittel: 98 = 98 %.

Die Abbildungen 2 und 3 zeigen den Tastenlocher mit automatischer Kartenzuführung und Ablage- und die zählende Sortiermaschine der Powers Accounting Machine Corporation, New York.

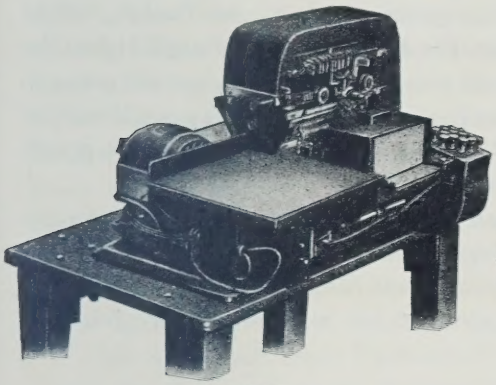


Abb. 2

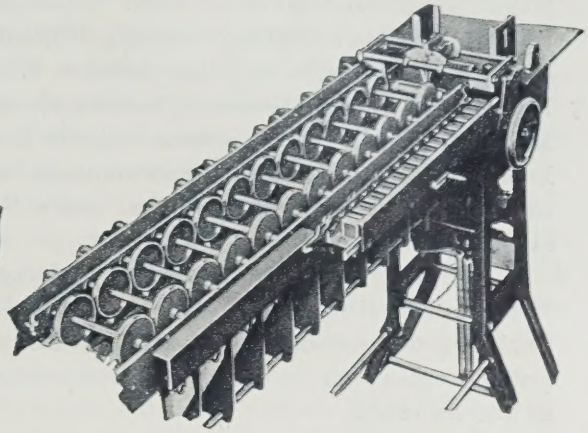


Abb. 3.

5. Die Begeisterung für das Lochkartenverfahren wird aber zunächst merklich abgekühlt, wenn man die enormen Anschaffungspreise oder Leihgebühren der erforderlichen Maschinen nennt. Dabei würde der Preis der Sortier- und Zählmaschine nicht einmal so sehr ins Gewicht fallen (2500 Dollar). Hinderlich für die Einführung des Lochkartenverfahrens in die Klimatologie ist der Preis der Lochmaschinen, deren billigste 460 M kostet. Denn soll das System für unsere Zwecke verwendbar sein, ohne daß den Zentralen hierdurch eine Mehrbelastung erwachse, so müßten von einzelnen, ausgewählten Stationen des ganzen Netzes an jedem Monatsanfang bereits, mit den übrigen Berichten, die gelochten Karten des Vormonats in der Zentrale eintreffen. Ein Lochen in der Zentralstelle durch einen eigens bestellten Beamten würde wohl von allen Zentralen bei dem jetzt herrschenden Mangel an Personal abgelehnt werden.

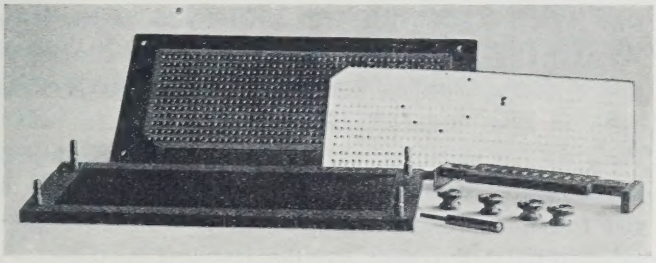


Abb. 4

Ein Ausweg besteht aber in der Beschaffung ganz billiger Lochschablonen, mit denen dann eine genügende Anzahl von Stationen beteilt werden könnte. Da jeder Beobachter nur 2 Karten täglich zu lochen hat, so kann diese Arbeit leicht von Hand besorgt werden.

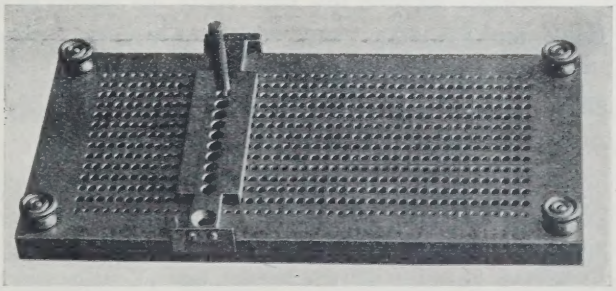


Abb. 5.

Abb. 4 und 5 zeigte inen derartigen nach meinen Angaben vom Prager Univ.-Mech. F. Marvan hergestellten, ganz einfachen Apparat in zerlegtem und gebrauchsfertigem

Zustand, dessen Einrichtung wohl nicht weiter erklärt werden muß, und der von Fachleuten als völlig hinreichend bezeichnet wurde. Die Herstellungskosten dieser Lochplatten belaufen sich auf nur 25 Mark. — Auch der Ankauf der kostspieligen Kartensortiermaschine ist nicht unbedingt notwendig, da die Möglichkeit eines Anschlusses der meteorologischen Zentralstellen an andere Ämter (z. B. das statistische Amt) oder Banken, welche Hollerith- oder Powers-Maschinen besitzen, besteht. Bei der enormen Leistungsfähigkeit der Maschinen, welche von den meisten Besitzern kaum voll ausgenutzt wird, und der geringen Inanspruchnahme von Seiten der meteorologischen Zentralanstalten ($^1/_2$ Tag pro Monat) ist eine solche Zusammenlegung denkbar und z. B. in Prag vom Statistischen Amte grundsätzlich bewilligt.

Gelänge es die hier ausgesprochenen Vorschläge zu verwirklichen, so wäre damit eine Verarbeitung klimatologischen Materials, welche auf eine Sortierung und innerhalb jeder so erhaltenen Gruppe auf Zählung und Addition zurückgeführt werden kann, in einer Intensität angebahnt, wie wir sie bisher nicht gekannt haben[1]).

Briefe von C. H. Schumacher und W. Struve an F. R. Haßler in Amerika.

Von
Florian Cajori, University of California, Berkeley, California.

In der "*Ford Collection of Manuscripts*" auf der New Yorker *Public Library* fand ich die folgenden drei Briefe von C. H. Schumacher und einen Brief von W. Struve, geschrieben an Ferdinand Rudolph Haßler, "*Superintendent of the United States Coast Survey*". Bekanntlich war Haßler von Geburt ein Schweizer. Er hatte in Bern unter Tralles Mathematik und praktische Geodäsie studiert und in Paris sich in metrologischer Praxis geübt. Im Jahre 1805 reiste er nach Amerika und wurde später der Begründer der Küstenvermessung in den Vereinigten Staaten. Die vier folgenden Briefe zeigen, wie Haßler sich bemühte, durch Briefwechsel mit europäischen Gelehrten nicht nur die neuesten Fortschritte der Instrumentenkunde zu Nutze zu ziehen und die neuesten geodätischen Werke zu erhalten, sondern auch ausgezeichnete Kupferstecher als Mitarbeiter zu gewinnen.

I.

Mein sehr verehrter Freund,

Soeben erfahre ich daß heute ein Schiff nach New York geht, und beeile mich Ihnen nur ein paar Worte zur Nachricht zu senden.

Ihr Stativ für die $3^1/_2$füßigen Fernröhre vom Repsold ist abgegangen, und ich hoffe daß Sie damit zufrieden seyn werden. Es vereinigt die größte Festigkeit mit Bequemlichkeit.

---

[1]) Ein erster Versuch, das Lochkartenverfahren für meteorologische Arbeiten heranzuziehen, ist gegenwärtig in Prag im Gange. Mein Hörer, Herr Cand. rer. nat. R. Zawadil, hat eine Anzahl von Verteilungstafeln auf diese Weise hergestellt und zeichnet mit Benutzung der von Pearson, Lee, Stok u. a. berechneten Häufigkeiten „Verallgemeinerte Isobaren von Westeuropa" auf Grund der numerischen Elemente der Φ-Reihe. — Laut einer mir vom Generalvertreter der Powers-Lochkartenmaschinen J. Büchter in Berlin zugekommenen Mitteilung finden die Powers-Maschinen im holländischen meteorolopischen Institut Verwendung. Über irgendwelche mit diesem System erzielte besondere Ergebnisse und Erfahrungen habe ich aber in der mir zur Verfügung stehenden Literatur nicht finden können.

Ihren Brief vom 12t August habe ich erhalten. Der Wechsel ist acceptiert, und soll in diesen Tagen bezahlt werden.

Ihren Theodoliten will ich besorgen. Er soll von dem ersten jetzt lebenden Künstler, Repsold, gemacht werden. Ich bitte aber um Erlaubniß die Construction nach meiner Idee machen zu dürfen. Sie werden am Bessels Buch über die Gradmessung sehen daß dabei keine Gefahr ist. Sein Theodolit war auch nach meiner Construction gemacht und er hat mehr damit gemacht als bisher mit einem ähnlichen Instrumente erreicht ist. Ich lasse jetzt einen noch bedeutend verbesserten für mich machen, der im Frühjahr fertig wird. Wenn Sie solange warten wollen, so will ich Ihnen erst die Resultate senden die ich mit meinem Instrumente erhalte. Wollen Sie aber darauf wagen so soll der Ihrige gleich in Arbeit genommen werden. Ich bitte mir aber ganz freie Hand zu lassen. Das Instrument ist übrigens ein ebenso vortreflicher Höhen als Azimuthalkreis, und Sie können, wenn Sie es haben, bestimmen ob sie auch einen zweiten Höchenkreis brauchen.

Ich muß noch eines Umstandes erwähnen, der mir vor ein Paar Wochen begegnet ist. Es ward in der Dämmerung mir ein Brief von der englischen Post gebracht für den 18 M. und einige Schillinge Porto verlangt wurde (etwas mehr als eine Guinee). Die Hand konnte ich wegen der Dunkelheit nicht mehr erkennen, ich schrieb also darauf "nicht angenommen", und gab ihn zurück. Es kommt nemlich häufig vor daß ich von Unbekannten Briefe bekomme, die oft 10 Thal. Porto kosten sollen, und niemals angenommen werden. Vor ein paar Tagen macht der Bediente meinen Papierkorb rein, in dem das Couvert Ihres Briefes v. 12t August lag. Er bringt es mir herauf und sagt der nicht angenommene Brief sei auch mit blauer Dinte, ebenso wie das Couvert geschrieben gewesen. Ist es vielleicht ein Brief von Ihnen gewesen? In dem Falle würde ich die Zurücksendung sehr bedauern, und bitte mich zu entschuldigen. Ich brauche wohl nicht zu sagen, daß ich ihn wenn ich Ihre Hand erkannt hätte, gewiß nicht zurückgesandt hätte, und will künftig nie im Dunkeln Briefe refusiren.

Ihrem freundlichen Andenken empfehlt sich bestens

Ihr ganz ergebenster Diener

Altona 1838. Decemb. 20. Schumacher.

II.

Mein verehrter Freund.

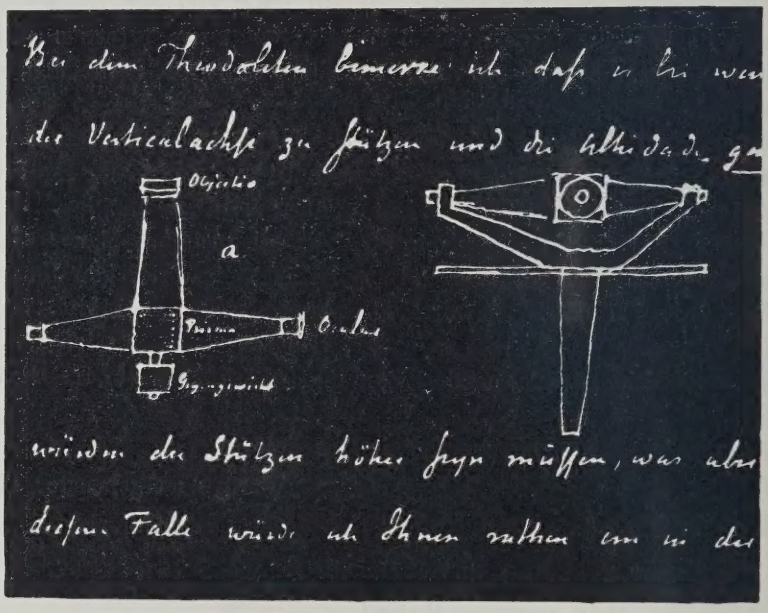
Ich benutze die Reise des Herrn Dr. Todsen, uhm Ihnen ein paar Worte zu schreiben. Leider ist es mir nicht gelungen das zurückgewiesene Packet zu erhalten, das wahrscheinlich irgendwo in England liegt. Mir ist dieser Vorfall sehr unangenehm, der gar nicht möglich gewesen wäre, wenn die Dämmerung mich nicht verhindert hätte ihre Handschrift zu erkennen. Übrigens werde ich als Herausgeber der Astronomischen Nachrichten so oft mit unfrankirten Versendungen behelligt, die ich zurückweisen muß, daß ich Ihren Brief als eine solche betrachtete (gewöhnlich sind es Widerlegungen des Copernicanischen Systems, neue Theorien über Flutte und Ebbe u. dergl.) und ohne weiteres zurückwies.

Bessel hat Ihre Dose richtig erhalten, und sich sehr darüber gefreut. Er nimmt jetzt, wie er sagt, eine Prise mehr als sonst. Im August hat er mich besucht und drei Wochen bei mir zugebracht. Ich hätte sehr gewünscht Sie in dieser Zeit auch hier zu sehen.

Schreiben Sie es mir nicht zu, wenn Sie Ihre Instrumente nicht so schnell, als

wir beide wünschen, bekommen. Alles was in meiner Macht steht thue ich dabei um nachzutreiben, aber Sie wissen gewiß selbst, wie unzuverlässig in dieser Hinsicht, gewöhnlich die Künstler sind. Der einzige der gewissenhaft Wort hält ist der erste unter allen jetzt lebenden Künstlern, nemlich Repsold. Er hat die Hauptinstrumente für die neue Petersburger Sternwarte einen 8füßigen Meridiankreis und ein eben solches Passageninstrument noch 2 Wochen vor der bestimmten Zeit fertig geliefert. Mit Baumann in Berlin und Ploßl in Wien thue ich Alles was mir durch Nachtreiben möglich ist, um Ihren Meßapparat und Fernröhre zu erhalten, ich habe bisher aber weiter nichts ausrichten können, als daß der letzte mir sie noch in diesem Jahre versprochen hat.

Was Sie mir über meinen Theodoliten schreiben, dessen Bessel sich bedient hat, verstehe ich nicht ganz. Daß complicirte Instrumente wo man um mehrere Zwecke zu erreichen der einzelnen Theile genieren muß, unzweckmäßig sind ist evident, dagegen scheint es mir ebenso evident ein Vortheil zu seyn, wenn man mehrer Zwecke erreichen kann, ohne die Genauigkeit bei irgend einem Theile zu schaden. Indessen müssen Sie



selbst am besten wissen, welche Instrumente Sie brauchen wollen, und Repsold wird Ihnen den verlangten Höhenkreis und Theodoliten nach Ihrem Wunsche machen. Er erwartet mir noch näher Ihre Wünsche zu erfahren.

Bei dem Theodoliten bemerke ich daß es bei weitem vortheilhafter ist das Fernrohr nur auf der Verticalachse zu stützen und die Alhidade ganz frei zu lassen. Was ich meine werden Sie am beigefügten rohen Entwurfe sehen (s. Abb. Red.). Wollen Sie den Theodoliten auch zu Bestimmung von Azimuthen durch den Polarstern brauchen, so würden die Stützen höher seyn müssen, was aber in anderer Rücksicht Nachteil hat. In diesem Falle würde ich Ihnen rathen ein in der Mitte durch ein Prisma gebrochenes Fernrohr zu sicheren (wie a), was auch die Bequemlichkeit hat daß das Auge bei jeder möglichen Elevation des Fernrohrs an derselben Stelle bleibt.

Leben Sie wohl, mein verehrter Freund, und empfehlen Sie mich unbekannterweise Ihrer Familie.

Ihr ganz ergebenster

Altona 1839. Octob. 25.

Schumacher.

III.

Mein verehrtester Freund.

Ihr Brief vom 5^t Februar, kam hier grade in dem Augenblicke an, in dem Herr Werner, den ich sehr lieb gewonnen habe, abreiset. Ich kann Ihnen also mit ihm ein paar Worte antworten und beziehe mich übrigens für alles Nähere auf ihn, mit dem ich Alles weitläuftig abgesprochen habe.

Außer dem Besselschen Comparateur der eben vor einigen Monaten glücklich angekommen ist, bringt er Ihnen Bücher, und ohne Ihr Verlangen, weil ich einsah, daß Sie es wünschen würden, und ohne eine solche Gelegenheit es gar nicht sicher erhalten könnten, ein vortreffliches und scharf von mir bestimmtes Reisebarometer von Pistor. Seine Gleichung ist $= + 0^P,46$, d. h. Sie müssen zu den Ablesungen 0,46 Pariser Linien addiren, um die wirkliche Barometerhöhe bei der Temperatur des Augenblickes zu haben. In dieser Gleichung sind alle möglichen Correctionen, also auch die Depression wegen Capillarität schon begriffen. Sie haben bei den Beobt. [Beobachtungen] damit nichts weiter zu tun als 0,46 Linien zu addiren.

Sie erhalten glückfalls ein vortreflich von Repsold gemachtes Kilogramm mit allen Unterabtheilungen dessen specifisches Gewicht von dem Observator Petersen scharf bestimmt und das 20mal mit meinem Kilogramm von Platina, das wie Sie wissen mit dem gesetzlichen Kilogramme des Archives verglichen ward, gewogen ist. Mein Kilogramm ist zweimal mit dem Kilogramme des Archives verglichen. Die erste Vergleichung stehet im ersten Bande meiner Jahrbücher, die zweite von Professor Steinheil gemachte ist noch nicht publicirt. Petersen hat für das wahre Gewicht meines Kilogrammes von Platina das Mittel der beiden Bestimmungen genommen. Ich halte es aber sicherer sich allein an die letzte zu halten. Wenn Sie dies thun, so wiegt mein Kilogramm in vacuo

999,99841 Grammen des gesetzlichen Kilogrammes das in dem Staats Archiv in Paris aufbewahrt wird,

d. h. es ist 1,59 Milligramm leichter als dieses.

Von Ihnen erhalten habe ich im Ganzen BM. [Bank-Marken] 6833,5. Meine Ausgaben mit dem Vorschuß den ich Repsolden auf Ihre Instrumente gegeben habe (von diesen Sie das eine noch in diesem Jahre erhalten) sind BM. 4605 ohngefähr, denn ich kann Ihnen in diesem Augenblicke da ich noch ein Paar Rechnungen nicht habe das ganz Genaue nicht angeben. Ich habe also noch etwas über BM. 1200 von Ihnen in Händen, mit denen wir aber nicht ausreichen, wenn Repsolds Instrumente fertig sind. Sie brauchen mir aber das Geld nicht eher zu senden bis die Instrumente wirklich abgehen. Die ganz genaue Abrechnung mit den Beilagen die ich Ihnen noch nicht gesandt habe, sollen Sie in kurzem erhalten. Einige Quittungen habe ich Ihnen schon bei der Gelegenheit gesandt als Utzschneiders Fernröhre abgingen.

Siebert ist einer der ausgezeichnetsten Kupferstecher die jetzt leben. Sie werden ihn auch schon aus den Arbeiten taxiren können, die ich so frei gewesen bin Ihnen durch Werner als ein unbedeutendes Geschenk zu übersenden. Er wird gewiß Ihre Bedingungen annehmen, und Sie erhalten mit ihm einen Künstler der Ihnen Freude machen wird. Er kann gegen Ende des Sommers von hier abgehen. Über ein paar Bedingungen die übrigens ganz vernünftig sind, wird er Ihnen selbst schreiben.

Sehr gerne, mein theuerster Freund, würde ich Auszüge aus Ihren Berichten machen, und in den Astronomischen Nachrichten abdrucken wenn nicht

1) meine Zeit gar zu sehr in Anspruch genommen wäre. Sie können das daraus ermessen, daß ich im Jahre etwa 1500 Briefe schreiben muß.

2) wenn ich nicht überhaupt, um meine Neutralität zu erhalten die in meiner Stellung, wo ich fast der Vermittler bei allen astronomischen Sachen bin, so nöthig ist, es mir zum Gesetz gemacht hätte über kein Buch selbst ein Urtheil zu geben. Wollen Sie aber selbst gemachte Berichte über ihre Arbeiten senden, so sollen Sie, soweit es mir der Platz erlaubt in den Astronomischen Nachrichten abgedruckt werden.

Leben Sie wohl, mein theuerster Freund, und behalten Sie in freundlichem Andenken

Ihren

Altona 1841. März 21. Schumacher.

IV.

"Herrn J. R. Haßler in New York.

Euer Wohlgeborn

habe ich die Ehre durch Sr Excellenz den Herrn Baron von Krudener zu übersenden

1). Observationes Dorpatenses Vol. I ad VI. 6 Bande 4^0.

2). Catalogui stellarum duplicium. 1 Band Folio.

3). Beschreibung der Gradmessung 2 Band 1 Heft 4^0.

4). Preuß Astronomische Beobachtungen 1 Heft.

6). Beschreibung des Refractors von Fraunhofer. Fol.

Zugleich ein Packchen von meinem Collegen Bartels. Ich werde die Fortsetzung der Dorpater astronomischen Schriften in Zukunft auf demselben mir zugestandenen Wege übermachen. Sollten Sie ein Exemplar Ihres geodätischen Werkes übrig haben und der Bibliothek der Dorpater Sternwarte schenken wollen: so ersuche ich Sie es durch Herrn Baron von Krüdener zu befordern.

Mit der ausgezeichnetsten Hochachtung verbleibe ich

Ihr ergebenster

W. Struve.

Dorpat. Sternwarte den 4. Mai 1832.

Über Methoden und Anwendungen der Kinematographie in der Technik und Wissenschaft.

Von

H. Frieß und **W. Ewald.**

(Mitteilung aus den Askania-Werken A. G. in Berlin-Friedenau.)

Schon die „Camera obscura" verdankte ihren Ursprung und ihre erste Weiterentwicklung dem Bestreben der Wissenschaftler, ihre Ergebnisse so objektiv wie möglich wiederzugeben. Während anfangs nur Aufnahmen von nicht lebenden Gegenständen oder solchen, die eine Belichtung von mehreren Stunden zuließen, möglich waren, schuf die Entwicklung der Phototechnik und Photochemie Arbeitsmaterialien, die kürzere Belichtungszeiten zuließen. Bald begnügte sich die Forschung nicht mehr damit, nur eine einzige Stellung des zu untersuchenden Objektes festzuhalten, sondern sie war dauernd bemüht, die einzelnen Phasen der Bewegung kennen zu lernen, um dem Auge nicht nur einen Gesamteindruck von der ablaufenden Bewegung zu geben, sondern ihm Einblick in die einzelnen wahren Etappen der sich abspielenden Vorgänge zu schaffen. Hauptsächlich die verkürzte Belichtungszeit war es, die bewegte Objekte auf dem Negativ festzuhalten gestattete.

Den ersten Schritt, eine Bewegung festzuhalten, unternahm Muybridge um 1877, der eine große Anzahl (Batterie) einfacher photographischer Apparate aufstellte

und den vor diesen sich bewegenden Gegenstand der Reihe nach aufnahm. Mittels feiner Fäden konnte er die Verschlüsse beim Passieren eines Objektes, z. B. eines galoppierenden Pferdes, nacheinander auslösen, so daß in den Abständen der Aufnahme jeweils ein Bild der zugehörigen Bewegung gewonnen wurde.

Kurz darauf konstruierte Anschütz ein Gerät, das eine größere Zahl von Platten aufnehmen konnte, die so angeordnet waren, daß sie etwa wie die Patronen eines Gewehres automatisch vor die Aufnahme-Ebene gebracht werden konnten. Die Anschützsche Gewehrkamera ergab die ersten brauchbaren Reihenaufnahmen.

Nachdem es Ende der 80er Jahre gelungen war, die für eine schnelle mechanische Vorwärtsbewegung ungeeignete Glasplatte durch den Zelluloidstreifen zu ersetzen, wurden fast gleichzeitig in England, Deutschland und Frankreich Apparate erfunden, die die Grundlage unserer heutigen kinematographischen Geräte bilden. Alle diese Geräte waren zur Aufnahme mit einem Zelluloidband, das eine lichtempfindliche Schicht trägt, ausgerüstet, und diese wurde durch mechanische Mittel ruckweise vorwärtsbewegt. Während dieser periodischen Bewegung wurde das Licht am Objektiv durch einen geeigneten Verschluß, meistens durch eine rotierende Flügelblende abwechselnd abgedunkelt. Dieses Prinzip liegt den meisten kinematographischen Aufnahmeapparaten bis heute zu Grunde. Es ist bisher noch nicht einwandfrei gelungen, den Film stetig zu bewegen und den ruckweisen Transport dadurch zu umgehen, daß man das Licht als den massenlosen Körper umsteuert. Daß man diesen Idealzustand zu erreichen versucht, ist selbstverständlich eine der Hauptaufgaben der gesamten Filmtechnik.

Wir wissen, daß die Kinematographie durch die Wissenschaft angeregt und ins Leben gerufen worden war, jedoch hat sich ihrer leider rasch die Sensationslust der Massen und die Ausbeutungspolitik Einzelner bemächtigt, und erst jetzt, nachdem sie nahezu ein Vierteljahrhundert zum Teil in nicht schöner Weise zu geschäftlichen Zwecken ausgenutzt war, beginnt man in der Wissenschaft sich dieser wertvollen Mithilfe wieder zu erinnern. Wir werden unten sehen, wie sich die verschiedenen Zweige der Technik und Wissenschaft, sei es um z. B. Bewegungsstudien an Maschinen und Lebewesen jeder Art vorzunehmen, oder sei es, um Untersuchungen in der Medizin usw. anzustellen, der modernen Kinematographie als Hilfsmittel bedienen.

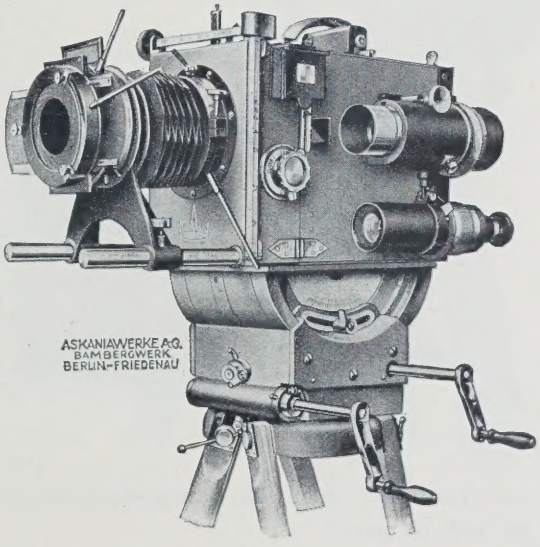


Abb. 1.

Im folgenden soll ein modernes kinematographisches Universalinstrument mit allen möglichen Erweiterungen beschrieben werden.

Eine normale kinematographische Kamera zeigt uns die Abb. 1. Im Innern des Apparates befindet sich in der Mittelebene der Zahnradmechanismus, welcher, wie aus Abb. 2 hervorgeht, unter einem Staubschutzblech liegt.

Zu beiden Seiten dieses Werkteiles ragen nur die Zahntrommeln sowie die Aufwickelachsen hervor. Auf letztere werden die lichtdichten Kassetten gesteckt, deren jede ca. 120 m Film aufnehmen kann. Der Film wird von der Zahntrommel aus der

in Abb. 1 verdeckt liegenden Kassette nach dem Bildfenster geleitet und von dort über die Zahntrommel (in Abb. 2 sichtbar) zurück in die Aufnahmekassette geführt.

Aus Abb. 3 ist die Führung des Filmes ersichtlich. Der von der linken Zahntrommel kommende Film bildet eine Schleife, bevor er das Bildfenster passiert. Im unteren Teil des Bildfensters liegt der Greifer. Dieser Greifermechanismus besteht aus zwei kleinen Stiften, die eine auf- und abgehende Bewegung ausführen. Bei der abwärtsgehenden Bewegung fassen die beiden Stifte jedesmal in die im Filmstreifen vorhandenen Perforationslöcher und befördern den Film um 4 Perforationslöcher oder ein Bildfeld = 19 mm weiter. Der hochgeklappte Vorderteil enthält den umlaufenden Sektorenverschluß, der während des Filmtransportes die oben beschriebene Abdunklung bewirkt. Der Sektorenverschluß oder die rotierende Blende, deren Öffnung beliebig eingestellt werden kann, hat im allgemeinen für normale Aufnahmen eine freie Öffnung von 160°, während die übrigen 200° abgedunkelt sind. Außerdem liegt in

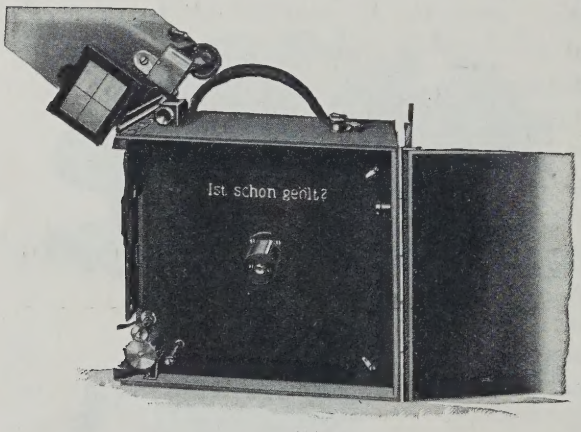


Abb. 2.

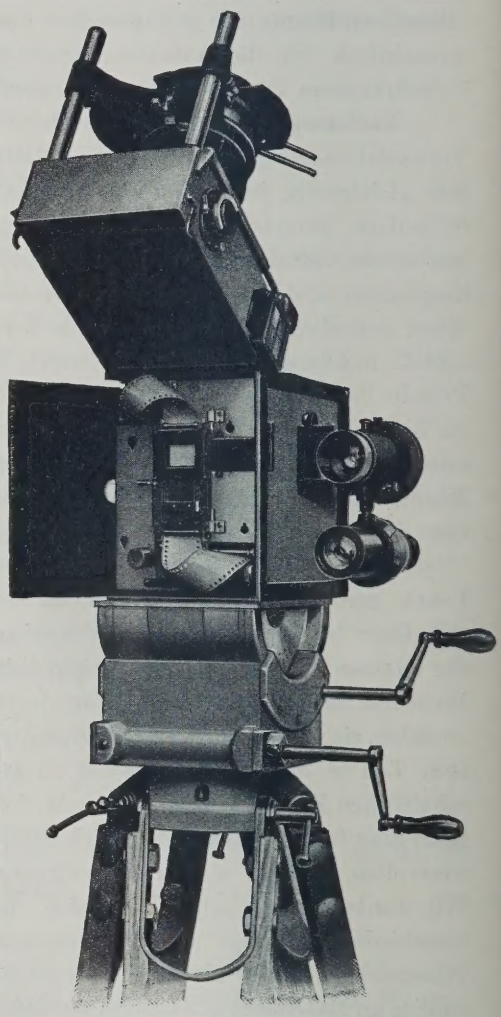


Abb. 3.

dem Vorderteil noch ein auswechselbares Objektiv von einer Brennweite zwischen 35 und 75 mm.

Bei der normalen Aufnahme in der Sekunde werden 16 bis 18 Bilder weitergeschaltet, in diessm Falle spricht man von einer Frequenz von 16 bzw. 18 Bildern, die einer Belichtungszeit von $^1/_{36}$ Sekunde entspricht. Diese Normalfrequenz bedingt bei gewöhnlichem Tageslicht keine besonders lichtstarke Optik und ermöglicht noch Abblendungen von 1:9 bis 1:12. Durch die Verstellbarkeit des Sektorenverschlusses kann man ohne weiteres die Belichtungszeit auf ein bedeutend geringeres Maß herabdrücken, so daß auch schnell erfolgende Bewegungen prägnant aufgenommen werden können. In Tabelle A sind für Aufnahmen von 16 Bildern in der Sekunde die Belichtungszeiten in Abhängigkeit von der Verschlußöffnung mitgeteilt.

Tabelle A.

Verschlußöffnung	Belichtungszeit in der Sekunde
160 Grad	1/36 Sek.
145 „	1/40 „
120 „	1/50 „
90 „	1/60 „
60 „	1/100 „
45 „	1/125 „
30 „	1/200 „
15 „	1/225 „

Das Material, aus dem die modernen Geräte hergestellt sind, wird so ausgewählt, daß es in den Tropen bei größter Hitze wie auch in Polargegenden ohne Schwierigkeiten standhält. Daß die Apparate mit optischem Sucher, Entfernungsmessern, Geschwindigkeitsmesser, Meter- und Bildzähler ausgerüstet sind, mag nur nebenbei erwähnt werden. Bei guten Typen besteht ferner die Möglichkeit, die Aufnahmen durch das Filmband hindurch dauernd zu beobachten, wozu sich unter dem Bildzähler eine lichtstarke Einstellupe befindet. Sie besteht aus dem Okularkopf mit dem Lupenverschluß und zwei ineinander schiebbaren Tuben. Nach Herausziehen dieser Tuben ist die Vergrößerung 4fach, nach dem Herausziehen nur eines Tubus wird eine 8fache Vergrößerung erreicht. Die Bilder der Einstellupe stehen aufrecht, und so ist eine bequeme Beobachtung während der Aufnahmen gewährleistet. Zur Abblendung sämtlicher eindringender Lichtstrahlen ist die Lupe mit einer Gummimuschel versehen, die sich der Augenhöhle gut anpaßt. Durch Andrücken des Knopfes an die Gummimuschel wird der Lupenverschluß selbsttätig geöffnet; sobald ein Durchsehen nicht mehr erfolgt, schließt sich die Lupe ebenfalls von selbst.

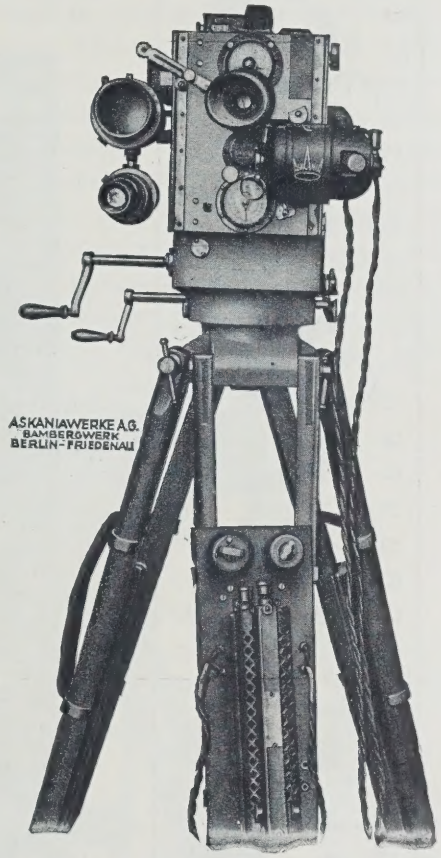


Abb. 4.

Das Getriebe eines Aufnahmeapparates ist so eingerichtet, daß je Kurbelumdrehung 8 Aufnahmen erfolgen, so daß man also 2 Umdrehungen in der Sekunde machen muß, um 16 Bilder in der Sekunde zu erreichen.

Will man langsam bewegte Vorgänge aufnehmen oder in größeren Zeitintervallen Bilder herstellen, so benutzt man die Umschaltung auf den sogenannten Einergang. Durch Herausziehen eines an der Rückwand des Apparates befindlichen Knopfes wird das Getriebe so umgeschaltet, daß pro Kurbelumdrehung nur noch ein Bild aufgenommen wird. Die Vor- und Rückwärtsdrehung des Filmbandes erfolgt ohne Umschaltung. Der oben erwähnte Geschwindigkeitsmesser beruht auf dem System der Luftreibung und ist in jeder Lage und Stellung des Instrumentes zuverlässig. Die Einstellung der Optik erfolgt von außen, und zwar wird die Schärfe eingestellt entweder mittels Beobachtung durch die Einstellupe oder indem man die Entfernung,

sei es mit dem Maßband oder dem Entfernungsmesser, feststellt und den Entfernungshebel auf die betreffende Meterzahl bringt. Die Skala für die Entfernung und die Irisblende sind zwangläufig gekuppelt, so daß stets beim Einschalten der Entfernungsskala die richtigen Blendenwerte vorliegen. Die leicht versagende Einstellung mittels einer Mattscheibe wird durch die oben angeführten Methoden vollkommen ersetzt. Die für verschiedene Zwecke zur Verwendung gelangenden Objektive sind mit einer besonderen Fassung und Bajonettverschluß versehen, so daß sie schnell ausgewechselt werden können.

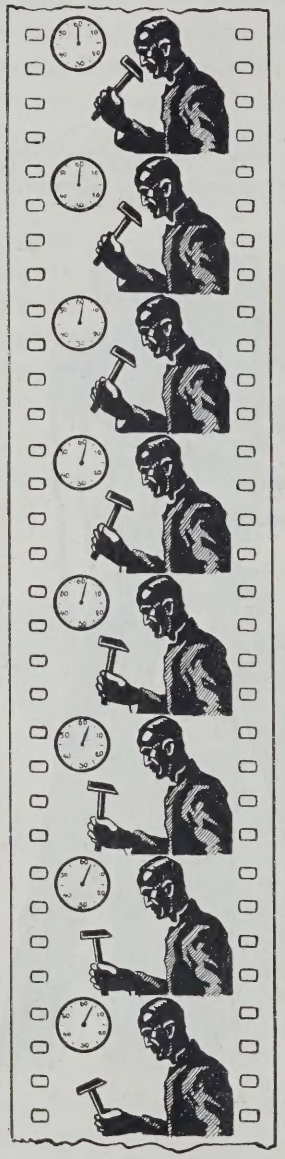


Abb. 5.

In vielen Fällen wird es erwünscht sein, den Handantrieb durch einen Motor zu ersetzen. Abb. 4 zeigt eine

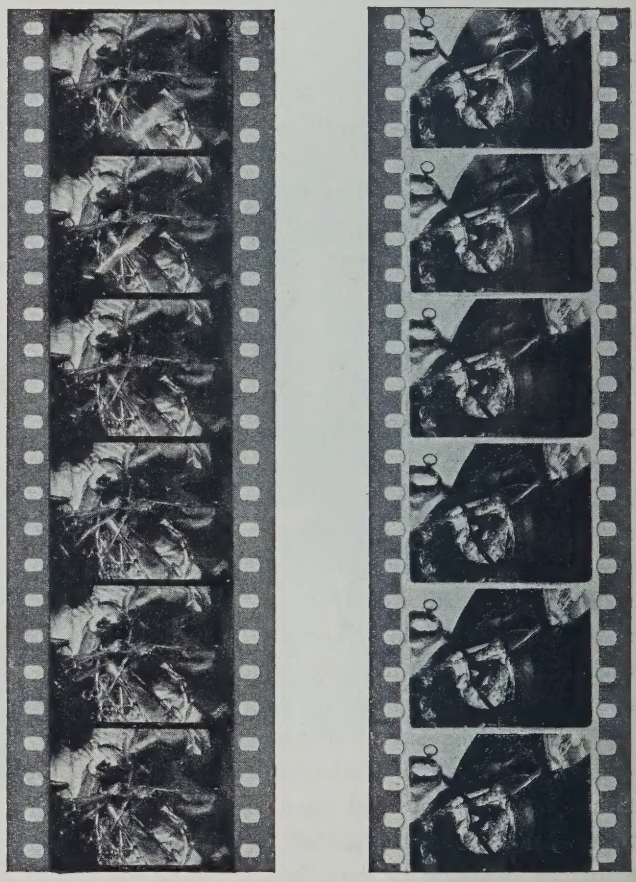


Abb. 6a und b.

Ausrüstung mit angesetztem Motor, der für Geschwindigkeiten von 15 bis 20 Bildern pro Sekunde regelbar ist und entweder vom Netz oder durch eine tragbare Trockenbatterie oder einen Akkumulator betrieben werden kann. Der Motorantrieb hat den Vorzug der großen Gleichmäßigkeit und gibt außerdem beide Hände zur Bedienung der Einstellungen frei.

Im weiteren zeigen wir einige praktische Anwendungen des eben beschriebenen Aufnahmeapparates

Eine Reihe von Firmen sind dazu übergegangen, ihre Arbeitsvorgänge durch Kinoaufnahmen kontrollieren zu lassen. Abb. 5 zeigt im Schema den Versuch, die Arbeitsleistung in Abhängigkeit von der Zeit im Bilde festzuhalten und so für die einzelnen Arbeiter eine persönliche Beurteilung zu erhalten oder sich ein Urteil über die Arbeitsverkürzungsmöglichkeit zu bilden.

In vielen technischen Filmen, bei denen es darauf ankommt, neben den Aufnahmen, die in der Natur oder Werkstatt hergestellt sind, auch die Wirkungsweise der einzelnen Maschinen zu zeigen, wird oft der sogenannte „Trickfilm" herangezogen. Es werden in diesem Falle Einzelzeichnungen hergestellt, die in bequemer Weise gepaust werden können. In jede Pause wird der sich bewegende oder verändernde Teil eingezeichnet, so daß bei der Vorführung der Eindruck der Bewegung eines Teiles hervorgerufen wird. Auf diese Weise können schematische Vorgänge sehr gut dargestellt werden. Diese Trickbilder werden mit der oben erwähnten Einergangkurbel gedreht. Man befestigt den Apparat über einem Tisch, dessen Fläche durch mehrere Lampen möglichst gleichmäßig beleuchtet wird. Nach Anbringung von Merkpunkten wird die erste Pause aufgelegt und dann von dieser einige Bilder aufgenommen. Es folgt nun die zweite Pause, von welcher wiederum mehrere Bilder zu kurbeln sind, dann die dritte, vierte usw., bis schließlich der ganze Vorgang aufgenommen ist. Bei sich wiederholenden Vorgängen, z. B. einem hin- und hergehenden Maschinenkolben, verfährt man so, daß man das kurze Stück Film von z. B. 2 m mehrmals kopiert, wodurch man den Vorgang in der Vorführung länger festhält und eine bessere Wirkung erzielt. Diese Aufnahmen erfordern eine gewisse Übung und gelingen im allgemeinen nicht beim ersten Versuch.

Als weiteres Beispiel geben wir noch die Abbildung 6, die ein medizinisches Problem wiedergibt, und zwar eine gynäkologische Aufnahme. Für diese Aufnahmen werden heute wiederum die Normalapparate verwandt, doch haben sich hier auch verschiedene Sonderkonstruktionen herausbildet.

Nach dem Verfahren von Rothe wird ein von der Decke herabhängendes Gerät benutzt. Nach von Schubert wird beispielsweise das Bild mittels eines Spiegels in den Apparat reflektiert.

Schließlich werden zur Aufnahme noch fahrbare Gestelle benutzt, um die auf diese aufgesetzten Kameras an jede beliebige Stelle im Raum bringen zu können. Leider müssen wir infolge Platzmangel auf weitere Beispiele verzichten.

Abb. 7.

Im nächsten Abschnitt unserer Mitteilung wollen wir das Gebiet der Hochfrequenzapparate näher besprechen. Unter Hochfrequenzapparat versteht man einen Aufnahmeapparat, der die Möglichkeit bietet, eine wesentlich größere Anzahl von Bildern in der Zeiteinheit als die Normaltypen leisten, zu machen. Dieses wird auf verschiedene Weise erreicht. Einen der bekanntesten Wege zeigt die in der Abb. 7 wiedergegebene Apparatur, die den Vorzug hat, daß sie auch zu Normalaufnahmen verwendet werden kann.

Der Mechanismus unterscheidet sich von dem der Normalapparate durch einen doppelten Greifer, wovon das eine Glied den Filmtransport und der andere Teil die Arretierung und Justierung des Filmbandes bewerkstelligt. Der Antrieb des Apparates erfolgt durch ein besonderes Kurbelstativ, das eine Übersetzung enthält, die so eingerichtet ist, daß bei 2 Kurbelumdrehungen 100 Bilder pro Sekunde erreicht werden. Ein weiteres wesentliches Merkmal des Apparates ist noch der am Vorderteil des Kastens hervorragende Knopf, der eine Verstellung der Sektorenblende während des Ganges ermöglicht. Wenn die geforderte Geschwindigkeit erreicht ist, die man an dem am Apparat liegenden Tachometer abliest (beispielsweise 60 Bilder pro Sekunde), stellt man an dem Sektorenknopf ebenfalls die Zahl 60 ein. Hat man das Tempo auf 100 Bilder pro Sekunde gesteigert, so muß auch die Blendenöffnung auf 100 gebracht werden — in der Zwischenzeit werden die Zahlen 70, 80, 90 passiert, und in derselben Reihenfolge wird der Sektor eingestellt. Durch diese Maßnahme wird erreicht, daß das Filmband bei allen Frequenzen gleichmäßig durchbelichtet ist und sich somit eine gleichmäßige Kopie als Endresultat ergibt.

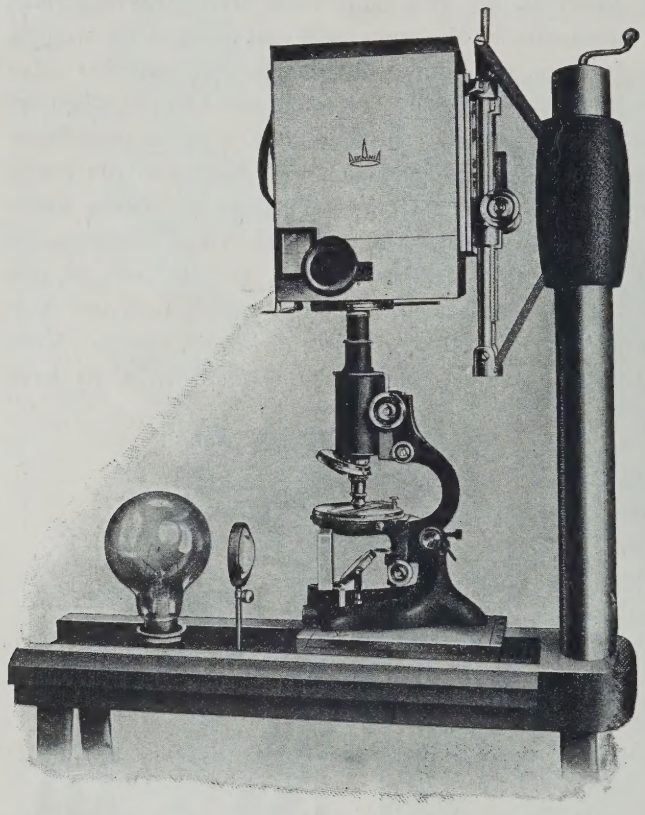


Abb. 8.

Der eben beschriebene Apparat hat den Vorzug des geringen Gewichtes und der großen Handlichkeit, so daß man ihn als bewegliche, nicht stationäre Type bezeichnen kann. Werden höhere Frequenzen als etwa 140 Bilderpro Sekunde gewünscht, so müssen schwerere Geräte Anwendung finden, die nicht mehr auf mechanischem, sondern optischem Wege zum Ziele führen.

Mit der allerdings umfangreichen und wegen ihres großen Gewichtes schwer transportablen Zeitlupe von Ernemann werden Frequenzen bis zu 500 Bildern pro Sekunde erreicht. Der Antrieb dieses Gerätes erfolgt durch einen starken Motor.

Werden noch höhere Frequenzen gewünscht, z. B. 3000 Bilder pro Sekunde, so müssen Spezialgeräte angewendet werden. Diese bestehen z. B. aus einer rotierenden Trommel, auf deren Umfang ein Filmstreifen aufgelegt wird. Diese Trommel ist von einem Gehäuse umschlossen, das das Objektiv trägt. Der aufgelegte Filmstreifen habe eine Länge von 40 Filmbildern, dann beträgt also die Gesamtdauer der Aufnahme etwa 1/75 Sekunde. Ein am Objektiv angebrachter intermittierender Verschluß oder eine intermittierende Beleuchtung bewerkstelligen die Bildabgrenzung. Ein solche Beleuchtung kann unter Verwendung des elektrischen Funkens in einfacher Weise hergestellt werden.

Werden noch höhere Frequenzen (z. B. 10000 Bilder pro Sekunde) erforderlich,

so werden sogenannte Schlitzapparate benutzt. Diese arbeiten mit einem kontinuierlich laufenden Filmband, vor welchem ein schmaler Schlitz synchron vorbeiläuft, der die Belichtung bewerkstelligt. Die Filmbilder werden hier nicht mehr in der normalen Höhe von 19 mm hergestellt, sondern nur in 1/8 dieser Höhe. Es entstehen also dann Bilder von etwa 2,4 mm Höhe und 24 mm Breite.

Die zuerst beschriebenen transportablen Hochfrequenzapparate dienen dazu, alle Arten von Bewegungsstudien an Menschen und Tieren durchzuführen, und sind auch für die im nachfolgenden zu beschreibenden Mikroaufnahmen über die Bewegung von Infusorien, Bakterien usw. geeignet. Für Zeitlupenaufnahmen höherer Frequenz kämen beispielsweise Bewegungen einzelner Teile an Maschinen, Ventilen und Federn in Frage. Für Zeitlupenuntersuchungen höchster Frequenz wählt man Beobachtungen an Düsen, Verbrennungen von Gasen, Aufnahmen von Geschossen usw.

Einen Gegensatz zur oben beschriebenen Zeitlupenaufnahme bildet die Zeitrafferaufnahme. Wie wir schon im Anfang unserer Mitteilung berichteten, fehlt uns das Beobachtungsvermögen, Vorgänge, die über eine längere Zeit dauern, sich auf Wochen und Monate erstrecken, in den einzelnen Phasen genauer zu verfolgen. Nehmen wir das Beispiel einer

Abb. 9a.

Abb. 9b.

aufblühenden Pflanze an, so wird man von dem ganzen Vorgang des Aufkeimens bis zum Verwelken einen Gesamteindruck aus der Natur nicht gewinnen können. Wird dagegen eine Zeitraffereinrichtung angewandt und etwa in größeren Abständen, also z. B. jede Stunde ein einzelnes Filmbild hergestellt, so spielt sich der gesamte Vorgang, zu dem die Natur ein halbes Jahr benötigt, in einem Zeitraum von 10 Minuten bei der Filmvorführung ab. Auf diese Weise können Einwirkungen von Düngungen, Licht und Wasser usw. beobachtet und ausgewertet werden. Man kann selbst im Film eine über Jahre hinaus verteilte geringe Verschiebung von Erdmassen deutlich beobachten.

Wie wir schon ausgeführt haben, wird der normale Aufnahmeapparat auch zu wissenschaftlichen Untersuchungen allgemeinster Art verwendet. Durch einen einfachen Umbau des Apparates wird dieser auch für Mikroaufnahmen geeignet.

Abb. 8 zeigt eine Zusammenstellung, wie sie die Askania-Werke A. G., Berlin-Friedenau, herstellt. Unter Verwendung eines normalen Mikroskops und einer starken Beleuchtungsvorrichtung gelingen Beobachtungen, wie beispielsweise Teilung von Zelltieren oder Geburten bei Rädertierchen oder Studien der Herztätigkeit kleinster Lebewesen. Auch das Studium von Bewegungserscheinungen an Spirochäten, über das Wachstum flüssiger

Kristalle, über die Brownsche Molekularbewegung usw. gehören zu den einwandfreien und interessanten Aufnahmen, die man mit der Einrichtung herstellen kann.

Die Abb. 9a und b bringen zwei interessante Aufnahmen und zwar, die sehr schwer aufzuenhmende Gelbfieberspirochäte.

Da in neuster Zeit der Kinotechnik auch von den gebildeten Laien größtes Interesse dargebracht wird, hat man versucht, einen leistungsfähigen Amateur-Apparat zu mäßigen Preisen herzustellen.

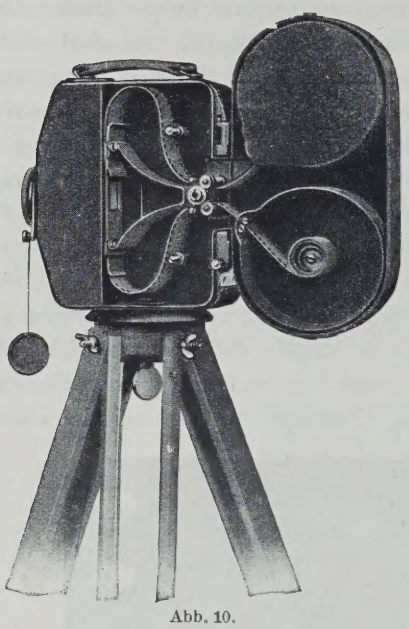


Abb. 10.

Es ist z. B. bei Verwendung des von den Askania-Werken in den Handel gebrachten Amateurapparates (vgl. Abb. 10) auch dem Privatgelehrten möglich, wertvolle Aufschlüsse über die verschiedensten Naturerscheinungen zu erhalten. Da die Kamera dieses Apparates für Normalfilme eingerichtet ist, besteht die Möglichkeit, die Bilder auf jedem beliebigen Projektor zur Vorführung zu bringen. Das Amateur-Gerät ist noch so beschaffen, daß mit ihm die Filme auch vorgeführt werden können, ohne daß man sich hierzu eines Sonderapparates bedient.

Weiter möchten wir noch mitteilen, daß die Filmaufnahmen bei vielen wissenschaftlichen Instrumenten heute schon Verwendung finden. Wir erinnern z. B. an Flugzeugaufnahmen, die mit einem Theodoliten gemacht werden, um Standort und Lage des Flugzeuges festzulegen. Hierzu wird auf dem Film nicht nur das Objekt, sondern auch Horizontal- und Vertikalkreis photographiert.

Es ist selbstverständlich, daß bei der Fülle des Materials nur einige wenige Beispiele angegeben werden konnten, doch hoffen wir, dem Leser wenigstens ein einführendes Bild über die Kinotechnik gegeben zu haben, und glauben, daß es für viele jetzt ein Anreiz sein wird, sich einmal mit diesem Gebiet näher zu befassen.

Integration vermittels des Kurvimeters.

Von

Hans Schwerdtfeger in Göttingen.

Es handelt sich im folgenden um die Angabe eines einfachen Verfahrens zur mechanischen Quadratur, welches sich in einigen praktisch wichtigen Fällen anwenden läßt. Es beruht auf der Bemerkung, daß man manche Funktionen in der Form

$$f(x) = \sqrt{1 + \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2} \qquad 1)$$

darstellen kann. $\varphi(x)$ ist hier eine bis auf eine willkürlich wählbare reelle Konstante bestimmte Funktion, die sich eben aus dieser Gleichung zu

$$\varphi(x) = \int \sqrt{f^2(x) - 1}\, dx \qquad 2)$$

ermitteln läßt.

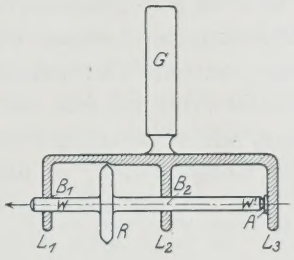
Es sei zu berechnen das Integral

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx, \qquad 3)$$

welches, da α und β Konstanten sein sollen, eine wohlbestimmte Zahl darstellt, falls für die Funktion $f(x)$ die Bedingung der Integrierbarkeit erfüllt ist. Um die Berechnung dieses bestimmten Integrals auf eine einfache Längenmessung einer Kurve zu reduzieren, führen wir für die Funktion $f(x)$ den durch 1) gegebenen Ausdruck ein; dann stellt sich der Wert des Integrals dar als die Bogenlänge der durch die Gleichung

$$y = \varphi(x) \qquad 4)$$

in einem rechtwinkligen ebenen Koordinatensystem gegebenen Kurve in dem Intervall von α bis β. Diese Bogenlänge läßt sich bekanntlich durch mehrere einfache mechanische Verfahren direkt mit mehr oder weniger großer Genauigkeit messen. Ist das Kurvenstück nicht zu kurz, so verwendet man mit Vorteil das sogenannte Meßrädchen.



Für dieses Meßrädchen möchte ich hier eine von der gebräuchlichen etwas abweichende Konstruktion vorschlagen, welche eine Eichung des Instrumentes überflüssig macht. Sie werde an Hand der nebenstehenden Abbildung beschrieben. Das Rädchen R ist fest mit einer mit einem sehr feinen Gewinde versehenen Welle $W\,W'$ verbunden, welche durch die beiden Gewindebohrungen B_1, B_2 hindurchgeht, die in den an dem Griff G befestigten Lagern L_1, L_2 angebracht sind. An dem Ansatz L_3 befindet sich ein Anschlag A für das Ende W' der Gewindewelle. Bei Beginn der Messung soll das Ende W der Welle den Anschlag berühren; während der Messung verschiebt sich die Welle in der angegebenen Pfeilrichtung um ein zur Länge der überstrichenen Kurve proportionales Stück. Um eben dieses Stück verschiebt sie sich aber auch wieder zurück, wenn man das Rädchen an einem geraden Maßstab in der umgekehrten Richtung wieder zurückrollen läßt, bis das Ende der Welle den Anschlag wieder berührt. Das Stück des Maßstabes, welches dabei überstrichen wurde, ist offenbar die Länge der abzumessenden Kurve und demnach auch gleich dem Zahlenwert des zu berechnenden Integrals.

Vorausgesetzt ist dabei, daß es sich um eine Darstellung der Kurve in einem ebenen rechtwinkligen Koordinatensystem handelte. Die Genauigkeit der Messung ist, falls der oben beschriebene Apparat benutzt wird, lediglich bedingt durch die Genauigkeit der Einsätze an den Enden der Kurve und des Maßstabes, den man vorteilhaft auf eine auf Papier gezeichnete gerade Linie aufträgt. Vorausgesetzt ist ferner, daß die Kurve stetig ist, oder doch wenigstens stückweise stetig; indem man dies verlangt, trifft man natürlich keine besondere Einschränkung für den vorliegenden Fall; denn für die in Rede stehenden Funktionen muß man ja Beschränktheit und stückweise Stetigkeit voraussetzen.

Das Integrationsverfahren möge noch an einem Beispiel vorgeführt werden. Es sei zu ermitteln das Integral

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{a^2 \sin^2(kx) + b^2}\,dx.$$

An dessen Stelle betrachten wir das andere Integral

$$\int_{\alpha}^{\beta} f_1(x) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{f(x)}{b} . \qquad 5)$$

Dann ergibt sich

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{a}{b} \sin(kx)$$

und daraus

$$\varphi(x) = \frac{-a}{kb} \cos(kx) + \text{const.}$$

Nun zeichne man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem mit den Achsen X, Y das graphische Bild dieser Funktion, also der Funktion

$$y = \frac{-a}{kb} \cos(kx)$$

(die willkürliche Integrationskonstante kann man vernachlässigen, da sie nur eine Verschiebung der ganzen Figur in Richtung der Y-Achse bewirken könnte, aber keine Änderung der Längen- und Gestaltsverhältnisse der Kurve). In dem der Abszisse α zugeordneten Kurvenpunkt setzt man dann mit dem Kurvimeter ein und läßt das Rädchen bis zu dem zur Abszisse β gehörigen Kurvenpunkte laufen; dann verfährt man, wie oben angegeben. Multipliziert man die so gemessene Länge dann noch mit der Konstanten b, so hat man den Wert des gesuchten Integrals mit einer in den meisten Fällen wohl hinreichenden Genauigkeit.

Es möge noch darauf aufmerksam gemacht werden, daß das durchgeführte Beispiel durchaus nicht das einzige ist, in dem sich diese Methode anwenden läßt; prinzipiell wird man sie immer dann verwenden, wenn sich herausstellt, daß die allgemeine Integration des Ausdruckes

$$\sqrt{f^2(x) - 1}$$

leichter ist als die der Funktion $f(x)$ selbst. Dies beachtend, kann man sich leicht weitere Beispiele herleiten, in denen das Verfahren sich als brauchbar herausstellt.

Referate.

Apparat zum Zusammensetzen periodischer Bewegungen.

(Appareil de synthèse de mouvements périodiques.)

Von E. Rothé und A. Rémy. *Journ. de Phys.* **6.** *S. 193—199. 1926.*

Zur Prüfung von Erdbebenmessern finden Untersuchungsplatten Verwendung, die künstlich durch einen kleinen Motor mit Exzenter in Schwingung versetzt werden. Die Erdwellen sind jedoch meist aus mehreren Schwingungen verschiedener Frequenz und Amplitude zusammengesetzt. Zur Erzeugung solcher zusammengesetzter Schwingungen für die seismische Platte dient der vorliegende Apparat.

Von einer durch einen kleinen Synchron- oder Asynchronmotor angetriebenen Welle aus werden mit Hilfe von Exzentern annähernd sinusförmige Schwingungen erzeugt, deren Frequenz und Amplitude verschieden groß gemacht werden können. Diese verschiedenen Impulse werden durch eine Hebelanordnung mechanisch summiert. Die zusammengesetzte Bewegung, deren Amplitude noch durch eine weitere Hebelübertragung verkleinert wird, dient zum Antrieb der seismischen Platte. Auf einer Registriertrommel können die einzelnen und die zusammengesetzten Schwingungen aufgezeichnet und überprüft werden. *Lh.*

Das freie Pendel.

Von F. Hope-Jones, in *„Proceedings of the Society".*
Journal of the Royal Society of Arts. **72.** *S. 446. 1924.*

Die neue Uhr in Greenwich.

Von W. Bowyer und J. Jackson, in *„Proceedings at Meeting of the Royal Astronomical Society".*
The Observatory. **49.** *S. 45. 1926.*

Die im November 1924 durch die *„Synchronome Company"*, London, auf der Sternwarte in Greenwich aufgestellte Pendeluhr „Shortt Nr. 3" dient seit Anfang 1925 als Hauptuhr für den dortigen Zeitdienst. Sie besteht aus einem Doppelsystem, nämlich einem „freien Pendel" und einer mit ihm verbundenen sympathetischen Uhr. Für solche sympathetisch getriebenen Uhren hat Gill schon früher die Bezeichnung *„Slave Clock"* geprägt: da die Uhr die Funktionen des freien Pendels auszuführen hat, ist die Bezeichnung hier berechtigt und das freie Pendel gilt als *„Master Clock"*. Andrerseits wird aber auch die sympathetische Uhr insofern selbst als „Master" anzusehen sein, als sie elektrische Kontakte weiterleitet und Zifferblätter, Chronographen und Fernrohruhrwerke treiben kann. Aus diesem Grunde schlägt Herr Hope-Jones die dem eigentlichen Verhältnis besser entsprechende Benennung *„Transmitting Slave"* vor.

Jede noch so vollendet hergestellte Präzisionspendeluhr wird in ihrem Gang dadurch beeinträchtigt, daß sie bei Antrieb des Uhrwerks und der Zeiger und bei Schließung von Kontakten beständig Arbeit zu leisten hat. Das Bestreben, diese Arbeit auf ein Minimum zu beschränken, führte zunächst bei den luftdichten Uhren zur Ersetzung der Sekundenkontakte durch einen einzigen Minutenkontakt, sodann aber zu dem Gedanken, das eigentliche Räder- und Zeigerwerk ganz fortfallen zu lassen, also ein „freies" Pendel als konstantestes Schwingungssystem zu konstruieren. Besonders seitdem die drahtlosen „rhythmischen Zeitsignale", die 1911 durch General Ferrié in Paris nach dem Prinzip eines Zeitnonius eingerichtet und zuerst dort von der Eiffelturmstation ausgegeben wurden, den Astronomen die Möglichkeit bieten, nicht nur ihre eigenen Meridiankreis-Beobachtungen, sondern auch die der anderen Sternwarten für den Überwachungsdienst der Pendeluhren nutzbar zu machen, hat sich mehr und mehr das Bedürfnis nach höchster Vervollkommnung der Uhren eingestellt. Nachdem schon seit längerer Zeit durch Vorarbeiten und Versuche, zum großen Teil in Zusammenhang mit den Meridianbeobachtungen an der Edinburger Sternwarte, wertvolle Erfahrungen hinsichtlich der zweckmäßigsten Anordnung einer Synchronisierung gewonnen werden konnten, ist ein solches Uhrensystem neuester Konstruktion, in der Hauptsache von Herrn Shortt entworfen, nunmehr in Greenwich aufgestellt worden.

Das freie Pendel schwingt in luftdichtem Gehäuse unter einem Druck von nur etwa 25 mm ganz ohne Uhrwerk, und alle Zeitangaben werden von der mit ihm gekoppelten sympathetischen Uhr geleistet. Das benutzte Synchronisierungssystem verlangt, daß die letztere einen verlierenden täglichen Gang von etwa 5 s hat. Die Synchronisierung kann bei jeder Halbminute erfolgen und gibt der sympathetischen Uhr jedesmal einen beschleunigenden Antrieb von 0,0044 s. In der Praxis ist der Gang der sympathetischen Uhr so geregelt, daß die Synchronisierung bei jeder zweiten Halbminute in Tätigkeit tritt.

Bei der Ableitung von Uhrgängen wurden die Vergleichungen monatweise zusammengefaßt, alle Fixsternbeobachtungen graphisch aufgetragen und eine sich den Einzelwerten möglichst gut anschließende Kurve gezeichnet. Abweichungen im Betrag von 0,1 s kamen hierbei gelegentlich vor, sind aber wahrscheinlich Beobachtungsfehlern zuzuschreiben: eine geglättete Kurve scheint genau die Leistung der Uhr darzustellen. Man hatte gehofft, daß die Uhr ihren kleinen Gang beibehalten würde, auf den sie bei ihrer Aufstellung gebracht worden war; aber schon nach zwei Wochen zeigte sich ein konstantes Anwachsen des Ganges. Wurden die beobachteten Uhrfehler in der Form $\alpha + \beta t + \gamma t^2$ dargestellt, wo t einen Zeitraum von 40 Tagen bedeutet, so fanden sich für die Konstante γ folgende Werte:

1925	Januar	bis	März	1,07 s,
	April	„	Juni	0,89 s,
	Juli	„	August	1,04 s,
	September	„	November	0,38 s.

Eine auffallende Verkleinerung von γ trat im August ein, als der Uhrenkeller zwecks Austrocknung überholt wurde; der neue Wert blieb aber seitdem ebenso konstant wie zuvor.

Der Zeitsignaldienst einer Sternwarte stützt sich auf einen Uhrstand, der aus meistens einige Tage zurückliegenden Fixsternbeobachtungen gewonnen wird. Wenn dann weitere Zeitbestimmungen notwendig werden, läßt sich die durch extrapolierte Uhrstände gegebene Zeit mit der durch die interpolierten Uhrstände erhaltenen vergleichen. Die mehr oder minder gute Übereinstimmung zwischen diesen beiden Zeiten liefert einen Maßstab für die Zuverlässigkeit der Uhr. Die Hauptsternwarten, von denen Funkzeitsignale ausgegeben werden, veröffentlichen nachträglich die Korrektionen ihrer eigenen Signale. Da die Vergleichung der von Paris, Nauen und Annapolis gegebenen und in Greenwich aufgenommenen Funkzeitsignale in der ersten Hälfte des Jahres 1925 eine bessere Übereinstimmung der täglichen Gänge gegenüber den in Greenwich vorausberechneten Werten des Uhrfehlers zeigte, so erschien eine Annahme mittlerer Werte für längere Perioden gerechtfertigt. Aus einer Untersuchung der während zweier Monate im Herbst 1925 beobachteten Uhrfehler wurden für eine Periode von 80 Tagen die Uhrfehler im voraus ermittelt; die Übereinstimmung dieser errechneten Werte mit den dann wirklich durch astronomische Beobachtungen gewonnenen Uhrständen ist sehr gut, indem die Unterschiede kaum 0,05 s übersteigen. Die Uhr Shortt Nr. 3 darf daher als sehr zuverlässig angesehen werden.

Am besten kann man die richtige Zeit vorausbestimmen, wenn man die Uhren so zu regulieren versucht, daß sie nicht nach wahrer, sondern nach mittlerer Sternzeit gehen, d. h. wenn die „Sternzeit“ hier nicht als Stundenwinkel des wahren, sondern des mittleren Frühlingspunktes definiert wird. Da die Lage des Schnittpunktes von Himmelsäquator und Ekliptik durch Nutation beeinflußt wird, hat man es hierbei mit zwei Hauptperioden von 19 Jahren und von 6 Monaten zu tun; die erstere kommt freilich wegen ihrer Länge kaum in Betracht, der Einfluß der kurzen Periode kann jedoch bis zu $\pm 0{,}08$ s anwachsen.

Früher bestanden in Greenwich häufig Unterschiede zwischen der durch die Meridiankreis-Beobachter ermittelten und der durch die Uhren der Zeitdienstabteilung gegebenen Zeit, obwohl jede der beiden Gruppen von der Richtigkeit „ihrer“ Zeit überzeugt war. Die Einführung des Registriermikrometers im Jahre 1915 führte zu einer erheblichen Verbesserung der Zeitbestimmungen. Als dann nach weiteren 10 Jahren die neue Shorttsche Uhr mit dem freien Pendel in Betrieb genommen wurde, ergab sich damit wiederum eine beträchtliche Verbesserung gegenüber allen früheren Greenwicher Uhren: der Gang des freien Pendels ist so gleichmäßig, daß sich der Uhrstand für sehr lange Intervalle mit genügender Sicherheit vorausberechnen läßt. *Messow.*

Statische Druckmessung.

Von Carl I. Fechheimer, *Engineering 1927. Nr. 3189. S. 243.*

Bei der Messung des statischen Druckes strömender Gase oder Flüssigkeiten verwendet man vornehmlich die bekannten Geräte, wie statische Meßscheibe, Pitotrohr und seine Abarten oder statische Randbohrung. Den genannten Geräten haftet aber überall da ein — oft beträchtlicher — Fehler an, wo man es mit stark turbulenter Strömung zu tun hat, oder wo man gar die Strömungsrichtung nicht genau kennt. In solchen Fällen liest man nämlich am angeschlossenen Druckanzeigegerät außer dem statischen Druck einen mehr oder minder großen Anteil des Geschwindigkeitsdruckes ab, der je nach der örtlichen Lage der statischen Meßbohrung gegenüber dem vorbeiströmenden Gase den angezeigten, vermeintlich statischen, Druck nach oben oder nach unten fälscht. Um solche Meßfehler, die bis zu $\pm 50\,\%$ des herrschenden Geschwindigkeitsdruckes betragen können, auf ein Mindestmaß zu beschränken und eine praktisch einwandfreie Messung des statischen Druckes zu erhalten, hat Fechheimer ein Verfahren angegeben und durchgebildet, auf das hier näher eingegangen werden soll.

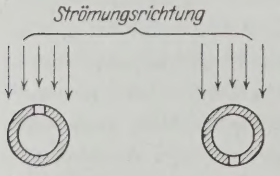


Abb. 1a. Abb. 1b.

Strömt ein Gas oder eine Flüssigkeit in der aus Abb. 1a ersichtlichen Weise durch eine Bohrung in der Wand eines in die Strömung hineingebrachten Hohlzylinders, so zeigt ein an ihn angeschlossenes Manometer nahezu die Summe aus statischem und dynamischem Druck an. Dreht

man den Zylinder um 180 Grad in die in Abb. 1b dargestellte Lage, so zeigt das Manometer die Differenz zwischen statischem und dynamischem Druck. Da der Übergang zwischen diesen beiden extremen Lagen stetig erfolgt, muß sich auch eine solche Lage der Bohrung auffinden lassen, daß der Anteil des angezeigten dynamischen Druckes gleich Null, also nur der wirkliche statische Druck gemessen wird. Dieser Gedanke führte zur Ausbildung des zu beschreibenden Meßverfahrens. Es wurde angeregt durch die Veröffentlichung von Versuchen über die Luftkräfte auf Kreiszylinder, mitgeteilt vom *Bureau of Standards*[1]). Die Versuche zeigten, daß der gesuchte Winkel zwischen Strömungsrichtung und Zylinderbohrung etwas weniger als 40 Grad beträgt. Dieser Winkel, bei dem also der statische Druck allein angezeigt wird, werde im folgenden als „kritischer Winkel" bezeichnet.

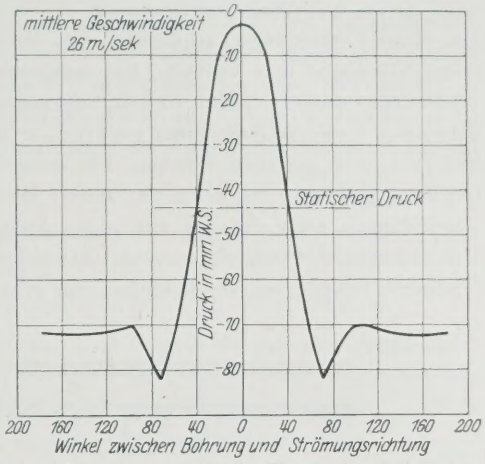


Abb. 2. Druckmessung über den Umfang eines Zylinders von 5 mm Durchmesser im Windkanal.

Durch eine Reihe von Versuchen im Windkanal mit zylindrischen Rohren verschiedener Abmessungen gelang es dem Verfasser, den kritischen Winkel zu $39^1/_4$ Grad zu bestimmen (vgl. Abb. 2). Eine Prinzipskizze des fertigen Meßgeräts veranschaulicht Abb. 3. Zwei enge kreisrunde Messingröhrchen von 6 und 3 mm äußerem Durchmesser sind so ineinander geschoben, daß zwischen den Wänden beider ein schmaler Ringraum verbleibt. Der Innenraum des engeren Röhrchens steht durch die Außenwand des weiteren hindurch mit der zu messenden Strömung vermittels eines kleinen gebohrten Kanales in Verbindung. Der Ringraum zwischen beiden Röhrchen steht seinerseits mit dem strömenden Mittel durch eine andere kleine Wandbohrung in Verbindung. Diese Bohrung ist gegen die erstere am Umfang um den doppelten kritischen Winkel, also um $78^1/_2$ Grad, versetzt. Inneres und äußeres Rohr sind unabhängig voneinander an je einen Schenkel eines U-Rohrs oder eines Mikromanometers angeschlossen. Das Gerät wird radial in die Strömung hineingebracht und so lange um seine eigene Längsachse verdreht, bis die Spiegeldifferenz beider Manometerschenkel zu Null geworden ist: alsdann lastet auf beiden Seiten der gleiche Druck, und die Strömungsrichtung bildet die Winkelhalbierende zwischen den beiden Bohrungen des Geräts. Eine Verdrehung des Instrumentes aus dieser Lage heraus um genau 180 Grad zeigt nunmehr, daß die Spiegeldifferenz zwar wieder Null ist; verbindet man aber einen Manometerschenkel mit der Außenluft, so wird man einen geringeren Über- oder einen größeren Unterdruck ablesen als in der ersten, der 0-Grad-Lage. Entsprechend den anläßlich Abb. 1a und 1b angestellten Überlegungen zeigt sich, daß in der 180-Grad-Lage, also nach Überschreiten des kritischen Winkels, der die Anzeige verkleinernde Anteil des dynamischen Druckes in Erscheinung tritt und so die Ablesung fälscht. Es gibt somit wohl zwei Lagen des Instrumentes, die am „Richtungsmanometer" Spiegelgleichheit hervorrufen, die zugehörigen Drücke am „statischen Manometer" sind jedoch verschieden voneinander: der größere

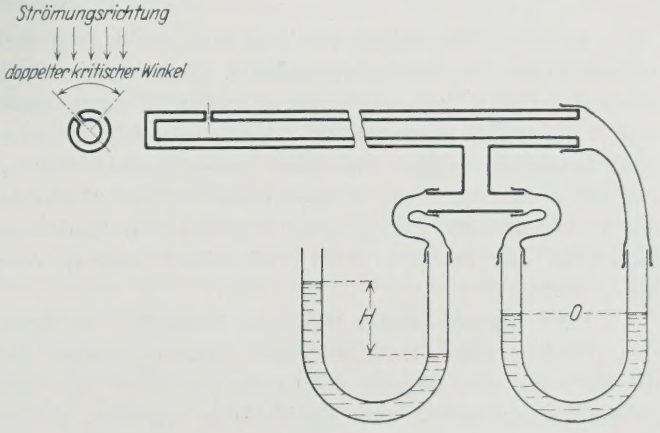


Abb. 3. Prinzipskizze der Meßvorrichtung.

[1]) *Air Forces on Circular Cylinders* von H. L. Dryden. *Bur. of Stand. Scient. Paper No. 394.*

Absolutdruck von diesen beiden ist der gesuchte statische Druck. Um nun eine Verwechslung beider Gerätelagen auszuschließen, empfiehlt es sich, durch ein T-Stück gleichzeitig zwei Manometer in geeigneter Weise anzuschließen: das eine dient zur Auffindung und Kontrolle der richtigen Winkelstellung des Gerätes, somit zur Ermittlung der Strömungsrichtung, das andere dient zur Ablesung des statischen Druckes.

Eine Ausführungsform des Meßgeräts zeigt Abb. 4. Ein Messingröhrchen von 6 mm Außendurchmesser umschließt mit Spielraum ein solches von 3 mm Außen- und 1,5 mm Innendurchmesser. Das kleine Verbindungskanalröhrchen (vgl. Schnitt A—B) wird in einem passend gebohrten Loch des 3-mm-Röhrchens hart verlötet. Ein entsprechendes Loch wird in das 6 mm-Röhrchen gebohrt. Beide Rohre werden alsdann so weit ineinander geschoben, bis das aufgesetzte Röhrchen unter dem passenden Loch des Außenrohrs erscheint, in dem es dann gleichfalls hart verlötet wird. Die zweite, um $78^1/_2$ Grad versetzte Bohrung hat denselben Durchmesser wie der kleine Verbindungskanal (0,8 mm), geht aber nur durch das weitere Rohr hindurch. Auf unbedingte Luftdichtheit sämtlicher Verbindungen gegeneinander wie gegen Außenluft ist größte Sorgfalt zu verwenden. Da kleine Unebenheiten der Außenhaut sowie Abweichungen von der genauen Zylinderform die Messungsergebnisse beeinflussen, empfiehlt sich ein genaues Nacharbeiten der Außenteile des Gerätes.

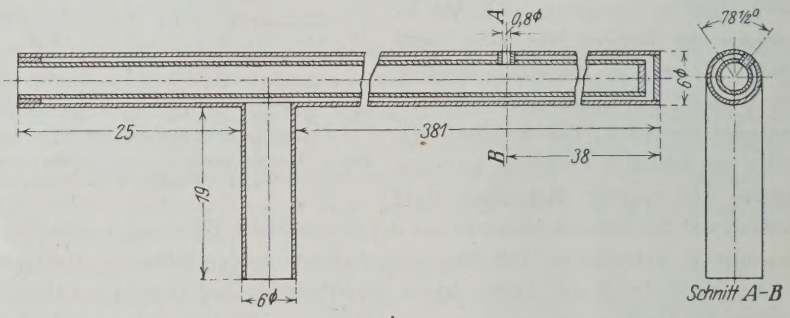


Abb. 4. Statisches Druckmeßgerät aus Messingrohr.

Besondere Versuchsreihen dienten dazu, den Einfluß der Verschiebung des Gerätes über den Querschnitt des Versuchskanals festzustellen. Ebenso wurden etwaige Einflüsse der Formgebung des Gerätekopfs auf die Messungsergebnisse untersucht. So wurde beispielsweise ein Halbkugelkopf aufgesetzt anstatt des flachen Endabschnittes. Irgendwelche Änderungen der Druckanzeige konnten aber dabei nicht festgestellt werden. Dahingegen traten meßbare Störungen des ganzen Strömungsverlaufes auf, sobald man das Gerät in einen Kanal von nur 27 mm lichter Weite brachte (gegen 203 mm des Versuchskanals). Ein gewisses Verhältnis von Kanaldurchmesser zu Außendurchmesser des Meßgerätes darf demnach nicht unterschritten werden, wenn man einwandfreie Messungen erhalten will.

Bisher wurden lediglich Messungen besprochen, bei denen die Achse des Meßrohres senkrecht zum vorbeiströmenden Luftstrahl stand. Weitere Versuche beschäftigten sich mit der Ermittlung des Einflusses einer Neigung des Geräts aus dieser Lage heraus. Das Ergebnis ist in folgender Tabelle zusammengefaßt, wobei die Meßfehler angegeben sind in % des mittleren Geschwindigkeitsdruckes.

Neigungswinkel des Meßrohrs:	Fehler in % des Geschwindigkeitsdruckes:
90 Grad	+ 10 %
80 „	+ $6^1/_4$ „
45 „	— 3 „
30 „	— $1^1/_2$ „

Verfasser zeigt, daß die Abweichungen gegenüber den sonst gebräuchlichen Meßgeräten sehr klein sind; z. B.: Statischer Druck gemessen 254 mm W.-S., Geschwindigkeit der Luft 25,4 m/sec. Bei 90 Grad-Stellung des Geräts beträgt die fehlerhafte Angabe: $0{,}10 \cdot \frac{25{,}4^2 \cdot 1{,}19}{2 \cdot 9{,}81} = 3{,}91$ mm W.-S., also

nur 1,54% des gemessenen statischen Druckes. In den meisten Fällen ist diese Genauigkeit ausreichend. Bei Schrägstellung des Meßrohrs erhöht sie sich sogar, wie aus der Tabelle hervorgeht

Anmerkung des Referenten:

Mit den angegebenen Zahlenwerten der Tabelle, die den Einfluß der Neigung des Geräts im Luftstrom kennzeichnen, gelang es leider nicht, einen geschlossenen Kurvenzug zu ermitteln. Es wäre sehr dankenswert, wenn die genannten Einflüsse weiterhin planmäßig untersucht würden, so daß das Meßgerät eine Vervollkommnung seiner Richtungsempfindlichkeit in der dritten Ebene erführe. Ein anderer Weg wäre auch in sinngemäßer Kombination zweier aufeinander senkrecht stehender Geräte der beschriebenen Bauart zu sehen. Das bekannte Prandtlsche Staurohr wäre alsdann — gerade dank seiner Unempfindlichkeit gegenüber Richtungsänderungen in weiteren Grenzen — als Universalgerät anzusehen, während das von Fechheimer angegebene als Präzisionsinstrument verwendet werden könnte. *Franz Levy.*

Ein neues Hygrometer.

(*A new hygrometer.*)

Von A. Romberg und L. W. Blau, *Journ. Opt. Soc.* **13**. *S. 717—724. 1926.*

Die Verfasser messen den Feuchtigkeitsgehalt der Luft, indem sie den Dichteunterschied zwischen gewöhnlicher atmosphärischer und künstlich gesättigter Luft bei gleicher Temperatur aus der dem Dichteunterschied entsprechenden Druckdifferenz bestimmen. Sie benutzen dazu eine sehr empfindliche Anordnung, die als Differenzdruckmesser angesprochen werden kann.

In einem von der Außenluft abgeschlossenen Metallgefäß — dem sogenannten Sättigungsgefäß — enden am oberen Boden zwei Röhren. Das Gefäß ist zum größten Teil mit Wasser gefüllt, so daß zwischen den Rohrmündungen nur ein verhältnismäßig kleines Luftvolumen bleibt; die Spiegelhöhe des Wassers im Innern ebenso wie die Wassertemperatur sind von außen ablesbar. Während das eine Rohr als Abgangsrohr ohne Absperrvorrichtung die Verbindung mit außen herstellt und gesättigte Luft führt, ist das andere durch einen Hahn in nächster Nähe seiner Einmündung in das Sättigungsgefäß abschließbar und mündet in halber Höhe des anderen Rohres fast zentral in einer flachen zylindrischen Kapsel; seine Fortsetzung, die in der Zylinderwandung beginnt, schmiegt sich dann unmittelbar an das erste Rohr, an das es angelötet ist, an. Durch letztere Maßnahme wird Temperaturausgleich zwischen, bzw. Temperaturgleichheit in den Rohren erreicht. Wird der Hahn geöffnet, so setzt eine Zirkulation durch das System ein, die durch die Dichteunterschiede in den Rohren bedingt wird. Durch das obere Ende des geteilten Rohres tritt ununterbrochen atmosphärische Luft ein, fließt durch die Kapsel, den geöffneten Hahn in das Sättigungsgefäß, überstreicht dort das Wasser, nimmt bis zum Sättigungsgrad Wasserdampf auf und verläßt das System durch das Abgangsrohr. In der zylindrischen Kapsel ist nun das Meßorgan angeordnet. Eine vertikal angebrachte, fast der Radiuslänge des Zylinders entsprechende Scheidewand sorgt dafür, daß die eintretende Luft eine an einen Torsionskopf an einem dünnen Phosphorbronzedraht hängende, in dem Zylinder schwingende Fahne (Doppelflügel) aus Glimmer dreht, bzw. aus der Ruhelage ablenkt. Ein an dem Gehänge angebrachter Spiegel, der durch ein Fenster zu sehen ist und ebenso, wie beim Spiegelgalvanometer, beleuchtet wird, gestattet, die Drehung der Fahne zu beobachten.

Bei extremen Feuchtigkeits- und Temperaturbedingungen beträgt der berechnete Wasserverbrauch $^1/_4$ g pro Tag unter normalen Bedingungen weniger als die Hälfte. Die Verdunstung kann demnach eine merkliche Herabsetzung der Temperatur im Apparat nicht bewirken. Da die zur Verdunstung gelangenden Wassermengen, bezogen auf die Zeit, verschwindend gering sind, ist die Reaktionszeit des Instruments ebenfalls sehr klein.

Praktisch folgt das Instrument augenblicklich den Feuchtigkeitsschwankungen der Außenluft. Das Gerät wurde mit Hilfe eines Taupunkthygrometers nach Regnault-Alluard unter Beachtung weitgehender Vorsichtsmaßregeln und unter Berücksichtigung der dabei in Menge mitwirkenden Faktoren geeicht. Alle diese das Problem erschwerenden Umstände werden von den Verfassern eingehend diskutiert.

Was die Empfindlichkeit betrifft, so ergab sich bei einem Abstand der Skale vom Spiegel von 58,5 cm für eine Dampfdruckdifferenz von 3,16 mm Qu. eine Ablenkung des vom Spiegel reflektierten Strahls von 1 cm. Das entspricht einem Druck von 0,000 077 g/cm², der die atmosphärische Luft durch das Gerät treibt.

Die Empfindlichkeit, die die des zur Eichung benutzten Taupunkthygrometers übersteigt, läßt sich noch erhöhen, wenn geeignete instrumentelle Änderungen vorgenommen werden, und kann leicht auf das Hundertfache des genannten Typs gebracht werden.

Die instrumentellen Fehler lassen sich auf ein Minimum herabdrücken, so daß die von den Verfassern aufgezählten Vorzüge ihrer Anordnung, insbesondere die leicht zu verwirklichende Möglichkeit, das Gerät zum Registriergerät umzubauen, bzw. dahin zu vervollkommnen, sehr überzeugen. Es kann somit festgestellt werden, daß der beschriebene Feuchtigkeitsmesser einen interessanten Weg zur Feuchtigkeitsmessung erfolgreich erschließt und weitere Anwendungsmöglichkeiten des benutzten Prinzips der Differenzdruckmessung kleinster Druckdifferenzen gegeben erscheinen.

W. Keil.

Zur Herschelschen Forderung.

Von A. Sonnefeld. *Centr.-Ztg. f. Opt. u. Mech.* **47.** *S. 149—150. 1926.*

Verf. stellt die Erfahrungstatsache fest, daß es gewisse symmetrische Objektive gibt, bei denen man praktisch von einer gleichzeitigen Erfüllung der Sinusbedingung und der Herschelschen Forderung sprechen darf. Verf. glaubt sogar folgenden Satz aussprechen zu dürfen:

Ist ein optisches System frei von allen Fehlern dritter Ordnung für den reellen Abbildungsmaßstab 1, bildet es also die achsensenkrechte Ebene im Abstand der doppelten Brennweite reell, scharf, eben und ähnlich ab, so ist dieses System für alle reellen Abbildungsmaßstäbe frei von Abbildungsfehlern der dritten Ordnung.

Einen allgemeinen Beweis hierfür zu erbringen, ist Verf. nicht möglich, jedoch werden einige praktische Ergebnisse mitgeteilt. Bei einem symmetrischen vierlinsigen System mit erfüllter Petzvalbedingung war folgende Korrektion erreicht:

$f = 100$ mm.

	Abbildungsmaßstab 1:1	Abbildungsmaßstab ∞:1
Sphär. Abweichung für ∅:6 . . .	0,02 mm	0,3 mm
Koma	0	0,05 mm

	Sehfeld von 9°	Sehfeld von 13°	Sehfeld von 9°	Sehfeld von 13°
Sag. Bildwölbung . . .	+ 0,02	— 0,1	— 0,1	— 0,3
Tang. „ . . .	+ 0,2	— 0,02	— 0,3	— 0,8
Verzeichnung	0	0	0	0

Zu dieser Klasse von Objektiven gehören die Vierlinser von Roß und die neueren lichtstarken Vierlinser von Zeiss für Astrophotographie. Die unsymmetrischen Objektive zeigen die erwähnte Eigenschaft nicht, so ist z. B. das dreilinsige Cooksche Objektiv mit erfüllter Petzval-Bedingung zwar sphärisch und komatisch ausgezeichnet korrigiert, besitzt aber stärkere Bildwölbung. Besondere Vorteile der praktischen Anwendung des Satzes verspricht sich Verf. für Reproduktionsobjektive.

Flügge.

Beugungsgitterbilder und Interferenzfigurenbilder durch ein Mikroskopobjektiv.

(Diffraction grating images and interference figure images as formed by a microscope objective.)

Von L. V. Foster. *Journ. Opt. Soc. Amer.* **13.** *S. 291—296. 1926.*

Eine Arbeit von Driesen, *Zeitschr. f. Physik, Oktober 1923,* behandelt mathematisch und belegt durch photographische Bilder die Erscheinungen bei der Abbildung von Beugungsgittern durch Mikroskopobjektive. Verf. der vorliegenden Abhandlung verifiziert die Driesenschen Versuche und überdies erfolgreich in Fällen, wo Driesen vergeblich versuchte. Die Versuchsapparatur war folgende: Ein Mikroskop ohne Tubuskörper, nur mit einer Fassung für das Objektiv und der ge-

wöhnlichen Grob- und Feinstellung zum Fokussieren; eine einfache Linse an Stelle des Kondensors, deren num. Apertur kleiner war als diejenige des Objektivs; eine nadelstichfeine Öffnung im vorderen Brennpunkt dieser Linse; eine Bogenlampe und ein Kondensor, welcher den Krater auf der Öffnung abbildet. Das als Objekt verwendete Gitter war eine Kopie mit 14000 Linien pro Zoll. Das Bild desselben wurde mit einer 8×12-Kamera photographiert. Besondere Einrichtungen gestatteten, die photographische Platte schräg zur optischen Achse zu stellen, in der Weise, daß der mittlere Teil der Platte in Nähe der geometrisch-optischen Bildebene des Objekts lag. Wenn das Objektiv auf das Gitter fokussiert ist, wird ein kleines Bild der Nadelstichöffnung im Zentrum der hinteren Brennebene des Objektivs entworfen. Daneben entstehen zwei oder mehrere Beugungsbildchen derselben Öffnung, und zwar entlang einer senkrecht zur Richtung der Gitterlinien und durch das zentrale Bild verlaufenden geraden Linie. Durch die Anwesenheit der Beugungsbildchen und des zentralen Bildes sehen wir nach der Abbeschen Theorie die Linien des Gitters aufgelöst. Wenn ein Okular in der Kamera angebracht wird und wenn das Gitter in den Fokus gebracht wird, sind bei Benutzung eines 4-mm-Objektivs die Gitterlinien deutlich sichtbar, aber nur im Mittelteil des Gesichtsfeldes, scheinen aber in konzentrischen Ringen außerhalb des Zentrums abwechselnd zu verschwinden und wieder aufzutreten. Beim Fokussieren mit der Feinstellung verschwinden und erscheinen die Linien längs eines beträchtlichen Tiefenbereichs. In einer bestimmten Einstellung ist das Bild des Gitters zu sehen, in einer anderen Stellung sind Streifensysteme sichtbar, die ihre Entstehung dem Gitter verdanken und von Driesen als Interferenzbilder bezeichnet werden. Die konzentrischen Ringe zwischen Zonen verschiedener Brennweite werden Grenzkurven genannt. Diese Kurven sind Schnitte der Okularbrennebene durch die vielen Bildflächen der Interferenzfiguren. Die vom Mikroskopobjektiv gelieferten Bilder des Gitters und die sie begleitenden Interferenzfiguren sind nicht ebene, sondern gekrümmte Flächen mit der konkaven Seite zum Objektiv hin. Diese Flächen, deren Schnitte im Mikroskop gesehen werden, werden Grenzflächen genannt. Wird nun an Stelle des Okulars die photographische Platte senkrecht zur optischen Achse und in die Bildebene des Gitters gestellt, so können die Grenzkurven aufgenommen werden. Wird eine andere Platte unter 10^0 Neigung gegen die Achse gestellt, so wird ein anderer Schnitt der Grenzflächen aufgenommen. Ist die Neigung dabei eine solche, daß die Schnittlinie der Plattenebene und der Gitterebene parallel den Gitterlinien verläuft, so zeigt das photographische Bild Bilder der Gitterlinien und Bilder der Interferenzfiguren. Verläuft dagegen die Schnittlinie senkrecht zu den Gitterlinien, so erscheinen im Bilde nur die Schnittkurven der Interferenzfiguren. Diesen letzteren Fall konnte Driesen nicht zeigen. Die Originalabhandlung des Verf. zeigt verschiedene Reproduktionen solcher Aufnahmen. *Flügge.*

Spektralfilter.

(Spectral filters.)

Von K. S. Gibson. *Journ. Opt. Soc. Amer.* **13**. *S. 267—280. 1926.*

Es werden Daten zusammengestellt, die bei der Auswahl von Lichtfiltern gleich auf den richtigen Weg leiten sollen, ohne jedoch als verbürgte Standardwerte anzusehen sind. Es werden nur leicht zugängliche bekannte absorbierende Substanzen aufgeführt. Verf teilt alle Lichtfilter in drei Klassen: 1. Filter, welche für längere Wellen durchlässig sind, dagegen die kurzen Wellen absorbieren; 2. umgekehrt Filter, welche die kürzeren Wellen hindurchlassen und das langwellige Gebiet absorbieren; 3. Filter, welche nur enge Spektralbezirke hindurchlassen.

Klasse I. Eine 1 cm dicke Schicht trockener Luft unter atmosphärischem Druck absorbiert unterhalb 175 $\mu\mu$, weshalb bei Spektralarbeiten unterhalb 185 $\mu\mu$ Vakuumspektrographen benötigt werden. Von den bekannten Gasen ist Wasserstoff das durchlässigste, Sauerstoff das am stärksten absorbierende im Bereich von 120—185 $\mu\mu$.

Klasse II. Wässrige Kupfersalzlösungen sind als einzige Filter geeignet, im Infraroten zu absorbieren und die kürzeren Wellen durchzulassen.

Klasse III. Es scheint keine Filterkombinationen zu geben, welche nur das Gebiet unterhalb 300 $\mu\mu$ ganz oder teilweise hindurchlassen. Am nächsten kommt dieser Forderung eine Quarzküvette mit Chlorgas und Bromdampf, indem Chlor bei etwa 335 $\mu\mu$, Brom bei etwa 430 $\mu\mu$

maximal absorbieren, beide aber unter 300 $\mu\mu$ durchlässig sind. Wässrige Lösungen von Azeton und Paranitrosodimethylanilin und zweifellos viele andere Substanzen tragen ebenfalls zur Isolierung des Ultraviolett bei, besonders, wenn die gewöhnliche Photoplatte, die oberhalb 500 $\mu\mu$ unempfindlich wird, a's Hilfsmittel herangezogen wird. — Im äußersten Ultrarot ist es zweckmäßig, die Phänomene der metallischen Reflexion auszunutzen, wie sie an verschiedenen Kristallarten auftritt, z. B. bei 8 bis 9 μ für Quarz, bei 152 μ für Thalliumjodid usw.

Tabelle zu Klasse I.

Material	Bemerkungen	Dicke in mm	Absorptionsgrenzen	
			untere	obere
Flußspat	bester Qualität, farblos	dünne Platten	124 $\mu\mu$	8,5 bis 11 μ
Flußspat	auf Schumann-Platte	Prisma plus Linsen	126 $\mu\mu$	8,5 bis 11 μ
Quarz	krist.	0,2	145 $\mu\mu$	4 μ
Quarz	krist.; ohne großen Unterschied von Rechts- oder Linksquarz oder für achsenkrechte oder parall. Schn.	2	160 $\mu\mu$	4 μ
Wasser	dest.; Flußspatfenster; verläng. Exp.	0,5	172 $\mu\mu$	1 bis 1,5 μ
Wasser	rein; Quarzfenster	? 20	187 $\mu\mu$	1 bis 1,5 μ
Steinsalz		?	175 $\mu\mu$	15 bis 21 μ
Äthylalkohol	chem. rein; von Merck	10	200 bis 250 $\mu\mu$	angenähert wie Wasser
Kalkspat	$\perp$ Achse	6,1	210 bis 250 $\mu\mu$	
Glyzerin	chem. rein; von Merck	10	210 bis 320 $\mu\mu$	wie Wasser
Glimmer		0,01	240 bis 300 $\mu\mu$	
Uviolglas	Jena	sehr dünn	247 $\mu\mu$	Soweit bekannt, reicht die Durchlässigkeit aller weißen, gelben, orangenen und roten Gläser bis etwa 3—5 μ; eisenhaltige Verunreinigungen bewirken eine breite Absorptionsbande um 1,1 μ
UV-Kron 3199	Jena	1	280 $\mu\mu$	
G 174 S Ultra	Corning	0,39	260 bis 300 $\mu\mu$	
G 24 Signalrot	Corning	0,88	620 $\mu\mu$	wie oben
4512	Jena	2,25	630 $\mu\mu$	wie oben
Wässr. $CuSO_4$-Lösg.	57,0 g $CuSO_4 \cdot 5\,H_2O$ pro Liter	10,00	etwa 300 $\mu\mu$	600 bis 700 $\mu\mu$

Tabelle zu Klasse II.

Material	Bemerkungen	Dicke in mm	Absorptionsgrenzen	
			untere	obere
Wasser	dünne Quarzfenster	10	180 $\mu\mu$	1,5 μ
Pyrex-Glas	Corning	11,9		2,3 bis 2,5 μ
Kron		2,18	300 $\mu\mu$	2,5 bis 4,5 μ
Sylvin	starke Absorptionsbanden bei 3,18 und 7,08 μ	10		18 bis 24 μ

Tabelle zu Klasse III.

Material	Bemerkungen	Dicke in mm	Gebiet der Durchlässigkeit
Chlorgas	Quarzküvette; molare Gaskonz. = 0,176	10	250; und oberhalb 400 $\mu\mu$
Chlorgas plus Bromdampf	Quarzküvette; mol. Konz. = 0,088 und 0,0092	10	250; und oberhalb 500 $\mu\mu$
metall. Silber	chem. auf Quarz niedergeschlag. Ultrarotundurchlässig	0,000079	320 $\mu\mu$ sehr scharf
G 586 A	Corning	3,20	360 $\mu\mu$ und 750 $\mu\mu$ bei 360 sehr scharf
		2,85	0,75 μ sehr scharf; 1,5 μ, 3 μ und 4 μ verwaschener
Glas 8780	Jena	2,99	450 $\mu\mu$ und 2,5 bis 4,5 μ
Signalgrün	Corning	4,93 bis 5,55	495 $\mu\mu$ und 2,5 μ
Glas 4930	Jena	2,99	530 $\mu\mu$ und 2,5 und 4 μ

Filter für Spezialzwecke.

Ein Filter, dessen Durchlässigkeitskurve sich eng der Empfindlichkeitskurve des Auges nähert, ist von H. E. Ives im *Journ. Franklin Institute* **188.** *S. 217—235. 1919* angegeben werden.

Flügge.

Geometrische und interferentielle Methoden zur Messung des Winkels eines total reflektierenden Prismas; Untersuchung der Planparallelität eines Plättchens.

(*Méthodes géométrique et interférentielle de mésure de l'angle au sommet d'un prisme à réflexion totale; vérification d'une lame*).

Von A. Aubertin. *Revue d'Opt.* **5.** *S. 161—182. 1926.*

Verf. stellt sich die Aufgabe, die Abweichung des Winkels eines total reflektierenden Prismas von 90° sowie den Winkel festzustellen, den die Hypotenusenfläche mit der Kante des Prismas bildet. Die beiden meist sehr kleinen Winkel seien durch ε und ω bezeichnet. Es werden eine geometrische und eine interferentielle Methode ausgearbeitet.

Geometrische Methode: (Abb. 1) Das zu prüfende Prisma steht vor dem Objektiv ($f = 70$ cm) des auf unendlich fokussierten Autokollimationsfernrohrs, durch welches ein von der Lichtquelle L her beleuchtetes Fadenkreuz nach Spiegelung im Prisma zur Abbildung gelangt. Es handelt sich um zwei Strahlenbündel, welche die Abbildung besorgen. Das erste wird beim senkrechten Auftreffen auf die Hypotenusenfläche reflektiert, ohne erst seinen Weg durch das Prisma zu nehmen; das zweite wird ebenfalls an der Hypotenusenfläche reflektiert, aber erst nach zweimaliger Reflexion im Glase. Der Durchgang des direkten Bündels wird durch teilweise Vorschaltung einer Abblendung unterbunden. Wenn nun das Prisma vollkommen exakt gearbeitet und justiert ist, kommen die beiden Bilder des Fadenkreuzes auf diesem selbst zur Deckung. Wenn dagegen der Winkel um den Betrag ε vom Werte 90° abweicht, sind die Bilder des Fadenkreuzes in seitlicher Richtung um eine dementsprechende Strecke verschoben; andererseits bewirkt bei richtigem Winkel die Nichtparallelität von Kante und Hypotenusenfläche eine Verlagerung nach oben oder unten. Wenn beide Fehler zugleich auftreten, ergibt sich ein Bild vom Aussehen der Abb. 2. Die Koordinaten x und y des Punktes S im Koordinatensystem mit dem Ursprung E bestimmen sodann die gesuchten Winkel ε und ω nach den Formeln:

$$\varepsilon = \frac{1}{4nf}x; \qquad \omega = \frac{1}{4nf}y.$$

Hierin bedeuten n das Brechungsverhältnis des Prismas, f die Objektivbrennweite des Autokollimationsfernrohrs. Für $n = 1{,}52$ und $f = 70$ cm ist dann $\varepsilon = 4{,}85\,x$ und $\omega = 4{,}85\,y$. Meßfehler

können nur durch die Mikrometermessung hineinkommen und liefern die Winkel ε und ω bis auf etwa $1^1/_4''$ genau.

Interferentielle Methode: (Abb. 3) Die Anordnung unterscheidet sich von der vorigen lediglich durch Zwischensetzung einer Planplatte G_1. Außerdem ist vor dem Okular ein Diaphragma angebracht. Die Lichtquelle wird auf den Kathetenflächen des zu untersuchenden Prismas mittels der Linse L abgebildet. Die aus dem Okular austretenden Bündel bilden wegen der verschiedenen Reflexionen an den Flächen von G_1 drei Hauptgruppen, welchen hinter dem Okular drei kleine reelle Bilder der Lichtquelle entsprechen: das Diaphragma vor dem Okular gestattet nur den Durchblick auf jenes Bild, welches auf dem Hinwege an der vorderen Fläche, auf dem Rückwege an der hinteren Fläche von G_1 reflektiert wurde oder umgekehrt. Das Gesichtsfeld erscheint von Interferenzstreifen durchzogen. Die Platte G_1 ist fest, während das Prisma um die Achse $C_1 R_1$ rotieren kann. Geschieht dies, so drehen sich auch die Interferenzstreifen. Gleichzeitig ändert sich ihr Abstand. Man kann alle Stadien zwischen dem fast streifenlosen und dem dicht mit Streifen bedeckten Bildfeld erhalten. Als Ausgangsstellung bei der Betrachtung wird der Fall angenommen, daß die Prismenkante parallel zur Planplatte G_1 ist. Unter der Annahme vollkommener Planparallelität der letzteren und idealer Ausführung des Prismas geht dann der mittelste Interferenzstreifen genau durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes. Aus dieser Stellung läßt sich nun das Prisma in der oben angegebenen Weise um einen bestimmten Winkel Θ drehen, bis der zentrale Streifen sich über das ganze Bildfeld ausgebreitet hat. Diese Drehung hat den Betrag $5'\,40''$, wenn die Dicke der Planplatte 5 mm, deren Brechungsverhältnis 1,52, die Wellenlänge 500 $\mu\mu$ und der Winkel der Achse $R_1 C_1$ gegen die Planplatte 45^0 betragen. In dem Falle, daß das Prisma eine Ungenauigkeit im Winkel besitzt, geht der zentrale Streifen nicht mehr durch die Mitte des Bildfeldes; jedoch kann die Abweichung ε aus der Formel

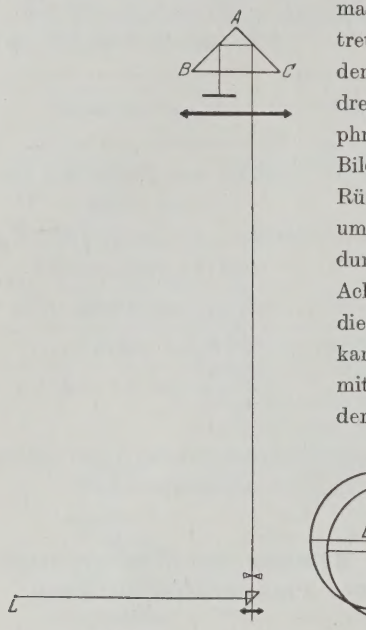


Abb. 1.

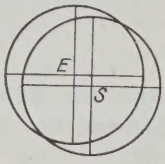


Abb. 2.

$$\delta = 2\,e\,\frac{\sin 2\,e}{n' \cdot \cos r}\,\cos\Theta \cdot n\,\varepsilon$$

errechnet werden, wenn man folgendes kennt: das Brechungsverhältnis n des Prismas, dasjenige n' der Planplatte, die Neigung i der Planplatte gegen die optische Achse des Fernrohrs, den Winkel Θ, die Dicke e der Planplatte, den Brechungswinkel r der zur Achse $R\,C$ gehörigen in der Planplatte gebrochenen Achse und die Ordnung m des in der Mitte gelegenen Streifens, woraus der Gangunterschied δ unmittelbar folgt. Beispielsweise ergibt sich für

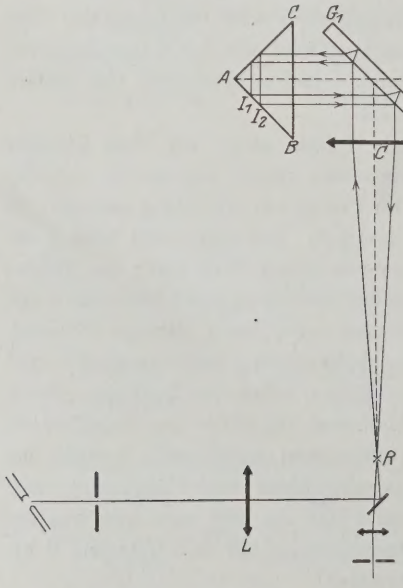


Abb. 3.

$$\delta = \lambda = 600\ \mu\mu\,, \qquad 2\,e = 1\ \text{cm},$$
$$i = 45^0\,, \qquad n = n' = 1{,}5\,, \qquad \cos\Theta = 1$$

der Wert von ε zu $\varepsilon = 11''$ mit einem Fehler kleiner als $0{,}3''$.

Flügge.

Messung der Verzeichnung photographischer Objektive.

(*Mesure de la distorsion des objectifs photographiques.*)

Von Maurice Paul. *Revue d'Opt.* **5.** *S. 328—334. 1926.*

Bekanntlich erfordert die Genauigkeit des photographischen Bildmeßverfahrens einen so geringen Grad der Verzeichnung des Aufnahmeobjektivs, daß es unbedingt erforderlich ist, das betreffende Objektiv hinsichtlich der Verzeichnung zu überprüfen. Diese Messungen lassen sich zweckmäßig unter den Gebrauchsbedingungen vornehmen, d. h. in ungestörter Verbindung des Objektivs mit seiner Kamera. Verf. gibt zwei Methoden an, um in dieser Weise die Verzeichnung zu bestimmen:

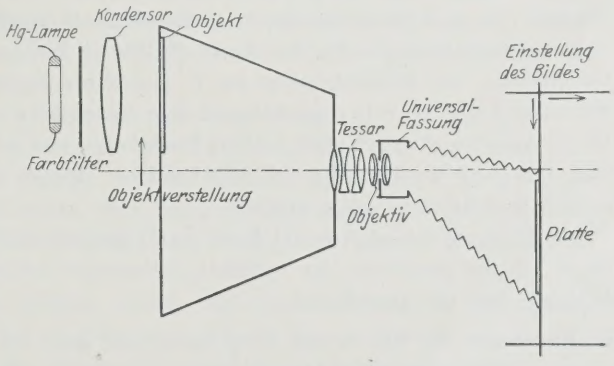
1. Es sei eine Nivellierlatte in horizontaler Lage zu photographieren, wiedergegeben durch äquidistante vertikale Striche auf einer weißen Wand.

2. Es werde ein Lot photographiert, welches am Dache eines Gebäudes befestigt ist.

In beiden Fällen sei das Objekt mindestens 20 m vom Objektiv entfernt (ungefähr 100fache Brennweite), dann ist nämlich das Objektiv praktisch auf Unendlich fokussiert. Die Einstellung muß auf jeden Fall sehr sorgfältig erfolgen; um auch den Rand des Bildfeldes scharf zu erhalten, dürfte leichtes Abblenden vorteilhaft sein.

Der Arbeitsgang ist nun folgender: Im ersten Fall wird die Kamera senkrecht auf das Ziel und zu dessen Mitte gerichtet. Im zweiten Fall ist die optische Achse des Objektivs horizontal und man führt durch Drehung der Kamera um eine vertikale Achse das Bild des Lotes bis auf 2 cm an den Rand der Platte. Die Ausmessungen auf der Platte werden erleichtert, wenn man vorher ein auf Silber aufgetragenes Koordinatennetz nach Art der Himmelskarten anfertigt, um dieses bei der nachfolgenden Ausmessung auf einem zweckmäßig eingerichteten Komparator als Ablesevorrichtung zu benutzen. Die Meßgenauigkeit der Koordinaten irgendeines Punktes der 18 : 24 Platte geht dann in die hundertstel Millimeter.

Um Einstellung und Bildschärfe genau vorzubestimmen, bedient sich Verf. jenes bereits angewendeten Verfahrens, daß man den Himmelspol in der Achse einstellt und die Sterne auf der Platte ihre Tagesbahnen aufzeichnen läßt. Aber zur eigentlichen Bestimmung der Verzeichnung bedient sich derVerf. nicht dieser Methode.



Hinsichtlich der erforderlichen Ebenheit der Aufnahmeplatten warnt Verf. vor der Benutzung der handelsüblichen Platten, sondern empfiehlt die Verwendung eigens dafür bestimmter Plattensorten.

Zur Bestimmung der Verzeichnung wird ein graphisches Verfahren ausgearbeitet. Im ersten Verfahren (Photographie des Strichobjekts auf der weißen Wand) wählt man als Koordinatenursprung das Bild des Objektzentrums, welches sehr genau mit dem Fußpunkt des vom zweiten Hauptpunkt auf die Platte gefällten Lotes zusammenfällt. Als Abszissen trägt man in passendem Maßstabe die äquidistanten Striche auf der Wand ab. Wäre die Verzeichnung vollkommen behoben und die Platte exakt parallel dem Objekt, so wären auch die Bilder streng äquidistant. In Wahrheit ist an der Abszisse x eine Korrektion δx erforderlich. Dieser Wert δx oder geeigneter für die Darstellung der Wert $\delta x/x$ setzt sich aus zwei Termen zusammen, deren einer durch die Nichtparallelität der Platte zum Objekt, deren anderer durch die Verzeichnung bedingt sind. Der erstere ist von der Form $\frac{x}{f} \cdot \operatorname{tg} i$ und der zweite von der Form $k \frac{x^2}{f^2}$. Trägt man $\delta x/x$ als Ordinate gegen x als Abszisse auf, so ergibt sich eine Parabel, deren Scheiteltangente unter dem Winkel i gegen die Abszissenachse geneigt, durch den Ursprung verläuft. Diese Tangente würde als Kurve herauskommen, wenn die Verzeichnung behoben wäre und nur die erwähnte Nicht-Parallelität bestünde.

Die reine Verzeichnung wird also lediglich durch die Abweichung der Parabel von ihrer Scheiteltangente wiedergegeben. Im zweiten Fall (Photographie des Lotes) verfährt Verf. folgendermaßen: Die Bilder des Lotes werden ausgemessen und die Durchbiegung (Pfeilhöhe) ε für Punkte mit den Koordinaten x, y bestimmt; dann ist $\varepsilon = k\,x\,y^2/f^2$.

Die soweit beschriebenen Methoden waren nur für größere Entfernungen brauchbar, sind aber ungeeignet für Reihenmessungen im Laboratorium. Um auch dies zu ermöglichen, wird ein Verfahren ausgearbeitet, das im Prinzip auf eine Vergleichung des zu untersuchenden Objektivs mit einem anderen herauskommt, dessen Verzeichnung durch sorgfältige Meßmethoden ein für allemal bekannt ist. Da die Verzeichnung unabhängig von der Öffnung ist, kann das zu untersuchende Objektiv abgeblendet werden. Das Vergleichsobjektiv hat die Aufgabe, ein unendlich fernes Bild eines der oben beschriebenen Objekte, die nunmehr im Brennpunkt des Vergleichsobjektivs aufzustellen gehen, hervorzubringen. Diese unendlich fernen Bilder sind dann die eigentlichen Untersuchungsobjekte, naturgemäß unter Berücksichtigung der genau bekannten Verzeichnung des Vergleichsobjektivs. Am besten eignet sich natürlich ein Vergleichsobjektiv mit sehr geringer Verzeichnung, z B. Tessar. Eine dementsprechende Anordnung veranschaulicht die Abbildung. *Flügge.*

Bücherbesprechungen.

R. S. Clay, *A brief account of some of the historical instruments at the Optical Convention* **2.** *S. 493 bis 501. 1926.*

Wenn auch die Abhandlung mit einem Bericht über nautische Vorrichtungen (darunter einem wahrscheinlich von einem Schiffe der Armada, also um 1588, stammenden Astrolabium) beginnt, so behandelt sie im wesentlichen Mikroskope. Auf diesem Gebiet hat der Verfasser schon seit Jahren wertvolle geschichtliche Arbeiten erscheinen lassen. Eine eingehende Besprechung wird der mikroskopischen Fachpresse überlassen bleiben, doch sei zu einigem Überblick hier erwähnt, daß man dort alte englische Stücke von Christopher Cock abwärts (s. weiter unten) findet und daß auch das 18. Jahrhundert wohl vertreten ist. Unter den aus dem 19. Jahrhundert stammenden Geräten wird der Mehrzahl der Leser ein Plösslsches achromatisches Mikroskop um 1835 mit 7 in Gruppen von je 3 hintereinander zu schaltenden achromatischen Linsen wichtig sein. Es gehörte einmal dem Physiologen Th. Schwann (* 1810, † 1882). Auch zwei Amicische Mikroskope sind beschrieben; eine Reisemikroskop aus E. Haeckels Besitz und ein etwa 1830 für den Utrechter Mikroskopiker P. Harting gearbeitetes. Sehr eingehend werden Erzeugnisse der englischen Künstler bis zu Andrew Ross (* 1798, † 1859) beschrieben, und gelegentlich wird auch ein Spiegelteleskop nach Gregory erwähnt, das von dem Londoner Optiker B. Martin um 1760 für einen amerikanischen Besteller angefertigt wurde.

Wenn am Schluß Herrn D. Baxandall für seine Verdienste um die Verbreitung von Kenntnissen aus der Geschichte der optischen Instrumente lebhaft gedankt wird, so kann sich der Berichtende dem nur anschließen. *Moritz von Rohr.*

D. Baxandall *and* **Th. Court,** *Early optical and other scientific instruments as documents of historical value.* **2.** *S. 537—40.*

Befürwortung eines Planes, möglichst alle noch zugänglichen wissenschaftlichen optischen Instrumente aus älterer Zeit zu sammeln und sie der Öffentlichkeit zugänglich zu machen. Ein kurzer Hinweis auf englische, z. T. auf das Ende des 17. und den Anfang des 18. Jahrhunderts zurückgehende Sammlungen erfüllt den deutschen Leser mit Bewunderung; leider sind diese schönen Sammlungen zum Teil wieder zerstreut worden. Der ausgezeichneten Dienste, die Herr Th. H. Court in den letzten Jahren dieser Sache geleistet hat, wird mit Dank gedacht. Ganz unbegreiflich erscheint dem deutschen Leser, daß behauptet worden ist, im Deutschen Museum zu München befänden sich bessere Stücke der alten englischen Optiker als im *Science Museum* Londons; wir wissen hier nur zu gut, daß man in Deutschland — von guten Brillensammlungen abgesehen — erst in später Zeit auf diesem Gebiete planmäßig zu sammeln begonnen hat. Unsere eigene optische Geschichte liegt ja, wenn man von den beiden großen Schwaben Kepler und Scheiner absieht, in viel späterer Zeit und wird entscheidend erst von Fraunhofer abwärts.

Auch für die heimischen Verhältnisse kann man schwerlich Besseres tun, als die Mahnung (S. 539/40) der beiden Herren Verfasser beherzigen, nämlich

1. die bereits vorhandenen Sammlungsstücke zu erhalten,
2. sie den Lerneifrigen und der Öffentlichkeit überhaupt zugänglich zu machen,
3. die Stücke in wissenschaftlicher Weise kennen zu lernen,
4. ernsthaft zu versuchen, die vielfachen Lücken in der Entwicklungsreihe durch Erwerbung passender Muster auszufüllen.

In der Zeissischen Sammlung, für die der Berichtende gelegentlich Gutachten abzugeben hat, wird planmäßig versucht, den Punkten 3 und 4 auch durch Kenntnis der Schriftwerke der betreffenden Zeiten nachzugehen. Nicht selten vermag man bei optischen Vorkehrungen, wenn nur ihr Aufbau genau genug bekannt ist, durch Rechenverfahren einen Aufschluß über die Absicht des Verfertigers zu gewinnen. Das kann so weit gehen, daß man begründete Vermutungen über des Herstellers oder Berechners Kenntnisse wichtiger Anforderungen auszusprechen wagen darf.

Unter allen Umständen wird man hier für so sorgfältige Arbeiten, wie sie namentlich von Herrn Baxandall bekannt geworden sind, nur aufrichtigen Dank sagen und das Gefühl der Verpflichtung ausdrücken wollen. *Moritz von Rohr.*

W. R. Gregg, *Aeronautical Meteorology.* 8°. XII, 144 S. m. 11 Taf. u. 33 Textfig. *The Ronald Press Company,* New York 1926.

Das im Rahmen der von C. de F. Chandler herausgegebenen *Ronald Aeronautic Library* erschienene Buch will alle die meteorologischen und aerologischen Tatsachen zusammenfassen, deren Kenntnis für die Einrichtung und den Betrieb von Luftfahrtunternehmungen unentbehrlich ist. Es ist gedacht als Handbuch für den Unternehmer, den Versicherer wie auch für den, der unmittelbar am meisten in der Luftfahrt am Wetter interessiert ist, für den Piloten. Es beschränkt sich daher nicht darauf, die Vorkommnisse in der Atmosphäre, die in den V. St. beobachtet werden können, statistisch aufzuzählen und zu ordnen, etwa den täglichen und jahreszeitlichen Gang der meteorologischen Elemente, oder die Nebelhäufigkeit an verschiedenen Orten, sondern sucht auch Anhaltspunkte zu geben, die dazu befähigen sollen, die örtlichen Erscheinungen, die dem Piloten während eines Fluges auffallen, im Rahmen der für ein weites Gebiet geltenden allgemeingehaltenen Vorhersage, diese ergänzend zu deuten. Dadurch soll er befähigt werden, die bei jeder Wetterlage verschiedenen Umstände in bestmöglicher Weise auszunutzen.

Diesen Aufgaben sucht das Buch in 10 Kapiteln gerecht zu werden.

In seinem Rahmen ist natürlich eine Theorie der Wettervoraussage nicht am Platze. Die prognostischen Anhaltspunkte müssen sich vielmehr auf Hinweise beschränken, die die der sinnlichen Wahrnehmung sich aufdrängenden Erscheinungen, etwa besondere Formen der Wolkenbildung, auffallendende Schwankungen des Windes nach Richtung und Stärke als Symptome bevorstehender Wetteränderung hervorheben.

Das ist natürlich eine undankbare Aufgabe, solange die Wettervorhersage in Ermangelung fester physikalischer Fundamente und exakter, eindeutiger Schlußweisen weitgehend auf intuitive Momente, Imponderabilien angewiesen bleibt, die ihren Wahrscheinlichkeitscharakter bedingen. Der Wert aller prognostischen Regeln und Fingerzeige bleibt daher ein subjektiver. Daß das Buch die Beziehungen der Meteorologie zur Physik nicht sonderlich hervorhebt, ist unwesentlich. Leider aber ist von den neueren europäischen Anschauungen über den Ablauf des Wetters, die in den Arbeiten von Bjerknes und der österreichischen Forscher wie Exner, Margules fruchtbare, physikalisches Fundament suchende Ansätze aufweisen, kaum in Andeutungen die Rede.

Da typische Wolkenformen für den Nichtspezialisten die Erscheinungen höchster prognostischer Bedeutung sind, muß auf die Auswahl von Wolkenbildern besondere Sorgfalt verwendet werden.

Die dem Buch beigegebenen 10 Wolkentafeln entsprechen dieser Forderung in hohem Maße. Nach Ansicht des Ref. wird der Pilot, der das Buch in die Hand nimmt, die prognostischen Hinweise vermehrt wünschen, die wiederum den Versicherungsunternehmer, der statistische Unterlagen für seine Risikoberechnung braucht, entbehren kann. Solange das Buch diesen verschiedenen Interessen dienen soll, wird es einen Teil der Leser immer nicht ganz befriedigen. *W. Keil.*

Edm. Hoppe, Geschichte der Optik. Kl.-8°. VI, 263 S. m. 20 Abb. Leipzig 1926, J. J. Weber. Geb. 7 RM.

Es sind die mathematischen Untersuchungen, die in der Geschichte der Optik eine Rolle gespielt haben, nur in ihren Resultaten angegeben, während die experimentellen Fortschritte genau nach den Originalarbeiten wiedergegeben sind.

Daß die gesamte Darstellung auf umfassendem Quellenstudium beruht, lehrt das reiche, in fesselnder Darstellung vorgetragene Tatsachenmaterial, dessen Wert durch ein angehängtes Literaturverzeichnis erhöht wird.

Die Lektüre des Buches läßt den Wunsch aufkommen, daß es dem Verfasser ermöglicht würde, in einem umfassenden Werk eine ausführliche Darstellung alles dessen zu geben, was in diesem, auch in seiner äußeren Ausstattung gediegenem Buche, aus Platzmangel zuweilen leider nur allzu kurz ausgeführt werden konnte. *Dz.*

Beitrag aus Band V der Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften: Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie. Von P. Seliger. IV, 329 S. mit 103 Abb. Julius Springer, Berlin 1926. RM. 21.—; geb. RM. 22.50.

Der Verfasser, der als Vertreter der früheren Preußischen Landesaufnahme im Jahre 1903 an den stereophotogrammetrischen Versuchsmessungen in Jena teilnahm, bietet hier einen „Überblick über die Methoden und Apparate“ und teilt zugleich „einige der älteren Versuchsergebnisse“ mit; im nächsten Jahrgange sollen „weitere Mitteilungen über praktische Ergebnisse“ folgen.

Der Stoff ist eingeteilt in: Lineare Messungen — „damit sind Messungen in der Fläche mit Zirkel und Maßstab gemeint“ —, Dreiecksmessungen — darunter ist das zu verstehen, was sonst als Meßtisch- oder auch Einschneidephotogrammetrie bezeichnet wird —, Stereoskopische Messungen — also Stereophotogrammetrie — und Luftbildmessungen. Ich halte bei dem heutigen Stand der Photogrammetrie die Einteilung in Erdphotogrammetrie und Luftphotogrammetrie je mit den beiden Unterteilungen in Einbildverfahren (Meßtisch- oder Einschneidephotogrammetrie) und Zweibildverfahren (Stereophotogrammetrie) für klarer und zweckmäßiger.

An den betreffenden Stellen sind die Aufnahmeinstrumente und die Auswertinstrumente unter Beifügung von Abbildungen in Kürze besprochen.

Zwei im Sinne der Stereophotogrammetrie zusammengehörige Bilder bezeichnet der Verfasser als „Meßstereogramm“; im Anschluß an die gute Bezeichnung „Meßbild“ spricht man besser von einem „Meßbildpaar“. *P. Werkmeister.*

A. L. Higgins, *Phototopography, a practical manual of photographic surveying methods.* XV, 130 S. Cambridge, *University Press,* 1926.

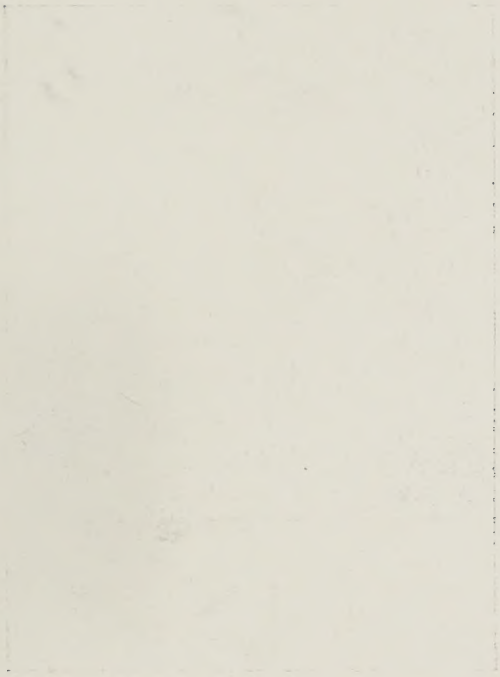
Der Verfasser behandelt in fünf Abschnitten die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie, die photogrammetrischen Aufnahmeinstrumente, die Ausführung von photogrammetrischen Aufnahmen, die Auswertung von Aufnahmen nach dem Verfahren der Einschneidephotogrammetrie und endlich die Stereophotogrammetrie. Bei den Aufnahmeinstrumenten werden deutsche Erzeugnisse nicht erwähnt. In dem Abschnitt über Stereophotogrammetrie wird als Aufnahmeinstrument der neue Phototheodolit von C. Zeiss angeführt. Von Auswerteinstrumenten werden nur der Stereokomparator von C. Pulfrich, der Stereoautograph von E. v. Orel und der Stereoplanigraph von W. Bauersfeld besprochen; die anderen deutschen Auswerteinstrumente — Autokartograph von R. Hugershoff und Doppelprojektor von M. Gasser — scheint der Verfasser noch nicht zu kennen. Von dem Stereoplanigraph wird übrigens gesagt, daß er 1918 von C. Pulfrich angegeben worden sei.

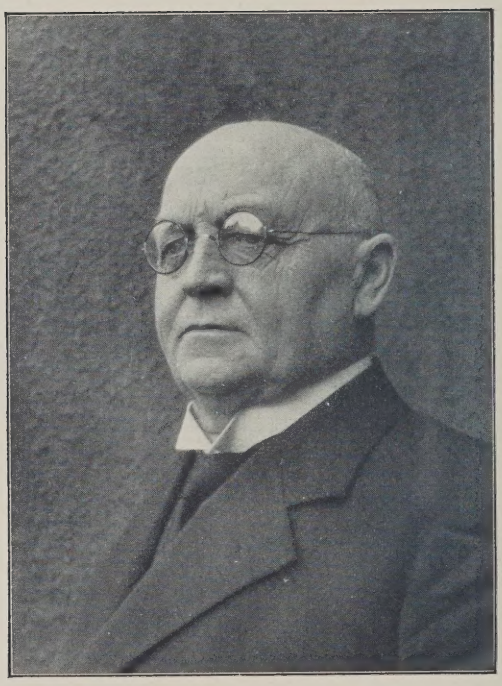
Die Luftphotogrammetrie wird nur an zwei Stellen kurz erwähnt. Das beigefügte Literaturverzeichnis ist in bezug auf deutsche Schriften ungenügend.

Wenn man das Büchlein durchblättert, so hat man den Eindruck, daß es — abgesehen vielleicht von der Erwähnung des Stereoplanigraphen — vor dem Kriege geschrieben worden ist. *P. Werkmeister.*

Nachdruck verboten.

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.





C. Pulfrich.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. **E. Kohlschütter** in Potsdam, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel** in Jena, Prof. Dr. **F. Weidert** in Berlin-Zehlendorf, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLVII. Jahrgang. **Dezember 1927.** Zwölftes Heft.

Carl Pulfrich.

Von
F. Löwe in Jena.

Am 12. August wurde der älteste wissenschaftliche Mitarbeiter der Firma Carl Zeiss, Prof. Dr. Carl Pulfrich, das Opfer eines tragischen Unfalls; er geriet durch den Landwind mit einem Paddelboote in den Bereich stärkerer Wellen und ertrank. Alle, die ihm nahestanden, sind noch heute von dem unvermuteten Tode dieses lebensprühenden Neunundsechzigers erschüttert, der um seine geistige und körperliche Frische und um seine Arbeitskraft und -freude von manchem hätte beneidet werden können.

Carl Pulfrich war in Burscheid im bergischen Lande als ältester Sohn eines Lehrers, dessen weiten geistigen Horizont und gesellige Gaben er gern rühmte, am 24. September 1858 geboren. Sein Studium der Physik, Mathematik und Mineralogie beschloß er in Bonn mit dem Examen für den höheren Schuldienst und 1881 mit der Promotion; das Thema seiner Doktorarbeit lautete: „Photometrische Untersuchungen über Absorption des Lichtes in isotropen und anisotropen Medien". Erst dann genügte er, ebenfalls in Bonn, seiner Militärpflicht, er zeichnete sich als guter Schütze und später als forscher Zugführer aus. Nach einjähriger Tätigkeit als Probandus am Gymnasium in Essen kehrte er auf Aufforderung seines Lehrers Prof. Clausius als Assistent an das Physikalische Institut zu Bonn zurück, wo er sich für das Fach der Experimentalphysik habilitierte. 1889 trat an Clausius Stelle Heinrich Hertz, den er als Menschen ebenso hoch einschätzte wie als Physiker, und dessen Schwägerin Mathilde Doll er 1892 als Gattin heimführte.

Durch die Konstruktion eines Refraktometers zur Messung der Lichtbrechung von Krystallen, Gläsern und Flüssigkeiten, von dem sein Buch handelte: „Das Totalreflectometer und das Refractometer für Chemiker" Leipzig 1890 bei W. Engelmann, hatte er Ernst Abbes Aufmerksamkeit erregt, und dieser gewann ihn Ende 1890 als Mitarbeiter für Carl Zeiss' optische Werkstätte. Damit gab Pulfrich seine Stellung als Privatdozent auf, in der er an der gemeinsamen Arbeit mit seinen Doktoranden viel Freude gehabt hatte. In Jena wurde ihm die Abteilung für optische Meßinstrumente übertragen, die, von Abbe stammend, zum Teil noch fertig auszubilden waren: Dickenmesser, Komparator, Fokometer, Dilatometer, Abbes Refraktometer für Flüssigkeiten und das Krystallrefraktometer, diesen fügte er 1895 sein eigenes „Refraktometer für Chemiker" in einer vollkommneren Form hinzu, das seitdem einer Generation von Chemikern als „der Pulfrich" bekannt ist. Aus dem universellen Abbeschen Refraktometer entwickelte er durch die Berührung mit dem Nahrungsmittelchemiker R. Wollny das Butterrefraktometer und das Milchfettrefraktometer, und später, merk-

würdigerweise zunächst für ozeanographische Studien, das Eintauchrefraktometer, das dann seinen Weg in die chemischen und klinischen Laboratorien fand. Mit einem Vortrage über das Eintauchrefraktometer zum Nahrungsmittelchemikertage in Jena im September 1899 schloß er seine Beschäftigung mit den optischen Meßinstrumenten im wesentlichen ab. Den genannten mehr konstruktiven Arbeiten parallel gingen mühsame, z. T. nur nachts ausführbare Experimental-Untersuchungen mit dem Dilatometer über die thermische Ausdehnung von Gläsern, deren Frucht die neuen hitzebeständigen Gerätegläser des Jenaer Glaswerkes Schott und Genossen waren, sowie eine neue Form des Dilatometers, der Interferenzmeßapparat. Nach jahrelangen Versuchen auf einem anderen Gebiete der Optik, dem des räumlichen Sehens, führte er 1899 auf dem deutschen Naturforschertage in München ein fertiges Modell des ursprünglich von H. de Grousilliers geplanten, von E. Abbe theoretisch vervollkommneten Raumbildentfernungsmessers vor, dessen eigenartige Zick-Zack-Skala, die so sehr zur leichteren Auffassung des Raumbildes beiträgt, Pulfrichs Werk ist. Der Polarforscher F. Nansen sprach nach Pulfrichs Vortrag ihm seine besondere Anerkennung für die experimentell so gut begründete und so zweckmäßig ausgeführte Konstruktion des Entfernungsmessers aus, dessen Bedeutung für topographische und militärische Aufgaben der erfahrene Forschungsreisende sofort erkannte. Während im Raumbildentfernungsmesser die von zwei Objektiven entworfenen Zwischenbilder zu einem Raumbild vereinigt und mit den Meßmarken der festen Skala oder mit einer einzigen „wandernden“ Marke verglichen werden, zog Pulfrich in dem wenige Jahre später vollendeten Stereokomparator das Raumbild zur Ausmessung heran, das aus zwei photographischen Halbbildern, z. B. zwei Negativen von Sternaufnahmen, entsteht, wenn man sie mit einem schwachen binokularen Mikroskop betrachtet. Die Astronomen genossen mit Entzücken den wunderbaren Eindruck, den die im Stereokomparator aus der fernen Ebene der Fixsterne heraustretende wandernde Marke auf sie machte, die der Beobachter auf das vorn schwebende Bild eines Planeten hin marschieren ließ; und Pulfrich selbst unterwarf die Gestalt des Mondes und die Höhe seiner Gebirge der stereophotogrammetrischen Messung; in diesem Zusammenhang muß auch des Heidelberger Astronomen Prof. M. Wolf gedacht werden, der jahrelang als astronomischer Berater Pulfrich zur Seite stand und durch eigene Messungsreihen zahlreiche Planetoiden mit dem Stereokomparator entdeckt hat. Von größter Bedeutung wurde die Ausdehnung der stereoskopischen Meßkunst auf die Landesvermessung. Mit unvergleichlicher Sicherheit betrat Pulfrich das ihm als Physiker völlig fernliegende Gebiet der Photogrammetrie, schuf neue Phototheodolite von unerhörter Präzision, verbesserte den Stereokomparator und vollendete schließlich ein in den Grundzügen von E. v. Orel stammendes automatisches Meßgerät, den Stereoautographen, in gemeinsamer Arbeit mit v. Orel und mit Heranziehung wertvoller konstruktiver Kräfte aus dem Betriebe der Firma Carl Zeiss. Durch Pulfrichs Formeln und Vorschriften war so ein gänzlich neues Verfahren der Landesvermessung geschaffen, das sich im Krieg und Frieden bewährt hat, die Stereophotogrammetrie mit fester Basis. Um die neuen Methoden der photographischen Aufnahme des Geländes und der zeichnerischen Auswertung der Ablesungen, die der Stereo-Komparator liefert, unabhängig von deren allmählichem Eindringen in die Lehrpläne der technischen Hochschulen zu verbreiten, hielt Pulfrich zusammen mit seinem damaligen Assistenten, Herrn Dipl.-Ing. F. Schneider, fünf Ferienkurse ab, die den Teilnehmern, Vermessungsbeamten, Markscheidern, Professoren der Geodäsie und Offizieren nicht weniger Anregung brachten als ihm selbst. Erst nach dem Kriege gelang es, das schwierigste Vermessungsproblem zu lösen, die stereoskopische Kartierung auch auf Flugzeugaufnahmen auszudehnen,

die mit dem Bauersfeldschen Stereoplanigraphen ausgeführt wird. — Pulfrichs Leistungen auf dem Gebiete der Stereoskopie sind um so bewundernswerter, als er seit dem ersten Jahrzehnt unseres Jahrhunderts auf einem Auge fast erblindet war und die Wunder des räumlichen Sehens nicht mehr genießen konnte. In seine sozusagen einäugige Zeit fällt die Erfindung der erstmalig von F. Fertsch richtig gedeuteten „kreisenden" Marke, die Pulfrich als Meßprinzip für die Photometrie ungleichfarbiger Felder bekannt gemacht und verwendet hat. Von dieser Bereicherung der heterochromen Photometrie handelt seine Schrift: „Die Stereoskopie im Dienste der Photometrie und Pyrometrie" Berlin 1923 bei Julius Springer. Wie Pulfrich sich etwa 1900 von den optischen Meßinstrumenten zurückgezogen hatte, um sich ganz der Stereoskopie zu widmen, so verließ er knapp 22 Jahre später das Gebiet der Photogrammetrie, um auf einem anderen Felde der physiologischen Optik die Früchte langjähriger, zum Teil weit zurückliegender Studien zu ernten, auf dem Gebiete der Photometrie und der Farbenlehre. Einer Anregung von außen folgend vertiefte er sich in die Ostwaldsche Farbenlehre und machte sich mit Ostwalds Farbenprüfapparaten vertraut. Die Sonderaufgabe, sehr geringe Mengen „schwarz in weiß" also sehr kleine Graugehalte weißer Farbtöne, etwa von Anstrichfarben oder Papieren zu bestimmen, führte ihn zur Verwendung der quadratischen sich symmetrisch verengenden Blende als Schwärzungsmittel von idealer Neutralität; diese Meßblende, die an sich als Aubertsche Blende bekannt war, lieferte, allerdings nur in äußerst präziser Ausführungsform, die nicht sogleich gefunden wurde, das längst mit anderen Einrichtungen (Polarisatoren, Graukeile aller Art) vergeblich gesuchte Hilfsmittel, um sehr geringe Lichtmengen, etwa die von schwarzem Sammet, oder von schwarzem Leder zurückgeworfenen, mit der Genauigkeit zu messen, die dem in diesem Gebiete außerordentlich fein abgestuften Empfindungsvermögen des Auges entspricht. Pulfrich erkannte mit großer Freude, daß die von ihm nun als „Stufenblende" bezeichnete quadratische Photometerblende im Gebiete der kleinsten wahrnehmbaren Helligkeiten allen anderen Photometrier-Einrichtungen überlegen ist und richtete die Meßschraube so ein, daß man an ihr die Werte unter $1\,^0/_0$ noch auf $0{,}1\,^0/_0$ genau ablesen kann, d. h. daß die Messung kleinster Helligkeiten den Empfindungsstufen des Auges angepaßt ist. Mit diesem Photometerprinzip rüstete er sein „Stufenphotometer" als Farbmesser, als Trübungsmesser und Kolloidometer sowie als Kolorimeter aus und gab damit allen denen ein neues, zuverlässiges und leicht verständliches Meßgerät in die Hand, die sich mit photometrischen Messungen in auffallendem und im durchfallenden Lichte (Schwärzungsmessungen), mit kolorimetrischen und tintometrischen Aufgaben, mit der quantitativen Auswertung der von der Heraeusschen Analysenlampe erzeugten Fluoreszenz fester, pulverförmiger und flüssiger Präparate, mit Farbmessungen in der Textilindustrie (z. B. der Teppichfabrikation) oder von technisch wichtigen Ölen, Paraffinen, von Bier und Wein und schließlich von Körperflüssigkeiten wie Harn für gerichtliche und diagnostische Zwecke zu beschäftigen haben. Die vielen Anerkennungen aus den genannten Kreisen und die fast monatlich neuen Anregungen, die ihn häufiger als je veranlaßten, durch Reisen selbst Einblick in die technischen Laboratorien zu nehmen, erfüllten ihn mit immer neuer Schaffensfreude. Manche stille Stunde widmete er, namentlich nach dem Verlust seiner treuen Lebensgefährtin, am Schreibtisch der Mitarbeit an einem großen physikalischen Sammelwerke; nie hat man von ihm einen Hinweis auf sein Alter gehört, er fühlte sich jung und war in geselligem Kreise oft als Ältester der Lebhafteste. Auch an äußeren Ehren fehlte es ihm nicht. Das preußische Kultusministerium verlieh ihm den Professortitel, die Technische Hochschule zu München ernannte ihn als Begründer der Stereophoto-

grammetrie zum Dr. ing. e. h. und die Kaiserliche Akademie deutscher Naturforscher zu Halle (die alte Leopoldina) wählte ihn zu ihrem Mitgliede.

So wird Pulfrichs Bild allen, die das Glück hatten, mit diesem aufrichtigen und treuen Kollegen, dem trefflichen Patrioten, dem tiefschürfenden Fachgenossen und dem erfolgreichen Erfinder zusammen zu leben, als das eines durch seine Tätigkeit bis ins hohe Alter glücklichen Mannes vor Augen stehen.

Zusammenstellung der Arbeiten von Carl Pulfrich,

einschließlich derjenigen Arbeiten anderer Autoren, die unter seiner Mitwirkung entstanden sind.

E. Ketteler, Experimentaluntersuchung über den Zusammenhang zwischen Refraktion und Absorption des Lichtes. *Ann. d. Physik u. Chemie* **12**. *S. 481. 1881.*

C. Pulfrich, Photometrische Untersuchungen über Absorption des Lichtes in isotropen und anisotropen Medien. Inaug.-Diss., Bonn 1881.

— Photometrische Untersuchung über Absorption des Lichtes in anisotropen Medien. *Ztschr. f. Krystallogr.* **6**. *S. 142. 1881.*

— Photometrische Untersuchungen über Absorption des Lichtes in isotropen und anisotropen Medien. *Ann. d. Physik u. Chemie* **14**. *S. 177. 1881.*

E. Ketteler und C. Pulfrich, Photometrische Untersuchungen. *Ann. d. Physik u. Chemie* **15**. *S. 337. 1882.*

C. Pulfrich, Entgegnung auf die Abhandlung des Herrn V. v. Lang: Bestimmung der Brechungsquotienten einer konzentrierten Cyaninlösung. *Ann. d. Physik u. Chemie* **16**. *S. 335. 1882.*

— Über die elastische Nachwirkung eines Kautschukschlauches und deren Einfluß auf die Konstante. *Ann. d. Physik u. Chemie* **28**. *S. 87. 1886.*

— Über die Totalreflexion an doppelbrechenden Krystallen. *Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. Beil* **5**. *S. 167. 1887.*

— Ein neues Totalreflektometer (I. Mitteilung). *Ann. d. Physik u. Chemie* **30**. *S. 193* und *diese Zeitschr.* **7**. *S. 16. 1887.*

— Das Krystallrefraktoskop, ein Demonstrationsinstrument. *Ann. d. Physik u. Chemie* **30**. *S. 317. 1887.*

— Das Totalreflektometer und seine Verwendbarkeit für weißes Licht (II. Mitteilung). *Ann. d. Physik u. Chemie* **30**. *S. 487* und *diese Zeitschr.* **7**. *S. 55. 1887.*

— Das Totalreflektometer (III. Mitteilung). *Ann. d. Physik u. Chemie* **31**. *S. 724* und *diese Zeitschrift.* **7**. *S. 392. 1887.*

— Einfluß der vorderen Prismenfläche bei der Wollastonschen Methode auf den Neigungswinkel der Grenzlinie gegen die Vertikale. *Ann. d. Physik u. Chemie* **31**. *S. 734. 1887.*

— Ein neues Refraktometer besonders zum Gebrauch für Chemiker eingerichtet. *Diese Zeitschr.* **8**. *S. 47. 1883.*

J. Norrenberg, Über Totalreflexion an doppelt brechenden Krystallen. Inaug.-Diss., Bonn; *Ann. d. Physik u. Chemie* **24**. *S. 843. 1888.*

A. Mülheims, Über eine neue Art der Achsenwinkelmessung und über die Bestimmung von Brechungsexponenten nach der Methode der Totalreflexion. Inaug.-Diss., Bonn; siehe auch *Zeitschr. für Krystallographie* **13**. *1888.*

C. Pulfrich, Ein experimenteller Beitrag zur Theorie des Regenbogens und der überzähligen Bogen. *Ann. d. Physik u. Chemie* **33**. *S. 194. 1888.*

— Über eine dem Regenbogen verwandte Erscheinung der Totalreflexion. *Ann. d. Physik u. Chemie* **33**. *S. 209. 1888.*

Prof. Budde und Dr. Pulfrich, R. J. E. Clausius, Nekrolog. *Excerpt minutes of proceedings of the institution of the civil engineers, London, Vol. XCVI, 6 Seiten; Session 1888—89. Part. II.*

C. Pulfrich, Untersuchung über die Lichtbrechungsverhältnisse des Eises und des unterkühlten Wassers, nebst einem Anhang, die Polarisationsverhältnisse der Grenzkurven der Totalreflexion betreffend. *Ann. d. Physik u. Chemie* **34**. *S. 326. 1888.*

— Mitteilung, das Totalreflektometer betreffend. *Ann. d. Physik u. Chemie* **36**. *S. 561. 1889.*

— Über das Brechungsvermögen von Mischungen zweier Flüssigkeiten. *Ostwalds Zeitschr. f. physikal. Chemie* **4**. *1889.*

L. Buchkremer, Über die bei Mischen von zwei Flüssigkeiten stattfindende Volumenänderung und deren Einfluß auf das Brechungsvermögen. Inaug.-Diss., Bonn; *Zeitschr. f. physikal. Chemie* **6**. *S. 161. 1890.*

C. Pulfrich, Über das Totalreflektometer und das Refraktometer für Chemiker, ihre Verwendung in der Krystalloptik und zur Untersuchung der Lichtbrechung von Flüssigkeiten. Habilitationsschrift, Bonn 1888—1890.

M. Planck-Berlin und C. Pulfrich-Bonn, Herausgabe des dritten Bandes der mechanischen Wärmetheorie von Rudolph Clausius. Braunschweig 1890.

C. Pulfrich, Über den Einfluß der Temperatur auf die Lichtbrechung des Glases. *Wied. Ann.* **55.** *S. 609. 1892.*

— Über einige von Prof. Abbe konstruierte Meßapparate für Physiker. *Diese Zeitschr.* **12.** *S. 307. 1892.*

O. Schott, Über die Ausdehnung von Gläsern und über Verbundglas. Vortrag, geh. im Verein zur Beförderung des Gewerbefleißes, Berlin 1892.

C. Pulfrich, Über Dispersionsbestimmung nach der Totalreflexionsmethode. *Diese Zeitschr.* **13.** *S. 267. 1893.*

— Beitrag zu Winkelmanns Handbuch der Physik. 1. Auflage: Die dioptrischen Methoden zur Bestimmung von Brechungsindizes und deren Ergebnisse. **2.** *S. 302. 1893.*

— Über das Abbe-Fizeausche Dilatometer. *Diese Zeitschr.* **13.** *S. 365, 401 und 437. 1893.*

— Colorimeter mit Lummer-Brodhunschem Prismenpaar. *Diese Zeitschr.* **14.** *S. 210. 1894.*

— Über eine neue Spektroskop-Konstruktion. *Diese Zeitschr.* **14.** *S. 354. 1894.*

— Universalapparat für refraktometrische und spektrometrische Untersuchungen. *Diese Zeitschr.* **15.** *S. 389. 1895; Journ. d. Phys.* **5.** *1896.*

— Ein neues Refraktometer. *Ostwalds Zeitschr. f. physikal. Chemie* **18.** *1895.*

— Spezialthermometer nach Wollny zum Butterrefraktometer. *Pharmazeut. Zentralblatt* **31.** *S. 433. 1895.*

— Über ein Verfahren zur Untersuchung der Durchbiegung von Rohren. *Diese Zeitschr.* **16.** *S. 197. 1897.*

E. Reimerdes, Untersuchungen über die Ausdehnung des Quarzes durch die Wärme. Inaug.-Diss., Jena 1896.

C. Pulfrich, Über den Einfluß der Temperatur auf die Lichtbrechung der Metalle. *Ann. d. Physik u. Chemie* **59.** *S. 671. 1896.*

J. O. Reed, Über den Einfluß der Temperatur auf die Brechung und Dispersion einiger Gläser und Krystalle. Inaug.-Diss., Jena 1897. Siehe auch *Wiedemanns Ann.* **65.** *S. 707. 1898.*

C. Pulfrich, Apparat zur Demonstration des Fizeauschen Phänomens. *Diese Zeitschr.* **17.** *S 239. 1897.*

— Bemerkungen zu dem Referat „Eine neue Form von Flüssigkeitsprismen ohne feste Wände". *Diese Zeitschr.* **17.** *S. 253 u. S. 29. 1898.*

— Hilfseinrichtung für die Erzeugung eines konstant temperierten Warmwasserstromes. *Diese Zeitschrift.* **18.** *S. 49. 1898.*

— Über einen Natriumbrenner für Laboratoriumszwecke. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 52. 1898.*

— Über einige Neueinrichtungen an dem Doppelprisma des Abbeschen Refraktometers und über die von der Firma Zeiss hergestellten Refraktometer dieser Art. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 107. 1898.*

— Über einen Interferenzmeßapparat. *Diese Zeitschr.* **18.** *S. 261. 1898.*

— Über ein Vergleichsspektroskop für Laboratoriumszwecke. *Diese Zeitsckr. 18. S. 381. 1898.*

— Über die Anwendbarkeit der Methode der Totalreflexion auf kleine und mangelhafte Krystallflächen. *Zeitschr. f. Krystallographie* **30.** *S. 568* und *diese Zeitschr.* **19.** *S. 4. 1899.*

— Bemerkungen zu der Kompensationsmethode des Herrn A. E. Tutton und über die Verwendung von Quarz als Vergleichskörper bei dilatometrischen Messungen. *Zeitschr. f. Krystallographie* **31.** *S. 372. 1899.*

— Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn C. Leiss zu der Abhandlung: Über die Anwendbarkeit der Methde der Totalreflexion auf kleine und mangelhafte Krystallflächen. *Diese Zeitschr.* **19.** *S. 79. 1899.*

— Über ein neues Refraktometer mit veränderlichem brechenden Winkel. *Diese Zeitschr.* **19.** *S. 335. 1899.*

— Über den stereoskopischen Entfernungsmesser. Vortrag, geh. auf der Naturforscher-Versammlung in München am 19. September 1899. *Physikal. Zeitschr.* **1.** *S. 98. 1900.*

— Vergleichsspektroskop für Farbentechniker. *Diese Zeitschr.* **20.** *S. 299. 1900.*

— Über einen Neigungsmesser. *Diese Zeitschr.* **21.** *S. 205. 1901.*

— Über einige stereoskopische Versuche. *Diese Zeitschr.* **21.** *S. 221. 1901.*

— Über eine Prüfungstafel für stereoskopisches Sehen. *Diese Zeitschr.* **21.** *S. 249. 1901.*

— Neue Form des Wernickeschen Flüssigkeitsprismas. *Diese Zeitschrift* **22.** *S. 41. 1902.*

C. Pulfrich, Über neuere Anwendungen der Stereoskopie und über einen hierfür bestimmten Stereo-Komparator. *Diese Zeitschrift* **22**. *S. 65, 133, 178, 229. 1902.*

— Herstellung telestereoskopischer Landschaftsaufnahmen mit Hilfe einer gewöhnlichen Stereokammer. *Photograph. Zentralblatt* **8**. *S. 513. 1902.*

— Auffindung eines neuen Planeten 1899 mit Hilfe des Stereo-Komparators. *Astron. Nachr.* **159**. *Nr. 3797. 1902.*

— Bemerkungen, telestereoskopische Meteoraufnahmen betreffend. *Astron Nachr.* **159**. *Nr. 3805. 1902.*

— Über die bis jetzt mit dem Stereo-Komparator auf astronomischen Gebiete erhaltenen Versuchsergebnisse. Vortrag, geh. auf der astron. Vers. Göttingen, 5. Aug. 1902. *V. J. S. d. Astron. Gesellsch.* **37**. *S. 211. 1902.*

— Über die Konstruktion von Höhenkurven und Plänen auf Grund stereophotogrammetrischer Messungen mit Hilfe des Stereo-Komparators. *Diese Zeitschr.* **23**. *S. 43. 1903.*

— Neue stereoskopische Methoden und Apparate für die Zwecke der Astronomie, Topographie und Metronomie. I. Teil. 69 S. J. Springer, Berlin 1903.

— Über eine neue Art der Herstellung topographischer Karten und über einen hierfür bestimmten Stereo-Planigraphen. *Diese Zeitschr.* **23**. *S. 133. 1903.*

— Über einen Versuch zur praktischen Erprobung der Stereophotogrammetrie für die Zwecke der Topographie. *Diese Zeitschr.* **23**. *S. 317. 1903.*

— Über die Anwendung des Stereo-Komparators für die Zwecke der topographischen Punktbestimmung. *Diese Zeitschr.* **24**. *S. 53. 1904.*

— Über die Nutzbarmachung des Stereo-Komparators für den monokularen Gebrauch und über ein hierfür bestimmtes monokulares Vergleichsmikroskop. *Diese Zeitschr.* **24**. *S. 161. 1904.*

— Über einen Apparat zur Messung der Kimmtiefe. *Diese Zeitschr.* **24**. *S. 225. 1904.*

— Bericht über die auf der Naturforscher-Versammlung in Breslau am 20. Sept. 1904 gehaltenen Vorträge: Ein neuer Apparat zur Messung der Kimmtiefe; Ein neuer zerlegbarer Theodolit und Phototheodolit; Die stereophotogrammetrische Küstenvermessung vom Schiff aus; Eine neue Art der Vergleichung photographischer Sternaufnahmen. *Astron. Nachr.* **166**. *Nr. 3971; Verhandl. d. Deutschen Physikal. Ges.* **6**. *S. 255; Physikal. Zeitschr.* **5**. *S. 656. 1904.*

— Über die stereoskopische Betrachtung eines Gegenstandes und seines Spiegelbildes. *Diese Zeitschr.* **25**. *S. 93. 1905.*

— Kritische Bemerkungen über neuere Methoden der Entfernungsbestimmung der Fixsterne. *Astron. Nachr.* **168**. *Nr. 4013. S. 68. 1905.*

— Neue stereoskopische Versuche, insonderheit Demonstration der durch die Erweiterung des Objektivabstandes hervorgerufenen spezifischen Wirkung der Zeissschen Doppelfernrohre. *Diese Zeitschr.* **25**. *S. 233. 1905.*

— Beitrag zu Winkelmanns Handbuch der Physik, II. Aufl.: Die Hilfsmittel und die dioptrischen Methoden zur Messung der Brechungsindices fester, flüssiger und gasförmiger Körper. **2**. *S. 583. 1906.*

— Über ein neues Verfahren der Körpervermessung. *Archiv f. Optik.* **1**. *S. 42. 1907.*

— Über ein Verfahren zur direkten Ermittlung der Horizontalprojektion der Ziellinie nach einem nicht notwendig zugänglichen Punkte. *Diese Zeitschr.* **27**. *S. 329. 1907.*

F. Neuffer, Die Portée-Ermittelung bei Schießversuchen gegen die See. *Mitt. a. d. Geb. d. Seewesens, Pola.* **35**. *Nr. 12. 1907.*

C. Pulfrich, Über einige Neueinrichtungen für Längen- und Kreisteilungen mit Mikroskop-Ablesung. *Diese Zeitschr.* **27**. *S. 369. 1907.*

— Über Stand-Phototheodolite und deren Gebrauch am Bord eines Schiffes. *Diese Zeitschr.* **28**. *S. 72. 1908.*

— Über die Ausmessung stereophotogrammetrischer Küstenaufnahmen vom Schiff aus. *Diese Zeitschrift.* **28**. *S. 317. 1908.*

— Neue stereoskopische Methoden und Apparate. I. bis XXIII. Abschnitt. J. Springer, Berlin 1909. 205 S.

— Über die Nutzbarmachung des Stereo-Komparators für photometrische und spektrographische Messungen und für die Messung von Sterngrößen. *Diese Zeitschr.* **30**. *S. 1. 1910.*

— Beitrag für die Encyclopaedia Britannica: *The Stereoscop.* London 1910.

— Über den Gebrauch der von mir angegebenen Hilfsmittel für die Kartierung bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen. *Internat. Archiv f. Photogrammetrie,* **2**. *S. 75. 1910.*

C. Pulfrich, Stereoskopisches Sehen und Messen, mit einem Literaturverzeichnis der Arbeiten über Stereoskopie etc. seit 1900. Gustav Fischer, Jena 1911.

— Das Stereo-Mikrometer, ein Apparat zur Demonstration der Wirkungsweise des Stereo-Komparators. *Internat. Archiv f. Photogrammetrie*, **2**. *S. 149. 1911.*

— Über eine einfache Vorrichtung zur Demonstration der Kurven gleicher Parallaxe. *Diese Zeitschrift.* **32**. *S. 113. 1912.*

— Über die Konstruktion der Lage und der Höhe eines Punktes nach stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit gleichmäßig nach links oder rechte verschwenkten horizontalen Achsen. *Diese Zeitschr.* **32**. *S. 261 u. 281. 1912.*

— Über ein neues Spiegel-Stereoskop. *Diese Zeitschr.* **32**. *S. 337 u. 365. 1912.*

— Über Stereophotogrammetrie. *Die Naturwissenschaften.* **1**. *S. 279. 1913.*

— Über Veränderungen auf dem Monde. *Astron. Nachr.* **194**. *Nr. 4634. 1913* und *diese Zeitschr.* **33**. *S. 136. 1913.*

— Die drehbare wandernde Marke. *Diese Zeitschr.* **34**. *S. 221. 1914.*

— Der Photo-Kaleidograph, ein Apparat zur Herstellung von kaleidoskopischen Bildern. *Die Umschau.* **18**. *Nr. 31. 1914.*

— Über einige Verbesserungen des Kartierungs-Verfahrens bei stereophotogrammetrischen Arbeiten. (Als Manuskript gedruckt, 1916.)

— Ein neuer Freihand-Winkelmesser. *Diese Zeitschr.* **39**. *S. 201. 1919.*

— Die Anforderungen der Stereophotogrammetrie an die Länge der Standlinie und an die Genauigkeit der Standlinienmessung. (Als Manuskript gedruckt, 1916.)

— Die mikrometrische Ermittlung von Standlinien und Strecken (Karten-Entfernungen) und die hierfür erforderlichen Apparate und Hilfseinrichtungen. (Als Manuskript gedruckt, 1916.)

— Über die Abhängigkeit des Abstandsfehlers bei trigonometrischen Dreiecksberechnungen von der Größe der Dreieckswinkel und von der Art ihrer Messung und über die rechnerische Ermittlung der Koordinaten eines Punktes auf Grund einer stereophotogrammetrischen Aufnahme mit beliebig gerichteten horizontalen Achsen. (Als Manuskript gedruckt, 1917.)

— Raumbildmeßgeräte für stereoskopische Röntgenaufnahmen. *Diese Zeitschr.* **38**. *S. 17. 1918.*

— Ein- und zweikreisiges Krystall-Goniometer mit Einrichtungen für die Untersuchung kleiner und mangelhafter Krystallflächen. *Diese Zeitschr.* **40**. *S. 212. 1920.*

— Über Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen und die ihr dienenden Instrumente. Gustav Fischer, Jena 1919.

— Neue Form des Abbeschen Demonstrations-Mikroskops und über einige mit ihm angestellte Versuche. *Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie u. f. mikroskop. Technik* **38**. *S. 264. 1921.*

— Die Stereoskopie im Dienste der Photometrie und Pyrometrie. Julius Springer, Berlin 1923.

— Über die durch Drehung der Polarisationsebene in einer senkrecht zur Achse geschliffenen Quarzplatte hervorgerufenen Farben. *Diese Zeitschr.* **44**. *S. 261. 1924.*

— Über ein als Schwärzungsmesser, Kolorimeter, Nephelometer und Vergleichsmikroskop verwendbares neues Photometer, das den Empfindungsstufen des Auges tunlichst angepaßt ist. *Licht u. Lampe, 1925.*

— Über ein den Empfindungsstufen des Auges tunlichst angepaßtes Photometer, Stufenphotometer genannt, und über seine Verwendung als Farbmesser, Trübungsmesser, Kolloidometer, Kolorimeter und Vergleichsmikroskop. *Diese Zeitschr.* **45**. *S. 35; 61; 109. 1925.*

— Über einen Zusatzapparat zum Stufenphotometer, der zur bequemeren Ermittelung des Farbtones einer Farbvorlage dient, und daran anschließend Forderung eines gleichabständigen Farbenkreises. *Diese Zeitschr.* **45**. *S. 521. 1925.*

— Neue Apparate für Faserprüfungen: Die Faserprüflupe und das Faser-Prüf- und Vergleichs-Mikroskop. *Diese Zeitschr.* **46**. *S. 533. 1926.*

— Hilfsmittel und dioptrische Methoden zur Messung der Brechungsindices fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Handbuch der Physikal. Optik. **1**. 1926.

Über die Verwendung von Entzerrungsgeräten zur kartographischen Darstellung von geneigtem Gelände aus Flugzeugaufnahmen.

Von
Dipl.-Ing. **Claus Aschenbrenner** in München.
(Mitteilung aus dem Betrieb der Photogrammetrie G.m.b.H. München.)

Flugzeugaufnahmen von einem Gelände, welches eine horizontale Ebene darstellt, sind ähnliche Bilder desselben, wenn die optische Achse der Aufnahmekammer im Moment der Aufnahme lotrecht war. Durch einfache Vergrößerung oder Verkleinerung einer solchen Aufnahme kann das Gelände in einem beliebigen vorgegebenen Maßstab abgebildet werden. War die optische Achse der Aufnahme nicht lotrecht, so kann mittels eines Entzerrungsgerätes durch optische Transformation in bekannter Weise durch Neigung der Bildebene zur Projektionsebene ebenfalls die Aufnahme in eine dem Gelände ähnliche Abbildung von vorgegebenem Maßstab übergeführt werden Über die Gesetzmäßigkeiten dieser optischen Transformation wurde mehrfach auch in dieser Zeitschrift berichtet[1]). Die Möglichkeit, aus Flugzeugaufnahmen durch optische Transformation zu einer Karte zu gelangen, ist aber nicht auf horizontales Gelände beschränkt. Auch gegen die Horizontale geneigte Ebenen lassen sich durch optische Transformation in Karten, d. h. in Abbildungen, welche der Orthogonalprojektion des Geländes auf die horizontale Ebene ähnlich sind, überführen. Diese Möglichkeit erhellt aus zwei bekannten Lehrsätzen der Geometrie der Lage, nämlich 1. daß zwei ebene Felder, welche zu einem dritten in kollinearer Verwandtschaft stehen, auch unter sich kollinear verwandt sind und 2. daß zwei kollinear verwandte ebene Felder im allgemeinen in perspektive Lage gebracht werden können[2]).

In dem Falle der Aufnahme einer gegen die Horizontale geneigten Ebene ist diese letztere einerseits mit der Karte kollinear verwandt, sie ist nämlich zu derselben affin, da sich die unendlich fernen Geraden beider Ebenen entsprechen, andererseits ist sie ebenfalls mit der photographischen Aufnahme, dem Bild, kollinear verwandt da dieses durch Zentralprojektion aus ihr hervorgegangen ist. Mithin ist also auch das Bild zur Karte kollinear verwandt und kann zu dieser in perspektive Lage gebracht werden, d. h. das Bild kann theoretisch durch eine einzige optische Transformation in die Karte übergeführt werden. Die näheren Bedingungen für diese optische Transformation sowie die Frage, inwieweit diese Transformation auch praktisch realisierbar ist, soll der Gegenstand der folgenden Untersuchung sein.

Während es sich bei der Entzerrung von Aufnahmen horizontalen Geländes darum handelt, zwei projektiv verwandte ebene Felder in perspektive Lage zu bringen, welche bei der Aufnahme schon in perspektiver Lage waren, ist die Aufgabe der Entzerrung (d. i. Überführung in eine Karte) geneigter Ebenen insofern verwickelter, als Bild und Karte bei der Aufnahme nicht in perspektiver Lage waren. Die Untersuchung der geometrischen Beziehungen, welche die perspektive Lage von Bild und Karte bei geneigtem Gelände charakterisieren, sei nun das nächste Ziel.

---

[1]) O. v. Gruber, Die perspektiven und optischen Verhältnisse bei der Entzerrung von Fliegerbildern. *Diese Zeitschr.* **42.** *S. 161—173. 1922.* — C. Aschenbrenner, Über ein halbautomatisches Entzerrungsgerät für den praktischen topographischen Gebrauch. *Diese Zeitschr.* **45.** *S. 333—353. 1925.*

[2]) Ein Beweis für diesen Lehrsatz findet sich z. B. in Reye, Die Geometrie der Lage und Rohn und Papperitz, Lehrbuch der darstellenden Geometrie.

I. Die geometrischen Zusammenhänge.

Zur Vereinfachung der Ausdrucksweise sei im folgenden stets unter „Gelände" eine gegen die Horizontale geneigte Ebene verstanden, unter „Karte" die Abbildung dieses Geländes in der üblichen Weise auf eine horizontale Ebene, unter „Bild" die durch die Photographie erzeugte Zentralprojektion des Geländes. Für unsere Betrachtung wollen wir ferner in der Regel stillschweigend annehmen, daß das Gelände ähnlich auf den Maßstab der Karte reduziert sei, so daß also die Karte eine Orthogonalprojektion des Geländes auf die Horizontalebene darstellt.

Wir wollen nun zunächst einige wichtige

Sonderfälle

untersuchen, um dann erst auf die Behandlung des allgemeinsten Falles überzugehen.

a) Bild und Karte sind zueinander affin.

Dieser Fall tritt ein, wenn die Bildebene zum Gelände parallel ist. In Bild und Karte entsprechen sich die unendlich fernen Geraden. Bild und Karte können nur dann in perspektive Lage gebracht werden, wenn der Durchmesser eines Kreises in einer der beiden Ebenen größer oder gleich der kleinen, und kleiner oder gleich der großen Achse der ihm in der anderen Ebene entsprechenden Ellipse ist[1]). Selbst wenn diese Bedingung für die Möglichkeit der perspektiven Lage erfüllt ist, kann sie für eine optische Transformation nicht benützt werden, da das Zentrum der Projektion für affine Felder im Unendlichen liegt. Es kann jedoch in jedem Falle das Bild auch optisch in die zu ihm affine Karte übergeführt werden, wenn man sich des schon von Scheimpflug angegebenen Kunstgriffes bedient, mehrere im Endlichen liegende Zentralprojektionen nacheinander auszuführen. Dieses Verfahren ist jedoch praktisch so gut wie bedeutungslos, weil es nicht ohne weiteres möglich ist, den Einpaßvorgang stetig zu verfolgen, vielmehr wird durch die Einschaltung eines oder mehrerer Zwischenbilder die Einführung metrischer Methoden (Rechnung oder graphische Konstruktion) notwendig. Gerade die unmittelbare visuelle Verfolgung des Einpaßvorganges ist aber ein Hauptvorteil der Entzerrungsmethode, weshalb hier auch nur solche Transformationen näher erörtert werden sollen, welche durch einen einmaligen Projektionsvorgang erzielt werden können.

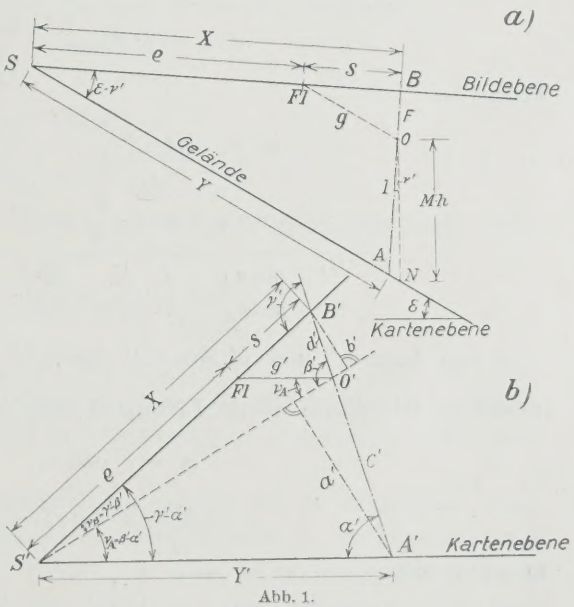


Abb. 1.

b) Bildebene und Gelände schneiden sich in einer horizontalen Geraden.

Dieser Fall ist besonders leicht zu überblicken, weil in diesem Fall die Schnittgerade von Bild und Gelände gleichzeitig auch die Achse der Perspektivität zwischen Bild und Karte ist. Denn wegen des affinen Zusammenhanges von Gelände und Karte

[1]) Hierüber siehe z. B. Reye, Aufl. IV, II. Bd., *S. 62.*

bildet jede horizontale Gerade des Geländes mit der ihr entsprechenden Geraden in der Karte ein Paar kongruenter homologer Punktreihen. Mithin ist die horizontale Schnittgerade von Bild und Gelände auch mit der ihr entsprechenden Geraden in der Karte kongruent, sie ist also Perspektivitätsachse auch für Bild und Karte. Abb. 1 veranschaulicht die geometrischen Verhältnisse für diesen Sonderfall. Die Teilfiguren a) und b) geben die perspektive Lage von Bild und Gelände bzw. von Bild und Karte in einem senkrecht zu der Schnittlinie S von Bild und Gelände geführten Schnitt. In Anlehnung an die in den unter 1. zitierten Arbeiten angewandte Bezeichnungsweise ist

ν' die Nadirdistanz der Aufnahme,
$M \cdot h$ die Flughöhe im Kartenmaßstab,
F die Brennweite der Aufnahmekammer,
f die Brennweite des Entzerrungsobjektivs,
O das perspektive Zentrum der Aufnahme,
O' das perspektive Zentrum der Entzerrung,
B der Bildhauptpunkt,
ε der Neigungswinkel der Geländeebene gegen die Horizontale,
Fl die Fluchtlinie,
l die vom Gelände auf dem Hauptstrahl BO abgeschnittene Länge OA,
N der Nadirpunkt.

Die übrigen Bezeichnungen sind aus der Abbildung ohne weiteres verständlich.

Bei perspektiver Lage von Bild und Karte (Teilbild b) muß das Streckenverhältnis auf dem Hauptstrahl dem beim Aufnahmevorgang gleich sein, also

$$c' : d' = l : F = \lambda = \frac{M \cdot h}{F} \cdot \frac{\cos \varepsilon}{\cos (\varepsilon - \nu')}. \qquad 1)$$

Ferner ist

$$\sin \nu_A = \sin \beta' \frac{c'}{Y'},$$

$$\sin \nu_B = \sin \beta' \frac{d'}{X},$$

$$\frac{\sin \nu_A}{\sin \nu_B} = \frac{c'}{d'} \cdot \frac{X}{Y'} = \frac{M \cdot h}{F} = n = \lambda \frac{\cos (\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}. \qquad 2)$$

Die Lote a' und b' von A' bzw. B' auf die Mittelebene des Entzerrungsobjektives O' müssen dessen Linsengleichung erfüllen; also $\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f}$; da ferner

$$a' = Y' \cdot \sin \nu_A,$$

$$b' = X \cdot \sin \nu_B = \frac{X}{n} \cdot \sin \nu_A,$$

so ergibt sich

$$\frac{1}{Y' \sin \nu_A} + \frac{n}{X \sin \nu_A} = \frac{1}{f};$$

hieraus

$$\sin \nu_A = f\left(\frac{1}{Y'} + \frac{n}{X}\right) = \frac{f}{F} \frac{\sin (\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}, \qquad 3)$$

$$\sin \nu_B = \frac{\sin \nu_A}{n} = \frac{f}{n \cdot F} \frac{\sin (\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}.$$

Wir können nunmehr die Einstellgrößen des Entzerrungsgerätes ganz analog dem Fall horizontalen Geländes wie folgt berechnen:

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{a' + b'}{Y' \cos \nu_A - X \cos \nu_B} = \left[\left(1 + \frac{\frac{\cos(\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}}{n}\right) : \left(1 - \frac{\frac{\cos(\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}}{n'}\right)\right] \cdot \operatorname{tg} \nu_A, \quad 4)$$

worin

$$n' = \frac{\cos \nu_A}{\cos \nu_B} \quad 5)$$

ist.

$$d' = X \cdot \frac{\sin \nu_B}{\sin \beta'} = \frac{f}{\sin \beta'}\left(1 + \frac{\frac{\cos(\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}}{n}\right), \quad 6)$$

$$c' = \lambda \cdot d' = d' \frac{n}{\frac{\cos(\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}}, \quad 7)$$

$$\alpha' = \beta' - \nu_A, \quad 8)$$

$$\gamma' = \beta' + \nu_B. \quad 9)$$

Um also aus den Daten der Aufnahme, nämlich F, $M \cdot h$, ν' und ε die Einstellgrößen α', β', γ', c' und d' zu ermitteln, berechnet man zuerst aus den Gleichungen 2), 3) und 5) die Hilfsgrößen n, n', ν_A und ν_B und mit diesen dann aus den Gleichungen 4), 6), 7), 8), 9) die Einstellgrößen α', β', γ', c' und d'. Macht man durch Drehung der Bild- und Kartenebene um die Perspektivitätsachse S' (Abb. 1b) den Winkel $\gamma' = 90^0$, so entspricht diese Stellung einer Aufnahme der als horizontales Gelände gedachten Kartenebene mit einer fiktiven Neigung (ν'), definiert durch die Beziehung

$$\cos(\nu') = \frac{s}{g'} = \frac{\cos(\varepsilon - \nu')}{\cos \varepsilon}, \quad 10)$$

und einer fiktiven Brennweite (F), definiert durch

$$(F) = g' \cdot \sin(\nu') = F \sin(\nu') \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\varepsilon - \nu')}. \quad 11)$$

Da ferner λ für den wirklichen und den fiktiven Aufnahmefall gleich sein muß, erhält man als fiktive Flughöhe

$$(M \cdot h) = (F)\,\lambda \cos(\nu') = M \cdot h \sin(\nu') \frac{\cos \varepsilon}{\sin(\varepsilon - \nu')}. \quad 12)$$

Durch Einführung dieser fiktiven Werte (ν'), (F) und $(M \cdot h)$, welche nach den Gleichungen 10) bis 12) aus den Daten der Aufnahme berechnet werden können, können die Einstellgrößen nach den Formeln für die Entzerrung horizontaler Ebenen gerechnet werden.

Die Deutung von (ν') als Neigungswinkel hat jedoch nur so lange einen Sinn, als $\nu' < 0$ ist, d. h. solange als die Bildebene zur Horizontalen im entgegengesetzten Sinn geneigt ist, wie die Geländeebene. Für $\nu' > 0$, also bei gleichsinniger Neigung beider Ebenen, wird $\cos(\nu') > 1$, (ν') ist also nicht mehr reell und $\sin(\nu')$ wird imaginär. Ebenso wird auch (F) und $(M \cdot h)$ dann imaginär und verliert seine Deutbarkeit als Aufnahmebrennweite bzw. Flughöhe.

Im speziellen Falle $\nu' = 0$ wird auch $(\nu') = 0$ und gleichzeitig $(F) = 0$. In diesem Falle wird $\sin \nu_A$ und $\sin \nu_B$ unbestimmt $\left(= \frac{0}{0}\right)$, kann also aus dem fiktiven Aufnahmevorgang nicht berechnet werden.

Schließlich sei noch der Verkantung eine kurze Betrachtung gewidmet. Unter Verkantung versteht man bekanntlich den Winkel $\varkappa$, welchen eine Parallele zur Fluchtlinie mit einer durch die innere Orientierung der Aufnahme gegebenen Achse der Bildabszissen einschließt. In dem betrachteten Fall, nämlich wenn Bildebene und Gelände sich in einer horizontalen Geraden schneiden, ist die Fluchtlinie der Geländeebene zu der der Kartenebene (Horizontalebene) parallel, die Verkantung der Bildebene bei perspektiver Lage zur Karte ist also die gleiche wie die bei perspektiver Lage zum Gelände (d. i. im Moment der Aufnahme).

Allgemeiner Fall.

Im allgemeinen Fall schneiden sich Bildebene und Gelände in einer gegen die Horizontale geneigten Geraden, daher ist auch die Fluchtlinie gegen die Horizontale geneigt. Im Gegensatz zu dem vorhin betrachteten Fall sind also die Schnittgerade von Bildebene und Gelände und ihr Bild in der Karte keine kongruenten homologen

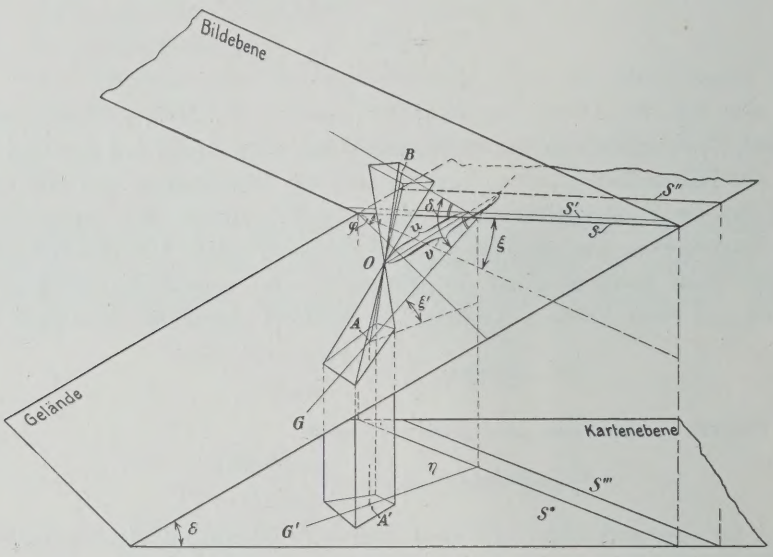


Abb. 2.

Punktreihen mehr, sondern sie sind nur einander ähnlich. Da nun in kollinearen ebenen Feldern, die nicht ähnlich und nicht affin sind, nur je eine Schar paralleler Gerader bzw. ähnlich sind, während alle diese Schar schneidenden Geraden zu ihren entsprechenden in projektiver Beziehung stehen, so folgt, daß die Perspektivitätsachse von Bild und Karte zu der von Bild und Gelände (bzw. deren Projektion in die Karte) parallel sein muß.

Abb. 2 zeigt die geometrischen Verhältnisse. Es bedeutet darin ξ den Neigungswinkel der Schnittlinie S von Bildebene und Gelände, S^* die Projektion von S in die Karte, S' die Perspektivitätsachse von Bild und Karte in der Bildebene, S'' dieselbe im Gelände, S''' dieselbe in der Karte. Die Strecken u und v, welche von S' und S'' auf einer Geraden durch O abgeschnitten werden, verhalten sich wie homologe Abschnitte auf S und S^*, also

$$u : v = \cos \xi .$$

Aus der Figur folgt ferner unmittelbar, daß der Geraden G in der Bildebene, welche durch den Bildhauptpunkt geht und auf der Perspektivitätsachse bzw. der Fluchtlinie

senkrecht steht, in der Karte eine Gerade G' entspricht, welche mit der Perspektivitätsachse einen von 90^0 verschiedenen Winkel η einschließt. Dadurch unterscheidet sich der allgemeine Fall am augenfälligsten von allen bisher betrachteten Fällen. Denn diese — nämlich horizontales Gelände und geneigtes Gelände bei horizontaler Fluchtlinie — sind dadurch charakterisiert, daß jedem rechten Winkel im Bild, dessen einer Schenkel (bzw. dessen rückwärtige Verlängerung) durch den Bildhauptpunkt geht und dessen anderer Schenkel der Fluchtlinie parallel ist, in der Karte wieder ein rechter Winkel entspricht. D. h. bei perspektiver Lage von Bild und Karte liegt die Gerade, welche den Bildhauptpunkt mit dem Projektionszentrum verbindet, in einer zur Fluchtlinie senkrechten Ebene. Im allgemeinen Fall dagegen liegt diese Gerade schräg zur Fluchtlinie.

Es sei nun

- ε die Neigung des Geländes gegen die Horizontale,
- ν' die Nadirdistanz der Aufnahmerichtung, d. i. die Neigung der Bildebene gegen die Horizontale,
- ϑ die Azimutdifferenz der Fallinien von Gelände und Bildebene,
- δ der Neigungswinkel zwischen Bildebene und Gelände,
- ξ der Neigungswinkel der Schnittlinie von Gelände und Bildebene gegen die Horizontale,
- ξ' der Neigungswinkel einer Senkrechten zu dieser Schnittlinie in der Geländeebene gegen die Horizontale,
- φ der Winkel der Schnittlinie von Bildebene und Gelände mit einer horizontalen Geraden in der Geländeebene,
- η der Winkel in der Kartenebene, in welchen der in der Geländeebene gelegene rechte Winkel an der Schnittgeraden abgebildet wird.

Durch Anwendung bekannter Sätze aus der analytischen Geometrie des Raumes ergibt sich bei gegebenem ε, ν' und ϑ zunächst der Neigungswinkel zwischen Bild und Geländeebene zu

$$\cos\delta = \sin\varepsilon \sin\nu' \cos\vartheta + \cos\varepsilon \cos\nu' \qquad 13)$$

und ferner

$$\cos\varphi = (1 - \operatorname{tg}\nu' \cos\vartheta \operatorname{cotg}\varepsilon) : \operatorname{tg}\nu' \sqrt{\operatorname{cotg}^2\varepsilon + \frac{1 - 2\operatorname{tg}\nu' \cos\vartheta \operatorname{cotg}\varepsilon}{\operatorname{tg}^2\nu'} + \sin^2\vartheta}. \qquad 14)$$

$$\sin\xi = \sin\varepsilon \sin\varphi, \qquad 15)$$

$$\sin\xi' = \sin\varepsilon \cos\varphi, \qquad 16)$$

$$\sin\eta = \frac{\cos\varepsilon}{\cos\xi \cos\xi'}. \qquad 17)$$

Nach Ermittlung dieser Hilfsgrößen, welche sich unmittelbar aus der gegebenen gegenseitigen Lage von Bild-, Gelände- und Kartenebene ergeben, können wir an die Diskussion der perspektiven Beziehungen gehen.

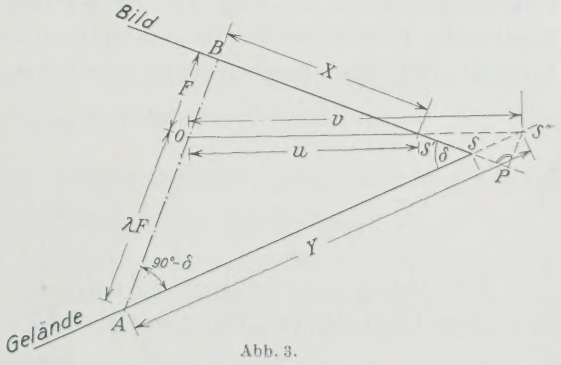


Abb. 3.

a) Perspektive Lage von Bild und Gelände.

Abb. 3 veranschaulicht die geometrischen Verhältnisse. Wie schon erwähnt, ist das Verhältnis $\frac{u}{v} = \cos\xi$.

Weiter ist

$$Y = \frac{F(\lambda + 1)}{\sin\delta} + S\,S''$$

$$S\,S'' = \frac{S''\,P}{\sin\delta} = F\,\frac{v - u}{u \sin\delta} = F\,\frac{1 - \cos\xi}{\cos\xi\,\sin\delta};$$

hieraus

$$Y = F\frac{\lambda\cos\xi + 1}{\cos\xi\,\sin\delta}, \qquad 18)$$

$$X = Y\cos\delta - S'S = Y\cos\delta - X\frac{1 - \cos\xi}{\cos\xi} = F\,\mathrm{cotg}\,\delta\,(\lambda\cos\xi + 1). \qquad 19)$$

b) Perspektive Lage von Bild und Karte (s. Abb. 4).

Wie aus Abb. 2 abzulesen ist, ist bei perspektiver Lage von Bild und Karte der Abstand $A'S'''$ gleich

$$Y' = Y\cos\xi'\sin\eta, \qquad 20)$$

während der Abstand $BS' = X$ derselbe bleibt wie bei perspektiver Lage von Bild und Gelände. Das Verhälfnis $\frac{c'}{d'}$ ist jedoch nicht gleich λ, wie bei der Aufnahme, es

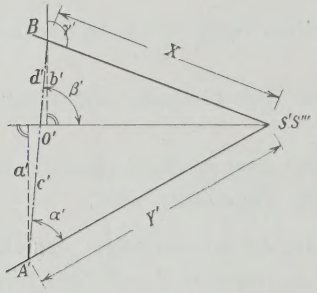


Abb. 4.

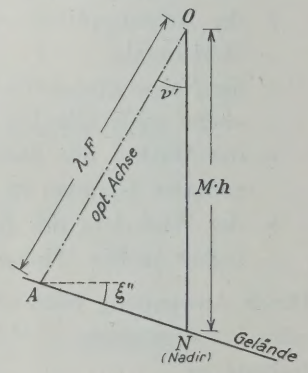


Abb. 5.

wird vielmehr

$$\frac{c'}{d'} = \lambda\cos\xi. \qquad 21)$$

Infolge der schon erörterten Schräglage der Geraden $BO'A'$ gegenüber der Perspektivitätsachse S''' sind bei perspektiver Lage von Bild und Karte der Bildhauptpunkt B und das Projektionszentrum O' um einen Betrag Δ in Richtung der Perspektivitätsachse gegeneinander verschoben, der sich berechnet aus der Beziehung

$$\Delta : Y\cos\xi'\cos\eta = \frac{d'}{c' + d'};$$

hieraus ergibt sich unter Berücksichtigung von 21)

$$\Delta = F\frac{\cos\xi'\cos\eta}{\cos\xi\,\sin\delta}. \qquad 22)$$

Um analog den früheren Formeln das Verhältnis λ durch F und $M \cdot h$ auszudrücken, lesen wir aus dem Dreieck OAN (Abb. 5) die Beziehung ab

$$\frac{M \cdot h}{\lambda \cdot F} = \frac{\cos(\nu' - \xi'')}{\cos\xi''}.$$

In dieser Formel bedeutet ξ'' den Neigungswinkel der Geraden, welche die Lotebene durch OA in der Geländeebene ausschneidet. Für ξ'' gilt die Beziehung

$$\mathrm{tg}\,\xi'' = \mathrm{tg}\,\varepsilon\cos\vartheta.$$

Damit ergibt sich

$$\frac{M \cdot h}{\lambda F} = \cos \nu' + \sin \nu' \operatorname{tg} \varepsilon \cos \vartheta ; \tag{23}$$

also

$$\lambda = \frac{M \cdot h}{F} \frac{\cos \varepsilon}{\cos (\varepsilon - \nu') - \sin \nu' \sin \varepsilon (1 - \cos \vartheta)} . \tag{24}$$

Die Berechnung der Einstellgrößen erfolgt nunmehr ganz analog wie bei dem früher behandelten Spezialfall.

Es ist

$$\frac{\sin \nu_A}{\sin \nu_B} = n = \frac{c'}{d'} \frac{X}{Y'} = \lambda \cos \xi \frac{F \operatorname{cotg} \delta (\lambda \cos \xi + 1) \cos \xi \sin \delta}{F \cos \xi' \sin \eta (\lambda \cos \xi + 1)} ;$$

hieraus durch Einsetzen von 24)

$$n = \frac{M \cdot h}{F} \cdot \frac{\cos^3 \xi \cos \delta}{\cos (\varepsilon - \nu') - \sin \nu' \sin \varepsilon (1 - \cos \vartheta)} , \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned} \sin \nu_A &= f \left(\frac{1}{Y'} + \frac{n}{X} \right) = \frac{f}{F} \frac{\cos^2 \xi \sin \delta}{\cos \varepsilon} \\ \sin \nu_B &= \frac{\sin \nu_A}{n} = \frac{f}{n F} \frac{\cos^2 \xi \sin \delta}{\cos \varepsilon} \end{aligned}\right\} , \tag{26}$$

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{Y' \sin \nu_A + X \sin \nu_B}{Y' \cos \nu_A - X \cos \nu_B} = \left[\left(1 + \frac{\frac{\cos \delta \cos^2 \xi}{\cos \varepsilon}}{n} \right) : \left(1 - \frac{\frac{\cos \delta \cos^2 \xi}{\cos \varepsilon}}{n'} \right) \right] \operatorname{tg} \nu_A , \tag{27}$$

worin

$$n' = \frac{\cos \nu_A}{\cos \nu_B} \tag{28}$$

bedeutet.

$$d' = \frac{f}{\sin \beta'} \left(1 + \frac{\frac{\cos \delta \cos^2 \xi}{\cos \varepsilon}}{n} \right) , \tag{29}$$

$$c' = \lambda \cos \xi \cdot d' = d' \frac{n}{\frac{\cos \delta \cos^2 \xi}{\cos \varepsilon}} , \tag{30}$$

$$\alpha' = \beta' - \nu_A , \tag{31}$$

$$\gamma' = \beta' + \nu_B . \tag{32}$$

Zu den nach den Formeln 27), 29) bis 32) berechneten Einstellgrößen α', β', γ', c' und d' kommt noch die nach Formel 22) berechnete Querverschiebung Δ von Bildhauptpunkt und Entzerrungsobjektiv.

II. Die notwendigen Freiheitsgrade der Einstellung.

Nachdem nun die geometrischen Beziehungen für alle Fälle klargelegt sind, können daraus die für die Einstellung des Entzerrungsgerätes notwendigen und hinreichenden Freiheitsgrade abgeleitet werden. Als willkürliche Größen des Aufnahmevorganges haben wir

1. die Verkantung $\varkappa$,
2. die Nadirdistanz ν' der optischen Achse,
3. die Flughöhe h,
4. die Brennweite F der Aufnahmekammer.

Die Größen 1—3 ändern sich bei jeder Aufnahme, müssen also bei jedem Entzerrungsvorgang Berücksichtigung finden; die Größe 4 muß berücksichtigt werden können, weil es im Interesse des Anwendungsbereiches eines Entzerrungsgerätes notwendig ist, daß es nicht nur für eine einzige Aufnahmekammer verwendbar ist. Als gegebene Größen können wir den Kartenmaßstab M und die Brennweite f des Entzerrungsobjektives betrachten. Ferner möge nicht unerwähnt bleiben, daß eine weitere unabhängige Variable des Aufnahmevorganges vorliegt, nämlich das Azimuth der Nadirdistanz. Diese Größe möge jedoch bei allen unseren Betrachtungen unberücksichtigt bleiben, weil sie beim Einpassen auf orientierte Kartenunterlagen ohne weiteres eliminiert wird, im übrigen aber auf die perspektiven Beziehungen von Bild und Karte ohne Einfluß ist.

Bei geneigtem Gelände treten als weitere unabhängige Variable dazu

5. der Neigungswinkel ε zwischen Gelände und Horizontalebene,
6. die Azimutdifferenz ϑ zwischen den Fallinien von Bildebene und Gelände.

Da wir gesehen haben, daß die Variable ε durch Einführung fiktiver Größen (F), $(M \cdot h)$ und (ν') eliminiert werden kann, d. h. mit denselben Einstellmöglichkeiten berücksichtigt werden kann wie die Größen 1—4, bleiben als notwendige und hinreichende Freiheitsgrade der Einstellung für den allgemeinen Fall 5 übrig. Für den Fall horizontalen Geländes genügen vier Freiheitsgrade, diese sind jedoch auch notwendig.

Bei der Entzerrung einer Serie von Aufnahmen ebenen Geländes, welche mit der gleichen Kammer gemacht wurden, unterscheiden sich die einzelnen Aufnahmen nur in den Größen 1—3, während 4, nämlich die Aufnahmebrennweite, für die ganze Serie gleichbleibt. Ist nun das Entzerrungsgerät so konstruiert daß es die Aufnahmebrennweite als Einstellgröße enthält, so genügen für eine solche Serie drei Freiheitsgrade, man kann also mit drei Einstellungen für jede Aufnahme auskommen.

Wir betrachten nun den konstruktiven Charakter der festgestellten notwendigen Freiheitsgrade und fragen uns nach der Ausführungsform von Entzerrungsgeräten, welche für die verschiedenen Fälle geeignet sein sollen. Als einfachste Form betrachten wir ein Entzerrungsgerät vom Typ der „optischen Bank". Dieser Typ ist charakterisiert dadurch, daß die Richtung Bildhauptpunkt—Objektivmittelpunkt, kurz Projektionsgerade genannt, bei allen Einstellungsveränderungen unverändert beibehalten wird. Bild-, Objektiv- und Kartenebene sind um drei parallele, die Projektionsgerade senkrecht schneidende Achsen kippbar. Ferner sind diese drei Achsen gegeneinander beliebig verschiebbar, auch ist die Bildebene um den Bildhauptpunkt in ihre Ebene verdrehbar (Verkantungseinstellung). Diese Anordnung enthält vier Freiheitsgrade, nämlich die Verkantung, den Kippwinkel zweier Ebenen gegen die Projektionsgerade und den Abstand zweier Achsen. Der Kippwinkel der dritten Ebene und der Abstand der dritten Achse folgen aus der Scharfabbildungsbedingung. Bei dieser Anordnung kreuzt die Perspektivitätsachse die Projektionsgerade stets senkrecht, sie genügt also nur dem Fall, wo die Neigungsrichtung der Geländeebene mit der der Bildebene gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist, nicht aber dem allgemeinen Fall, in welchem die Neigungsrichtung der Bildebene gegen die Geländeebene beliebig verdreht sein kann. Für den allgemeinen Fall müßte dieser Typ mit einem weiteren fünften Freiheitsgrad ausgestattet werden, so daß die Perspektivitätsachse die Projektionsgerade auch schräg kreuzen kann, also etwa dadurch, daß die Projektionsgerade in der die drei Kippachsen enthaltenden Ebene gedreht werden kann, z. B. durch Einführung einer Verschiebungsmöglichkeit des Bildes oder des Objektives in Richtung seiner

Kippachse oder durch Einführung je einer weiteren Drehmöglichkeit für mindestens zwei der drei kippbaren Ebenen.

Die Anzahl der notwendigen Freiheitsgrade ergibt sich übrigens auf anderem Wege auch rein aus der Tatsache der allgemeinen kollinearen Verwandtschaft von Bild und Karte: Zwei kollineare Felder können bekanntlich dadurch aufeinander bezogen werden, daß einem gegebenen Viereck des einen Feldes ein beliebiges Viereck des zweiten Feldes zugeordnet wird. Da nun ein Viereck fünf unabhängige Bestimmungsstücke enthält, so folgt, daß die allgemeine kollineare Zuordnung fünf Freiheitsgrade besitzt.

III. Anwendung auf bestehende Ausführungsformen von Entzerrungsgeräten.

Die bekannt gewordenen nicht automatischen Formen von Entzerrungsgeräten lassen sich zumeist auf den Typ der „optischen Bank" zurückführen. Wie schon erörtert, sind sie für den allgemeinen Fall nur dann geeignet, wenn sie entweder außer der Kippmöglichkeit der drei Ebenen um parallele Achsen noch je eine weitere Drehmöglichkeit für mindestens zwei Ebenen vorsehen oder statt dessen eine gegenseitige Verschiebung von Bild und Objektiv in Richtung der Kippachsen zulassen. Von den in Deutschland zurzeit gebräuchlichen Geräten dieser Art genügt, soweit bekannt, keines diesen Anforderungen. In größeren Betrieben haben die neuerdings konstruierten automatischen Geräte der Firmen Photogrammetrie G.m.b.H. München[1]) und Zeiss, Jena, die alten Geräte verdrängt. Diese neuen Geräte sind mit Mechanismen ausgestattet, welche einige oder alle der zwischen den Einstellmöglichkeiten bestehenden Bedingungsgleichungen einhalten und dadurch den Einpaßvorgang weitgehendst vereinfachen. Beide Geräte wurden in einer Abhandlung von O. v. Gruber „Über den Bau von Entzerrungsgeräten"[2]) vergleichend beschrieben. Diese Gegenüberstellung enthält jedoch mehrere Unrichtigkeiten, weshalb hier die Konstruktion beider Geräte nochmals behandelt werden soll.

Beide Geräte besitzen vier Freiheitsgrade der Einstellung, die jedoch verschieden verteilt sind. Die Einstellgrößen sind beim Gerät der Photogrammetrie G.m.b.H.:

1. Verkantung,
2. Kippung der Kartenebene,
3. Abstand der Kippachsen und
4. Brennweite der Aufnahmekammer bzw. ein daraus abgeleiteter Wert.

Beim Gerät der Firma Zeiss:

1. Verkantung,
2. Kippung der Kartenebene,
3. Abstand der Kippachsen und
4. Kippung der Objektivebene.

Diese Verschiedenheit in der Anordnung der Freiheitsgrade wirkt sich folgendermaßen aus: Die praktisch weitaus überwiegende Anwendung des Entzerrungsverfahrens beschränkt sich auf den Spezialfall von Aufnahmeserien, die mit derselben Kammer in annähernd gleicher Flughöhe von einem nahezu horizontalen Gelände gemacht

[1]) C. Aschenbrenner, Das Entzerrungsgerät des Konsortiums Luftbild G.m.b.H.-Stereographik G.m.b.H. Modell 1926. Mitt. d. Konsortiums Luftbild-Stereographik München, jetzt Photogrammetrie G.m.b.H., II. Jahrg., Nr. 6.

[2]) O. v. Gruber, Über den Bau von Entzerrungsgeräten. *Zeitschr f. Bildmessung und Luftbildwesen 2. Jahrg., Heft 1.*

werden. Für solche Aufnahmeserien bleibt bei dem Gerät der Photogrammetrie die oben angeführte Einstellung 4. für alle Aufnahmen gleich, so daß zur Einpassung der einzelnen Aufnahmen nur je drei Einstellungen vorzunehmen sind. Beim Zeissschen Gerät dagegen ist die Einstellgröße 4. von 2. abhängig, es muß daher, wie v. Gruber ausführt, für jede Aufnahme zuerst eine rohe Einstellung vorgenommen werden und dann aus den abgelesenen Größen dieser angenäherten Einstellung die zugehörige Größe 4. aus einer Tabelle entnommen und eingestellt werden. Erst danach kann die Feineinstellung vorgenommen werden.

Das Gerät der Photogrammetrie G.m.b.H. ist von vornherein nur auf den praktisch wichtigsten Fall horizontalen Geländes zugeschnitten, während für das Zeisssche Gerät in der erwähnten Abhandlung v. Grubers die Möglichkeit, auch geneigtes Gelände zu entzerren, ausdrücklich in Anspruch genommen wird. Dies geschieht allerdings zu Unrecht, weil v. Gruber irrtümlich annimmt, daß dem allgemeinen Fall mit vier Freiheitsgraden entsprochen werden kann, während dazu, wie im vorstehenden bewiesen wurde, fünf Freiheitsgrade nötig sind. Nur dann kann geneigtes Gelände mit einem Gerät von vier Freiheitsgraden entzerrt werden, wenn die Schnittlinie von Bildebene und Gelände horizontal verläuft. Dies ist der Fall, wenn entweder die Bildebene bei der Aufnahme horizontal liegt, also wenn die Nadirdistanz ν' der Aufnahme gleich Null ist, oder wenn die Neigungsrichtung von Bildebene und Gelände gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist, also wenn die Azimutdifferenz ϑ der Neigungsrichtung von Bildebene und Gelände gleich 0 bzw. 180^0 ist. In diesen Sonderfällen ermöglichen beide Geräte eine Einpassung, das Zeisssche Gerät, indem eine von der für horizontales Gelände ermittelten Objektivkippung abweichende Objektivkippung eingestellt wird, das Gerät der Photogrammetrie, indem die Brennweiteneinstellung geändert wird.

Es erhebt sich nun die Frage, ob die Erweiterung beider Geräte für den allgemeinen Fall, die sich durch Einführung einer Verschiebungsmöglichkeit von Bild und Objektiv in Richtung der Neigungsachsen erreichen ließe, praktisch nennenswerte Vorteile bringen würde. Horizontales Gelände stellt einen Gleichgewichtszustand der Erdoberfläche dar. Je größere Neigungen ein Gelände aufweist, desto stärker ist es den verschiedenen formverändernden Einflüssen ausgesetzt. Diese formverändernden Einflüsse, deren hervorragendster das fließende Wasser ist, greifen jedoch immer an einigen Stellen des Geländes bevorzugt an. Je größere Neigungen also in einem Gelände vorkommen, desto weniger wird es sich einer Ebene anschmiegen, mit anderen Worten, desto größere Höhenunterschiede werden gegen eine vermittelnd durch das Gelände gelegte Ebene auftreten. Je größer diese Höhenunterschiede gegen eine mittlere Geländeebene sind, desto größere Lagefehler verursachen sie in der Entzerrung, desto ungenauer wird also das durch den Entzerrungsvorgang gewinnbare kartographische Erzeugnis. Wenn man diese Ungenauigkeiten nicht in Kauf nehmen will, muß man sehr viele Ersatzebenen durch das Gelände legen, für jede dieser Ebenen müssen vier Paßpunkte der Lage nach bekannt sein und müssen je fünf Einstellungen im Entzerrungsgerät empirisch ermittelt werden. Mit bedeutendem Mehraufwand an Einpaßarbeit wird also ein doch noch ungenaues „Mosaik“ erzielt, so daß dieses Verfahren wohl nur in sehr seltenen Fällen wirtschaftlich gerechtfertigt werden kann. Verwendet man überdies, wie dies v. Gruber vorschlägt, geneigte Aufnahmen aus gekoppelten Systemen, so tritt es bei geneigtem Gelände leicht ein, daß sich die Aufnahme dem Falle der Affinität von Bild und Karte nähert, was zur Folge hat, daß sowohl der Neigungsbereich der drei Ebenen als auch der Bildwinkel des Objektivs leicht über-

schritten wird. Photographiert man z. B. mit einer Kammer von 20° Nadirdistanz gegen einen Hang vom Böschungsverhältnis 1 : 3, so ergeben sich für eine Aufnahmebrennweite von 21 cm, eine Entzerrungsbrennweite von 18 cm und $\frac{M \cdot h}{F} = 1$ für die drei Ebenen Neigungen von ca. 47° (!) gegen ihre Normallage, während das Projektionsobjektiv einen nutzbaren Bildwinkel von ca. 110° haben müßte. Man sieht hieraus, daß bei nennenswert geneigtem Gelände nicht nur der strenge Affinitätsfall, sondern auch demselben benachbarte Lagen praktisch nicht lösbar sind.

Aus allen hier angeführten Gesichtspunkten geht hervor, daß das Bedürfnis der Praxis nach Entzerrungsgeräten, welche den allgemeinen Fall zu berücksichtigen gestatten, nicht allzu groß sein kann.

Zusammenfassung.

Die geometrischen Verhältnisse bei der Überführung geneigter Geländeebenen in „Karten" aus Luftaufnahmen mit geneigten Bildebenen durch einmalige optische Transformation (Entzerrung) wurden für wichtige Sonderfälle und für den allgemeinen Fall klargelegt nnd Formeln entwickelt, um aus den Daten der Aufnahme die Einstellelemente des Entzerrungsgerätes zu berechnen. Es wurde ferner nachgewiesen, daß der allgemeine Fall geneigten Geländes Entzerrungsgeräte mit fünf Freiheitsgraden der Einstellung erfordert. Die beiden zurzeit bekannten Ausführungsformen von automatischen Entzerrungsgeräten wurden einer vergleichenden Würdigung hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit unterzogen mit besonderer Berücksichtigung einer Veröffentlichung O. v. Grubers, welche aus irrtümlichen Voraussetzungen irreführende Werturteile folgerte.

Über Hauptpunkt- und Bildweitenbestimmung aus Photogrammen.

Von

Prof. Dr. **Anton Hornoch**, Mont. Hochschule zu Sopron (Ungarn).

In *dieser Zeitschr. 47. S. 134—145. 1927* zeigte V. Theimer, wie man aus einem Photogramm die Lage des Hauptpunktes und die Größe der Bildweite ableiten kann, wenn die photographische Platte unter einem beliebigen Winkel gegen die Lotrichtung des Beobachtungsortes geneigt war. Vorausgesetzt wurde, daß die Horizontalwinkel zwischen den einzelnen Feldpunkten mit dem optischen Mittelpunkt der Kamera als Winkelscheitel, desgleichen die auf denselben Winkelscheitel bezogenen Höhenwinkel entweder in der Natur direkt gemessen, oder aber aus den Koordinaten gerechnet wurden. —

Nach dem von Theimer angegebenen Verfahren sind im Falle, wo die Neigung der Platte als bekannt vorausgesetzt wird, sechs, im allgemeinen Fall dagegen, wo diese unbekannt ist, sieben Punkte mit den dazugehörigen Winkeln notwendig, um die Aufgabe lösen zu können. — In der großen Zahl der erforderlichen Punkte liegt zweifellos eine wesentliche Einschränkung der Anwendbarkeit des erwähnten Verfahrens, abgesehen davon, daß die gesuchten Bestimmungsstücke erst durch langwierige, wenig übersichtliche Zwischenrechnungen erhalten werden. — Es möge als Würdigung des von Theimer aufgeworfenen Gedankens betrachtet werden, wenn im folgenden gezeigt wird, daß zur voraussetzungslosen Lösung der Aufgabe drei Punkte vollkommen genügen. Mit Hilfe dieser drei Punkte ist es möglich, nicht nur die Lage des Hauptpunktes und die Größe der Bildweite zu berechnen, sondern auch die Neigung der

Platte im Augenblicke der Aufnahme und die Lage der Bildhorizontalen auf der Platte zu bestimmen.

Wählen wir in Abb. 1 aus zeichnerischen Gründen das Positiv als die Bildebene B, deren unbekannte Neigung gegen die Lotrichtung mit σ bezeichnet wurde. — Es bedeute ferner C das Projektionszentrum, d. i. den optischen Mittelpunkt der Objektivlinse. Der Durchstoßpunkt O der aus C auf die Bildebene gefällten Normalen ist dann der gesuchte Hauptpunkt, die Länge $\overline{CO} = f$ dagegen die gesuchte Bildweite.

Die Projektionsstrahlen $\overrightarrow{CP_1}$, $\overrightarrow{CP_2}$ und $\overrightarrow{CP_3}$ nach den drei gegebenen Feldpunkten P_1, P_2 und P_3 sind durch die Horizontalwinkel δ_1 und δ_2, sowie durch die Vertikalwinkel φ_1, φ_2 und φ_3 gegeben. — Die Durchstoßpunkte dieser Projektionsstrahlen mit der Bildebene B liefern die drei Bildpunkte p_1, p_2 und p_3, deren gegenseitige Lage auf der Bildebene ebenfalls bekannt ist.

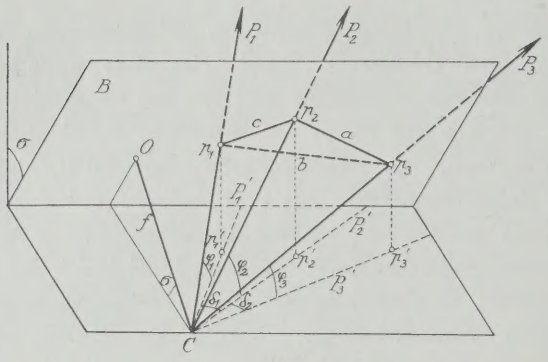


Abb. 1.

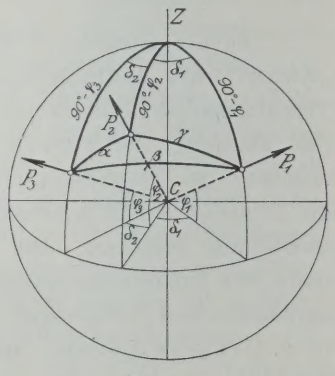


Abb. 2.

Da die Lage der drei Projektionsstrahlen im Raume gegeneinander eindeutig festgelegt wurde, ist dadurch auch die der Bildebene gegeben: man braucht nur die Bildebene so weit zu verdrehen und verschieben, bis die Punkte p_1, p_2 und p_3 der Bildebene auf die entsprechenden Projektionsstrahlen $\overrightarrow{CP_1}$, $\overrightarrow{CP_2}$ und $\overrightarrow{CP_3}$ zu liegen kommen. — Ist aber die Bildebene im Verhältnis zu den Projektionsstrahlen fixiert, so kann man darauf aus C die Normale fällen, somit die Lage von O und die Größe von f bestimmen. —

Zur rechnungsmäßigen Erfassung des Problems führen wir die zwischen den Projektionsstrahlen erscheinenden räumlichen Winkel α, β und γ, die sog. Positionswinkel, in unsere Berechnungen ein, die mit Hilfe der Winkel δ_1, δ_2 sowie φ_1, φ_2 und φ_3 bestimmt werden können. Schlägt man um den Punkt C eine Kugel mit der Längeneinheit als Halbmesser und verbindet man deren Durchstoßpunkte mit den einzelnen Projektionsstrahlen, so entsteht das in Abb. 2 gezeichnete Bild. — Aus den sphärischen Dreiecken P_1ZP_2, P_2ZP_3 und P_1ZP_3 erhalten wir durch Anwendung des sphär. Kosinussatzes:

$$\cos\gamma = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\delta_1$$
$$\cos\alpha = \sin\varphi_2 \sin\varphi_3 - \cos\varphi_2 \cos\varphi_3 \cos\delta_2$$
$$\cos\beta = \sin\varphi_1 \sin\varphi_3 - \cos\varphi_1 \cos\varphi_3 \cos(\delta_1 + \delta_2).$$

Verbindet man nun die Punkte p_1, p_2 und p_3 in Abb. 1 miteinander geradlinig, so ist die Ähnlichkeit dieser Aufgabe zum Problem des räumlichen Rückwärtseinschneidens offenkundig. — Der Unterschied besteht nur darin, daß hier die Lage des Punktes C gegeben und die der Ebene der drei Punkte zu suchen ist, während beim räumlichen Rückwärtseinschneiden die Ebene der drei Punkte bekannt und C der zu bestimmende ist.

Damit die Übereinstimmung eine vollständige sei, beziehen wir unsere Berechnungen auf die Bildebene selbst. — Wir wählen letztere als die xy-Ebene unseres Koordinatensystems (Abb. 3). Da die Lage der Bildhorizontalen vorläufig noch unbekannt ist, wird die x-Achse in der Bildebene beliebig angenommen. — Die auf dieses System bezogenen Koordinaten der Punkte p_1, p_2 und p_3 können durch direkte Abmessungen erhalten werden, wodurch auch die Längen a, b und c gegeben sind. Die Bestimmung der Koordinaten von C in bezug auf das gewählte Koordinatensystem entspricht vollkommen der Aufgabe des räumlichen Rückwärtseinschneidens, dessen Lösung als bekannt vorausgesetzt werden kann. Bemerkt sei nur, daß die unmittelbare Berechnung der Koordinaten von C, etwa wie von Hugershoff und Cranz[1]) angegeben wurde, der Berechnung mit Hilfe der Kantenlängen der Pyramide vorzuziehen wäre, da in diesem Falle die z-Koordinate von C die gesuchte Bildweite f, die x- und y-Koordinaten dagegen die Koordinaten des gesuchten Hauptpunktes O in bezug auf das gewählte Koordinatensystem unmittelbar angeben. Durch die Bestimmung des Hauptpunktes und der Bildweite ist aber die gestellte Aufgabe gelöst.

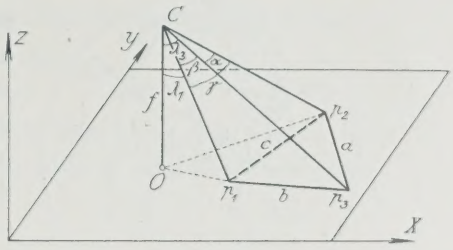


Abb. 3.

Sind nicht drei, sondern mehrere n Feldpunkte gegeben, so können wir mit Hilfe der überschüssigen Beobachtungen die wahrscheinlichsten Werte der Bildweite und des Hauptpunktes mit größerer Genauigkeit erhalten. Das Problem entspricht dann geometrisch dem mehrfachen Rückwärtseinschneiden im Raume, dessen Ausgleichung ebenfalls wiederholt angegeben wurde (vgl. Hugershoff-Cranz a. a. O. §§ 22—25).

Bemerkt sei nur, daß die Ausgleichung insofern eine Änderung bzw. Vereinfachung erfährt, daß man hier — zum Unterschied vom räumlichen Rückwärtsschneiden — berechtigt ist, die Positionswinkel als fehlerfrei anzusehen, besonders dann, wenn die Winkel mehrfach gemessen und ausgeglichen wurden. Denn selbst 15″ Fehler in der Winkelmessung würden bei 20 cm Bildweite erst rund $^1/_{50}$ mm in den Bildpunktskoordinaten ausmachen, welcher Betrag somit unter der auf Photogrammen möglichen Beobachtungsschärfe fällt. Die aus den überschüssigen Beobachtungen sich ergebenden Unterschiede sind somit lediglich als Folge der fehlerhaft bestimmten Bildpunktskoordinaten (die ja den Festpunktskoordinaten des Rückwärtsschneidens entsprechen) aufzufassen, und es sind daher die von Hugershoff und Cranz in § 24 erwähnten Gleichungen 7) allein anzuwenden. Bei der früher angegebenen Wahl des Koordinatensystems erhalten wir dann in der z Koordinate den wahrscheinlichsten Wert der Bildweite, in x und y dagegen die wahrscheinlichsten Werte der Koordinaten des Hauptpunktes.

Durch die erörterte Art des Ausgleichens

1. erreichen wir eine dem Wesen der Ausgleichsrechnung besser entsprechende Form, als die Anwendung der vermittelnden Beobachtungen auf scheinbar lineare Funktionen, bei welcher aber die Unbekannten voneinander nicht unabhängig sind;

2. können wir bereits bei vier Punkten Genauigkeitsbestimmungen der erhaltenen Werte vornehmen.

Will man noch die Neigung der Platte im Augenblicke der Aufnahme bestimmen, so brauchen wir nur die Winkel λ_1 und λ_3 (Abb. 3) berechnen, die die Normale auf

[1]) Grundlagen der Photogrammetrie aus Luftfahrzeugen. 1919. § 13. S. 60.

die Bildebene mit den zu p_1 und p_3 gehörigen Projektionsstrahlen einschließt. Aus der Abb. 3 folgt:

$$\operatorname{tg}\lambda_1 = \frac{\overline{Op_1}}{f} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\lambda_3 = \frac{\overline{Op_3}}{f},$$

wobei $\overline{Op_1}$ und $\overline{Op_3}$ nach der Ermittlung von O aus den Koordinaten erhalten werden. —

Sind λ_1 und λ_3 ermittelt, so kann die Lage der Normalen auch auf die Grundrißebene bezogen angegeben werden. Schlagen wir um das Projektionszentrum C wieder eine Kugel mit der Längeneinheit als Halbmesser, so erhalten wir in der Abb. 4 das sphärische Dreieck ZP_1P_3 mit den gegebenen Seiten $(90^0 - \varphi_3)$, $(90^0 - \varphi_1)$, β und dem gegebenen Winkel $\delta_1 + \delta_2$. Die Normale N auf die Bildebene schließt nun mit P_1 den Winkel λ_1, mit P_3 dagegen λ_3 ein. — Gesucht wird der Neigungswinkel σ der Normalen, sowie der Winkel τ, den N', die Projektion der Normalen auf die Horizontale mit P_3', der Grundrißprojektion von P_3 einschließt.

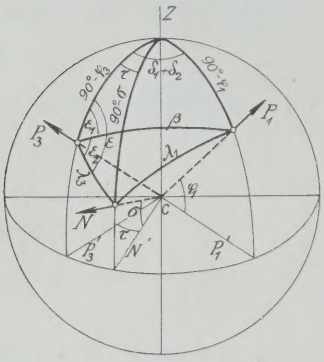


Abb. 4.

Zur Berechnung von σ und τ brauchen wir den Winkel ε im Dreieck ZP_3N. Dieser kann als die Summe von ε_1 und ε_2 ausgedrückt werden. Also

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

wobei ε_1 aus dem Dreieck ZP_1P_3 gerechnet wird:

$$\cos\frac{\varepsilon_1}{2} = \sqrt{\frac{\sin s_1 \sin[s_1 - (90^0 - \varphi_1)]}{\sin(90^0 - \varphi_3)\sin\beta}} \qquad \left(s_1 = \frac{(90 - \varphi_3) + (90 - \varphi_1) + \beta}{2}\right)$$

analog aus dem Dreieck P_1P_3Z:

$$\cos\frac{\varepsilon_2}{2} = \sqrt{\frac{\sin s_2 \sin(s_2 - \lambda_1)}{\sin\lambda_3 \sin\beta}} \qquad \left(s_2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \beta}{2}\right).$$

Ist ε bekannt, so rechnet man aus dem Dreieck P_3NZ:

$$\sin\sigma = \sin\varphi_3 \cos\lambda_1 - \cos\varphi_3 \sin\lambda_1 \cos\varepsilon.$$

Durch σ ist gleichzeitig der Betrag gegeben, mit welchen die Bildebene von der Lotrichtung abweicht.

Ferner ist durch

$$\sin\tau = \frac{\sin\lambda_3 \sin\varepsilon}{\cos\sigma}$$

der Wert τ bestimmt, welcher dem Horizontalwinkel zwischen der Normalen und der Richtung $\overrightarrow{cP_3}$ entspricht.

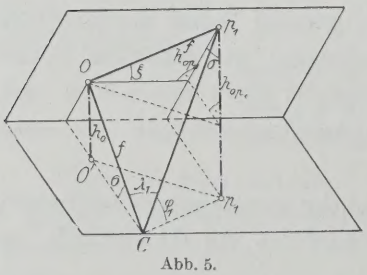


Abb. 5.

Kurz bemerkt sei nur, daß man nach dieser Rechnung für σ zwei Werte erhält, da $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ (d. h. wenn N oberhalb der Seite $\overline{P_1P_3}$ angenommen wurde) ebensogut möglich ist. Um diese Zweideutigkeit auszuschließen, berechnen wir daher σ auch mit Hilfe des Projektionsstrahles P_2 und des Winkels λ_2 und greifen dann aus beiden Berechnungen die übereinstimmenden Werte als den richtigen Wert für σ heraus.

Soll endlich die Lage der Bildhorizontalen in der Bildebene angegeben werden,

so gehen wir von folgender Erwägung aus. Der Höhenunterschied der Punkte O und P_1 an der Platte im Augenblicke der Aufnahme läßt sich leicht bestimmen (Abb. 5.):

$$h_{0p_1} = h_{p_1} - h_0 = \overline{Cp_1} \cdot \sin \varphi_1 - f \cdot \sin \sigma .$$

Da aber

$$\overline{Cp_1} = \frac{f}{\sin \lambda_1}$$

ist, folgt

$$h_{0p_1} = f\left(\frac{\sin \varphi_1}{\sin \lambda_1} - \sin \sigma\right).$$

Der Höhenunterschied in der Fallinie der Platte gemessen, also die flache Höhe ist dann:

$$h^f_{0p_1} = \frac{h_{0p_1}}{\cos \sigma} = f\left(\frac{\sin \varphi_1 - \sin \sigma \sin \lambda_1}{\sin \lambda_1 \cos \sigma}\right).$$

Da die Horizontale zur Fallinie normal steht, kann der Winkel ξ der Abb. 5., den die gesuchte Bildhorizontale mit der Gerade $\overline{Op_1}$ einschließt, folgend ausgedrückt werden:

$$\sin \xi = \frac{h_f}{\overline{Op_1}}.$$

Auch die Sinusfunktion ist zweiwertig, weshalb man vorteilhaft noch einen zweiten Punkt p_2, oder p_3 heranzieht, mit dessen Hilfe dann die richtige Lage der Bildhorizontalen eindeutig festgelegt werden kann.

Über Fehler in den Angaben von Stoppuhren.

Von
Prof. Dr. **B. Walter** in Hamburg.

Systematische Untersuchungen über die Fehler in den Angaben von Stoppuhren scheinen bisher noch nicht veröffentlicht zu sein; wenigstens habe ich in den bisher erschienenen 46 Bänden dieser Zeitschrift nichts darüber auffinden können. Und doch ist die Stoppuhr ein nicht nur für viele wissenschaftliche Messungen benutztes und dann auch meistenteils nur schwer anderweitig zu ersetzendes Instrument, sondern sie findet auch bei vielen Aufgaben des praktischen Lebens, z. B. für industrielle, polizeiliche und sportliche Zwecke, eine ausgedehnte Verwendung.

Für mich speziell war die Veranlassung, mich genauer mit den Fehlern solcher Uhren zu beschäftigen, die mir ziemlich häufig vorliegende Aufgabe, den Gehalt radioaktiver Präparate zu bestimmen; denn auch hierbei wird wohl ausnahmslos die Stoppuhr benutzt, um damit nämlich vor allen Dingen diejenigen zwei Zeiten zu messen, welche der Faden eines Elektrometers gebraucht, um ein bestimmtes Intervall der Skala dieses Apparates einmal unter dem Einfluß des zu messenden Präparates und das zweite Mal unter dem eines an die gleiche Stelle gebrachten Normalpräparates von bekanntem Radiumgehalt zu durchlaufen. Wegen der großen Kostspieligkeit derartiger Präparate wird ferner hierbei eine sehr große Genauigkeit verlangt — in der Regel eine solche von $^1/_2$% des angegebenen Wertes —, was bei der bekannten Unzuverlässigkeit der früher allein gangbaren Art von Stoppuhren nur durch eine ziemlich große Anzahl von Wiederholungen jeder der beiden genannten Einzelmessungen zu erreichen war.

Um mich nun hierbei zumal auch vor den gelegentlichen Launen einer solchen Uhr zu schützen, benutzte ich schon seit dem Beginn meiner derartigen Tätigkeit,

d. h. seit etwa 14 Jahren, stets gleichzeitig zwei solcher Uhren, von denen die eine mit der linken und die andere mit der rechten Hand bedient wurde. Ferner suchte ich mir damals aus einer größeren Reihe von Uhren dieser Art diejenigen zwei heraus, welche bei einem zehnmaligen Vergleich von je 10 Minuten Dauer mit einer Normaluhr die geringsten Unterschiede in ihren eigenen Angaben aufwiesen. Es waren dies zwei Uhren, die bzw. mit I und V_B bezeichnet waren, und mit denen wir uns in der Folge auch noch näher zu beschäftigen haben werden. Bei der ersteren derselben lagen die Angaben bei den genannten zehn Vergleichen stets zwischen 599,1 und 599,6 Sekunden und bei der letzteren stets zwischen 599,4 und 599,8 Sekunden, so daß beide Uhren mir genügend zuverlässig erschienen. Tatsächlich habe ich dann auch die genannten radioaktiven Messungen bis vor kurzem stets mit diesen beiden Uhren schweizerischen Ursprungs ausgeführt, deren Zeiger, wie früher allgemein üblich, in 60 Sekunden einen vollen Umlauf machte, und deren Zifferblatt eine 0,2-Sekundenteilung hatte.

Nach der genannten Methode gelang es denn auch in den meisten Fällen, durch eine fünfmalige Wiederholung jeder der beiden genannten Zeitmessungen die gewünschte Genauigkeit von $^1/_2$% zu erreichen. Das Kriterium hierfür ergab sich dadurch, daß jeder Vergleich des zu messenden Präparates mit dem Normalpräparat doppelt — bei zwei verschiedenen Abständen der Präparate vom Elektrometer — ausgeführt wurde.

Nichtsdestoweniger kam es aber doch hin und wieder vor, daß die Abweichung des Resultates dieser beiden vollständig voneinander unabhängigen Einzelmessungen von ihrem Mittelwert die genannte Genauigkeitsgrenze überschritt; und die nähere Untersuchung der betreffenden Fälle führte mich nun vor einiger Zeit auf die Vermutung, daß es sich hierbei um einen systematischen Fehler der beiden von mir benutzten Uhren handeln mußte. Diese Vermutung wird nun tatsächlich durch die in der Tabelle 1 angeführten Versuche bestätigt, die übrigens auch noch in anderer Hinsicht von Interesse sind, wie später ausgeführt werden wird.

Für diese Versuche wurden die beiden Uhren I und V_B, nachdem sie voll aufgezogen waren, zunächst einige Minuten gehen gelassen und dann 10 Minuten lang mit der Normaluhr des Instituts auf ihren Gang verglichen. Dabei zeigte sich, daß I hierbei 0,20 Sekunden verloren und V_B 0,05 Sekunden gewonnen hatte. Nach Schluß der in der Tabelle angeführten Versuche wurde derselbe Vergleich vorgenommen, wobei in den 10 Minuten I 0,18 Sekunden gewonnen und V_B 0,14 Sekunden verlor, so daß es sich also bei den in der Tabelle in Betracht kommenden Fehlern der beiden Uhren jedenfalls nicht um solche aus einem Gangunterschied derselben gegen die Normaluhr handeln konnte.

Für die in den Überschriften der zwölf Abteilungen der Tabelle angegebenen Zeiten wurden je zehn Versuche gemacht, deren Ergebnisse in den ersten zehn Horizontalreihen jeder Abteilung enthalten sind; und zwar wurden bei jedem einzelnen dieser Versuche immer beide Uhren zugleich, I mit der linken und V_B mit der rechten Hand, betätigt, so daß also stets die sechs nebeneinanderstehenden Ziffern jeder der genannten Horizontalreihen zusammengehören. Eine solche Beobachtungsweise mit zwei Uhren zugleich ist hierbei von ganz besonderem Wert, insofern nämlich dadurch die beiden zu untersuchenden Uhren sich jedesmal gegenseitig kontrollieren, und man also so ziemlich sicher ist, daß eine etwaige größere Abweichung einer einzelnen Angabe einer der beiden Uhren von dem Mittelwerte ihrer sonstigen Angaben nicht etwa von einem persönlichen Fehler des Beobachters herrührt.

Die Ziffern der Tabelle 1 bedeuten sämtlich Sekunden, und zwar zunächst die unter d die jeweilige Nullpunktskorrektion der betreffenden Uhr bei der betreffenden

Beobachtung, eine Korrektion, die deswegen nötig ist, weil der Zeiger einer solchen Uhr beim Zurückspringen sich fast nie genau auf Null einstellt. Unter b' ferner ist die Angabe der betreffenden Uhr nach dem Anhalten ihres Zeigers und unter b endlich die Summe $d + b'$ angeführt, so daß es sich also bei b um die wirkliche Angabe der Uhr bei der betreffenden Messung handelt.

Das Ingangsetzen und Anhalten der beiden Uhren geschah nach den Schlägen des Sekundenpendels der Normaluhr; und zwar wurde in den zwölf Abteilungen der Tabelle jedesmal bzw. nach 10, 20, ..., 120 dieser Schläge angehalten, so daß also die beiden Uhren für 12 um je 60° voneinander verschiedene Stellungen ihres Zeigers bis zu zwei vollen Umdrehungen desselben hin je zehnmal untersucht wurden. Sowohl beim Ingangsetzen wie beim Anhalten der Stoppuhren wurde besonders darauf geachtet, daß das Geräusch, welches die beiden Uhren dabei machten, sowohl für diese Uhren selbst wie auch mit demjenigen, welches das Pendel der Normaluhr bei seinem Anschlag machte, gleichzeitig gehört wurden, eine Aufgabe, welche das Ohr nach einiger Übung mit ziemlich großer Genauigkeit erledigen zu können scheint. Wenigstens glaube ich aus meinen diesbezüglichen Beobachtungen schließen zu können, daß die dabei in Frage kommenden „persönlichen Fehler" fast stets unter 0,1 Sekunden lagen.

Unter den zehn durch unmittelbare Beobachtung gefundenen Werten d, b' und b findet man ferner in jeder Abteilung der Tabelle den Mittelwert der betreffenden zehn darüber stehenden Ziffern und in der nächsten Reihe weiter die sich daraus für die wirkliche Angabe b der Uhr ergebende „Korrektur des Mittelwertes", d. h. den Betrag, den man zu diesem Wert hinzuzuaddieren hat, um den in Frage kommenden Sollwert zu erhalten, der ja über jeder Abteilung der Tabelle steht.

In der letzten mit E bezeichneten Horizontalreihe jeder Abteilung endlich ist der nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie berechnete sog. „mittlere Fehler des betreffenden Mittelwertes" angegeben.

Der Vergleich der E-Werte mit den unmittelbar darüberstehenden „Korrekturen" zeigt nun, daß die letzteren in den meisten Abteilungen der Tabelle der beiden Uhren ganz erheblich viel größer sind als die ersteren. Hieraus haben wir zu schließen, daß es sich hier nicht bloß um „zufällige" Fehler handelt, mit denen es ja die Wahrscheinlichkeitstheorie nur zu tun hat, sondern daß hier auch noch „systematische" Fehler in Frage kommen.

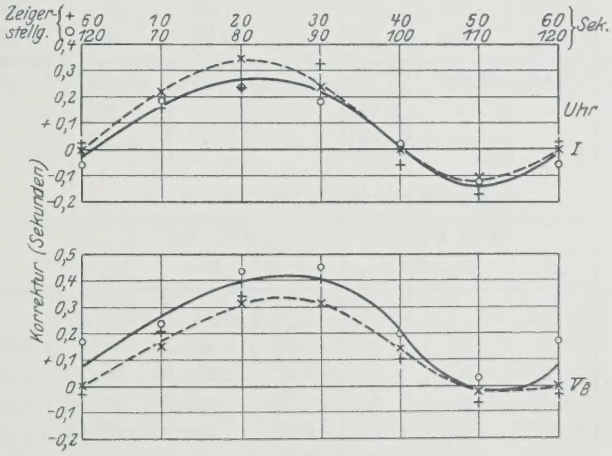


Abb. 1. Korrekturen der Uhren I und V_B in Abhängigkeit von der Zeigerstellung.
——— beobachtete Werte
– – – – berechnete Werte.

Einen näheren Hinweis auf den hier vorliegenden Fehler dieser Art erhalten wir dadurch, daß wir uns, wie es in der Abb. 1 für jede der beiden Uhren gesondert geschehen ist, die genannte Korrektur als Funktion der Stellung des Zeigers darstellen wobei dann also die Werte für 70, 80, 90, 100, 110 und 120 Sekunden zu derselben Abszisse gehören wie bzw. diejenigen für 10, 20, 30, 40, 50 und 60 Sekunden. Um aber doch die betr. Werte voneinander unterscheiden zu können, sind die zu diesen

Tabelle 1. Angaben der Stoppuhren I und V_B bei je 10 Versuchen.

1. Sollwert = 10 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	0,00	9,80	9,80	− 0,30	9,95	9,65
	− 0,08	96	88	− 0,34	10,02	68
	− 0,10	10,08	98	− 0,36	9,92	56
	− 0,08	9,80	72	− 0,36	10,40	10,04
	− 0,10	84	74	− 0.24	18	9,94
	+ 0,06	80	86	− 0,36	16	80
	+ 0,14	66	80	− 0,32	04	72
	− 0,20	10,10	90	− 0,24	9,98	74
	− 0,20	08	88	− 0,34	10,10	76
	− 0,14	9,90	76	− 0,36	22	86
Mittel	− 0,070	9,902	9,832	− 0,322	10,097	9,775
Korr.	—	—	+ 0,168	—	—	+ 0,225
E	—	—	± 0,026	—	—	± 0,045

2. Sollwert = 20 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	+ 0,02	19,76	19,78	− 0,24	20,04	19,80
	− 0,04	80	76	− 0,24	19,78	54
	− 0,12	94	82	− 0,32	20,04	72
	+ 0,10	60	70	− 0,24	00	76
	− 0,06	84	78	− 0,36	9,80	44
	− 0.12	90	78	− 0,36	0,06	70
	+ 0,14	60	74	− 0,26	00	74
	+ 0,06	78	84	− 0,32	9,78	46
	− 0,20	20,04	84	− 0.36	0,06	70
	− 0.04	9,68	64	− 0,30	02	72
Mittel	− 0,026	19,794	19,768	− 0,300	19,958	19,658
Korr.	—	—	+ 0,232	—	—	+ 0,342
E	—	—	± 0,020	—	—	± 0,040

3. Sollwert = 30 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	− 0,02	29,80	29,78	− 0,34	29,76	29,42
	− 0,14	76	62	− 0.36	30,16	80
	− 0,04	88	84	− 0,36	9,84	48
	− 0,14	80	66	− 0,32	0,18	86
	− 0,08	94	86	− 0,36	9,86	50
	− 0,18	56	38	− 0,36	94	58
	− 0,04	82	78	− 0,34	80	46
	− 0,14	66	52	− 0,36	96	60
	− 0,06	82	76	− 0,36	84	48
	− 0,10	66	56	− 0,36	0,16	80
Mittel	− 0,094	29,770	29.676	− 0,352	29,950	29,598
Korr.	—	—	+ 0,324	—	—	+ 0,402
E	—	—	± 0,049	—	—	± 0,052

4. Sollwert = 40 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	− 0,06	40,10	40,04	− 0,34	40,08	39,74
	− 0,04	06	02	− 0,28	16	88
	− 0,16	20	04	− 0,36	56	40,20
	+ 0,08	02	10	− 0,36	14	9,78
	+ 0,04	02	06	− 0,32	10	78
	− 0,08	08	00	− 0,36	54	0,18
	− 0,04	16	12	− 0,36	16	9,80
	+ 0,14	39,96	10	− 0,34	02	68
	− 0,08	0,06	39,98	− 0,36	32	96
	− 0,04	16	0,12	− 0,36	22	86
Mittel	− 0,024	40,082	40,058	− 0,344	40,230	39,886
Korr.	—	—	− 0,058	—	—	+ 0,114
E	—	—	± 0,016	—	—	± 0,056

5. Sollwert = 50 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	+ 0,04	50,16	50,20	− 0,30	50,36	50,06
	− 0,08	20	12	− 0,36	46	10
	− 0,10	18	08	− 0,36	36	00
	− 0,12	20	08	− 0,28	42	14
	+ 0,06	06	12	− 0,36	44	08
	− 0,18	46	28	− 0,26	04	49,78
	− 0,02	40	38	− 0,36	40	0,04
	− 0,04	12	08	− 0,34	44	10
	− 0,08	20	12	− 0,36	54	18
	− 0,08	28	12	− 0,26	42	16
Mittel	− 0,058	50,216	50,158	− 0,324	50,388	50,064
Korr.	—	—	− 0,158	—	—	− 0,064
E	—	—	± 0,032	—	—	± 0,036

6. Sollwert = 60 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	*b'*	*b*	*d*	*b'*	*b*
	− 0,08	60,08	60,00	− 0,40	60,54	60,14
	− 0,08	08	00	− 0,32	36	04
	− 0,08	08	00	− 0,32	36	04
	− 0,08	08	00	− 0,34	40	06
	− 0,08	08	00	− 0,34	36	02
	− 0,08	08	00	− 0,34	40	06
	− 0,08	08	00	− 0,34	42	08
	− 0,08	59,94	59,86	− 0,36	24	59,88
	− 0,08	94	86	− 0,38	20	82
	− 0,08	0,20	0,12	− 0,36	40	0,04
Mittel	− 0,080	60,064	59,984	− 0,350	60,368	60,018
Korr.	—	—	+ 0,016	—	—	− 0,018
E	—	—	± 0,024	—	—	± 0,030

(Fortsetzung von Tabelle 1.)

7. Sollwert = 70 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	− 0,06	69,92	69,86	− 0,36	70,06	69,70
	− 0,08	94	86	− 0,36	10	74
	− 0,06	70,04	98	− 0,36	14	78
	− 0,04	9,86	82	− 0,36	24	88
	+ 0,08	68	76	− 0,36	42	70,06
	− 0,10	82	72	− 0,30	69,84	9,54
	+ 0,02	82	84	− 0,36	0,20	84
	− 0,06	82	76	− 0,36	9,98	62
	− 0,08	96	88	− 0,36	0,06	70
	− 0,06	74	68	− 0,38	14	76
Mittel	− 0,044	69,860	69,816	− 0,356	70,118	69,762
Korr.	—	—	+ 0,184	—	—	+ 0,238
E	—	—	± 0,028	—	—	± 0,045

8. Sollwert = 80 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	− 0,02	79,66	79,64	− 0,36	80,02	79,66
	− 0,04	96	92	− 0,36	79,80	44
	− 0,06	80,04	98	− 0,36	82	46
	0,00	9,40	40	− 0,36	82	46
	− 0,08	0,02	94	− 0,36	78	42
	− 0,08	04	96	− 0,34	94	60
	+ 0,04	9,62	66	− 0,36	0,14	78
	− 0,06	92	86	− 0,36	9,80	44
	− 0,14	90	76	− 0,36	90	54
	− 0,04	58	54	− 0,36	0,16	80
Mittel	− 0,048	79,814	79,766	− 0,358	79,918	79,560
Korr.	—	—	+ 0,234	—	—	+ 0,440
E	—	—	± 0,063	—	—	± 0,047

9. Sollwert = 90 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	− 0,04	89,80	89,76	− 0,22	89,66	89,44
	− 0,16	84	68	− 0,26	68	42
	+ 0,06	92	98	− 0,36	96	60
	− 0,10	84	68	− 0,34	76	42
	− 0,20	90,04	84	− 0,32	94	62
	− 0,02	9,96	94	− 0,36	96	60
	− 0,18	0,20	90,02	− 0,34	96	62
	+ 0,02	9,74	9,76	− 0,26	98	72
	− 0,08	0,04	96	− 0,36	60	24
	− 0,06	9,66	60	− 0,26	96	70
Mittel	− 0,082	89,904	89,822	− 0,308	89,846	89,538
Korr.	—	—	+ 0,178	—	—	+ 0,462
E	—	—	± 0,046	—	—	± 0,048

10. Sollwert = 100 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	− 0,08	100,16	100,08	− 0,34	99,98	99,64
	− 0,06	99,96	9,90	− 0,34	100,44	100,10
	− 0,04	94	90	− 0,28	9,86	9,58
	− 0,04	0,06	0,02	− 0,30	90	60
	0,00	9,92	9,92	− 0,36	0,54	0,18
	− 0,08	84	76	− 0,26	9,96	9,70
	+ 0,14	0,04	0,18	− 0,24	94	70
	+ 0,02	9,96	9,98	− 0,38	0,38	0,00
	− 0,06	94	88	− 0,28	14	9,86
	− 0,06	0,14	0,08	− 0,30	9,96	66
Mittel	− 0,026	100,996	100,970	− 0,308	100,110	99,802
Korr.	—	—	+ 0,030	—	—	+ 0,198
E	—	—	± 0,037	—	—	± 0,069

11. Sollwert = 110 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	+ 0,02	110,08	110,10	− 0,34	110,40	110,06
	− 0,04	20	16	− 0,18	22	04
	+ 0,04	109,94	9,98	− 0,18	00	9,82
	+ 0,12	82	94	− 0,34	34	0,00
	− 0,04	0,36	0,32	− 0,20	9,92	9,72
	0,00	20	20	− 0,24	0,16	92
	+ 0,04	08	12	− 0,30	56	0,26
	− 0,04	34	30	− 0,34	44	10
	− 0,06	14	08	− 0,34	18	9,84
	− 0,04	16	12	− 0,28	18	90
Mittel	0,000	110,132	110,132	− 0,274	110,240	109,966
Korr.	—	—	− 0,132	—	—	+ 0,034
E	—	—	± 0,038	—	—	± 0,050

12. Sollwert = 120 Sekunden.

	Uhr I			Uhr V_B		
	d	b'	b	d	b'	b
	− 0,08	120,24	120,16	− 0,28	120,02	119,74
	− 0,04	06	02	− 0,26	16	90
	− 0,06	08	02	− 0,34	16	82
	− 0,08	08	00	− 0,34	08	74
	− 0,08	28	20	− 0,24	10	86
	− 0,08	22	14	− 0,34	32	98
	− 0,04	04	00	− 0,28	08	80
	− 0,04	06	02	− 0,32	06	74
	− 0,04	04	00	− 0,30	06	76
	− 0,06	06	00	− 0,32	16	84
Mittel	− 0,060	120,116	120,056	− 0,302	120,120	119,818
Korr.	—	—	− 0,056	—	—	+ 0,182
E	—	—	± 0,025	—	—	± 0,025

beiden Reihen zugehörigen Ordinaten in den Abbildungen bzw. durch ein ○ und ein + bezeichnet.

Man sieht aus diesen Abbildungen, daß bei beiden Uhren die fraglichen Korrekturen für die Zeigerstellungen 70, 80, 90, 100, 110 und 120 Sekunden teils ganz, teils nahezu mit denen für bzw. 10, 20, 30, 40, 50 und 60 Sekunden zusammenfallen, so daß wir es hier also mit einem Fehler zu tun haben, der sich bei jeder Umdrehung des Zeigers periodisch mit der Stellung desselben wiederholt. Die ausgezogenen Kurven der beiden Abbildungen, die in möglichst glattem Zuge durch die Mittelwerte der beiden für jede der beobachteten Zeigerstellungen gefundenen Werte gelegt sind, liefern uns also annähernd den richtigen Wert der Korrektur für jede beliebige Stellung des Zeigers.

Von den gestrichelten Kurven der beiden Abbildungen kann erst später die Rede sein.

Ehe wir nun aber auf die Ursache des hiermit nachgewiesenen periodischen Fehlers der beiden Uhren eingehen, sei zuvor noch darauf hingewiesen, daß sich schon aus dem Bestehen desselben die oben angegebene Tatsache erklärt, daß bei meinen radioaktiven Messungen mit den beiden Uhren gelegentlich auch größere Fehler vorkommen mußten, und zwar um so mehr, als der fragliche Fehler, wie der Vergleich der beiden Kurven der Abb. 1 zeigt, bei beiden Uhren nahezu in derselben Weise verläuft, und also eine Kompensation des Fehlers der einen Uhr durch den der andern nicht in Frage kam.

Andererseits ließ sich nun aber die Größe dieses periodischen Fehlers mit Hilfe der genannten beiden Kurven für jede beliebige Stellung des Zeigers annähernd ermitteln, und die nachträgliche Anbringung der betreffenden Korrektur an den beiden fraglichen Zeitgrößen derjenigen meiner genannten Messungen, bei welchen sich die Abweichung der Einzelmessungen vom Mittelwert größer als $^1/_2$% ergeben hatte, bewirkte dann auch tatsächlich in allen Fällen eine beträchtliche Verminderung dieser Abweichung.

Was nun aber die Ursache des oben festgestellten periodischen Fehlers der beiden Uhren der Tabelle 1 anbetrifft, so lag die Vermutung nahe, daß sie in einer Exzentrizität des Ziffernblattes der beiden Uhren zur Achse ihres Zeigers zu suchen sei; und die Richtigkeit dieser Vermutung ließ sich dann auch sehr einfach dadurch bestätigen, daß man bei der Umdrehung des Zeigers den Abstand des äußeren Endes desselben von der äußersten Kreisteilung des Ziffernblattes ins Auge faßte. Man sah dann tatsächlich, daß dabei bei beiden Uhren recht beträchtliche Änderungen in der Größe dieses Abstandes eintraten, die sich übrigens auch für jede gewünschte Stelle der Teilung durch Anhalten des Zeigers daselbst mit Hilfe eines Meßmikroskopes genau feststellen ließen. Die so gemessenen Abstände sind in der Tabelle 2 für beide Uhren für die Zeigerstellungen 0, 5, 10, 15, ..., 60 Sekunden, also von 30 zu 30 Grad der Teilung des Ziffernblattes, angegeben. Ein positives Vorzeichen bedeutet dabei, daß sich das Zeigerende außerhalb, und ein negatives, daß es sich innerhalb des genannten Kreises der Teilung befand.

Stellt man sich nun auch die Abstände der Tabelle 2 als Funktion der Zeigerstellung dar, so erhält man (s. Abb. 2) zwei Kurven, von denen diejenige der Uhr V_B in demselben Sinne und auch fast um dieselbe Größe gegen die der Uhr I verschoben ist wie bei den beiden Kurven der Abb. 1, so daß also schon dadurch der Zusammenhang beider Erscheinungen wahrscheinlich gemacht ist. Im übrigen werden wir aber alsbald sehen, daß sich aus der aus den Kurven der Abb. 2 folgenden Richtung und

Tabelle 2. Abstände des Zeigerendes vom äußersten Kreis der Teilung des Zifferblattes in mm

bei Teilstrich	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	Sek.
Uhr I	+ 1,88	+ 1,94	+ 1,88	+ 1,72	+ 1,50	+ 1,24	+ 1,05	+ 1,02	+ 1,11	+ 1,22	+ 1,45	+ 1,66	+ 1,87	mm
Uhr V_B	+ 0,43	+ 0,54	+ 0,56	+ 0,54	+ 0,39	+ 0,23	0,00	− 0,18	− 0,17	− 0,08	+ 0,12	+ 0,28	+ 0,46	„

Größe der Verschiebung der Zeigerachse gegen den Mittelpunkt der Teilung des Zifferblattes tatsächlich der Verlauf der Kurven der Abb. 1 ergibt.

Zunächst handelt es sich also darum, die genannte Richtung aus den beiden Kurven der Abb. 2 zu entnehmen. Sie fällt nun offenbar in denjenigen Durchmesser des Teilungskreises, für welchen der Unterschied der fraglichen Abstände am größten ist, für die Uhr I also in den Durchmesser von 5 nach 35 Sekunden und für die Uhr V_B etwa in den von 10 nach 40 Sekunden der Teilung.

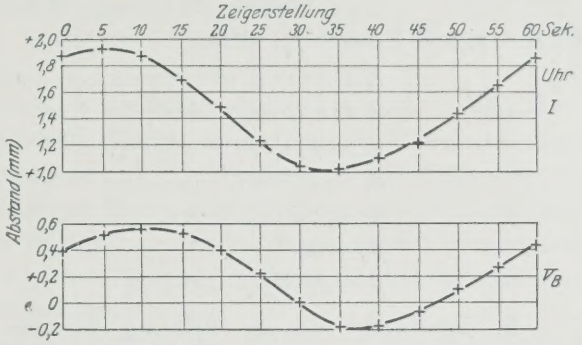


Abb. 2. Abstände des Zeigerendes von der äußeren Kreislinie des Zifferblattes der beiden Uhren I und V_B in Abhängigkeit von der Zeigerstellung.

Die Verschiebung der Zeigerachse ist natürlich nach demjenigen Radius des Zifferblattes hin gerichtet, für welchen die in der Abb. 2 dargestellten Abstände den größten positiven Wert besitzen, bei der Uhr I also nach dem Teilstrich für 5 und bei der Uhr V_B nach dem für 10 Sekunden. Bei letzterer Uhr ist allerdings noch zu berücksichtigen, daß hier der Zeiger in seiner Nullage nicht auf den Nullpunkt der Teilung des Zifferblattes zeigt, sondern im Mittel auf etwa 0,3 Sekunden, so daß also der Verschiebungswinkel φ der Zeigerachse gegen jene Nullage, worauf es, wie wir später sehen werden, ankommt, hier nur 10 — 0,3 = 9,7 Sekunden oder $9{,}7 \cdot 6 = 58{,}2$ Grad beträgt. Bei der Uhr I ferner ist der Winkel $\varphi = 5 \cdot 6 = 30$ Grad.

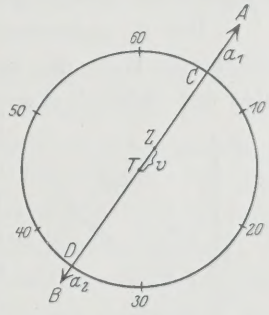


Abb. 3.

Aus den Kurven der Abb. 2 läßt sich weiter aber auch die Größe v der Verschiebung der Zeigerachse ermitteln. Zu diesem Zweck nehmen wir an, daß in der Abb. 3 T den Mittelpunkt der Teilung des Zifferblattes und Z die Achse des Zeigers darstellt, so daß also $TZ = v$ wird; ferner sei $AC = a_1$ der größte und $BD = a_2$ der kleinste Wert des in der Tabelle 2 dargestellten Abstandes. Dann ist, wenn wir noch die Zeigerlänge $ZA = ZB = l$ und den Radius der Teilung $TC = TD = r$ setzen:

$$a_1 = l + v - r$$
$$a_2 = l - v - r$$

$$a_1 - a_2 = 2v,$$

oder

$$v = \frac{a_1 - a_2}{2}. \qquad 1)$$

Aus den Kurven der Abb. 2 entnehmen wir nun, daß bei der Uhr I $a_1 - a_2 = 1{,}92 - 0{,}98 = 0{,}94$ mm und also $v = 0{,}47$ mm, und bei der Uhr V_B $a_1 - a_2 = 0{,}56 + 0{,}20 = 0{,}76$ mm und also $v = 0{,}38$ mm wird.

Aus Größe und Richtung der Verschiebung läßt sich nun weiter auch die Größe der Zeitkorrektur für jede beliebige Zeigerstellung berechnen; denn wenn in Abb. 4 wieder T den Mittelpunkt der Teilung des Zifferblattes und Z die Achse und ZA die Nullage des Zeigers bedeutet, so daß also $TZ = v$ die Größe und $ATC = \varphi$ die Richtung der Verschiebung von Z gegen T darstellt, so handelt es sich jetzt darum, für einen gegebenen „Zeigerwinkel“ $AZB = \alpha$ den zugehörigen „Zifferblattwinkel“ $ATB = \beta$ zu finden. Nennen wir zu diesem Zweck $AT = BT = r$, ferner die Winkel $AZC = \alpha_1$, $BZC = \alpha_2$, $ATC = \varphi = \beta_1$, $BTC = \beta_2$, $TAZ = \gamma_1$ und $TBZ = \gamma_2$, so ist

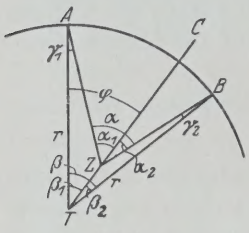


Abb. 4.

$ZA^2 = r^2 + v^2 - 2rv\cos\varphi$,	woraus sich	ZA	ergibt,	2)
$ZA : v = \sin\varphi : \sin\gamma_1$,	„ „	γ_1	„	3)
$\alpha_1 = \beta_1 + \gamma_1 = \varphi + \gamma_1$,	„ „	α_1	„	4)
$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1$,	„ „	α_2	„	5)
$\sin\gamma_2 : \sin\alpha_2 = v : r$,	„ „	γ_2	„	6)
$\beta_2 = \alpha_2 - \gamma_2$,	„ „	β_2	„	7)
$\beta = \beta_1 + \beta_2 = \varphi + \beta_2$	„ „	β	„	8)

In dem Falle, wo die Richtung TC der Verschiebung von Z gegen T nicht zwischen die Richtungen TA und TB fällt, d. h. wo $\varphi > \beta$ ist, treten an Stelle der Gleichungen 5) und 8) bzw. die Gleichungen

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \alpha \qquad 5a)$$

und

$$\beta = \varphi - \beta_2, \qquad 8a)$$

während die Gleichungen 2 bis 4 und 6 und 7 unverändert bleiben.

Der so gefundene Zifferblattwinkel β entspricht nun aber dem an der Uhr beobachteten Wert der zu messenden Zeit, und zwar dem Wert mit Nullpunktskorrektion, also der Größe b unserer Tabelle 1; denn wenn der Zeiger der Uhr in seiner Nullage ZA nicht genau auf den Nullpunkt A' der Teilung zeigt (s. Abb. 5), so lesen wir allerdings an der Uhr nicht direkt den Winkel $ATB = \beta$ ab, sondern vielmehr den Winkel $A'TB = \beta'$; durch Anbringung der Nullpunktskorrektion $d = b' - b$, entsprechend dem $\sphericalangle \beta' - \beta$ der Abb. 5, gehen wir aber auch in diesem Falle von β' zu β über, so daß also der Wert b der Tabelle 1 in allen Fällen dem $\sphericalangle \beta$ unserer Abb. 4 und 5 entspricht. Andererseits entspricht aber der Zeigerwinkel α dieser Abbildungen dem von der Normaluhr angegebenen Sollwert der zu messenden Zeit, der über jeder Abteilung der Tabelle 1 angegeben ist, so daß also die Differenz $\alpha - \beta$ der jeweiligen Korrektur des beobachteten b-Wertes entspricht.

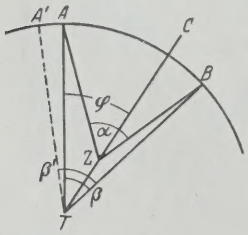


Abb. 5.

Bei unseren Uhren I und V_B beträgt nun nach dem Obigen die Größe v der Verschiebung TZ bzw. 0,47 und 0,38 mm und der Verschiebungswinkel φ bzw. 30^0 und $58^0\,12'$, während der Radius r der Teilung sich bzw. zu 18,9 und 20,1 mm ergab.

Mit diesen Daten berechnen sich nun nach den Formeln 2 bis 8 für die sechs in der Tabelle 1 in Frage kommenden Zeigerwinkel α die in der Tabelle 3 als be-

rechnet angeführten Korrekturen $\alpha - \beta$, wobei diese gleich in Zeitsekunden umgerechnet sind, um direkt mit dem darüberstehenden, aus der Tabelle 1 entnommenen und als beobachtet angegebenem Mittel der beiden für jede der in Frage kommenden Zeigerstellungen gefundenen Korrekturen verglichen werden zu können.

Tabelle 3. Beobachtete und berechnete Werte der Korrekturen der Uhren I und V_B für die Zeigerwinkel α.

Uhr	$\alpha =$	60	120	180	240	300	360	Grad
I	beobachtet	+ 0,176	+ 0,233	+ 0,251	− 0,014	− 0,145	− 0,020	Sek.
	berechnet	+ 0,234	+ 0,359	+ 0,243	+ 0,005	− 0,116	0,000	„
	beob. — ber.	− 0,067	− 0,126	+ 0,008	− 0,019	− 0,029	− 0,020	„
V_B	beobachtet	+ 0,232	+ 0,391	+ 0,432	+ 0,156	− 0,015	+ 0,082	„
	berechnet	+ 0,158	+ 0,312	+ 0,310	+ 0,152	− 0,002	0,000	„
	beob. — ber.	+ 0,074	+ 0,079	+ 0,122	+ 0,004	− 0,007	+ 0,082	„

Die hier als berechnet angegebenen Korrekturen sind ferner auch in die Abb. 1 eingetragen und durch je eine gestrichelte Kurve verbunden. Der Vergleich dieser Kurven mit der entsprechenden ausgezogenen, d. h. beobachteten Kurve zeigt nun, daß beide bei beiden Uhren in ganz ähnlicher Weise verlaufen, so daß also wohl nicht mehr daran zu zweifeln ist, daß die teilweise so großen Abweichungen der Angaben unserer beiden Uhren vom Sollwerte in der Hauptsache durch die exzentrische Lage ihres Zifferblattes zur Achse ihres Zeigers bedingt sind.

Allerdings bestehen ja bei beiden Uhren noch ziemliche große Abweichungen zwischen der berechneten und der beobachteten Kurve; indessen sind diese, wie aus der Abb. 1 ebenfalls hervorgeht, nicht größer, als sie z. T. auch zwischen den beiden bei jeder Uhr beobachteten Reihen, d. h. also zwischen den bei der ersten und den bei der zweiten Umdrehung des Zeigers gefundenen Mittelwerten, die in den Abbildungen bzw. durch ein + und ein ○ bezeichnet sind, auftreten, so daß wir also auch sagen können, daß hier die Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler liegen.

Was ferner die Ursache dieser Fehler, also die große Exzentrizität des Zifferblattes bei den beiden hier untersuchten Uhren anbetrifft, so machte mich ein Uhrmacher, mit dem ich über die Sache sprach, darauf aufmerksam, daß solche Fehler vielfach dadurch hervorgerufen würden, daß die betreffende Uhr hingefallen ist. Von der Uhr V_B erinnere ich mich nun tatsächlich, daß mir dieselbe vor vielen Jahren einmal zu Boden gefallen ist; da ihr dies aber anscheinend nicht geschadet hatte, so habe ich sie daraufhin ruhig weiter benutzt. Von der Uhr I andererseits, deren Exzentrizität ja noch größer ist, ist mir allerdings ein solcher Fall nicht erinnerlich. Im übrigen werden wir aber auch weiter unten sehen, daß selbst bei ganz neuen Uhren dieser Art noch solche Exzentrizitäten von ziemlich beträchtlicher Größe vorkommen.

Schließlich ist von den beiden bisher behandelten Uhren noch zu berichten, daß ich mit ihnen, bevor die in der Tabelle 1 aufgeführten Versuche angestellt wurden, bereits genau die gleiche Versuchsreihe angestellt hatte, dann aber nachträglich, als ich die Abstände zwischen dem Zeigerende und dem größeren Kreise des Zifferblattes für die verschiedenen Zeigerstellungen messen wollte — wobei die Glasdeckel der Uhren abgenommen waren — gewahr wurde, daß ihre Zifferblätter nicht ganz fest saßen. Da nun unter diesen Umständen selbstverständlich eine Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie nicht zu erwarten war, so wurden zunächst die Ziffer-

blätter festgemacht, was auf Anraten des Uhrmachers durch zwei kleine zwischen Deckel und Zifferblatt zwischengepreßte Korkstückchen geschah, dann die in Tabelle 1 angeführten Beobachtungen angestellt und schließlich die in Tabelle 2 angeführten Abstände gemessen. Die letzteren Messungen mußten dann allerdings durch das Uhrglas hindurch geschehen; indessen konnten dadurch, da es sich ja hierbei nur um sehr kleine Abstände handelte, keine wesentlichen Fehler entstehen.

Außer den bisher allein betrachteten, durch die Exzentrizität zwischen Zeigerachse und Zifferblatt bedingten Fehlern der beiden Uhren I und V_B lassen sich nun aber aus den in Tabelle 1 angegebenen Beobachtungen auch noch mehrere andere Schlüsse auf die mehr oder minder große Brauchbarkeit dieser Uhren für die verschiedenen Zwecke der Praxis ziehen; indessen erscheint es zweckmäßiger, bei diesen Betrachtungen zugleich auch meine entsprechenden Beobachtungen mit mehreren andern in gleicher Weise untersuchten Stoppuhren heranzuziehen.

Dabei handelte es sich einesteils noch um vier Uhren derselben Bauart wie derjenigen der bisher betrachteten beiden Uhren, bei denen also ein voller Umlauf des Zeigers in 60 Sekunden stattfand oder die Zeigergeschwindigkeit 6^0 in der Sekunde betrug und deren Zifferblatt eine 0,2-Sekundenteilung hatte. Außerdem wurden noch vier der erst neuerdings aufgekommenen Art von Stoppuhren untersucht, bei welchen der Zeiger doppelt so schnell läuft, d. h. schon in 30 Sekunden eine volle Umdrehung macht, oder deren Zeigergeschwindigkeit 12^0/sec beträgt und deren Zifferblatt dementsprechend eine 0,1-Sekundenteilung besitzt.

Von den Uhren der erstgenannten Art stammte die eine, in der Folge mit K bezeichnete, noch — ebenso wie die Uhren I und V_B — aus der Zeit vor dem Kriege, war aber im Gegensatz zu ihnen inzwischen nur wenig benutzt worden, während die übrigen sieben Uhren sämtlich ganz neu waren. Die Uhr K sowie auch die gleichzeitig mit ihr untersuchte neue Uhr F derselben Sekundengeschwindigkeit des Zeigers waren schweizerischen Ursprungs, während die noch übrigen sechs Uhren, also zwei mit 6^0 Sekundengeschwindigkeit und vier mit 12^0 Geschwindigkeit, von der bekannten Uhrenfabrik von Gebr. Junghans in Schramberg in Württemberg stammten. Von diesen letzteren sechs Uhren sind die beiden zuerst genannten in der Folge mit J_3 und J_4 und die übrigen vier — mit 12^0 Sekundengeschwindigkeit — bzw. mit J_1 und J_2, sowie mit J_5 und J_6 bezeichnet. Die beiden hier zusammen genannten Uhren wurden stets auch zusammen untersucht, indem jeweils die erste mit der linken und die zweite mit der rechten Hand betätigt wurde.

Alle diese Uhren wurden nun — ebenso wie I und V_B — für zwölf, um je 60^0 verschiedene Stellungen ihres Zeigers untersucht — mit Ausnahme von J_3 und J_4, bei denen leider nur die den acht ersten Abteilungen der Tabelle 1 entsprechenden Versuche durchgeführt werden konnten, da bei der neunten die Ingangsetzungsvorrichtung der einen der beiden Uhren versagte.

Es scheint nun nicht nötig, hier auch für die übrigen Uhren — ebenso wie in Tabelle 1 für I und V_B — das vollständige Beobachtungsmaterial mitzuteilen, sondern es dürften hier die in den folgenden Tabellen enthaltenen Auszüge bzw. Ergebnisse desselben genügen, da auch schon daraus die mehr oder minder große Brauchbarkeit der einzelnen Uhren hervorgeht. Dabei sind übrigens auch die beiden Uhren I und V_B stets mit berücksichtigt.

In Tabelle 4 sind nun zunächst die in der früher angegebenen Weise ermittelten Werte der Größe v und der Richtung φ der Verschiebung der Zeigerachse Z gegen den Mittelpunkt T der Teilung des Zifferblattes (s. bzw. Abb. 3 und 4) angegeben.

Tabelle 4. Größe v und Richtung φ der Verschiebung der Achse des Zeigers gegen den Mittelpunkt der Teilung des Zifferblattes.

A. Uhren mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Uhr	v (mm)	φ (Grad)
I	0,47	30
V_B	0,38	58,2
F	0,015	?
K	0,17	285
J_3	0,04	150
J_4	0,04	120

B. Uhren mit 12° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

J_1	0,185	240
J_2	0,095	0
J_5	0,185	270
J_6	0,12	60

Man sieht, daß auch bei den neu bezogenen Uhren J_1 und J_5 noch ziemlich große Exzentrizitäten vorhanden sind, so daß es sich also hier zweifellos um Fabrikationsfehler handelt.

In Tabelle 5 sind sodann für die sämtlichen untersuchten Uhren die Korrekturen des Mittelwertes der zehn, für jede der berücksichtigten zwölf Zeigerstellungen angestellten Messungen angeführt, Korrekturen, die ja für die Uhren I und V_B schon in der Abb. 1 graphisch dargestellt und auch sowohl in dieser Abbildung wie in Tabelle 3 mit den aus der Exzentrizität ihres Zifferblattes berechneten Korrekturen verglichen wurden. In ähnlicher Weise sind nun in Tabelle 6 und in Abb. 6 auch noch für die Uhren K, J_1, J_2, J_5 und J_6 der Tabelle 5, bei denen ja ebenfalls eine größere Exzentrizität vorliegt, die beobachteten und berechneten Korrekturen dargestellt; und zwar sind in der Tabelle 6 wieder wie in Tabelle 3 als beobachtete Werte die Mittel aus den beiden für jede der in Betracht gezogenen Zeigerstellungen, d. h. also bei der ersten und bei der zweiten Umdrehung des Zeigers gefundenen Korrekturen aufgeführt, so daß es sich hierbei also um das Mittel von je zwanzig Einzelbeobachtungen handelt.

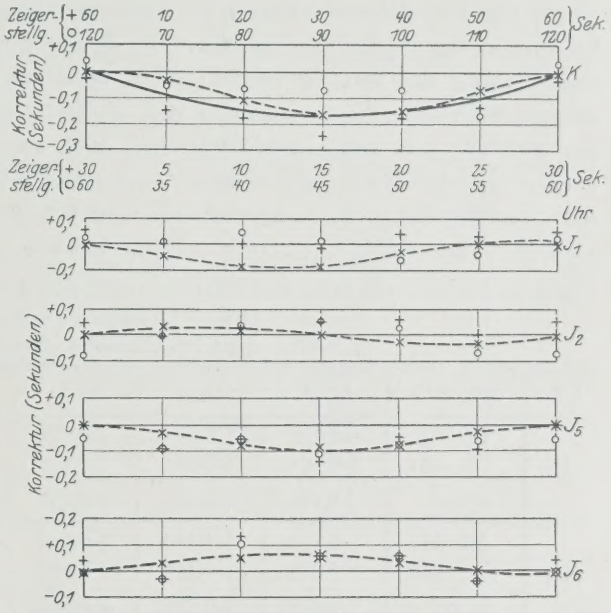


Abb. 6. Beobachtete und berechnete Werteder Korrekturen für die Uhren K, J_1, J_2, J_5 und J_6 in Abhängigkeit von der Zeigerstellung.
+ beobachtete Werte für die erste Umdrehung des Zeigers,
⊙ „ „ „ „ zweite „ „ „
× berechnete Werte.

In der Abb. 6 andererseits ist die diesem Mittel entsprechende (ausgezogene) Kurve nur für die Uhr K gezogen, bei der es sich ja wie bei den Uhren der Abb. 1 um eine solche mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers handelt, während bei den vier anderen Uhren der Abb. 6, deren Zeigergeschwindigkeit doppelt so groß war, nur die den berechneten Korrekturwerten entsprechenden gestrichelten Kurven gezogen sind.

Hier würde nämlich die zugehörige Kurve der beobachteten Korrekturen entweder nahezu mit der Nullinie oder mit der der berechneten Korrekturen zusammengefallen sein, so daß dadurch die Übersichtlichkeit der Abbildungen gelitten hätte.

Was nun zunächst die Übereinstimmung der Kurven der aus der Exzentrizität des Zifferblattes berechneten Korrekturwerte mit den beobachteten Mittelwerten dieser Größe anbetrifft, so ist diese bei den Uhren K, J_2, J_5 und J_6 der Abb. 6 eine so gute, daß man schließen muß, daß auch bei diesen Uhren — ebenso wie nach Abb. 1 bei I und V_B — die Abweichung des Mittels der beobachteten Werte vom Sollwerte in der Hauptsache durch jene Exzentrizität hervorgerufen wurde. Anders verhält es sich jedoch bei der Uhr J_1; denn hier liegen die beobachteten Mittelwerte größtenteils in unmittelbarer Nähe der Nullinie, während die berecheten — eben wegen des ziemlich großen Wertes der Exzentrizität — größtenteils auch ziemlich beträchtlich davon abweichen.

Ein zweites Beispiel, bei welchem ebenfalls eine solche, mir vollkommen unverständliche Abweichung zwischen Beobachtung und Theorie stattfindet, bildete die Uhr F; denn während die Exzentrizität des Zifferblattes dieser Uhr nach Tabelle 4 so gut wie Null war, weicht hier nach Tabelle 5 das Mittel der beobachteten Zeitwerte vom Sollwerte für alle Zeigerstellungen in demselben Sinne ab — und zwar für die meisten Stellungen sogar ganz beträchtlich. Der Grund hierfür ist nicht etwa in einem zu langsamen Gang der Uhr zu suchen; denn einesteils müßte dann die Korrektur mit zunehmender Größe der gemessenen Zeit ebenfalls zunehmen, was nach Tabelle 5 nicht der Fall ist; und andernteils ergab sich auch aus den beiden, vor und nach den Versuchen mit dieser Uhr angestellten Vergleichen ihres Ganges mit dem der Normaluhr, daß die Korrektur der ersteren, auf 120 Sekunden Gangdauer umgerechnet, vorher + 0,042 und nachher + 0,012, im Durchschnitt also nur + 0,027 Sekunden betrug,

Tabelle 5. Korrekturen des Mittelwertes von je 10 bzw. 20 beobachteten Werten. (Abweichungen vom Sollwerte.)

1. Uhren mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Uhr	Sollwerte	10 70	20/80	30/90	40/100	50/110	60/130	Sek.
I	10—60	+ 0,168	+ 0,232	+ 0,324	— 0,058	— 0,158	+ 0,016	"
	70—120	+ 0,184	+ 0,234	+ 0,178	+ 0,030	— 0,132	— 0,056	"
	Mittel	+ 0,176	+ 0,233	+ 0,251	— 0,014	— 0,145	— 0,020	"
V_B	10—60	+ 0,225	+ 0,342	+ 0,402	+ 0,114	— 0,064	— 0,018	"
	70—120	+ 0,238	+ 0,440	+ 0,462	+ 0,198	+ 0,034	+ 0,182	"
	Mittel	+ 0.232	+ 0,391	+ 0,432	+ 0,156	— 0,015	+ 0,082	"
F	10—60	+ 0,045	+ 0,205	+ 0,125	+ 0,155	+ 0,085	+ 0,035	"
	70—120	+ 0,125	+ 0,220	+ 0,265	+ 0,125	+ 0,075	+ 0,045	"
	Mittel	+ 0,085	+ 0,213	+ 0,195	+ 0,140	+ 0,080	+ 0,040	"
K	10—60	— 0,145	— 0,180	— 0,235	— 0,155	— 0,135	— 0,015	"
	70—120	— 0,045	— 0,055	— 0,075	— 0,075	— 0,160	+ 0,035	"
	Mittel	— 0,095	— 0,118	— 0,160	— 0,115	— 0,148	+ 0,010	"
J_3	10—60	— 0,035	+ 0,085	+ 0,075	+ 0,150	+ 0,050	+ 0,030	"
	70—120	— 0,005	— 0,045	—	—	—	—	"
	Mittel	— 0,020	+ 0,020	+ 0,075	+ 0,150	+ 0,050	+ 0,030	"
J_4	10—60	— 0,095	— 0,020	— 0,025	— 0,045	— 0,070	— 0,035	"
	70—120	— 0,100	— 0,015	—	—	—	—	"
	Mittel	— 0,098	— 0,018	— 0,025	— 0,045	— 0,070	— 0,035	"

2. Uhren mit 12° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Uhr	Sollwerte	5/35	10/40	15/45	20/50	25/55	30/60	Sek.
J_1	5—30	+0,002	−0,002	−0,015	+0,039	+0,029	+0,047	"
	35—60	+0,010	+0,044	+0,003	−0,060	−0,027	+0,020	"
	Mittel	+0,006	+0,021	−0,006	−0,011	+0,001	+0,034	"
J_2	5—30	−0,004	+0,027	+0,041	+0,049	−0,008	+0,049	"
	35—60	−0,002	+0,035	+0,046	+0,025	−0,069	−0,068	"
	Mittel	−0,003	+0,031	+0,044	+0,037	−0,039	−0,010	"
J_5	5—30	−0,090	−0,045	−0,132	−0,052	−0,071	+0,003	"
	35—60	−0,086	−0,045	−0,106	−0,074	−0,053	−0,042	"
	Mittel	−0,088	−0,045	−0,119	−0,063	−0,062	−0,020	"
J_6	5—30	−0,026	+0,117	+0,060	+0,064	−0,037	+0,041	"
	35—60	−0,030	+0,103	+0,061	+0,056	−0,031	−0,010	"
	Mittel	−0,028	+0,110	+0,061	+0,060	−0,034	+0,016	"

Tabelle 6. Beobachtete und berechnete Werte der Korrekturen der Uhren K, J_1, J_2, J_5 und J_6 für den Zeigerwinkel α.

Uhr	$\alpha =$	60	120	180	240	300	360	Grad
K	beobachtet	−0,095	−0,118	−0,160	−0,115	−0,148	+0,010	Sek.
	berechnet	−0,019	−0,103	−0,167	−0,149	−0,065	0,000	"
	beob. — ber.	−0,076	−0,015	+0,007	−0,034	−0,083	+0,010	"
J_1	beobachtet	+0,006	+0,021	−0,006	−0,011	+0,001	+0,034	"
	berechnet	−0,041	−0,081	−0,080	−0,040	0,000	0,000	"
	beob. — ber.	+0,047	+0,102	+0,074	+0,051	+0,001	+0,034	"
J_2	beobachtet	−0,003	+0,031	+0,044	+0,037	−0,039	−0,010	"
	berechnet	+0,021	+0,021	0,000	−0,021	−0,021	0,000	"
	beob. — ber.	−0,024	+0,010	+0,044	+0,058	−0,018	−0,010	"
J_5	beobachtet	−0,088	−0,045	−0,119	−0,063	−0,062	−0,020	"
	berechnet	−0,024	−0,070	−0,093	−0,069	−0,023	0,000	"
	beob. — ber.	−0,064	+0,025	−0,026	+0,006	−0,039	−0,020	"
J_6	beobachtet	−0,028	+0,110	+0,061	+0,060	−0,034	+0,016	"
	berechnet	+0,026	+0,052	+0,052	+0,026	0,000	0,000	"
	beob. — ber.	−0,054	+0,058	+0,009	+0,034	−0,034	+0,016	"

eine Zahl, die viel kleiner ist als die sämtlichen für diese Uhr in Tabelle 5 gefundenen Korrekturen.

Während sich nun die bisher betrachteten, durch die Exzentrizität ihres Zifferblattes bedingten Fehler einer solchen Uhr durch die Konstruktion einer nach Art der Kurven der Abb. 1 und 6 entworfenen Korrektionskurve für alle Stellungen des Zeigers nahezu vollkommen beseitigen lassen, ist der Beobachter andererseits gegen die sog. zufälligen Fehler seiner Uhr machtlos. Diese Fehler, die bekanntlich nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie aus den Unterschieden der beobachteten Einzelwerte und den daraus abgeleiteten Mittelwerten erhalten werden, sind nun für die sämtlichen oben genannten Uhren bei jeder der zwölf berücksichtigten Zeigerstellungen in der Tabelle 7 angegeben; und zwar handelt es sich hier um den für die Uhren I und V_B schon in Tabelle 1 unter E angeführten, sog. mittleren Fehler des Mittelwertes der zehn Messungen jeder Abteilung der Tabelle. Außerdem ist auf der rechten Seite der

Tabelle 7 noch das Mittel dieser sämtlichen zwölf mittleren Fehler jeder Uhr angegeben, das also jedesmal das Ergebnis von 120 Messungen mit der betreffenden Uhr darstellt und daher ein ziemlich sicheres Kennzeichen ihrer Zuverlässigkeit abgibt. Bei den beiden Uhren J_3 und J_4 kamen allerdings aus dem oben angeführten Grunde hierbei nur je 80 Messungen in Frage.

Tabelle 7. Mittlere Fehler der Mittelwerte von je zehn Messungen.

1. Uhren mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Sollwert	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	Sek.
Uhr													Mittel
I	0,026	0,020	0,049	0,016	0,032	0,024	0,028	0,063	0,046	0,037	0,038	0,025	0,0337
V_B	0,045	0,040	0,052	0,056	0,036	0,030	0,045	0,047	0,048	0,069	0,050	0,025	0,0453
F	0,044	0 026	0,040	0,026	0,042	0,026	0,030	0,051	0,033	0,025	0,040	0,026	0,0341
K	0,044	0.055	0,070	0,074	0 053	0,036	0,058	0,057	0,047	0,059	0,059	0,032	0 0537
J_3	0,039	0,048	0,036	0,037	0,040	0,028	0,039	0,019	—	—	—	—	0,0358
J_4	0,023	0,035	0,020	0,012	0,021	0,013	0,046	0,013	—	—	—	—	0,0230

2. Uhren mit 12° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Sollwert	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	Sek.
Uhr													Mittel
J_1	0,015	0,014	0,015	0,021	0,032	0,019	0,013	0,014	0,020	0,028	0,015	0,020	0.0188
J_2	0,019	0,018	0,026	0,020	0,031	0,025	0,018	0,019	0,022	0.015	0.033	0,015	0,0218
J_5	0,024	0,009	0,020	0,016	0,014	0,011	0,020	0,010	0,018	0,014	0,020	0,014	0,0158
J_6	0,018	0,011	0,023	0,017	0,014	0,026	0,017	0,023	0,019	0,017	0,021	0,011	0,0181

In dieser Hinsicht übertrifft nun von den Uhren der ersten Abteilung der Tabelle 7 die Uhr J_4 alle übrigen ganz erheblich, dann folgen I, F und J_3, die ziemlich gleichwertig sind, weiter folgt in größerem Abstand V_B und endlich in ungefähr demselben Abstande die Uhr K, die also hiernach die unzuverlässigste dieser Uhren darstellt.

Weiter ergibt sich aus der Tabelle 7, daß die vier Uhren ihrer zweiten Abteilung, die ja übrigens auch alle vier aus der gleichen Werkstatt stammen, in bezug auf Zuverlässigkeit keine so großen Unterschiede zeigen wie die der ersten Abteilung; vor allem aber, daß die vier Uhren der zweiten Abteilung, deren Zeiger doppelt so schnell läuft wie derjenige der Uhren der ersten Abteilung, auch durchschnittlich eine ungefähr doppelt so große Zuverlässigkeit in ihren Angaben zeigen wie die sechs Uhren dieser letzteren Abteilung.

Diese Überlegenheit der Stoppuhren mit 12° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers über die älteren nur halb so schnell gehenden Uhren dieser Art, die sich übrigens auch schon in der Tabelle 5 in der erheblich geringeren Größe der „Korrekturen“ zeigte, muß m. E. dazu führen, daß die Uhren mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers bald ganz aus der Praxis verschwinden werden, zumal da auch die Teilung ihres Zifferblattes in Fünftelsekunden für die Ablesung weniger angenehm ist als die der neuen Uhren mit ihrer Zehntelsekundenteilung.

Nebenbei sei hier ferner noch die aus Tabelle 5 folgende eigentümliche Tatsache erwähnt, daß die größten Unterschiede zwischen den Mittelwerten und den zugehörigen beiden Einzelwerten der Tabelle bei den meisten der für diesen Vergleich in Frage kommenden Uhren an derjenigen Stelle liegt, wo deren Zeiger eine bzw. zwei volle

Umdrehungen gemacht hat. Um diese Tatsache noch deutlicher hervorzuheben, sind in der Tabelle 8 die betreffenden größten Unterschiede ihrer Größe nach und mit dem zugehörigen Zeigerwinkel zusammengestellt. Man sieht, daß bei der Hälfte der in Frage kommenden Uhren dieser Zeigerwinkel 360° und ferner bei dreien der übrigen vier Uhren 180° beträgt, so daß also bei diesen Zeigerstellungen anscheinend noch besondere Fehlerquellen vorhanden sind. Über die Art derselben weiß ich allerdings keine Auskunft zu geben.

Tabelle 8. Größte Abweichungen des Mittels der beiden Sätze von je 10 Beobachtungen bei der ersten bzw. zweiten Umdrehung des Zeigers von dem Mittel aller 20 Beobachtungen der betreffenden Zeigerstellung.

Uhr	Größte Abweichung (Sekunden)	Zugehöriger Zeigerwinkel (Grad)
I	± 0,073	180
V_B	± 0 100	360
F	± 0,070	180
K	± 0,075	180
J_1	± 0,050	240
J_2	± 0,059	360
J_5	± 0,023	360
J_6	± 0,026	360

Bisher haben wir nun die Brauchbarkeit der Stoppuhren nur für solche Fälle untersucht, wo die zu messende Zeit beliebig oft zur Verfügung stand; es gibt nun aber auch viele Fälle, z. B. bei polizeilichen und sportlichen Ermittelungen, wo solche Uhren benutzt werden, und wo die fragliche Zeit nur einmal gemessen werden kann. In diesem Falle ist es nun offenbar von Wichtigkeit, die größten Abweichungen vom Sollwerte zu kennen, welche bei der Anwendung einer solchen Uhr überhaupt vorkommen können; und deshalb sind nun schließlich in Tabelle 9 noch die bei meinen Messungen mit den genannten Uhren aufgetretenen größten Abweichungen zusammengestellt. Dabei sind nicht bloß wie bisher nur die Werte mit Nullpunktskorrektion, sondern auch die ohne diese Korrektion berücksichtigt, da diese bei den genannten Gelegenheiten wohl meistenteils nicht angebracht werden dürfte.

In der Tabelle 9 sind ferner sowohl die größten Abweichungen nach unten als auch die nach oben angegeben und bzw. durch ein vor die betreffende Reihe gesetztes +- oder —-Zeichen gekennzeichnet, d. h. es handelt sich auch hier ebenso wie in den früheren Tabellen um „Korrekturen“, die also mit dem angegebenen Vorzeichen zu dem betreffenden beobachteten Wert hinzuzufügen waren, um den Sollwert zu erhalten.

Ein Strich in der Tabelle bedeutet, daß hier Abweichungen in dem entsprechenden Sinne nicht auftraten, ein leeres Feld dagegen, daß hier überhaupt nicht beobachtet wurde, was ja aus dem oben angegebenen Grunde nur bei den beiden Uhren J_3 und J_4 für die Sekundenziffern 90 bis 120 der Fall war.

In jeder Horizontalreihe der Tabelle ist ferner die größte Zahl durch Fettdruck hervorgehoben, um mit einem Blick den größten Fehler erkennen zu lassen, welcher bei der betreffenden Uhr überhaupt beobachtet wurde.

Diese Fehler sind nun zumal bei den Uhren der ersten Abteilung recht groß; als größte Ziffern finden wir nämlich bei der Uhr K 0,75 und bei der Uhr V_B 0,76 Sekunden. Dabei befindet sich diese letztere Ziffer sogar unter der Rubrik „mit Null-

Tabelle 9. Größte positive und negative Abweichungen vom Sollwerte bei je zehn Messungen.

1. Uhren mit 6° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Uhr	Sollwert		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	Sek.
I	ohne Nullpunktskorrektion	+	0,34	0,40	0,44	0,04	—	0,06	0,32	**0 60**	0,34	0,16	0,18	0,28	„
		−	0,10	0,04	—	0,20	**0,46**	0,20	0,04	0,04	0,20	0,16	0,36	—	„
	mit „	+	0,28	0,36	**0,62**	0,02	—	0,14	0,32	0,60	0,40	0,24	0,06	0,20	„
		−	—	—	—	0,16	**0,38**	0,12	—	0,04	0,02	0,18	0,32	0,00	„
V_B	ohne „	+	0,08	0,22	0,24	—	—	—	0,16	0,22	**0,40**	0,14	0,08	—	„
		−	0,40	0,06	0,18	**0,56**	0,54	0,54	0,42	0,16	—	0,54	0,56	0,32	„
	mit „	+	0,44	0,56	0,58	0,32	0,22	0,18	0,46	0,58	**0,76**	0,42	0,28	—	„
		−	0,04	—	—	0,20	0,18	0,14	0,06	—	—	0,18	**0,26**	0,26	„
F	ohne „	+	0,10	0,35	0,20	0,10	**0,35**	0,20	0,20	0,35	0,35	0,20	0,20	0,15	„
		−	0,20	—	0,30	0,15	**0,35**	0,15	0,20	0,25	0,15	0,15	0,15	0,05	„
	mit „	+	0,30	0,40	0,40	0,30	0,25	0,25	0,25	**0,50**	0,40	0,30	0,30	0,20	„
		−	0,15	—	0,00	—	**0,15**	0,05	0,00	0,00	—	—	0,05	0,00	„
K	ohne „	+	—	0,00	—	0,05	—	0,05	0,20	0,20	0,00	0,15	**0,25**	0 10	„
		−	0,45	0,65	**0,75**	0,60	0,45	0,25	0,40	0,40	0,35	0,30	0,40	0,15	„
	mit „	+	0,05	0,10	0,05	0,20	0 10	0,15	0,20	**0,25**	0,10	0 25	0,25	0,15	„
		−	0,40	0,50	**0,60**	0,55	0,45	0,15	0,30	0,30	0,40	0,25	0,35	0,15	„
J_3	ohne „	+	0,15	0,20	**0,25**	0,25	0,20	0,15	0,15	0,00					„
		−	**0,20**	0,15	0,05	0,00	0,15	0,10	**0,20**	0,20					„
	mit „	+	0,15	0,25	**0,30**	0,30	0,20	0,20	0,20	0,05					„
		−	0,15	**0,15**	0,00	0,00	0,10	0,05	0,15	0,15					„
J_4	ohne „	+	0,00	0,15	0,00	0,05	—	0,05	**0,20**	—					„
		−	0,20	0,20	0,15	0,05	0,25	0,15	**0,40**	0,25					„
	mit „	+	0,05	0,20	0,05	0,10	0,00	0,05	**0,20**	0,05					„
		−	0,15	0,15	0,10	0,00	0,20	0,10	**0,35**	0,10					„

2. Uhren mit 12° Sekundengeschwindigkeit des Zeigers.

Uhr	Sollwert		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	Sek.
J_1	ohne Nullpunktskorrektion	+	0,03	0,03	0,02	0,10	**0,20**	0,14	0,04	0,08	0,05	0,19	0,05	0,10	„
		−	**0,12**	0,10	0,10	0,08	0,10	0,05	0,10	0,08	0,10	0,10	0,09	0,08	„
	mit „	+	0,05	0,05	0,04	0,11	**0,22**	0,16	0,06	0,10	0,08	0,21	0,05	0,12	„
		−	0,10	0,08	0,08	0,07	0,08	0,03	0,08	0,05	0,07	**0,11**	0,08	0,08	„
J_2	ohne „	+	0,05	0,10	0,12	0,15	0,10	**0,18**	0,06	0,12	0,15	0,11	0,15	0,04	„
		−	0,10	0,08	0,11	0,04	0,16	0,04	0,11	0,07	0,02	0,03	**0,18**	0,15	„
	mit „	+	0,06	0,11	0,13	0,14	0,11	**0,19**	0,07	0,12	0,14	0,10	0,14	0,02	„
		−	0,10	0,06	0,10	0,05	0,15	0,03	0,10	0,06	0,03	0,05	**0,18**	0,17	„
J_5	ohne „	+	—	0,01	—	0,02	0,00	0,03	—	0,00	0,00	0,01	0,03	**0,05**	„
		−	0,19	0,08	0,20	0,12	0,16	0,06	0,20	0,09	**0,21**	0,12	0,16	0,13	„
	mit „	+	0,00	0,02	—	0,01	0,01	0,04	—	0,01	0,01	0,02	0,04	**0,06**	„
		−	0,18	0,07	0,19	0,11	0,15	0,05	0,19	0,08	**0,20**	0,11	0,15	0,12	„
J_6	ohne „	+	0,05	0,15	0,11	0,12	0,03	0,18	0,02	**0,20**	0,09	0,11	0,04	0,04	„
		−	0,10	—	0,07	0,02	0,12	0,09	0,13	0,06	0,06	0,07	**0,16**	0,11	„
	mit „	+	0,07	—	0,13	0,14	0,05	0,20	0,04	**0,22**	0,11	0,13	0,06	0,06	„
		−	0,08	**0,17**	0,05	0,00	0,10	0,07	0,11	0,04	0,04	0,05	0,14	0,09	„

punktskorrektion", so daß also darnach die Anbringung dieser Korrektion hier sogar eine Vergrößerung des größten Fehlers bewirkt hat. Nach dem Obigen ist nun aber klar, daß dies lediglich auf die große Exzentrizität des Zifferblattes dieser Uhr zurückzuführen ist; denn wenn wir diese berücksichtigen, d. h. die dadurch bedingten Korrekturen nach der ausgezogenen Korrekturkurve dieser Uhr in Abb. 1 anbringen, so gehen die Abweichungen derselben, die in der Tabelle 9 für die positive Reihe „mit Nullpunktskorrektion"

| 0,44 | 0,56 | 0,58 | 0,32 | 0,22 | 0,18 | 0,46 | 0,58 | 0,76 | 0,42 | 0,28 | —

lauten, bzw. in

| 0,17 | 0,18 | 0,18 | 0,12 | 0,24 | 0,26 | 0,19 | 0,20 | 0,36 | 0,22 | 0,30 | —

über, d. h. wir erhalten dann auch für diese Uhr Höchstwerte des Fehlers, welche mit den entsprechenden Werten der besten Uhr dieser Abteilung auf einer Stufe stehen.

Dasselbe gilt ferner auch für die Uhren I und K dieser Abteilung; und es bleibt nur die Uhr F auch hier wieder ein Rätsel, da sie trotz der geringen Exzentrizität ihres Zifferblattes doch, wie schon oben erwähnt wurde, ausgesprochene Korrekturen in diesem Sinne zeigt. Dementsprechend zeigen auch hier ihre größten Abweichungen vom Sollwerte bei den Werten mit Nullpunktskorrektion größere Werte als bei denen ohne diese Korrektion.

Abgesehen von dieser Uhr kann man also nach dem Obigen sagen, daß bei diesen Uhren mit 6^0 Sekundengeschwindigkeit des Zeigers, wenn man die durch die Exzentrizität ihres Zifferblattes bedingten Fehler in Rücksicht zieht, die größte Abweichung ihrer Angaben vom Sollwert etwa 0,4 Sekunden beträgt.

Betrachtet man nun demgegenüber die Höchstwerte der Korrekturen in der zweiten Hälfte der Tabelle 9, so sieht man, daß bei den hier in Frage kommenden Uhren mit der doppelten Zeigergeschwindigkeit der Höchstwert der Abweichung ihrer Angaben vom Sollwert nur etwa halb so groß ist, so daß also auch in dieser Hinsicht diese neue Art der Stoppuhren ungefähr doppelt so zuverlässig ist wie die alte.

Zusammenfassung.

Es gelangten zwei Gruppen von Stoppuhren zur Untersuchung: eine Gruppe I, bei welcher der Zeiger, wie früher allgemein üblich, zu einer vollen Umdrehung 60 Sekunden gebrauchte, und ferner eine erst neuerdings aufgekommene Art von Stoppuhren, bei denen der Zeiger doppelt so schnell läuft (Gruppe II).

In der Gruppe I wurden die sechs, bzw. mit I, V_B, F, K, J_3 und J_4 bezeichneten Uhren untersucht, und zwar jede der vier ersten für zwölf und jede der beiden letzten für acht um je 60^0 verschiedene Stellungen des Zeigers je 10 mal. In der Gruppe II ferner gelangten vier bzw. mit J_1, J_2, J_5 und J_6 bezeichnete Uhren zur Untersuchung, und zwar jede in derselben Weise wie die vier ersten Uhren der Gruppe I.

Die größte Abweichung vom Sollwerte, welche bei diesen 120 bzw. 80 Einzelmessungen mit jeder Uhr nach Anbringung der Nullpunktskorrektion an jeder Einzelmessung vorkam, betrug bei den sechs Uhren der Gruppe I in der genannten Reihenfolge 0,62, 0,76, 0,50, 0,60, 0,30 und 0,35 Sekunden und bei den vier Uhren der Gruppe II bzw. 0,22, 0,19, 0,20 und 0,22 Sekunden. Auf derartige Fehler muß man sich also bei Anwendung der betreffenden Uhr gefaßt machen, wenn die zu messende Zeit nur einmal zur Verfügung steht und wenn man keine weitere Korrektion als die des Nullpunktes an der Messung anbringt.

Die größte Abweichung vom Sollwert, welche der Mittelwert der 10, mit jeder Uhr für jede der genannten zwölf, bzw. acht Zeigerstellungen gemachten Messungen zeigte, wenn ebenfalls nur die Nullpunktskorrektion an jeder Einzelmessung angebracht war, betrug für die sechs Uhren der Gruppe I bzw. 0,324, 0,462, 0,265, 0,235, 0,150 und 0,100 Sekunden und bei den vier Uhren der Gruppe II bzw. 0,060, 0,060, 0,132 und 0,117 Sekunden.

Die Untersuchung der Abhängigkeit der Fehler des letztgenannten Mittelwertes von der Zeigerstellung zeigte, daß die verhältnismäßig großen Fehler dieser Mittelwerte bei den drei Uhren I, V_B und K der ersten und bei den beiden Uhren J_5 und J_6 der zweiten Gruppe auf eine mangelhafte Zentrierung des Zifferblattes der betreffenden Uhr zur Achse ihres Zeigers zurückzuführen war, und daß sich dieser Fehler durch Konstruktion einer entsprechenden Korrektionskurve ganz erheblich verkleinern ließ.

Die dann noch übrig bleibenden Fehler des Mittelwertes der verschiedenen Einzelmessungen derselben Zeitgröße, Fehler, die wohl hauptsächlich durch die Unregelmäßigkeiten der Zähne des Uhrwerkes bedingt werden, lassen sich nur noch durch eine entsprechend größere Zahl von Einzelmessungen verkleinern. Über ihre Größe und damit zugleich über die mehr oder minder große Zuverlässigkeit der Angaben der betreffenden Uhr überhaupt erhält man die beste Auskunft, wenn man sich den sog. mittleren Fehler des Mittelwertes einer bestimmten größeren Zahl von Einzelmessungen nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie berechnet. Das Mittel dieses mittleren Fehlers der je zehn Messungen für die zwölf bzw. acht untersuchten Zeigerstellungen betrug bei den sechs Uhren der Gruppe I bzw. 0,0337, 0,0453, 0,0341, 0,0537, 0,0358 und 0,0230 Sekunden und bei den vier Uhren der Gruppe II bzw. 0,0188, 0,0218, 0,0158 und 0,0181 Sekunden.

Daraus folgt, daß die Angaben der Uhren der Gruppe II durchschnittlich ungefähr die doppelte Zuverlässigkeit besitzen wie diejenigen der Gruppe I, so daß demnach die früher zumeist benutzten Uhren der letztgenannten Gruppe bald ganz durch solche der erstgenannten verdrängt werden dürften.

Hamburg, Physikalisches Institut der Universität.

Die erste Veröffentlichung der Grundlage des Wheatstoneschen Stereoskops.

Von
Moritz von Rohr in Jena.

Aus Ch. Wheatstones (3, 1/2) Äußerung[1]) vom Januar 1852 war bekannt, daß er bereits 1833 durch den Londoner Physiologen H. Mayo einen vorläufigen Hinweis auf das Stereoskop hatte veröffentlichen lassen. Es scheint indessen, als habe man sich auch in dem Anfang und der Mitte der 50er Jahre mit dem 1852 angeführten Wortlaut begnügt, der, wie sogleich klar werden wird, nur einen gewissen und in geschichtlicher Hinsicht nicht überragend wichtigen Teil jenes Hinweises enthielt.

Als ich im Frühjahr 1927 durch das freundliche Entgegenkommen des Londoner Ärztehauses *(Royal College of Physicians)* Einblick indas Mayosche Lehrbuch[2]) nehmen

[1]) Die halbfetten eingeklammerten Ziffern hier und in der 3. Anmerkung beziehen sich auf die Ausgabe meiner binokularen Instrumente vom Jahre 1920. Die Quellen sind dort mit einer solchen Genauigkeit angegeben worden, wie sie bei dieser kurzen Bemerkung übertrieben wirken würde.

[2]) Herbert Mayo, *Outlines of Human Physiology. The third edition. London, Burgess and Hill*, 1833. XVI, 478 S. gr. 8°. Hier kommen die Seiten 287/8 in Betracht.

konnte, war ich erstaunt und erfreut, auf ein für die Geschichte des Stereoskops so wichtiges Schriftstück hinweisen zu können. Ich lasse nunmehr die Übersetzung folgen. Die Zeichen / / grenzen die 1852 veröffentlichte Stelle ab. Sie ist bei der Wiedergabe[1]) des zweiten großen Wheatstoneschen Aufsatzes über das Stereoskop schon im Jahre 1908 in deutscher Übersetzung erschienen.

„Die Neigung der Sehachsen steht in einer gewissen Beziehung zu unserer Be-
„wertung von Abstand und wahrer Grö-[288]ße. In der Tat werden, wenn Sehdinge
„in eine solche Entfernung gebracht werden, daß bei ihrer Betrachtung die Sehachsen
„parallel bleiben, unsere Ansichten in dieser Hinsicht ganz nach bereits auseinander-
„gesetzten Weisen gebildet. Liegen sie aber näher, so geht die einen jeden Grad der
„Neigung der Sehachsen begleitende Empfindung als ein wichtiger Bestandteil in unsere
„Schätzung ein. / Herr Wheatstone hat in einer Abhandlung, die zu veröffentlichen er
„im Begriff ist, gezeigt, daß gewisse außerordentliche Gesichtstäuschungen zustande
„kommen, wenn man durch künstliche Mittel die gewohnten Beziehungen stört, die
„zwischen dem Grade der Neigung der Sehachsen und dem Gesichtswinkel bestehen,
„unter dem das Sehding auf der Netzhaut erscheint. In solcher Weise kann man,
„während die Bildgröße auf der Netzhaut unverändert bleibt, seine scheinbare Größe
„und Entfernung mit jeder Änderung des Neigungswinkels der Sehachsen verändern. /
„Der Verfasser beweist außerdem, daß die Einstellung des Auges auf die Deutlichkeit
„des Sehens diese Wahrnehmung nicht abweichend beeinflußt, daß also keine notwen-
„dige Verbindung zwischen dieser Einstellung und der Neigung der Achsen besteht.

„Eines der bemerkenswertesten Ergebnisse der Forschungen Herrn Wheatstones
„zum beidäugigen Sehen ist das folgende. Stellt man ein Raumding so auf, daß es
„im beidäugigen Sehen wahrgenommen wird, so wirft es auf eine jede Netzhaut eine
„verschiedene Perspektive; wiederholt man nun diese beiden Perspektiven auf Papier
„mit Genauigkeit und bietet sie einem jeden Auge so dar, daß sie auf entsprechende
„Stellen fallen, so wird das ursprüngliche Raumding allem Anscheine nach derart
„wiedergegeben, daß keine Anstrengung der Einbildungskraft es als eine Wiedergabe
„auf einer Ebene erscheinen lassen kann. Dieser Versuch und zahlreiche andere er-
„klären den Grund für die Unmöglichkeit, durch ein Gemälde die Raumgliederung der
„Sehdinge darzustellen, und zeigen den Weg, die Außenwelt mit größerer Genauigkeit
„und Treue wiederzugeben, als es bisher möglich war. Wollte man auf die physio-
„logischen Ansichten eingehen, wozu diese Versuche den Gelehrten gebracht haben,
„so würde der dafür verfügbare Raum überschritten werden."

Auf diese Weise ist also in aller Strenge das Jahr 1833 als der Zeitraum der ersten Veröffentlichung des Stereoskops nachgewiesen, während man bisher an 1838 festhalten mußte. Wegen der Wichtigkeit dieser Stelle habe ich sie unter den Quellen und Hinweisen zu meinem letzten Vortrage[2]) vor der Londoner Optischen Gesellschaft wörtlich abgedruckt, so daß man nicht auf H. Mayos schwieriger zugängliche 3. Auflage angewiesen ist.

---

[1]) M. v. Rohr (**10**) S. 59α.

[2]) *Contributions to the history of English opticians in the first half of the nineteenth century (with special reference to spectacle history). (read* 12th *May* 1927) Trans. Opt. Soc. 1926/7 **28.** 117/48; hier kommt S. 144 in Betracht.

Zu gleicher Zeit mag erwähnt werden, daß ebendort auf S. 141 der Wortlaut und die genaue Ortsangabe der wichtigen Brewsterschen Äußerung steht, die sich an zwei Stellen *dieser Zeitschrift*: 1886. **6.** 414 δ und 1887. **7.** 121 γ in deutscher Übersetzung findet.

Zu Hugo Schröders Gedächtnis.

Am 31. Oktober war es 25 Jahre her, seit Hugo Schröder (geb. 18. Okt. 1834) verlassen und verarmt in London starb.

Das Leben dieses Technikers von hoher Handgeschicklichkeit hat auch für unsere Zeitschrift eine Bedeutung, zumal er verschiedene Aufsätze bei uns hat erscheinen lassen. Da aber die Ansprüche an unsern Raum gerade jetzt besonders groß und dringend sind, so sei auf die eine Reihe von Einzelheiten enthaltende Darstellung hingewiesen, die M. v. Rohr in dem ersten Novemberheft der *Central-Zeitung für Optik und Mechanik* unter dem Titel „Zur Erinnerung an Hugo Schröder" hat erscheinen lassen.

Die Schriftleitung.

Bücherbesprechungen.

F. Auerbach und **W. Hort,** Handbuch der technischen und physikalischen Mechanik. Bd. I, 1. Lief. 8°. IX, 306 S. m. 120 Abb. Einzelpreis 30 RM.; Bd. III. IX, 468 S. m. 198 Abb. Einzelpreis 40 RM. Leipzig 1927, Joh. Ambr. Barth.

Das auf sieben Bände angelegte Handbuch ist eines der Einzelwerke, in die die dritte Auflage des Winkelmannschen Handbuches der Physik zerlegt worden ist, um die Überfülle des Stoffes zu meistern. Wie die beiden Herausgeber in ihrer Arbeitsrichtung die theoretische und praktische Seite des Stoffes vertreten, wendet sich das Buch in gleichem Maße an die Physiker und Ingenieure, und gewinnt damit auch besondere Bedeutung für den Leserkreis unserer Zeitschrift.

Es sei deshalb gestattet, hier diejenigen bisher behandelten Stoffgebiete der Mechanik besonders hervorzuheben, die dem Arbeitsgebiet dieser Zeitschrift besonders nahe liegen. So enthält die 1. Lief. des I. Bandes, neben einer gründlichen Darstellung des Systems der Grundbegriffe von F. Auerbach und einer Abhandlung über die Potentialtheorie von A. Korn, acht Beiträge von W. Block über Grundlagen der Meßtechnik und technische Präzisionsmessungen im allgemeinen, sowie über die Messung von Raum, Zeit und Geschwindigkeit, Mengen, Maße und Gewicht, Dichte und spezifischem Gewicht, Kraft und Arbeit. Aus dem III. Bande sei neben der jetzt eingehenden Behandlung der Elastizitätstheorie und Festigkeitslehre sowie der thermischen Eigenschaften der Körper von F. Auerbach, A. Korn und J. Geckeler der Beitrag von B. Gutenberg über Erdbeben und Erdbebenwellen besonders hervorgehoben, der wie alle übrigen Kapitel der technischen Seite der Mechanik gerecht wird.

Das Werk wird, wie das Programm der übrigen Bände und die Namen der Mitarbeiter voraussehen lassen, nach seiner Vollendung ein unentbehrlicher Ratgeber auch für den Konstrukteur werden. *G.*

H. Löschner, Instrumente der Praktischen Geometrie. 8°. 145 S. m. 50 Fig. im Text u. 70 Instrumentenbildern. Wien-Leipzig 1926. Österreichischer Bundesverlag für Unterricht, Wissenschaft und Kunst.

Das Werkchen gehört zu der von K. Peucker herausgegebenen, unter der Bezeichnung „Die Landkarte" erscheinenden „Fachbücherei für jedermann in Länderaufnahme und Kartenwesen"; Umfang und Behandlung des Stoffes entsprechen dem Zwecke dieser Bücherei, „die wichtigsten Kenntnisse über Entstehen, Wesen und Inhalt von Plänen und Karten in möglichst weite Kreise der Bevölkerung zu tragen und das Verständnis für diese Arbeiten zu wecken".

Das Ganze ist in sieben Abschnitte eingeteilt, die die Überschriften Grundbegriffe, Bestandteile an Instrumenten, Instrumente und Geräte zur Horizontalaufnahme, Instrumente zur Höhenmessung, Instrumente für gleichzeitige Lagen- und Höhenaufnahme, Instrumente zur Flächenbestimmung und Instrumente zum Verkleinern und Vergrößern von Plänen tragen.

Die den Preislisten unserer bekanntesten feinmechanischen Werkstätten entnommenen Abbildungen von Instrumenten sind bis auf einzelne (z. B. die auf den Seiten 29, 31 und 49) gut ge-

wählt; zum Teil sind allerdings diese Abbildungen zu groß (z. B. die auf den Seiten 29, 31, 51, 57, 59 und 104) und nehmen dadurch viel Platz weg. Störend empfinde ich es, daß die Abbildungen zum Teil in ihrer Reihenfolge und ihrer Stellung zum Text diesem nicht entsprechen; es ist dies z. B. der Fall bei den Abbildungen auf den Seiten 65, 66, 67 und 68. Die vom Verfasser entworfenen Figuren sind klar und übersichtlich; einige (z. B. die Figuren 23 und 27) sind fast etwas zu klein ausgefallen. An verschiedenen Stellen wären Figuren noch erwünscht; ich nenne das Fernrohr mit unveränderlichem Abstand zwischen Objektiv und Okular und die Untersuchung des einfachen Nivellierinstruments in bezug auf Parallelität von Zielachse und Libellenachse.

Der Text ist klar und gut verständlich, so daß das Büchlein sicher viele Freunde finden wird; auch Studierende und Vertreter der Praxis werden es zweifellos mit Vorteil zur Hand nehmen.

Auf einige mir aufgefallene kleine Ungenauigkeiten und Mängel möchte ich noch hinweisen. Die das Huygensche Fernrohr darstellende Figur (Seite 46) könnte beim Anfänger den Eindruck hervorrufen, als ob die Entfernung zwischen Fadenkreuz und Kollektivlinse veränderbar sein müßte. Beim Winkelspiegel vermisse ich eine Bemerkung darüber, daß er mit Rücksicht auf das Fünfseitprisma veraltet ist; dementsprechend hätte ich gewünscht, daß dem Fünfseitprisma etwas mehr Platz gewidmet worden wäre. Bei den Ablesemikroskopen ist das Noniusmikroskop nicht angeführt. Verhältnismäßig viel Platz ist dem Schraubenmikroskop gewidmet; dagegen finde ich keine Bemerkung über das Einstellen und Abstimmen der Mikroskope. Bei der Untersuchung der Parallelität von Zielachse und Libellenachse des einfachen Nivellierinstruments soll eine erforderliche Berichtigung an der Richtschraube der Libelle vorgenommen werden; dies ist bekanntlich für das Instrument ohne Kipp- oder Lagerschraube nicht richtig. *P. Werkmeister.*

Robert S. Whipple, *An old catalogue and what it tells us of the scientific instruments and curios collected by Queen Charlotte and King George III.* **2.** S. 502 bis 528 mit 8 Abb. auf besonderen Tafeln.

Eine ganz mustergültige Bearbeitung eines alten, wohl nach 1769 verfaßten Katalogs von einer mathematisch-physikalischen, für den Unterricht in der Königsfamilie bestimmten Sammlung, die wohl 1740 angelegt, aber noch bis zu 1761 vervollständigt wurde.

Wenn wir uns hier auf die optischen Teile beschränken, so müssen wir uns gegenwärtig halten, daß in so früher Zeit auch Vorkehrungen aufgenommen wurden, für die man heute wenig übrig haben würde, so z. B. die Anamorphosen mit Zylinder-, Kegel- und Pyramidenspiegel, Nr. 234 bis 239, sowie auch Abb. 3, wo sie — uns ungewohnt — als *polyoptische* Bilder erscheinen. An Lehrmitteln — dazu diente eben die Sammlung zunächst — für Optik war kein Mangel. Schon die Nummern 92 bis 100 zum Anschauungsunterricht für die Abbildung beim Sehvorgange gehören hierher, und man erkennt aus Nr. 96 „Künstliches gläsernes Auge mit Seidenfäden, um die Richtung der Lichtstrahlen in einem alten abgeflachten Auge zu zeigen", daß die Bedeutung der Achsenlänge für die Brechungsfehler der Beobachtung in jener fernen Zeit nicht entgangen war. Linsenmodelle finden sich unter den Nummern 240 bis 47. Dann folgen 248 bis 50 Ochsenaugen (*scioptric balls*). Wenn auf S. 509 η berichtet wird, die Geräte wären zur Beleuchtung von Mikroskopen gebraucht worden, so mag das für diese Sammlung wohl zutreffen. Ursprünglich waren es pfiffig erdachte Fassungen für die als Schauraum dienende dunkle Kammer, so erscheinen sie beispielsweise bei J. Zahn (**1**, 186) um 1685/6, und auch noch der Engländer J. Harris († 1764) führt sie in seinem nachgelassenen Werke (269/70) als solche auf.

Vielleicht ist es als eine Erinnerung daran anzusehen, daß diese Vorkehrungen auch hier unmittelbar vor der (wohl kastenförmigen) dunklen Kammer 251/2 stehen. Diese scheint bei der ursprünglichen Zusammenstellung der Sammlung namentlich als Zeichenhilfe aufgefaßt zu sein, denn unter 253 findet sich die damals wohlbekannte Zeichenhilfe der Zerstreuungslinse. Die Nummern 254 bis 257 scheinen alle Vorrichtungen zur Veranschaulichung perspektivischer Regeln zu sein. Prismen und Hilfsmittel zur Zerlegung weißen Lichts erscheinen in den Nummern 258 bis 268, sowie alte Fernrohre aus unachromatischen Linsen unter 269 bis 279. Ein Dollondsches dreifaches Prisma, Nr. 281, wird die Farbenhebung vorführen, und nun folgen wenigstens im wesentlichen verfeinerte optische Geräte. Von Fernrohren seien 282/83 die hervorragenden Spiegelrohre von James Short

(s. *Die Naturw.* **14.** *539 l. 1926*) hervorgehoben, doch scheinen achromatische Fernrohre in der Sammlung zu fehlen; sie ist vielleicht abgeschlossen worden, ehe man die frühen Dollondschen Rohre ihr einverleibte. Die Abbildungen bevorzugen Mikroskope, verständlicherweise, weil deren Aufstellung auf kleinen Tafeln bequemer wiederzugeben ist. *Moritz von Rohr.*

Proceedings of the Optical Convention 1926. *London, Optical Convention, 1926.* 4°. Bd. **1**, X, 492, V S., Bd. **2.** 4°. VIII, 493 bis 1051, V. S. [Mit vielen Textabbildungen und Tafeln.

In zwei prachtvoll gedruckten und ausgestatteten Bänden liegt der Bericht über diese Optikertagung vor. Es ist die dritte, denn 1905 und 1912 sind ähnliche, wenn auch nicht so umfassend angelegte Tagungen vorhergegangen. Das Ziel dieser Veranstaltungen ist die Hebung der optischen Industrie Englands; bei der hier zu besprechenden hat man anscheinend nicht wie bei den früheren ausländische Fachleute zur Beteiligung eingeladen.

Auf die besonders wertvolle Unterstützung durch Herrn T. Smith, den gegenwärtigen Vorsitzenden der Londoner Optischen Gesellschaft, wird ganz im Anfang (**1**, IV) in einer sehr ansprechenden Weise hingewiesen.

Wer irgend Optik in wissenschaftlichem Sinne betreibt, wird der Leitung dieser Veranstaltung dankbar sein müssen, durch die rückhaltlose Wiedergabe der Vorträge und der angeschlossenen Erörterungen zur Förderung der wissenschaftlichen Optik beigetragen zu haben.

Es erscheint dem Berichtenden unmöglich, bei dieser allgemeinen Anzeige mehr zu tun, als den Inhalt der schönen Bände zu kennzeichnen. Einzelheiten müssen den Besprechungen durch besondere Fachleute vorbehalten werden, wie sich etwa der Berichtende zu den vier Arbeiten zur Geschichte der Optik eingehender geäußert hat.

Berücksichtigt man die (15 *ε*) von dem Vorsitzenden gegebene Andeutung zur Stoffverteilung, so kann man die Vorträge in folgende Gruppen zusammenfassen:

Physikalische Optik	1
Optisches Glas	3
Feinmechanik und Meßvorkehrungen 1 + 1	2
Farben, Photometrie und Beleuchtung 26 + 1	27
Auge und Brillengläser 7 + 5	12
Geschichte der Optik	4
Astronomie	4
Vermessungswesen und Fliegerphotographie 10 + 1	11
Nautische Instrumente	3
Optische Theorie; Rechen- und Zeichenverfahren 7 + 1	8
Prüfverfahren 2 + 1	3
Photographisches Objektiv	4
Lichtspiele und Bildwurf 4 + 1	5
Spektrometer 4 + 1	5
Mikroskope	2
	94

Man kann am Schluß dieser kurzen, bei aller Trockenheit eindrucksvollen Zusammenstellung nur den Wunsch äußern, es möge der reiche Inhalt auch an andern Orten und in andern Ländern wirksam werden. *Moritz von Rohr.*

Vorträge, gehalten bei der 2. Hauptversammlung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie. Zusammengestellt von dem Vorsitzenden der Sektion Deutschland Oberregierungsrat von Langendorff. 251 S. R. Eisenschmidt. Berlin 1927.

Auf der im November 1926 in Berlin abgehaltenen 2. Hauptversammlung der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie haben eine ganze Reihe von ersten Fachleuten ihre praktischen Erfahrungen in der Photogrammetrie in Gestalt von Vorträgen mitgeteilt; es ist ein überaus dankenswertes Unternehmen des Herausgebers, den Inhalt dieser Vorträge nun auch weiteren Kreisen zugänglich gemacht zu haben. *P. Werkmeister.*

Nachdruck verboten.

Namen- und Sachregister.

Akustik: Schallwellen-Photographie z. Untersuchg. der Raumakustik, Davis, Fleming 157. — Selbstanlaufendes phonisches Rad, Gall 317. — Methoden zur Erregung u. Eichg. v. Stimmgabeln 454. — Ein Reflexograph, Kaempfert 496.

Albrecht, K., Ein weiterer Beitrag zur älteren Geschichte der Rathenower Optischen Industrie-Anstalt 403.

Analysatoren (harmonische) s. Rechenapparate.

Armangau, H., Spektrale Empfindlichkeit der photograph. Platten bei konstanter Energie 460.

Artigas, F., Üb. d. Anwendg. der Kathodenzerstäubg. z. Herstellg. v. Photometerk‹ ilen aus Platin 264.

Aschenbrenner, C., Üb. die Verwendung von Entzerrungsgeräten zur kartograph. Darstellung von geneigtem Gelände aus Flugzeugaufnahmen 568.

Astronomie: Das Okularinterferometer und das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne, Ronchi 48. — Das kugelförmige Astrolab nach den Mitteilungen von Alfons X. von Kastilien u. den vorhandenen arab. Quellen, Seemann 109.

Aubertin, A., Geometr. u. interferentielle Methoden z. Messung des Winkels eines total reflektierenden Prismas; Untersuchung der Planparallelität ein. Plättchens 555.

Auerbach, F. u. W. Hort, Handbuch der techn. u. physikal. Mechanik 602.

Bäcklin, E., Eine Neuausführung des registrierenden Mikrophotometers von Siegbahn 373.

Banerji, K., s. Raman.

Barkhausen, H., Elektronen Röhren 60.

v. Bassermann-Jordan, E., Alte Uhren u. ihre Meister 512.

Baxandall, D. u. Th. Court, *Early optical and other scientific instruments as documents of historical value* 558.

Behr, L., Ein neues registrierendes Psychrometer 162.

Bennet, A. H., s. Gardner.

Berroth, A., Schweremessungen (Handbuch der Physik) 311.

Beutler, H., Eichg. des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messung von Schwärzungen 61.

Biographie: Josef Fraunhofer u. sein opt. Institut, Seitz 56. — Carl Pulfrich †, Löwe 561.

Biske, F., Versuch zur Berechnung eines dreilinsigen Systems m. gehobenen fünf Seidelschen Bildfehlern 513.

Blau, L. W., s. Romberg.

Bock, H., Beitrag zur Theorie des isochronischen Pendels 241.

Boegehold, H., Bemerkungen zur Staeble-Lihotzkyschen Bedingung 158.

du Bois-Reymond, Cl., Die Erprobg. des Barometers 498.

Boutaric, A., u. V. F. Demora, Beugungserscheinungen an einem Gitter mit abwechselnd durchsichtigen u. undurchsichtigen Sektoren 47.

Bowyer, W. u. J. Jackson. Die neue Uhr von Greenwich 547.

Bozorth, R. M., Ein neues astat. Magnetometer (Nullinstrument) 372.

Brechung s. Optik.

Brillen s. Ophthalmologie.

Busch, H., Das Kriechgalvanometer 315.

Cajori, F., Briefe von C. H. Schumacher u. W. Struve an F. R. Haßler in Amerika 532.

Cambridge Instr. Co., Apparat zum Ausmessen von Kurven 261.

Campbell, N R., s. C. G. Eden.

Cartwright, H. M. u. C. D. Hallam, Ein neuer Reflexions-Schwärzungsmesser 461.

Chalonge, D., s. Lambert.

Chronographen s. Zeitmessung.

Clay, R. S., *A brief account of some of the historical instruments at the Optical Convention* 558.

Connell, W. H., *A direct reading tacheometer* 314.

Court, Th,, s. Baxandall.

Crommelin, C. A., Beschrijvende catalogus der Historische Verzameling van Natuurkundige Instrumenten der Rijks-Universiteit te Leiden 414.

Dahl, O., s. Swerdrup.

Davis, A. H. u. N. Fleming, Schallwellen-Photographie zur Untersuchg. der Raumakustik 157.

Davis, R., Eine Spezialkamera zum Photographieren zylindrischer Flächen 51.

Daynes, H. A., Üb. die Empfindlichkeit des Paschen-Galvanometers 316. — Weitere Bemerkungen z. Paschen-Galvanometer 317.

Demetrescu, G., Üb. einige Kriterien z. Bestimmung der Güte eines Objektivs 371.

Demora, V. F., s. Boutaric.

Descamps, R., Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett 504.

Dobson, G. M. B., u. I. O. Griffith u. D. N. Harrison, *Photographic Photometry* 112.

Downing, A. C., Einfaches Drehmagnet-Galvanometer mit hoher Normalempfindlichkeit 316.

Drehspulgalvanometer s. Elektrizität.

Drehwage s. Schwere u. Geophysik.

Druck: Über ein neues Mikromanometer (Wassersäulen-Minimeter), Ewald 97. — Wassermessungen bei Wasserkraftanlagen, Ott 107. — Fettfreies Regulierventil für das Hochvakuum, Josephy 436. — Die Erprobung des Barometers, du Bois-Reymond 498. — Stat. Druckmessung Fechheimer 548.

Duffieux, M., Messg. des Reflexionsvermögens metallischer Belegungen 502.

Durchgangsinstrumente siehe Astronomie.

Eaton, H. N., Flugzeuginstrumente 412.

Ebert, H., Üb. Feuchtigkeitsmessungen 372. — Anleitung z. Glasblasen 416.

Eckert, F., Einfluß der Wärmevergangenheit auf die opt. Konstanten von Gläsern 103.

Eden, C. G., u. N. R. Campbell, Apparat zur Bestimmung der Ökonomie elektr. Glühlampen 209.

Eggen, Vereinfachte Kurzzeitforschung 158.

Eggert, O., Neues aus der Instrumentenkunde 315.

Elektrizität: I. Theoretische Untersuchungen u. Meßmethoden: Vereinfachte Kurzzeitforschung, Eggen 158. — Über die Empfindlichkeit einer Methode z.

Messung der Gegeninduktivität, Masius 439.
II. Vorrichtungen z. Erzeugung v. Elektrizität.
III. Meßinstrumente: Selbstinduktions-Meßbrücke mit Vergleichs-Drehkondensator u. Zusatzwiderständen zur Prüfspule, Günther 249. — Üb. die Aufstellg. des Differentialgalvanometers, Hauffe 307. — Das Kriechgalvanometer, Busch 315. — Einfaches Drehmagnet-Galvanometer mit hoher Normalempfindlichkeit, Downing 316. — Üb. Empfindlichkeit des Paschen-Galvanometers, Daynes 316. — Weitere Bemerkungen zum Paschen-Galvanometer, Daynes 317. — Panzer aus „Mumetal„ für hochempfindl. Galvanometer, Hill 317. — Neues Elektrometer, Perucca 524.
IV. Beleuchtungsapparate.
V. Allgemeines: Die Messung dünner Drähte, Tomlinson 368.
VI. Literatur: Elektronen-Röhren, Barkhausen 60.
Elektrometer, s. Elektrizität.
Elektroskope s. Elektrizität.
Ellerbroek, I., u. I. Th. Groosmüller, Üb. den Babinetschen Kompensator 264.
Ellis, I. W., Ein selbstregistrierender Spektrothermograph 262
Entfernungsmesser s. Geodäsie VI.
Erdmagnetismus s. Magnetismus.
Eversmann, Th., Mittlere Exzentrizität einiger Zwangszentrierungen 465.
Ewald, P. P., Die Reflexion u. Brechg. des Lichts als Problem der Elektronentheorie 370.
Ewald, W., Über ein neues Mikromanometer. (Wassersäulen-Minimeter) 97. — Über neue Spektrographen 257. — Über neue Kolorimeter 360. s. a. Frieß.

Fechheimer, C. I. Stat. Druckmessg. 548.
Feldhaus, Franz Marie, Tage der Technik 164.
Fennel, Otto, Söhne, Neue Preisliste 320.
Fernrohre: Die visuelle Leistg. von Fernrohren, Kühl 75. — Leistung und Leistungseindruck bei Feldstechern, Kühl 99.
Fiek, G., s. Sachs.
Fincham, E. F., Die Änderungen in der Gestalt der Kristallinse bei der Akkomodotion 159.
Fincham, W. H. A., Die Scheitelbrechkraft u. ihre Messg. 48.
Fleming, N., s. Davis.
Foster, L. V., Beugungsgitterbilder u. Interferenzfigurenbilder durch ein Mikroskopobjektiv 552.
Fresnel, A. I., Abhandlungen üb. die Beugung des Lichts 112.
Frequenzmesser s. Elektrizität.
Frieß, H., u. W. Ewald, Üb. Methoden u. Anwendungen der Kinematographie in der Technik u. Wissenschaft 536.

Gall, D. C., Ein selbstanlaufendes phonisches Rad 317.
Galvanometer s. Elektrizität.
Gardner, I. C., u. A. H. Bennet, Eine auf Interferenzen sich gründende Abänderung der Hartmannschen Extrafokal-Prüfmethode für Objektive 197.
Gehlhoff, G. u. M Thomas, Die physikal. Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzung 101.
Gehrcke, E., Handbuch der physikal. Optik Bd. I 408, Bd. II 410.
Geodäsie: I. Basismessungen: Über die Längenmessung mit Hilfe der Lichtinterferenz, Väisälä 398.
II. Astronomisch-geodätische Instrumente.
III. Apparate zum Winkelabstecken: Beiträge z. Theorie des dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas, Schulze 417.
IV. Winkelmeßinstrumente u. Apparate für Topographie: Über die Genauigkeit der Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei einem mittleren Theodolit, Lüdemann 33. — Verbesserter Theodolit für die Verfolgung von Pilotballonen, Leiß 107. — Der Einfluß der Strahlenbrechung auf die Längenmessung mit Entfernungsmeßfäden bei lotrechter Latte, Lüdemann 312. — Der „kleine Hildebrand", Hoffmann 313. — Der Doppelbild Tachymeter Kern 313. — *A direct reading tacheometer*, Connell 314. — Kleinste Theodolite mit Schraubenmikroskopablesung, Lüdemann 314. — Nomographische Tachymetertafel, Wunderwald 314. — Die Genauigkeit der Kreisteilung bei kleinen Hochleistungstheodoliten, Lüdemann 435. — Eine neue Tachymeter Kippregel, Lüdemann 489.
V. Höhenmeßinstrumente und ihre Hilfsapparate.
VI. Tachymetrie: Reisetachymeter von 9 cm Kreisdurchmesser von F. W. Breithaupt & Sohn, Uhink 146. — Eine neue Tachymeter-Kippregel, Lüdemann 489.
VII. Allgemeines (s. a. Libellen, Planimetrie, Rechen- und Zeichenapparate): Neueres aus der Instrumentenkunde, Eggert 315. — Mittlere Exzentrizität einiger Zwangszentrierungen, Eversmann 465.
VIII. Literatur: Geodesist, Russische geodätische Zeitschrift 164. — Koordinaten u. Höhen 320. — Ein Preisverzeichnis geodät. Vermessungsinstrumente aus dem Jahre 1801, Lüdemann 365. — Das Photogrammetr. Meßverfahren — Photogrammetrie, Seliger 560. — *Phototopography, a practical manual of photographic surveying methods*, Higgins 560. — Instrumente der Prakt. Geometrie, Löschner 602.
Geophysik: Lehrbuch der Geophysik, Gutenberg 162. — Zwei selbstschreibende Meeresströmungsmesser. Swerdrup, Dahl 508.
Geschichte: Joseph Fraunhofer u. sein opt. Institut, Seitz 56. — Das kugelförmige Astrolab nach den Mitteilungen von Alfons X. von Kastilien u. den vorhandenen arab. Quellen, Seemann 109. — Zahlen u. Quellen zur Geschichte der Projektionskunst und Kinematographie, Liesegang 318. — Ein Preisverzeichnis geodät. Vermessungsinstrumente aus dem Jahre 1801, Lüdemann 365 — Ein weiterer Beitrag zur älteren Geschichte der Rathenower-Optischen Industrie-Anstalt, Albrecht 403. — Beschrijvende catalogus der Historische Verzameling van Natuurkundige Instrumenten der Rijks-Universiteit te Leiden. Crommelin 414. — Die Entwicklung der Firma I & A. Bosch-Straßburg, ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Präzisionsmechanik, Keil 440. — Die Erprobung des Barometers, du Bois-Reymond 498. — Briefe von C. H. Schumacher u. W. Struve an F. R. Haßler in Amerika, Cajori 532. — *A brief account of some of the historical instruments at the Optical Convention*, Clay 558. — *Early optical and other scientific instruments as documents of historical value*, Baxandall, Court 558. — Die erste Veröffentlichung der Grundlage des Wheatstoneschen Stereoskops, v. Rohr 600. — Zu Hugo Schröders Gedächtnis 602. — *An old catalogue*, R. S. Whipple 603.
Gibson, K. S., Spektralfilter 553.
Gitter, s. Spektroskopie.
Glas: Messungen des Brechungsverhältnisses von Glas bei hohen Temperaturen, Peters 46. — Die zweckmäßigste Wahl der Wellenlängen u. Lichtquellen für die Messung von Brechungsverhältnissen, Weidert 100. — Über einige neuzeitliche Absorptionsgläser, Jaeckel 101. — Die physikal. Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzung, Gehlhoff, Thomas 101. — Einfluß der Wärmevergangenheit auf die opt. Konstanten von Gläsern, Eckert 103. — Das Grundgesetz der Glas-Kühlung, Preston 160. — Die dimensionale Berichtigung der Hamptonschen Arbeit über

die Glaskühlung, Preston 160. — Anleitung zum Glasblasen, Ebert 416.
Gregg, W. R., *Aeronautical Meteorology* 559.
Griffith, I. O., s. Dobson.
Groeneveld, Jan, Eine neue Planimetertheorie 1. — Die Planimeter als Integrationsinstrumente 113. — Planimetr. Integration mit Nullkurven 185.
Groosmüller, I. Th., s Ellerbroek.
Günther, C., Selbstinduktions-Meßbrücke mit Vergleichs-Drehkondensator u. Zusatzwiderständen zur Prüfspule 249.
Gutenberg, B., Lehrbuch der Geophysik 162.
Gyemant, A., Ein neuer Intensitätsmeßapparat f. Ultraviolett 50.

Haalck, H., Ein neues erdmagnet. Universalvariometer 16.
Haas, A., Mechanik der Massenpunkte u. der starren Körper 108.
Haigh, W. D., Beschreibg. eines Apparats z. Bestimmung der Auslöschungskoeffizienten opt. Gläser im Licht d. sichtbar. Spektrums 46.
Hallam, C. D., s. Cartwright.
Hansen, G., Verwendg. der lichtelektr. Alkalizelle im Registrierphotometer nach P. P. Koch 71.
Harmonische Analyse s. Rechenapparate.
Harrison, D. N., s. Dobson.
Hauffe, G., Üb. die Aufstellg. des Differentialgalvanometers 307.
Higgins, A. L., *Phototopography, a practical manual of photographic surveying methods* 560.
Hildebrand, M., G. m. b. H., Neue Preisliste 320.
Hill, A. V., Ein Panzer aus „Mumetal" für hochempfindl. Galvanometer 317.
Hoecken, K., Die Verzerrungsfehler eines nicht senkrecht aufgenommenen Luftbildes bei ebenem Gelände 189.
Höhenmessung s. Geodäsie.
Hoffmann, B., Der „kleine Hildebrand" 313.
Hope-Jones, F., Das freie Pendel 547.
Hoppe, E., Geschichte der Optik 560.
Hornoch, A., Über Hauptpunkt- u. Bildweitenbestimmung aus Photogrammen 579.
Hort, W., s. Auerbach.
Hunt, Franklin L., Neue Formen von Luftfahrt-Instrumenten 103.

Jackson, J., s. Bowyer.
Jaeckel, G., Über einige neuzeitl. Absorptionsgläser 101.
Jentzsch, F., Der Grenzwinkel der regulären Reflexion 45.
Interferometrie: Das Okularinterferometer und das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne, Ronchi 48. — Üb. die Längenmessg. mit Hilfe der Lichtinterferenz, Väisälä 398.
Josephy, B., Fetttreies Regulierventil für das Hochvakuum 436.

Kaempfert, W., Ein Reflexograph 496.
Kalkspat s. Spektroskopie.
Kapazität s. Elektrizität.
Karten: Der Aerokartograph von Hugershoff-Heyde, Werkmeister 205.
Kathodenstrahlen s. Elektrizität.
Kayser, H., Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente nach Wellenlänge geordnet 411.
Kehrmann, O., Das Rechnen m. d. Rechenschieber 268.
Keil, W., Die Entwicklg. d. Firma J. & A Bosch-Straßburg, ein Beitrag zur Geschichte der deutschen Präzisionsmechanik 440.
Ketter, K., Untersuchung von Rechenschiebern auf Teilungsfehler 312.
Kinematographie: Neues Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mikro-Kinematographie und der Mikro-Momentphotographie, Rick i 51.— Zahlen und Quellen z. Geschichte der Projektionskunst u. Kinematographie, Liesegang 318. — Üb. Methoden u. Anwendungen der Kinematographie in der Technik u. Wissenschaft, Frieß, Ewald 536.
Kingslake, R., Anwendg. der Hartmannschen Prüfmethode auf die Bestimmung der außeraxialen Abweichungen 207.
Kisser, J., Einige bemerkenswerte Neuerungen an Mikrotomen 301.
Kistner, A., Die histor. Uhrensammlung Furtwangen 512.
Klein, E. u. G. F. Rouse, Methoden z. Erregung u. Eichung von Stimmgabeln 454.
Knoche, P, Die Röntgenphotographie 320.
Kompensatoren s. Elektrizität.
Kondensatoren s. Elektrizität.
Kondensoren s. Optik.
Kreisteilungen s. Teilungen.
Kühl, A., Die visuelle Leistung v. Fernrohren 75. — Leistg. u. Leistungseindruck b Feldstechern 99.
Kurven: Apparat zum Ausmessen von Kurven, Cambridge Instr. Co 261.

Lampert, P. u. D. Chalonge, Registrierendes Mikrophotometer m. lichtelektr. Zelle 506.
Lampen (s. a Elektrizität IV): Drei prakt. Mikroskopierlampen, Lehmann 161.
v. Langendorff, Vorträge, gehalten bei der 2. Hauptversammlung d. Internationalen Gesellsch. f. Photogrammetrie 604.
Lang, R., Experimentalphysik 164.
Lehmann, E., Drei prakt. Mikroskopierlampen 161.
Leiss, C., Verbesserter Theodolit für die Verfolgung von Pilotballonen 107.
Liesegang, F. P., Zahlen u. Quellen z. Geschichte der Projektionskunst u. Kinematographie 318.
Linsen s. Optik.
List, H., Üb. die Frage der Neigungsmessg. im Flugbetrieb 451.
Literatur: *The decimal bibliographical classification of the institut international de bibliographie*, Pollard 58. — Mechanik der Massenpunkte u. der starren Körper, Haas 108. — Der Zugversuch, Sachs, Fiek 109. — Experimentalphysik IV, Lehre vom Licht, Lang 164. — Tage der Technik, Feldhaus 164. — Einführung in die Nomographie, Lucker 216. — Das Rechnen m. d. Rechenschieber, Kehrmann 268. — Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften 317. — Zahlen u. Quellen z. Geschichte der Projektionskunst u. Kinematographie, Liesegang 318. — Jahresbericht IV der Chemisch-Technischen Reichsanstalt 1924/25 414. — Grundbegriffe der mechan. Technologie der Metalle, Sachs 510. — Hilfsapparate für den Färber u. Koloristen, Silbermann 511. — Die histor. Uhrensammlung Furtwangen, Kistner 512. — Alte Uhren und ihre Meister, v. Passermann-Jordan 512. — Handbuch der techn. u. physikal. Mechanik, Auerbach, Hort 602.
Löschner, H., Instrumente der Prakt. Geometrie 602.
Lote s. Geodäsie.
Löw, W., s. Vonwiller.
Löwe, F., Opt. Messungen des Chemikers u. des Mediziners 319. — Carl Pulfrich † 561.
Luckey, P., Einführung in die Nomographie 216.
Lüdemann, K., Üb. die Genauigkeit der Längenmessg. m. Entfernungsmeßfäden b. einem mittleren Theodolit 33. — Der Einfluß der Strahlenbrechg. auf die Längenmessg. m. Entfernungsmeßfäden bei lotrechter Latte 312. — Kleinste Theodolite mit Schraubenmikroskopablesg 314. — Ein Preisverzeichnis geodät. Vermessungsinstrumente aus dem Jahre 1801, Lüdemann 365. — Die Genauigkeit der Kreisteilg. bei klein. Hochleistungstheodoliten 435. — Eine neue Tachymeter-Kippregel 489.
Luftfahrt: Neue Formen von Luftfahrtinstrumenten, Hunt 103. — Flugzeugbordgeräte, Möller 309.— Flugzeuginstrumente, Eaton 412. — Üb. die Frage der Neigungsmessg. im Flugbetrieb, List 451.

— Apparat z. Bestimmung der Böigkeit des Windes, Pirscher 453. — *Aeronautical Meteorology*, Gregg 559.
Lullies, H., Kardiographie 380.

Mackensen, O., Untersuchungen über die Genauigkeit von geschabten u. geschliffenen Flächen 44.
Magnetismus u. Erdmagnetismus (s. a. Kompasse): Ein neues erdmagnet. Universalvariometer, Haalck 16. — Ein neues astat. Magnetometer (Nullinstrument), Bozorth 372.
Manometer s. Druck.
Mareographen s. Nautik.
Martin, L. C., Die Lichtverteilung in den opt. Bildelementen 208.
Masius, M., Üb. die Empfindlichkeit einer Methode z. Messg. der Gegeninduktivität 439.
Mechanik: Mechanik der Massenpunkte u. der starren Körper, Haas 108. — Der Zugversuch, Sachs, Fiek 109. — Technische Mechanik 211. — Die Messung dünner Drähte, Tomlinson 368. — Apparat zum Zusammensetzen period. Bewegungen, Rothé, Rémy 546. — Handbuch der techn. u. physikal. Mechanik, Auerbach, Hort 602.
Meteorologie (Thermometrie s. diese): I. Barometer, Aneroide.
II. Anemometer (Windmesser): Apparat z. Bestimmung der Böigkeit des Windes, Pirscher 453.
III. Feuchtigkeitsmesser (Hygrometer, Psychrometer): Ein neues registrierendes Psychrometer, Behr 162. — Über Feuchtigkeitsmessungen, Ebert 372. — Neues Hygrometer, Romberg, Blau 551.
IV. Regenmesser.
V. Allgemeines: Über die Verwendg. des Lochkartenverfahrens in der Klimatologie, Pollak 528.
VI. Literatur: *Aeronautical Meteorology*, Gregg 559.
Mikroskopie: Üb. einen neuen mikrostereophotogr. Okularaufsatz des Leitz-Werkes für Beleuchtg. in auffallendem u. durchfallendem Licht, Scheffer 51. — Eine Kombination des Kreuztisches u. des Pendeltisches, nebst einigen Bemerkungen üb. die Kreuztische der Mikroskope überhaupt, Studnička 160. — Drei prakt. Mikroskopierlampen, Lehmann 161. — *Practical Microscopy*, Shillington Scales 510.
Mikrotome: Das Kreisschnittmikrotom u. die Mikrotomie gewölbter, zylindrischer, kegelmantel- u. kugelschalenförmiger Körper, Vonwiller, Löw 161. — Einige bemerkenswerte Neuerungen an Mikrotomen, Kisser 301.
Möller, Flugzeugbordgeräte 309.
Monochromatoren s. Spektroskopie.

Nautik: Beiträge zur Sextanten-Theorie, Theimer 165. — Zwei selbstschreibende Meeresströmungsmesser, Swerdrup, Dahl 508.
Nivellierinstrumente s. Geodäsie.
Normalelemente s. Elektrizität.

Objektive s. Optik.
Ophthalmologie: Die Scheitelbrechkraft u. ihre Messung, Fincham 48. — Die Änderungen in der Gestalt der Kristallinse bei der Akkomodation, Fincham 159.
Opitz, H., Bemerkungen zu der Abhandlg. von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion 447.
Optik (s. a. Fernrohre, Interferometrie, Mikroskopie, Photographie, Photometrie, Polarimetrie, Prismen, Spektroskopie, Spiegel):
I. Theoretische Untersuchungen u. Meßmethoden: Der Grenzwinkel der regulären Reflexion, Jentzsch 45. — Die visuelle Leistung von Fernrohren, Kühl 75. — Genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion, Seiffert 86. — Leistg. u. Leistungsdruck bei Feldstechern, Kühl 99. — Die zweckmäßigste Wahl der Wellenlängen u. Lichtquellen für die Messung von Brechungsverhältnissen, Weidert 100. — Über einige neuzeitliche Absorptionsgläser, Jaeckel 101. — Die physikal. Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzg., Gehlhoff, Thomas 101. — Einfluß der Wärmevergangenheit auf die opt. Konstanten von Gläsern, Eckert 103. — Mehrgliedrige Aberrationen, Strehl 154. — Bemerkungen zum Kosinussatz, Smith 158. — Bemerkungen zur Staeble-Lihotzkyschen Bedingung, Boegehold 158. — Die opt. Eigenschaften von Amethyst-Quarz, Raman, Banerji 159. — Die Änderungen in der Gestalt der Kristallinse bei der Akkomodation, Fincham 159. — Beiträge zur Sextanten-Theorie, Theimer 165. — Eine auf Interferenzen sich gründende Abänderung der Hartmannschen Extrafokal-Prüfmethode für Objektive, Gardner, Bennet 197. — Bemerkungen zu Chalmers Anwendungen der Hartmannschen Methode, Smith 207. — Anwendung der Hartmannschen Prüfmethode auf die Bestimmung der außeraxialen Abweichungen, Kingslake 207. — Die Lichtverteilung in den opt. Bildelementen, Martin 208. — Die Beziehung zwischen Streu- u. Sichtdichte, Tuttle 263. — Sphär. Aberrationen, Strehl 297. — Bemerkung zum Kriterium der besten Fokussierung, Smith 311. — Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinien der Totalreflexion, Richter 357. — Kritische Betrachtg. der gebräuchl. Winkelprismen, Schellens 370. — Die Reflexion u. Brechg. des Lichts als Problem der Elektronentheorie, Ewald 370. — Physikal. Optik 371. — Üb. einige Kriterien zur Bestimmung der Güte eines Objektivs, Demetrescu 371. — Bemerkungen zu der Abhandlg. von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion, Opitz 447. — Die Erzeugg. eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion, Pulfrich 450. — Messg. des Reflexionsvermögens metallischer Belegungen, Duffieux 502. — Versuch z. Berechnung eines dreilinsigen Systems m. gehobenen fünf Seidelschen Bildfehlern, Biske 513. — Zur Herschelschen Forderung, Sonnefeld 552. — Beugungsgitterbilder u. Interferenzfigurenbilder durch ein Mikroskopobjektiv, Foster 552. — Geometr. u. interferentielle Methoden z. Messg. des Winkels eines total reflektierenden Prismas; Untersuchg. der Planparallelität eines Plättchens, Aubertin 555. — Messg. der Verzeichnung photograph. Objektive, Paul 557.
II. Apparate: Untersuchungen üb. die Genauigkeit von geschabten u. geschliffenen Flächen, Mackensen 44. — Beschreibg. eines Apparats z. Bestimmung der Auslöschungskoeffizienten opt. Gläser im Licht des sichtbaren Spektrums, Haigh 46. — Messungen des Brechungsverhältnisses von Glas bei hohen Temperaturen, Peters 46. — Beugungserscheinungen an einem Gitter mit abwechselnd durchsichtigen u. undurchsichtigen Sektoren, Boutaric, Demora 47. — Die Scheitelbrechkraft u. ihre Messg., Fincham 48. — Ein neuer Intensitätsmeßapparat für Ultraviolett, Gyemant 50. — Üb. den Gebrauch des Braceschen Halbschattenkompensators bei der gleichzeitigen Messung von Azimut u. Elliptizität der Schwingungsellipse, Szivessy 148. — Üb. neue Spektrographen, Ewald 257. — Üb. den Babinetschen Kompensator, Ellerbroek, Groosmüller 264. — Verbesserter Thornerscher Ap-

parat z. Messg. des Tageslichtquotienten, Taylor 311. — Über neue Kolorimeter, Ewald 360. — Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett, Descamps 504. — Das Ringphotometer, seine verschiedenen Formen u. Anwendungsmöglichkeiten, Pokrowski 520. — Spektralfilter, Gibson 553.

III. Literatur: Joseph Fraunhofer u. sein optisches Institut, Seitz 56. — *The decimal bibliographical classification of the institut international de bibliographie*, Pollard 58. — Abhandlungen über die Beugung des Lichts, Fresnel 112. — *Photographic Photometry*, Dobson, Griffith, Harrison 112. — Die Hohlspiegel, Sonnefeld 163. — Experimentalphysik IV, Lehre vom Licht, Lang 164. — Katalog der Optischen Werke C. Reichert 215. — Opt. Messungen des Chemikers u. des Mediziners, Löwe 319. — Handbuch der physikal. Optik, Bd. I u. II, Gehrcke 408, 410. — Einführung in die Theorie der opt. Instrumente, Whittaker 411. — Das Polarisationsmikroskop, Weinschenk 464. — *Practical Microscopy*, Shillington Scales 510. — Hilfsapparate für den Färber u. Koloristen, Silbermann 511. — Geschichte der Optik, Hoppe 560. — Die erste Veröffentlichg. der Grundlage des Wheatstoneschen Stereoskops, v. Rohr 600. — *Proceedings of the Optical Convention 1926* 604.

Ott, L. A., Wassermessungen bei Wasserkraftanlagen 107.

Paul, M., Messg. der Verzeichnung photograph. Objektive 557.

Pendel u. Pendelmessungen: Pendelapparat für Schweremessungen 156. — Beitrag zur Theorie des isochronischen Pendels, Book 241.

Permeabilität s. Magnetismus.

Persönliches: Carl Pulfrich † 561.

Perucca, E., Ein neues Elektrometer 524.

Peters, C. G., Messungen des Brechungsverhältnisses von Glas bei hohen Temperaturen 46.

Photogrammetrie: Beitrag zur Hauptpunkt- u. Bildweitenbestimmung aus Photogrammen, Theimer 134. — Die Verzerrungsfehler eines nicht senkrecht aufgenommenen Luftbildes bei ebenem Gelände, Hoecken 189. — Der Ärokartograph von Hugershoff-Heyde, Werkmeister 205. — Die Photogrammetrie u. ihre Anwendg. bei der schweizer. Grundbuchvermessung u. bei der allgemeinen Ländervermessg. 266. — Das Hoppesche Bildmeßverfahren u. sein Einfluß auf die Entwicklung der photogrammetr. Auswertegeräte, Samel 312. — Eine Zeitschr. f. Photogrammetrie 315. — Das photogrammetr. Meßverfahren — Photogrammetrie, Seliger 560. — *Phototopographie, a practical manual of photographic surveyiog methods*, Higgins 560. — Üb. die Verwendg. von Entzerrungsgeräten zur kartograph. Darstellg. von geeignetem Gelände aus Flugzeugaufnahmen, Aschenbrenner 568. — Über Hauptpunkt- u. Bildweitenbestimmung aus Photogrammen, Hornoch 579. — Vorträge, gehalten bei der 2. Hauptversammlung der Internationalen Gesellsch. f. Photogrammetrie, v. Langendorff 604.

Photographie: Eine Spezialkamera zum Photographieren zylindrisch. Flächen, Davis 51. — Neues Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mikro-Kinematographie u. der Mikro-Momentphotographie, Rikli 51. — Schallwellenphotographie zur Untersuchung der Raumakustik, Davis, Fleming 157. — Die Beziehung zwischen Streu- u. Sichtdichte, Tuttle 263. — Die Röntgenphotographie, Knoche 320. — Zum Problem der Sensitometrie 458. — Spektrale Empfindlichkeit der photograph. Platten bei konstanter Energie, Armangau 460. — Ein neuer Reflexions-Schwärzungsmesser, Cartwright, Hallam 461. — Die zweckmäßige Einteilung der Einstellg. von Handkameras, Waldner 462. — Einrichtg. zur automat. Aufnahme von Schwärzungskurven, Spiller 493. — Messg. der Verzeichnung photograph. Objektive, Paul 537.

Photometrie: Eichg. des Kochschen Mikrophotometers für absolute Messg. von Schwärzungen, Beutler 61. — Verwendg. der lichtelektr. Alkalizelle im Registrierphotometer nach P. P. Koch, Hansen 71. — *Photographic Photometry*, Dobson, Griffith, Harrison 112. — Die Zuverlässigkeit v. Messungen mit dem Flimmerphotometer in der heterochromat. Photometrie, Taylor 209. — Apparat z. Bestimmung der Ökonomie elektr. Glühlampen, Eden, Campbell 209. — Üb. die Anwendg. der Kathodenzerstäubg. z. Herstellg. von Photometerkeilen aus Platin, Artigas 264. — Verbesserter Thornerscher Apparat zur Messg. des Tageslichtquotienten, Taylor 311. — Neuausführung des Registrier-Mikrophotometers von Siegbahn, Bäcklin 373. — Einrichtg. zur automat. Aufnahme von Schwärzungskurven, Spiller 493. — Registrierendes Mikrophotometer mit lichtelektr. Zelle, Lambert, Chalonge 506. — Das Ringphotometer, seine verschiedenen Formen u. Anwendungsmöglichkeiten, Pokrowski 520.

Physiologie: Kardiographie, Lullies 380.

Pienkowsky, A. T., Rasches Prüfverfahren für Laboratoriums-Gewichtssätze 451.

Pirscher, J., Apparat z. Bestimmung der Böigkeit des Windes 453.

Planimetrie: Eine neue Planimetertheorie, Groeneveld 1. — Die Planimeter als Integrationsinstrumente, Groeneveld 113. — Planimetr. Integration mit Nullkurven, Groeneveld 185. — Apparat zum Ausmessen von Kurven, Cambridge Instr. Co. 561. — Integration vermittels des Kurvimeters, Schwerdtfeger 544.

Pokrowski, G. J., Das Ringphotometer, seine verschiedenen Formen u. Anwendungsmöglichkeiten 520.

Polarimetrie: Üb. den Gebrauch des Braceschen Halbschattenkompensators bei der gleichzeitigen Messung von Azimut und Elliptizität der Schwingungsellipse, Szivessy 148. — Üb. den Babinetschen Kompensator, Ellerbroek, Groosmüller 264. — Das Polarisationsmikroskop, Weinschenk 464. — Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett, Descamps 504.

Pollak, L. W., Das Rechnen mit u. ohne Maschine 340. — Über die Verwendg. des Lochkartenverfahrens in der Klimatologie 528.

Pollard, A. F. C., *The decimal bibliographical classification of the institut international de bibliographie* 58.

Preislisten: Katalog der Optischen Werke C. Reichert 215. — Neue Preisliste von M. Hildebrand G. m. b. H. 320. — Neue Preisliste von Otto Fennel Söhne 320.

Preston, F. W., Das Grundgesetz der Glas-Kühlung 160. — Die dimensionale Berichtigg. der Hamptonschen Arbeit über die Glaskühlung 160.

Prismen: Genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion, Seiffert 86. — Krit. Betrachtg. der gebräuchl Winkelprismen, Schellens 370. — Beiträge zur Theorie des dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas, Schulze 417. — Bemerkungen zu der Abhandlg. von Prof. A. Seiffert: Eine genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion, Opitz 447. — Geometr. u. interferentielle Methoden zur Messg. des Winkels eines total reflektierenden Prismas; Untersuchg. der Planparallelität eines Plättchens, Aubertin 555.

Projektion s. Optik.
Projektionsapparate: Zahlen u. Quellen z. Geschichte der Projektionskunst u. Kinematographie, Liesegang 318.
Pulfrich, C., Die Erzeugg. eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion 450.

Quadrantelektrometer s. Elektrizität.
Quarzprismen s. Prismen.

Radiostereoskopie s. Optik.
Raman, C. V., u. K. Banerji, Die opt. Eigenschaften von Amethyst-Quarz 159.
Rechenapparate u. Rechenhilfsmittel: Einführung in die Nomographie, Luckey 216. — Das Rechnen m. d. Rechenschieber, Kehrmann 268. — Untersuchung von Rechenschiebern auf Teilungsfehler, Ketter 312. — Eine nomograph. Tachymetertafel, Wunderwald 314. — Das Rechnen mit u. ohne Maschine, Pollak 340. — Die Triumphator-Rechenmaschine „Duplex" 369. — Prakt. Rechenbildkunde (Nomographie), Wenner 416. — Ein Reflexograph, Kaempfert 496. — Üb. die Verwendg. des Lochkartenverfahrens in der Klimatologie, Pollak 528.
Reflektoren s. Astronomie.
Registrierapparate: Ein selbstregistrierender Spektrothermograph, Ellis 262.
Regulatoren: Zur Wirkungsweise des Giebeschen Zentrifugalregulators, Stoecker 311. — Fettfreies Regulierventil f. d. Hochvakuum, Josephy 436.
Reichsanstalt, Physikalisch-Technische: Die Tätigkeit der Phys.-Techn. Reichsanstalt i. J. 1926 217, 269, 321. — Waagen. Ausführungsbestimmungen zu den §§ 87 bis 111 der Eichordnung I. Teil 463.
Rémy, A., s. Rothé.
Richter, R., Die Erzeugg. eines reinen Spektrums mittels d. Grenzlinie der Totalreflexion 357.
Rikli, M., Neues Hilfsmittel auf dem Gebiete der Mikro-Kinematographie u. der Mikro-Momentphotographie 51.
v. Rohr, M., Die erste Veröffentlichung der Grundlage des Wheatstoneschen Stereoskops 600.
Romberg, A., u. L. W. Blau, Ein neues Hygrometer 551.
Ronchi, V., Das Okularinterferometer u. das Objektivinterferometer bei der Auflösung der Doppelsterne 48.
Röntgenstrahlen: Die Röntgenphotographie, Knoche 320.
Rothé E., u. A. Rémy, Apparat zum Zusammensetzen period. Bewegungen 546.
Rouse, G. F. s. Klein.

Sachs, G., u. G. Fiek, Der Zugversuch 109.
Sachs, G., Grundbegriffe der mechanischen Technologie der Metalle 510.
Samel, P., Das Koppesche Bildmeßverfahren u. sein Einfluß auf die Entwicklg. d. photogrammetr. Auswertegeräte 312.
Schall s. Akustik.
Scheffer, W., Üb. einen neuen mikrostereophotograph. Okularaufsatz des Leitz-Werkes für Beleuchtung in auffallendem und durchfallendem Licht 51.
Schellens, F., Krit. Betrachtg. der gebräuchl. Winkelprismen 370.
Schulze, Fr., Beiträge zur Theorie d. dreiseitigen (Bauernfeindschen) Winkelprismas 417.
Schwerdtfeger, H., Integration vermittels des Kurvimeters 544.
Schwere: Pendelapparat f. Schweremessungen 156. — Schweremessungen, Berroth (Handbuch der Physik) 311. — Rasches Prüfverfahren für Laboratorium-Gewichtssätze, Pienkowsky 451.
Seemann, H., Das kugelförmige Astrolab nach den Mitteilungen von Alfons X. von Kastilien u. den vorhandenen arab. Quellen 109.
Seiffert, A., Genaue graph. Bestimmung des Minimums der prismat. Dispersion 86.
Seismometrie: *On new precision-seismographs*, Wilip 416.
Seitz, A., Joseph Fraunhofer u. sein opt. Institut 56.
Selbstinduktion s. Elektrizität.
Seliger, P., Das photogrammetr. Meßverfahren — Photogrammetrie 560.
Shillington Scales, F., *Practical Microscopy* 510.
Silbermann, H., Hilfsapparate für den Färber u. Koloristen 511.
Smith, T., Bemerkungen zum Kosinussatz 158. — Bemerkungen zu Chalmors Anwendungen der Hartmannschen Methode 207. — Bemerkungen zum Kriterium der besten Fokussierung 311.
Sonnefeld, A., Die Hohlspiegel 163. — Zur Herschelschen Forderung 552.
Spektroskopie: Über neue Spektrographen, Ewald 257. — Ein selbstregistrierender Spektrothermograph, Ellis 262. — Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion, Richter 357. — Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente nach Wellenlängen geordnet, Kayser 411. — Die Erzeugung eines reinen Spektrums mittels der Grenzlinie der Totalreflexion, Pulfrich 450. — Photographisches Spektro-Polarimeter für das Ultraviolett, Descamps 504. — Spektralfilter, Gibson 553.
Spiegel: Die Hohlspiegel, Sonnefeld 163.
Spiller, E., Einrichtg. zur automat. Aufnahme v. Schwärzungskurven 493.
Stangenplanimeter s. Planimetrie.
Stoecker, E., Zur Wirkungsweise des Giebeschen Zentrifugalregulators 311.
Strehl, Mehrgliederig. Aberrationen 154. — Sphär. Aberrationen 297.
Studnička, F. H., Eine Kombination des Kreuztisches u. des Pendeltisches, nebst einigen Bemerkungen über die Kreuztische der Mikroskope überhaupt 160.
Swerdrup, H. U., u. O. Dahl, Zwei selbstschreibende Meeresströmungsmesser 508.
Szivessy, G., Üb. d. Gebrauch des Braceschen Halbschattenkompensators bei der gleichzeitigen Messung von Azimut und Elliptizität der Schwingungsellipse 148.

Tachymeter s. Geodäsie.
Taylor, A. H., Die Zuverlässigkeit von Messungen m. dem Flimmerphotometer in der heterochromat. Photometrie 209. — Ein verbesserter Thornerscher Apparat zur Messung des Tageslichtquotienten 311.
Teilungen: Die Genauigkeit der Kreisteilungen bei kleinen Hochleistungstheodoliten, Lüdemann 435.
Theimer, V., Beitrag zur Hauptpunkt- u. Bildweitenbestimmung aus Photogrammen 134. — Beiträge zur Sextantentheorie 165.
Theodolite s. Geodäsie.
Thomas, M., s. Gehlhoff.
Tomlinson, G. A., Die Messung dünner Drähte 368.
Transformatoren s. Elektrizität.
Tuttle, C., Die Beziehung zwischen Streu- u. Sichtdichte 263.

Uhink, W., Reisetachymeter von 9 cm Kreisdurchmesser von F. W. Breithaupt & Sohn 146.
Uhren s. Zeitmessung.
Unterricht: Ingenieure für die opt. Industrie. Ihre Ausbildg. im Ausland, Weidert 506.

Väisälä, Y., Über die Längenmessg. mit Hilfe der Lichtinterferenz 398.
Vonwillet, P., u. W. Löw, Das Kreisschnittmikrotom u. die Mikrotomie gewölbter, zylindrischer, kegelmantel- u. kugelschalenförmiger Körper 161.

Waagen u. Wägungen: Rasches Prüfverfahren für Laboratorium-Gewichtssätze, Pienkowsky 451. — Waagen. Ausführungsbestimmungen zu den §§ 87 bis 111 der Eichordnung 463.
Waldner, A., Die zweckmäßige Einteilg. der Einstellung von Hand kameras 462.
Walter, B., Üb. Fehler in den Angaben von Stoppuhren 583.
Wassermesser: Wassermessungen bei Wasserkraftanlagen, Ott 107.
Wechselstrom s. Elektrizität.
Weidert, F., Die zweckmäßigste Wahl der Wellenlängen u. Lichtquellen für die Messg. von Brechungsverhältnissen 100. — Ingenieure für die opt. Industrie. Ihre Ausbildg. im Ausland 506.
Weinschenk, E., Das Polarisationsmikroskop 464
Wenner, F., Prakt. Rechenbildkunde (Nomographie) 416.
Werkmeister, P., Der Aerokartograph von Hugershoff-Heyde 205.
Weston-Elemente s. Elektrizität.
Whipple, R. S., *An old catalogue* 603.
Whittaker, E. T., Einführung in die Theorie der opt. Instrumente 411.
Wilip, J., *On new precision-seismographs* 416.
Wunderwald, H., Eine nomograph. Tachymetertafel 314.

Zählwerke: Ein einfaches Rotoskop 158.
Zeitmessung: Vereinfachte Kurzzeitforschung, Eggen 158. — Beitrag zur Theorie des isochronischen Pendels, Bock 241. — Die histor. Uhrensammlung Furtwangen, Kistner 512. — Alte Uhren u. ihre Meister, v. Bassermann-Jordan 512. — Das freie Pendel, Hope-Jones 547. — Die neue Uhr in Greenwich, Bowyer, Jackson 547. — Über Fehler in den Angaben von Stoppuhren, Walter 583.

Fehlerberichtigung.

46. 1926. S. 471. 12. Zeile von unten lies $A_2 = 2\,n\,(x_2 - 2\,y_2)$ statt $A_2 = 2\,n\,(x_2 - y_2)$.
S. 521. Formel 11) lies $K_x = \cdots$ statt K_χ.
S. 522. 2. Zeile von oben lies „Nullstellung“ statt „Nullstellung.
S. 522. Formel 10′) muß lauten: $K_{\eta 1} = G_\mu \left\{ \sqrt{\eta_1^2 - a_0^2} - a_0 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a_0}{\eta_1} \right) \right\}$.
S. 522. Formel 12) lies $\cdots + a \arcsin \frac{a}{y_1} \ldots$ statt $\ldots a \operatorname{cre} \sin \frac{a_0}{y_1} \ldots$.
S. 523. 5. Zeile von oben lies wir statt wird.
47. 1927. S. 147. 6. Zeile von unten lies 1,0 m statt 10 m.
S. 11. Nach der 14. Zeile füge ein

IV	4 cm	0,02 cm²	0,02 cm³	— 0,016 cm⁴	— 0,08 cm⁴.

S. 127. 17. Zeile von oben lies **46.** statt **45.**
S. 127. 18. „ „ „ „ 1926 „ 1925.
S. 128. 10. „ „ „ „ $T_{a'} + T_{b'} = \frac{4\,T_x \cdot T_y}{T_x + T_y}$,
S. 128. 12. „ „ „ „ $T_{b'} = 3423{,}9$ cm⁴ statt 3434,7 cm⁴.
S. 128. 17. „ „ „ „ $T_\xi\, T_\eta = \cdots\cdots = 907\,483$ cm⁸ statt 907 686 cm⁸.
S. 130. 11. „ „ „ „ **46.** ..... 1926 statt **45.** ..... 1925.
S. 134. 5. „ „ „ „ $y = \int_x^l \int_x^l f(x)\,dx\,dx$ statt $\int_0^l \int_0^x f(x)\,dx\,dx$.
S. 134. 6. „ „ „ „ $EJY = -\int_x^l \int_x^l y(x)\,dx\,dx$ statt $-\int_0^x \int_0^x y(x)\,dx\,dx$.
S. 494 ist in Abb. 2 der linke Teil um 180° zu drehen.
S. 546 muß Gleichung 5) lauten: $\int_\alpha^\beta f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta \frac{f(x)\,dx}{b}$.

Verzeichnis der Referenten des Jahrgangs 1927.

Name	Wohnort
Dr. Block	Charlottenburg
Prof. Dr.-Ing. Bock	Hamburg
Dr. P. Duckert	Lindenberg
W. Dziobek (*Dz.*)	Charlottenburg
Dr. Einsporn	Charlottenburg
Dr. J. Flügge	Berlin
Prof. Dr. J. Frank (*J. Fr.*)	Weihenstephan
Prof. Dr. Göpel (*G.*)	Charlottenburg
Dr. K. Gundlach	Jena
Dr. G. Hansen	Jena
Dr. H. Hartinger	Jena
Prof. Dr. Henning	Charlottenburg
Dr. W. Keil	Charlottenburg
Dr. J. Kisser	Wien
Dr. Kußmann (*Ku.*)	Charlottenburg
Dr.-Ing. Otto Lacmann	Moskau
Dr. Ernst Lau	Charlottenburg
Dipl.-Ing. Franz Levy	München
Dipl.-Ing. Linckh (*Lh.*)	Charlottenburg
Dr. Messow (*M.*)	Bergedorf
Prof. Dr. M. v. Rohr	Jena
Prof. Dr. O. Schönrock (*Schck.*)	Charlottenburg
Prof. Dr. J. Wallot	Charlottenburg
Dr. Werner (*Wr.*)	Charlottenburg
Prof. Dr.-Ing. P. Werkmeister	Dresden

Verantwortlich für die Redaktion: Oberregierungsrat Professor Dr. F. Göpel in Charlottenburg.
Verlag von Julius Springer in Berlin. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Julius Springer Verlagsbuchhandlung
Berlin

Soeben erschien:
Januar 1927

Just published:
January 1927

Stereoskopbilder von Kristallgittern

unter Mitarbeit von
Cl. von Simson und E. Verständig
herausgegeben von
M. von Laue und R. von Mises

Professor an der Universität Berlin — Professor an der Universität Berlin

Stereoscopic Drawings of Crystal Structures

in Collaboration with
Cl. von Simson und E. Verständig
edited by
M. von Laue und R. von Mises

Professor at the University of Berlin — Professor at the University of Berlin

I

Mit 24 Tafeln und 3 Textfiguren / With 24 tables and 3 figures in the text
43 Seiten RM 15.– 43 pages

Aus dem Vorwort und der Einleitung:

Strukturmodelle sind für jeden unentbehrlich, der sich mit Kristallstruktur beschäftigt. Räumlich ausgeführte Modelle sind zwar in guter Ausführung im Handel zu haben, beanspruchen aber, abgesehen von den Kosten, weit mehr Platz, als im Privathaus für sie verfügbar, und dürften daher in größerer Zahl wohl nur für größere wissenschaftliche Institute erreichbar sein. Beide Übelstände vermeidet man durch Stereoskopbilder solcher Modelle, wie sie schon z. B.

Extract of Preface and Introduction:

Structural models are necessary for everybody engaged in work on crystal structure. Good and well constructed spacial models can easily be bought, but apart from the cost, they require more space than is usually available in a private house, and so are only suitable for the larger scientific institutes. Both these faults are avoided by the use of stereoscopic pictures of such models, like those added already by P. Groth in 1920 to his „Elemente der physikalischen und chemischen

Tafel III

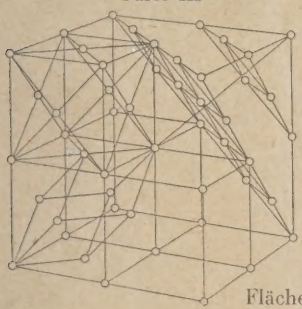
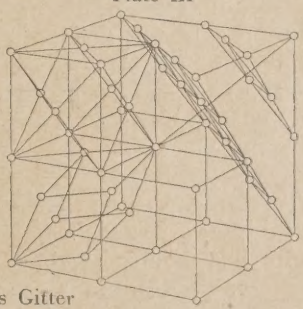


Plate III



Flächenzentriertes kubisches Gitter
Face-centered cubic lattice

P. Groth 1920 seinen „Elementen der physikalischen u. chemischen Kristallographie“ beigefügt hat. Die Groth-schen Bilder sind photographische Aufnahmen räumlich ausgeführt. Modelle; sie enthalten notwendig die Stäbe, welche im Modell die die Atome vertretenden Kugeln tragen. Größere Freiheit in der Darstellung gewinnt man, wenn man den Umweg über ein räumliches Modell vermeidet und statt dessen die Stereoskopbilder geometrisch konstruiert. Dieser Weg ist bei den vorliegenden Stereoskopbildern eingeschlagen worden.

Kristallographie”. Groth's pictures are photographic reproductions of spacial models, and thus of necessity show the rods or wires which carry the spheres representing the atoms in the models. Greater freedom is obtained in the mode of presentation, if the use of a spacial model is avoided and the stereoscopic drawing constructed geometrically. This way was chosen for the stereoscopic drawings in question.

Tafel XIX

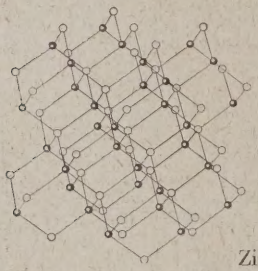
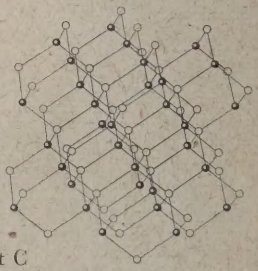


Plate XIX



Zinkblende ZnS – Diamant C
Zinc-blende ZnS – Diamond C

Alle Bilder zeigen die Kristallstrukturen in der üblichen schematischen Art. Die kleinen Kreise sind als die Mittelpunkte der Atome zu denken – wo verschiedene Atome auftreten, sind volle und leere Kreise benutzt. Die Verbindungsstrecken zwischen den Kreisen sind nur zu dem Zweck gezeichnet, um die Anordnung und gegenseitige Lage der Atome anschaulich zu machen.

Auf Tafel III z. B. ist das flächenzentrierte kubische Bravais'sche Gitter dargestellt, das gleichzeitig die Gitterstruktur einer Reihe einatomig kristallisierender Elemente wiedergibt. Die Linien sind Würfelkanten und Diagonalen. In der linken Ecke unten ist das Rhomboeder, welches der Erzeugung als einfaches Gitter entspricht, angegeben; darüber sind in einem

All the drawings show the crystal structures in the usual systematic manner. The small circles are to be regarded as the centres of the atoms. In structures where two kinds of atoms occur, black and white circles are used. The lines joining the circles are only drawn for the purpose of making clear the arrangement and the mutual positions of the atoms: in the actual crystal there is nothing corresponding to them, and they can be chosen more or less arbitrarilly

On plate III e. g. the face-centered Bravais lattice is shown, representing at the same time the lattice structure of a series of one atomic crystallising elements. The lines show cube edges and diagonals. In the left-hand bottom corner is given the rhom-

Würfelraum die Flächendiagonalen gezeichnet, die in ihren Schnitten jedesmal die neuen zum ursprünglichen kubischen Gitter hinzutretenden Punkte liefern. Die Linien rechts oben entsprechen der Auffassung der Gitterpunkte als einer dichtesten Kugelpackung.

Das zweite Beispiel stellt das Zinkblendegitter dar und wenn man die vollen und leeren Kreise durch gleiche Atome ersetzt denkt, das Diamantgitter. Das dargestellte Kristallbruchstück ist in 8 Elementwürfel eingebaut. Die Richtungen der 4 Valenzen jedes Atoms sind durch die Verbindungslinien angedeutet.

Das vorliegende 1. Heft der stereoskopischen Gitterbilder umfaßt die vierzehn Bravais'schen Typen u. eine Auswahl von zehn der einfachsten Kristallstrukturen, die bisher röntgenographisch festgestellt worden sind. Geplant ist in Fortsetzungen die Mitteilung komplizierterer Strukturen, wie sie heute die Röntgenanalyse im Verein mit anderen physikalischen, chemischen und kristallographischen Daten zu ermitteln versteht.

bohedron which arises when the configuration is formed as a simple lattice. In one of the cubes above it the face-diagonals, whose intersections give the positions of the other points occurring within the primary cube, are shown. The lines in the right hand upper corner correspond to the arrangement of lattice points as a close-packing.

The other example represents the zinc-blende lattice and if both the white and black circles are considered as replaced by equal atoms the diamond lattice arises. The described crystal fragment is built into eight unit cubes. The directions of the tetravalency of each atom are shown by the indicated lines.

This short first volume of stereoscopic drawings consists of the fourteen Bravais lattices and a selection of ten of the simpler crystal structures, which have been established by means of X-ray analysis. As a continuation, a description of some of the more complicated structures, as they are determined from physical, chemical, crystallographical and X-ray data, is planned.

Verzeichnis der Tafeln

I. Einfaches kubisches Gitter
II. Raumkonzentriertes kubisches Gitter
III. Flächenzentriertes kubisches Gitter
IV. Einfaches hexagonales Gitter
V. Einfaches tetragonales Gitter
VI. Raumzentriertes oder allseitig flächenzentriertes tetragonales Gitter
VII. Einfaches rhomboedrisches Gitter
VIII. Einfaches rhombisches Gitter
IX. Raumzentriertes rhombisches Gitter
X. Einfach flächenzentr. rhomb. Gitter
XI. Allseitig flächenzentriert. rhomb. Gitter
XII. Einfaches monoklines Gitter
XIII. Doppelt primitives monoklines Gitter
XIV. Einfaches triklines Gitter
XV. Hexagonale dichteste Kugelpackung
XVI. Steinsalz NaCl
XVII. Cäsiumchlorid CsCl
XVIII. Zinkblende ZnS-Diamant C
XIX. Zinkblende ZnS-Diamant C
XX. Weißes Zinn Sn
XXI. Wurtzit ZnS
XXII. Flußspat CaF_2
XXIII. Cuprit Cu_2O
XXIV. Cadmiumjodid CdF_2

Index of the Plates

I. Cubic lattice
II. Centered cubic lattice
III. Face-centered cubic lattice
IV. Hexagonal lattice
V. Tetragonal lattice
VI. Centered tetragonal lattice (face-centered tetragonal lattice)
VII. Rhombohedral lattice
VIII. Orthorhombic lattice
IX. Centered orthorhombic lattice
X. Base-centered orthorhombic lattice
XI. Face-centered orthorhombic lattice
XII. Monoclinic lattice
XIII. Centered monoclinic lattice
XIV. Triclinic lattice
XV. Hexagonal close-packing
XVI. Rocksalt NaCl
XVII. Caesium chloride CsCl
XVIII. Zinc-blende ZnS.-Diamond C
XIX. Zinc-blende ZnS.-Diamond C
XX. White tin Sn
XXI. Wurtzite ZnS
XXII. Fluorspar CaF_2
XXIII. Cuprite Cu_2O
XXIV. Cadmium iodide CdF_2

Struktur der Materie

in Einzeldarstellungen. Herausgegeben von Dr. M. Born, Professor, Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Universität Göttingen, und Dr. J. Franck, Professor, Direktor des Zweiten Physikalischen Instituts der Universität Göttingen.

Erster Band: **Zeemaneffekt und Multiplettstruktur der Spektrallinien.** Von Dr. E. Back, Privatdozent für Experimentalphysik an der Universität Tübingen, und Dr. A. Landé, a. o. Professor für Theoretische Physik an der Universität Tübingen. Mit 25 Textabbildungen und 2 Tafeln. XII, 213 Seiten. 1925. RM 14.40; gebunden RM 15.90

Zweiter Band: **Vorlesungen über Atommechanik.** Von Prof. Dr. Max Born, Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Universität Göttingen, unter Mitwirkung von Dr. Friedrich Hund, Assistent am Physikalischen Institut Göttingen. Erster Band. Mit 43 Abbildungen. IX, 358 Seiten. 1925. RM 15.–; gebunden RM 16.50

Dritter Band: **Anregung von Quantensprüngen durch Stöße.** Von Dr. J. Franck, Professor an der Universität Göttingen, und Dr. P. Jordan, Assistent am Physikalischen Institut Göttingen. Mit 51 Abbildungen. VIII, 312 Seiten. 1926. RM 19.50; gebunden RM 21.–

Vierter Band: **Linienspektren und periodisches System der Elemente.** Von Dr. Friedrich Hund, Privatdozent an der Universität Göttingen. Mit etwa 41 Textabbildungen und 2 Tafeln. Erscheint Anfang 1927

Fünfter Band: **Die seltenen Erden vom Standpunkt des Atombaues.** Von Prof. Dr. Georg v. Hevesy, Leiter des Chem. Physikal. Instituts der Universität Freiburg i. Br. Mit etwa 13 Abbildungen. Erscheint Anfang 1927

Probleme der Atomdynamik. Erster Teil: Die Struktur des Atoms. Zweiter Teil: Die Gittertheorie des festen Zustandes. 30 Vorlesungen, gehalten im Wintersemester 1925/26 am Massachusetts Institute of Technology von Dr. Max Born, Professor, Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Universität Göttingen. Mit 42 Abbildungen und 1 Tafel. VIII, 184 Seiten. 1926. RM 10.50; gebunden RM 12.–

Kristalle und Röntgenstrahlen. Von Dr. P. P. Ewald, Professor der Theoretischen Physik an der Technischen Hochschule zu Stuttgart. Mit 189 Abbildungen. IX, 327 Seiten. 1923. (Bildet Band VI der Naturwissenschaftlichen Monographien und Lehrbücher, herausgegeben von der Schriftleitung der „Naturwissenschaften".) RM 25.–
Die Bezieher der „Naturwissenschaften" erhalten die Monographien mit einem Nachlaß von 10%

Tabellen zur Röntgenspektralanalyse. Von Dr. Paul Günther, Assistent am Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Berlin. Mit 4 Figuren. IV, 64 Seiten. 1924. RM 4.80

Tabelle der Hauptlinien der Linienspektra aller Elemente nach Wellenlänge geordnet. Von H. Kayser, Geheimer Regierungsrat, Professor der Physik an der Universität Bonn. VIII, 198 Seiten. 1926. Gebunden RM 24.–

Handbuch der Physik. Unter redaktioneller Mitwirkung von Fachgelehrten herausgegeben von H. Geiger, Kiel, und Karl Scheel, Berlin-Dahlem.

Band XXIV: **Negative und positive Strahlen, Zusammenhängende Materie.** Redigiert von H. Geiger. Mit 374 Abbildungen. X, 604 Seiten. Erscheint Anfang 1927. Etwa RM 40.–; gebunden etwa RM 42.50

Entwicklungsgeschichte der Mineralogischen Wissenschaften. Von Prof. Dr. P. Groth, Geheimer Hofrat, München. Mit 5 Abbildungen. VI, 262 Seiten. 1926. RM 18.–; gebunden RM 19.50

503. 1. 27. 270.

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik

THE LIBRARY OF THE
JAN 30 1928
UNIVERSITY OF ILLINOIS

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **). Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **K. Haußmann** in Schwäb.-Gmünd, **C. Hensoldt** in Wetzlar, **V. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Potsdam, **A. Köhler** in Jena, **F. Löwe** in Jena, **l. Ludendorff** in Potsdam, **H. Maurer** in Berlin, **W. Nernst** in Berlin, **M. v. Rohr** in Jena, **W. Sartorius** Göttingen, **A. Schmidt** in Cöln a. Rh., **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **P. Werkmeister** in Dresden, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg

Siebenundvierzigster Jahrgang

1927

12. Heft: Dezember

Inhalt:

F. Löwe, Carl Pulfrich S. 561. — Cl. Aschenbrenner, Über die Verwendung von Entzerrungsgeräten zur kartographischen rstellung von geneigtem Gelände aus Flugzeugaufnahmen S. 568. — A. Hornoch, Über Hauptpunkt- und Bildweitenbestimmung s Photogrammen S. 579. — B. Walter, Über Fehler in den Angaben von Stoppuhren S. 583. — M. von Rohr, Die erste Ver- entlichung der Grundlage des Wheatstonschen Stereoskops S. 600.

Zu Hugo Schröders Gedächtnis S. 602.

Bücherbesprechungen: F. Auerbach und W. Hort, Handbuch der technischen und physikalischen Mechanik S. 602. R. Löschner, Instrumente der praktischen Geometrie S. 602. — R. S. Whipple, *An old catalogue* S. 603. — *Proceedings of the tical Convention 1926* S. 604. — Vorträge, gehalten bei der 2. Hauptversammlung der Internationalen Gesellschaft für Photo- mmetrie S. 604.

Namen- und Sachregister S. 605.

Fehlerberichtigung S. 611.

Verzeichnis der Referenten des Jahrgangs 1927 S. 612.

Berlin

Verlag von Julius Springer

1927

Der Postvertrieb erfolgt von Leipzig aus

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann im In- und Auslande durch den Buchhandel, die Post oder direkt vom Verlag bezogen werden. Preis vierteljährlich für das In- und Ausland R.-M. 12.—. Hierzu tritt bei direkter Zustellung durch den Verlag das Porto bzw. beim Bezuge durch die Post die postalische Bestellgebühr. Heftpreis R.-M. 4.80.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt **Anzeigen** gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung.

Preis d. Inland-Anzeigen bei $^1/_4$ $^1/_2$ $^1/_1$ Seite Umfang
30.— 60.— 120.— Reichsmark

Bei 6 12 malig. Aufnahme innerhalb Jahresfrist
10 20% Nachlaß.

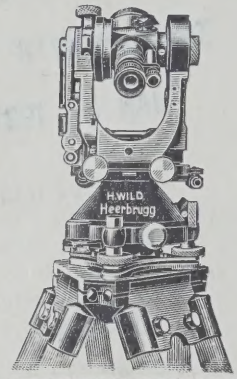
Kleine Anzeigen: Die einspaltige Millimeterzeile oder deren Raum von Strich zu Strich gemessen: 0,30 Reichsmark. Die Zahlung hat innerhalb 14 Tagen nach Rechnungsdatum (für Gelegenheitsanzeigen und Stellegesuche sofort bei Bestellung) nur auf Postscheckkonto 118935 Berlin Julius Springer abzug- und spesenfrei zu erfolgen. Bei Zahlungsverzug werden die üblichen Bankzinsen berechnet.

Für Vorzugsseiten, Auslandsanzeigen und Beilagen, Preise auf Anfrage.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer. Berlin W 9, Linkstr 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch. Reichsbank-Giro-Konto. — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Büchern, Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 14585. Julius Springer, Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 985 Julius Springer.

WILD



Universal-Theodolite
Präzisions-Distanzmesser
Meßtisch-Ausrüstung
Nivellier-Instrumente

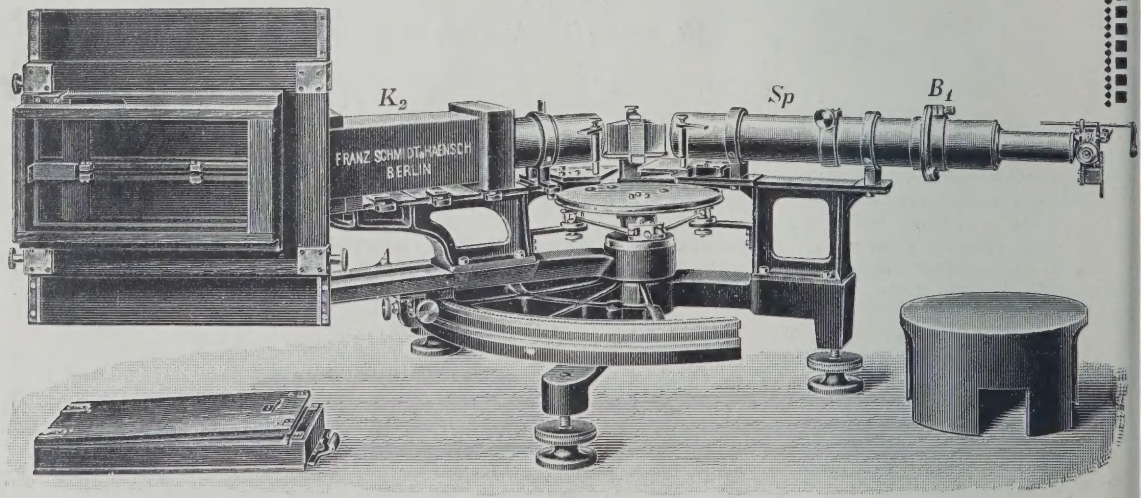
Photogrammetrische Apparate

A.-G. Heinrich Wild / Heerbrugg (Schweiz)

Vertreter für Deutschland: **Gebr. Wichmann m. b. H., Berlin NW 6,** Karlstraße 13

Franz Schmidt & Haensch

Prinzessinnenstr. 16 **BERLIN S 42** Prinzessinnenstr. 16



Universalspektrograph

für Beobachtungen und Aufnahmen des sichtbaren und unsichtbaren Gebietes, mit einem oder zwei Flintglas-, Rutherford- und Quarzprismen nach Cornu und auswechselbaren photographischen Kameren für 9 × 12, 13 × 18, 15 × 30 cm Platten usw.

(6535)

ASKANIA

ASTRONOMISCHE INSTRUMENTE:

REFRAKTOREN UND REFLEKTOREN
AZIMUTALE UND PARALLAKTISCHE FERNROHRE
COELOSTATE UND HELIOSTATE
ZENITTELESKOPE UND -KAMERAS

FESTE UND TRANSPORTABLE PASSAGE-INSTRUMENTE

MERIDIANKREISE, UNIVERSALE, SPEKTROSKOPE
SPEKTROGRAPHEN, ASTRO-PHOTOMETER
MIKROPHOTOMETER NACH HARTMANN

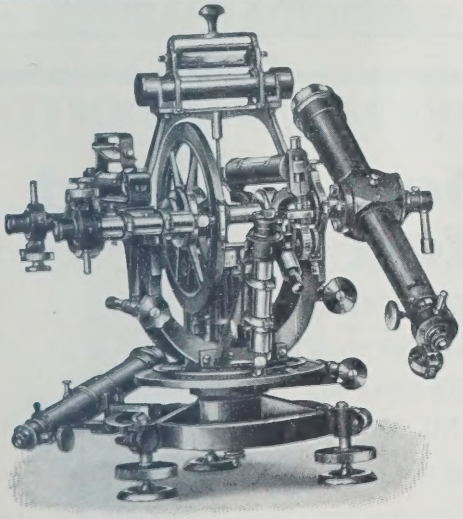
MESS-INSTRUMENTE:

DICKENMESSER, SPHÄROMETER, PRISMEN-GONIOMETER

ASTRONOMISCHE OPTIK

ASKANIA-WERKE A.G.
BAMBERGWERK
BERLIN FRIEDENAU
KAISERALLEE 87 / 88

F. W. Breithaupt & Sohn
CASSEL
Geodätische und astronomische Instrumente



Theodolite
Universale
Reise-Aus-rüstungen
Bussolen

Carl Schleicher & Schüll
Düren, Rheinland

Schutz-Marke
Skizzir-Profil-Papier
CSS

empfehlen

Millimeter-Zeichen- und Pause-Papiere sowie **Pauseleinwand** in Rollen, Bogen und Blocks in unübertroffener Herstellung.

Logarithmen-, Dreieck-, Polarkoordinaten-Papiere.

Registrierpapiere aller Art.

Allerbeste Zeichen-, Pause-, durchsichtige Entwurf-Papiere, Pauseleinwand.

Muster auf Anfrage kostenlos

HILDEBRAND

Präzisions-Instrumente

für alle Zweige des Vermessungswesens

Gegründet 1791

MAX HILDEBRAND früher August Lingke & Co. G. m. b. H. FREIBERG-SACHSEN 50

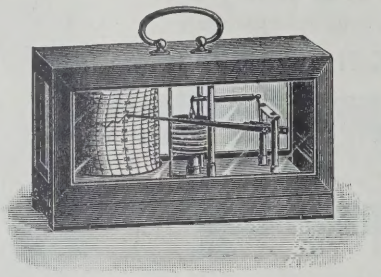
Lambrechts Luftdruckschreiber

mit 91tägiger Trommel-Umdrehung

*

Prospekt 333 kostenlos

*



Wilhelm Lambrecht A.-G. / Göttingen

Glasgitter zur Beugung des Lichtes

für Spektroskope und Spektrographen

Fa. Prof. Dr. E. Hartnack

Zweigwerk:

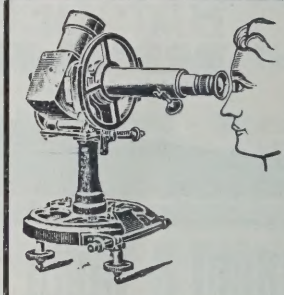
BERLIN-STEGLITZ, Schildhornstr. 1

Telephon Steglitz 950

AUSLAND!

Zur Leitung der Konstruktionsarbeiten auf einem größeren Werke für Präzisionsinstrumente wird ein **erfahrener Ingenieur** gesucht.

Nur hochqualifiz. Fachleute mit langjähr. Praxis wollen ihre Bewerbungen (Abschr. v. Referenzen, Zeugnissen in doppelt. Ausführung) an die Expedition dieser Zeitschrift unter **J. K. 6437** richten.



Standard-Apparate zur Erforschung der freien Atmosphäre

wie

Baro-Thermo-Hygrographen, Spezialtheodoliten, Meteorographen

fertigen auf Grund 40jähr. Erfahrungen als Spezialität

BOSCH & BOSCH Präzisions-Mechanik **Hechingen** (Süddeutschland)

(früher **J. & A. BOSCH, STRASSBURG/ELSASS**)

(Korresp.: deutsch, englisch, französisch)

[6568]

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Technisches Denken und Schaffen

von **Georg v. Hanffstengel**

Eine leichtverständliche Einführung in die Technik

Vierte, neubearbeitete Auflage

Mit 175 Abbildungen im Text. XII, 828 Seiten. 1927

In Ganzleinwandband RM 6.90

Das bekannte Buch von Professor v. Hanffstengel „Technisches Denken und Schaffen" liegt nunmehr in vierter, neubearbeiteter Auflage vor. Der Versuch des Verfassers, einem großen Kreise Verständnis für technische Vorgänge zu vermitteln, hat schon beim ersten Erscheinen des Buches überall warme Zustimmung gefunden, — gibt es doch heute kaum einen Beruf, in dem nicht technische Fragen eine Rolle spielen, ganz abgesehen davon, daß jeder Gebildete, der für die Ausdrucksform unseres Zeitalters Verständnis haben will, den Versuch machen muß, in die technischen Gedankengänge und ihre wissenschaftlichen Grundlagen soweit wie möglich einzudringen.

MAX KOHL A.G. CHEMNITZ 5

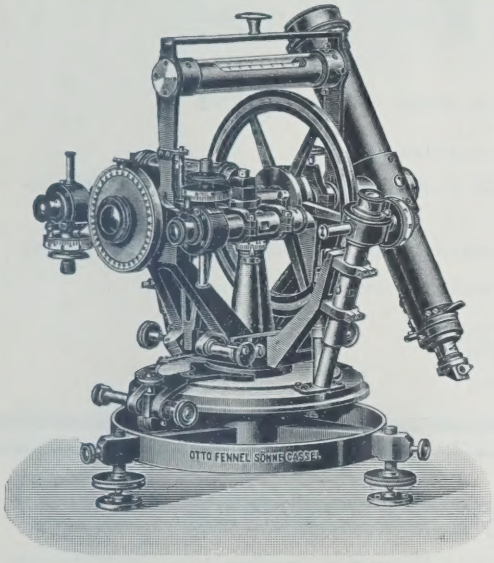
Stimmgabeln mit Laufgewichten zum Prüfen von Kirchenglocken auf ihre Obertöne

Seit 1876 bestehend

Physikalische Apparate
Einrichtung von Hörsälen
Experimentier - Schalttafeln
Luftpumpen für Laboratorien
Funkeninduktoren

[6191

Listen, Kostenanschläge, Beschreibungen usw. auf Wunsch



Theodolite / Tachymeter
Nivellier - Instrumente

OTTO FENNEL SÖHNE
CASSEL 3
Gegründet 1851

Wir fertigen seit Jahren
als Spezialität in höchster Vollendung

LOSE OPTIK
Prismen — Planparallelplatten — Linsen
Sextant- und Galvanometerspiegel
Dachkantoptik — Spektralprismen

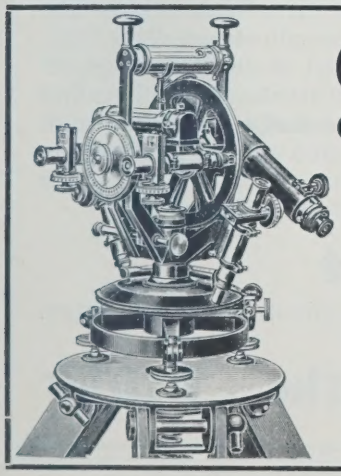
GLASTEILUNGEN, Okularmikrometer, Kreuze
Objektmikrometer in 1/100 mm, Spektralteilungen

SPIEGEL für Reflex-Kameras und Projektions-Apparate — Mikroskopspiegel — Augenspiegel

VERSILBERUNG eingesandter optischer Gläser
96,1 % Reflexion lt. Prüfungsschein
Rückseitenversilberung verkupfert und lackiert.
Vorderversilberung poliert mit Ia Schutzüberzug.
Durchsichtige Versilberung in allen Abstufungen.

MIKROSKOPISCHE PRÄPARATE
Schulsammlungen mit Textheft
TYPEN- UND TESTPLATTEN

J. D. Moeller, G. m. b. H.
Wedel in Holstein, gegr. 1864



GUSTAV HEYDE
Gesellschaft für Optik und Feinmechanik m.b.H.
DRESDEN - N. 23

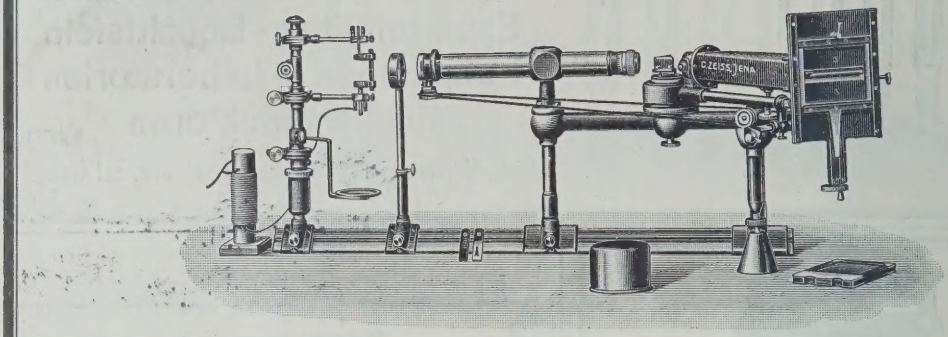
GHD

Universale Theodolite
Nivelliere

[6186]

ZEISS

Spektrograph für Chemiker



zur Aufnahme prozentisch abgestufter Funkenspektra

Meßmikroskope zur Ausmessung von Spektrenaufnahmen

Lichtelektrisches Registrierphotometer zum Messen und Aufzeichnen der Schwärzung photographischer Platten und Films

Stufen-Photometer zum Vergleich und Messen farbiger, fester und flüssiger Körper

Druckschriften und weitere Auskünfte kostenfrei

CARL ZEISS
JENA

Seit Jahrzehnten

verwenden fast alle führenden Firmen für geodätische und astronomische Instrumente

Hensoldt-Optik

Objektive, Okulare, Prismen, Lupen, Ablesemikroskope

Fokusier-Fernrohre, Kreisablesungen.

Die auf Grund jahrzehntelanger Erfahrung und mit Hilfe eines Stammes erstklassiger Facharbeiter erreichte höchste Präzision dieser Optik hat mit dazu beigetragen, die Wertschätzung der deutschen geodätischen und astronomischen Instrumente als Qualitätsarbeit zu begründen. Leider mehren sich neuerdings auch die aus dem Ausland kommenden Klagen über minderwertige Ausführung der für diese Instrumente verwandten Optik. Nachforschungen haben ergeben, daß in diesen Fällen von kleinen, in der Nachkriegszeit gegründeten Firmen die von uns ausgearbeiteten optischen Konstruktionen nachgeahmt und ohne Kennzeichnung neben und an Stelle von **Hensoldt**-Optik verwandt worden sind. Im Interesse des Rufs unserer Präzisions-Optik sehen wir uns gezwungen, gegen diese Mißstände Maßnahmen zu ergreifen. Wir werden daher in Zukunft die gesamte von uns gelieferte Präzisions-Optik mit der Qualitätsmarke

Hensoldt

versehen, um Verwechslungen mit minderwertigen Nachahmungen vorzubeugen.

M. Hensoldt & Söhne / Optische Werke / Wetzlar

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig. — Verantwortlich für den Anzeigenteil: Albert Ulrich, Berlin-Steglitz.

Hierzu zwei Beilagen vom Verlag Julius Springer in Berlin W 9.

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 060782031